

2. Weiterbildungstag der DGVMFM

„Risikoaggregation und –allokation“ Einführung in das Thema

Prof. Dr. Claudia Cottin, FH Bielefeld
Dr. Stefan Nörtemann, msg life



Hannover, 21. Mai 2015

2. Weiterbildungstag der DGVFM & Topic of the year 2015

- Idee des Weiterbildungstages der DGVFM:
 - ❖ Behandlung eines aktuellen und wichtigen Themas
 - ❖ in der notwendigen Ausführlichkeit (daher ein ganzer Tag)
 - ❖ Verbindung zwischen Wissenschaft & Praxis
 - ❖ ohne (über aktuarielle Basiskenntnisse hinausgehende) Vorkenntnisse

- Das „Topic of the Year“ 2015 / das Thema des Jahres 2015 lautet:
„Risikomanagement – Modelle, Risikomaße, Abhängigkeiten“

- ➔ 2. Weiterbildungstag der DGVFM zum Thema
„Risikoaggregation und –allokation“

Definition der Begriffe (1)

Risiko = Möglichkeit des Nichterreichens eines explizit formulierten oder sich implizit ergebenden Zieles*

Ein **Risiko** ist ein (Wert-)Objekt, das einer potenziellen zukünftigen Wertveränderung unterliegt (bezogen auf einen vorgegebenen Zeitraum oder eine vorgegebene Entscheidungssituation).

Die Wertveränderung (und damit auch das Risiko selbst) wird beschrieben durch eine Zufallsvariable bzw. deren Wahrscheinlichkeitsverteilung und ggf. zusätzlich als Funktion verschiedener wertbeeinflussender Variablen und Parameter.

Der in praktischen Risikoanalysen verwendete Wertmaßstab hängt jeweils vom Einsatzbereich bzw. ggf. auch von individuellen Wert- und Nutzenvorstellungen ab.**

Versicherungstechnisches Risiko

Liquiditätsrisiko

Marktrisiko

Konzentrationsrisiko

Kreditrisiko

Strategisches Risiko

Operationales Risiko

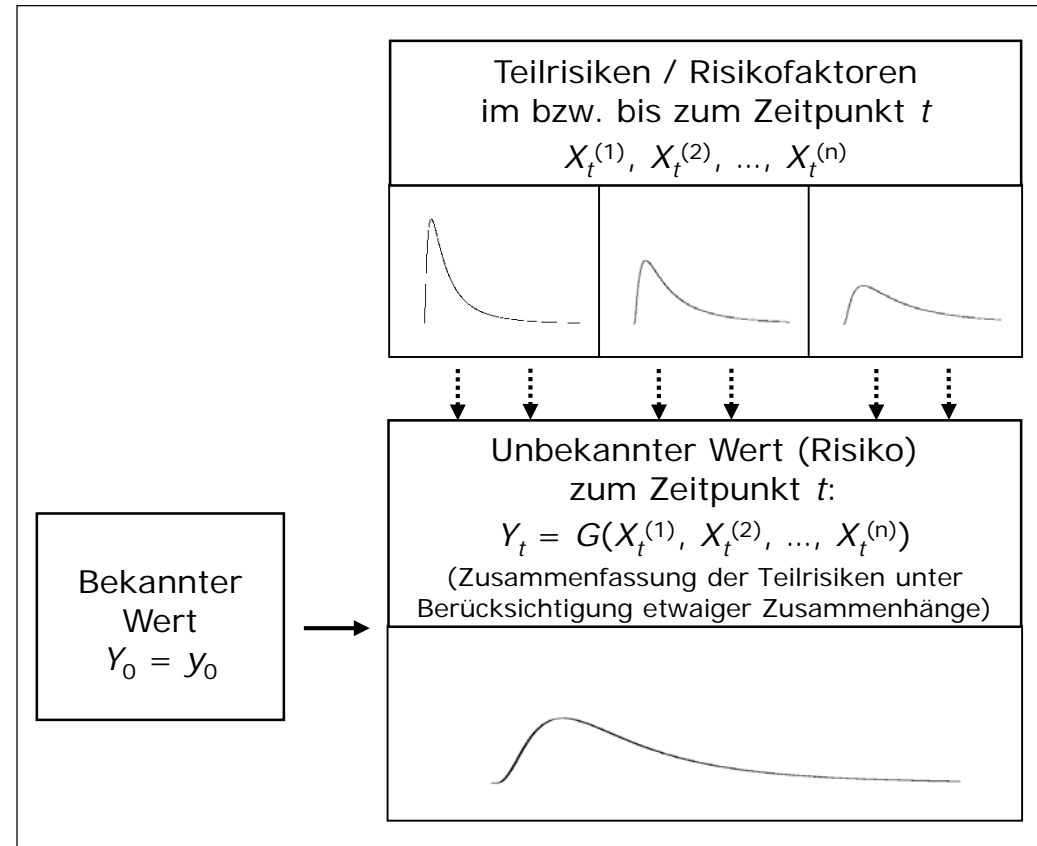
Reputationsrisiko

... und viele weitere ...

*) Quelle: MaRisk VA, Abschnitt 5
 **) Quelle: Cottin/Döhler: Risikoanalyse

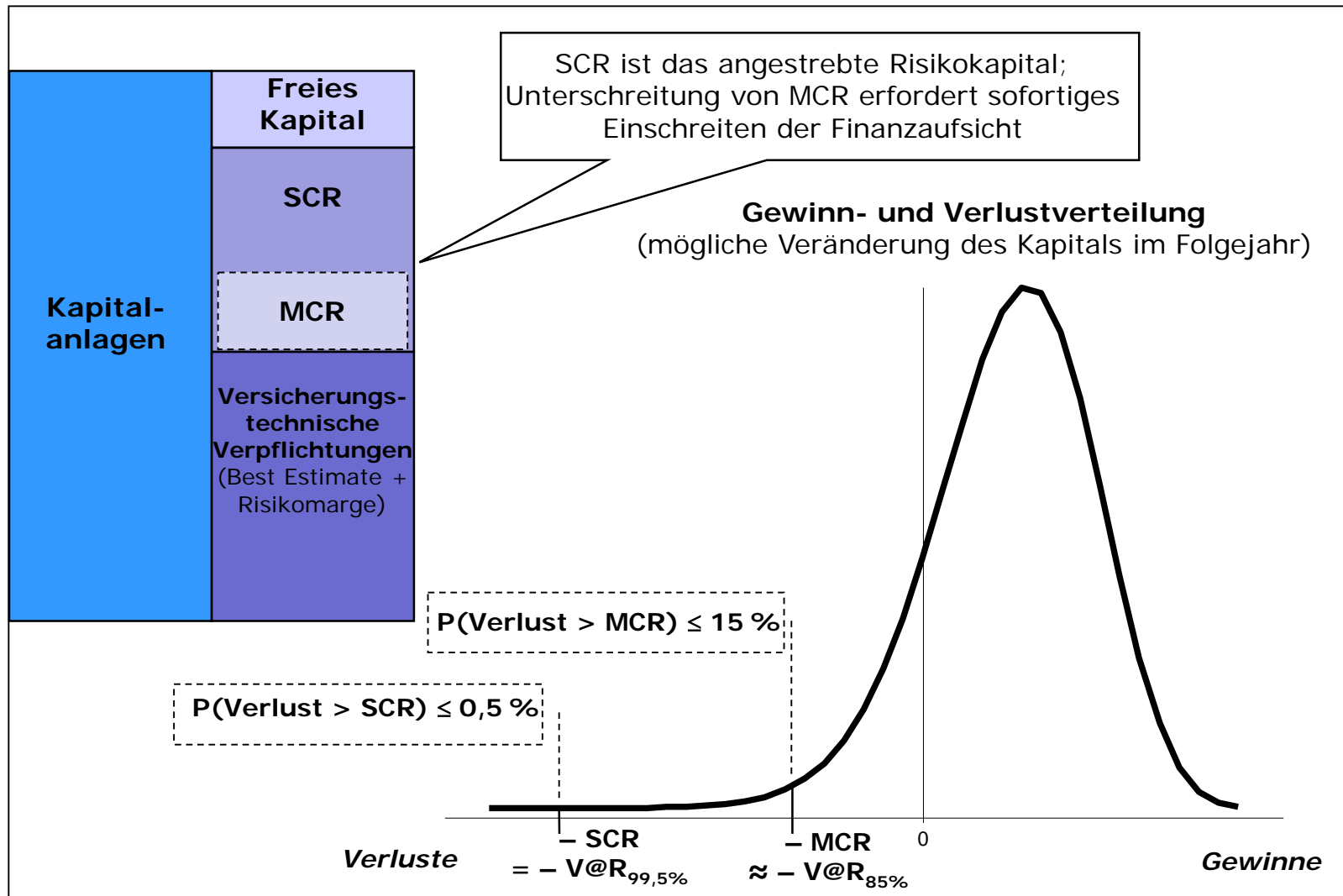
Definition der Begriffe (2)

- Risikoaggregation** ist eine Zusammenfassung verschiedener Risiken zur Bestimmung einer Gesamtrisikoposition.
 Beispielsweise: Zusammenfassung aller geschäftsbezogenen Risiken zu einem Gesamtrisiko des Unternehmens.
- Risikoallokation** beschreibt die Zuordnung geschäftsbezogener Risiken zu verschiedenen Geschäftsbereichen.
- § 26 (1) VAG:

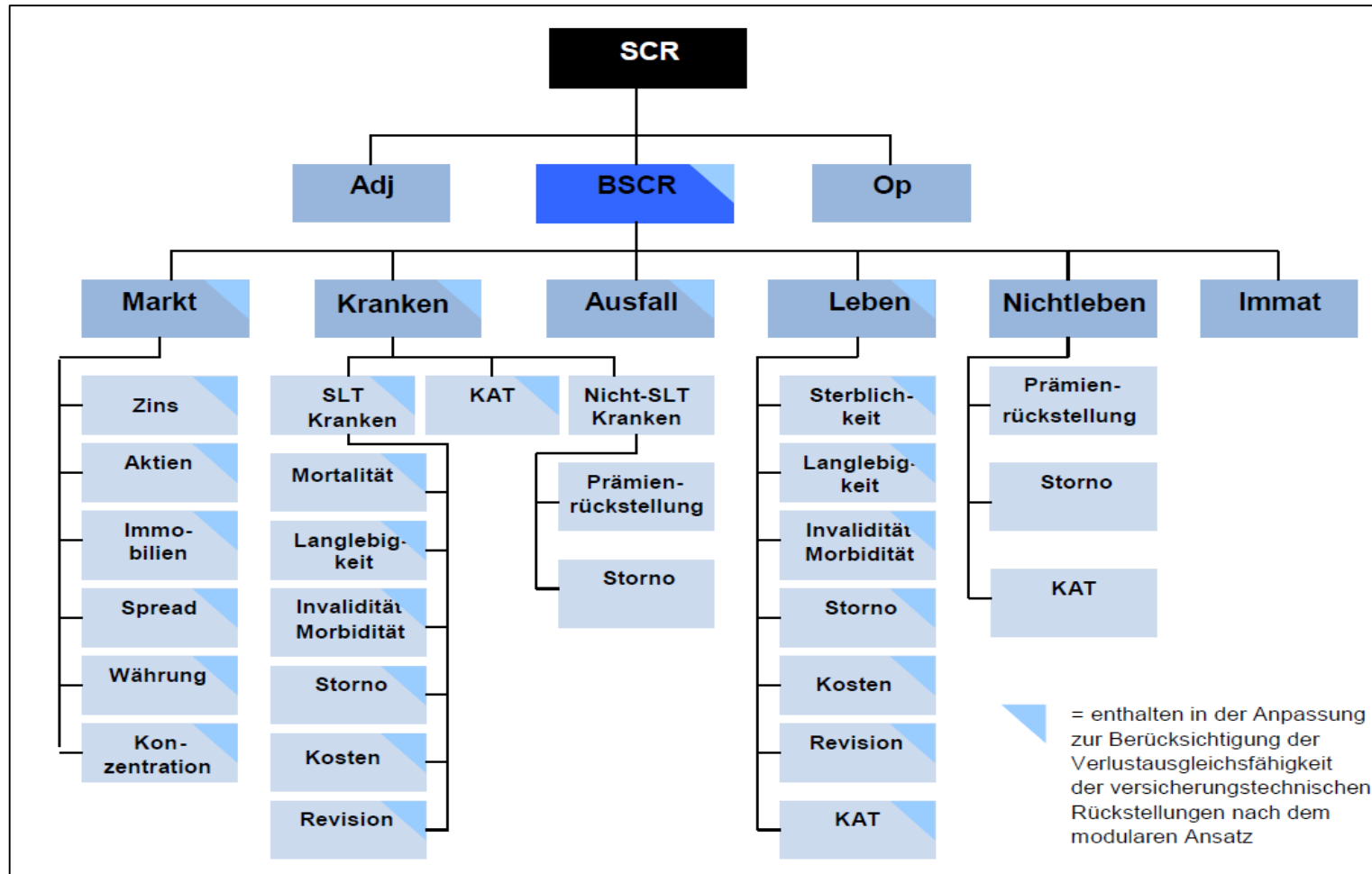


„Versicherungsunternehmen müssen über ein wirksames Risikomanagementsystem verfügen, [...]. Es muss einzeln und auf aggregierter Basis eine kontinuierliche Risikosteuerung unter Berücksichtigung der zwischen den Risiken bestehenden Interdependenzen ermöglichen. [...]

Definition von SCR und MCR gemäß Solvency II



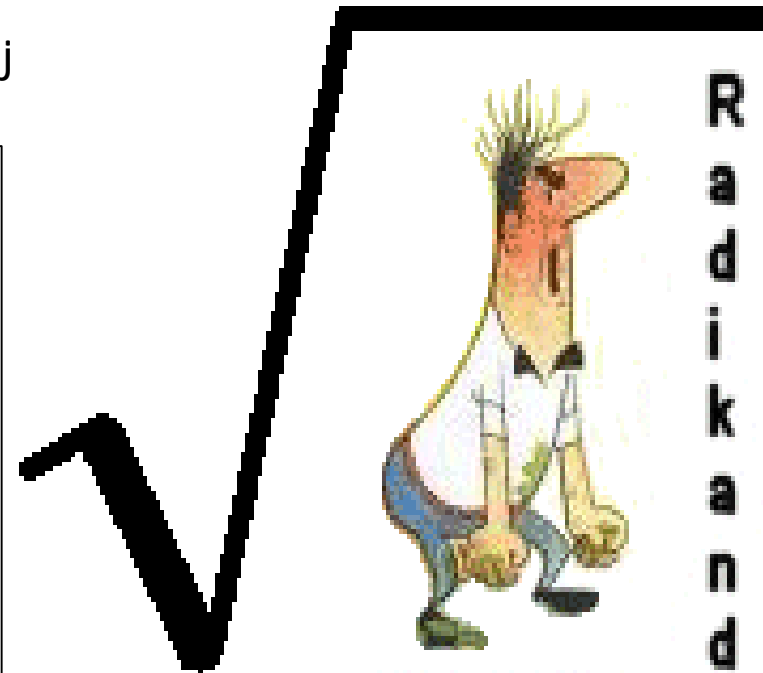
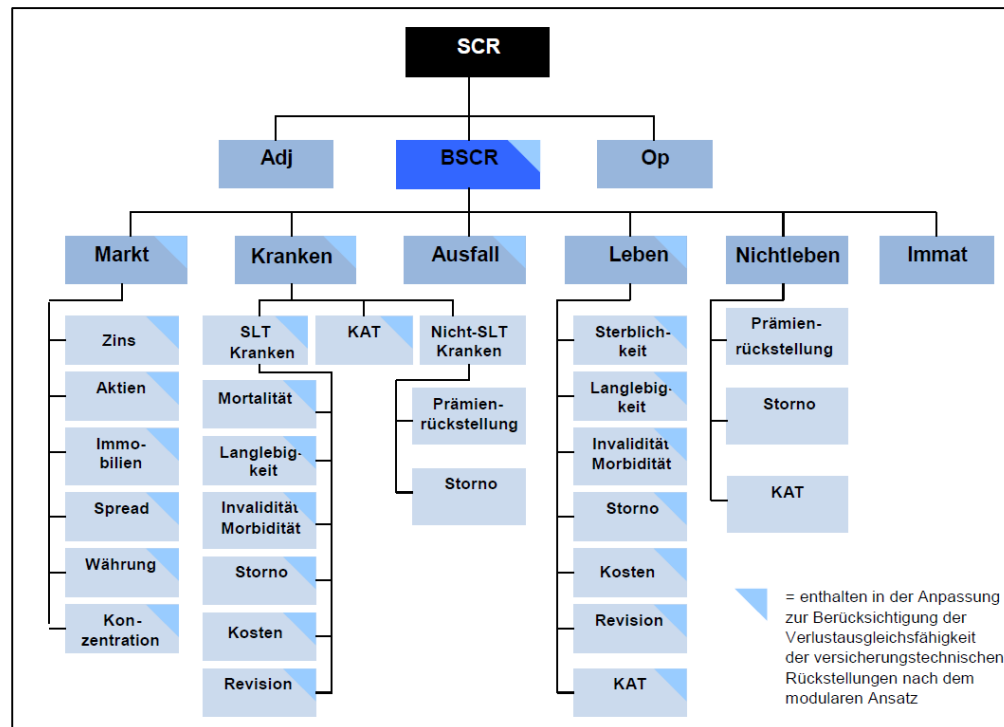
Risiken und Risikoaggregation gemäß Solvency II



Risikoaggregation gemäß Solvency II: Standardformel

Basisansatz zur Berechnung des Gesamt-SCR bei gegebenen Teil-Risikokapitalien SCR_k und Korrelationskoeffizienten ρ_{ij} (sog. **Wurzelformel**):

$$(SCR_{aggr})^2 = \sum_{1 \leq i, j \leq n} \rho_{ij} \cdot SCR_i \cdot SCR_j$$



Quelle: <http://www.spasslernen.de/algebra/alg50.htm>

Herleitung der Standardformel unter Normalverteilungsannahme

Annahme: Die zu SCR_k gehörigen Einzelrisiken L_k besitzen Erwartungswert 0 und Standardabweichung σ_k ;
 das Gesamtrisiko $L = \sum_{1 \leq k \leq n} L_k$ sei multivariat normalverteilt mit paarweisen Korrelationskoeffizienten ρ_{ij} .

Dann gilt: $SCR_k = V@R(L_k; \alpha) = u_\alpha \cdot \sigma_k$

(mit α -Quantil u_α der Standard-Normalverteilung; $\alpha = 99,5\%$ unter Solvency II)

sowie für das SCR_{aggr} zum Gesamtrisiko L:

$$\begin{aligned} (SCR_{aggr})^2 &= V@R(L; \alpha)^2 = (u_\alpha)^2 \cdot \sigma^2(L) = (u_\alpha)^2 \cdot \sum_{1 \leq i, j \leq n} \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \\ &= \sum_{1 \leq i, j \leq n} \rho_{ij} \cdot (u_\alpha)^2 \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j = \sum_{1 \leq i, j \leq n} \rho_{ij} \cdot SCR_i \cdot SCR_j \end{aligned}$$

Allg. Formel für Varianz σ^2 einer Summe von ZV:

$$\sigma^2(L) = \sum_{1 \leq i, j \leq n} \rho_{ij} \cdot \sigma(L_i) \cdot \sigma(L_j)$$

Kritik an der Standardformel

Ist das **Gesamtrisiko** $L = \sum_{1 \leq k \leq n} L_k$ **multivariat normalverteilt**, so kann das aggregierte Risikokapital zwar mit der Standardformel („Wurzelformel“) berechnet werden:

$$(\text{SCR}_{\text{aggr}})^2 = \sum_{1 \leq i, j \leq n} \rho_{ij} \cdot \text{SCR}_i \cdot \text{SCR}_j$$

Für andere Verteilungsmodelle kann man in aller Regel nicht so rechnen!

- $V@R$ ist i.d.R. nicht proportional zur Standardabweichung des Risikos
- Abhängigkeitsstrukturen lassen sich oft nicht angemessen durch Korrelationskoeffizienten beschreiben
- ➔ **Vortrag 3: Prof. Dr. Dietmar Pfeifer** „Neue Entwicklungen bei der Modellierung von Abhängigkeiten zwischen Risiken“

Kritik am V@R als Risikomaß

Weitere Fragestellung bei der Risikokapitalberechnung:

Ist V@R für allgemeine Verteilungsmodelle überhaupt ein „gutes“ Risikomaß?

Kritikpunkte u.a.:

- Das Ausmaß „unwahrscheinlich hoher“ Verluste ($> \text{SCR}$) bleibt unberücksichtigt
- V@R ist i.d.R. nicht subadditiv, d.h. möglicherweise gilt

$$V@R(L) > \sum_{1 \leq k \leq n} V@R(L_k)$$

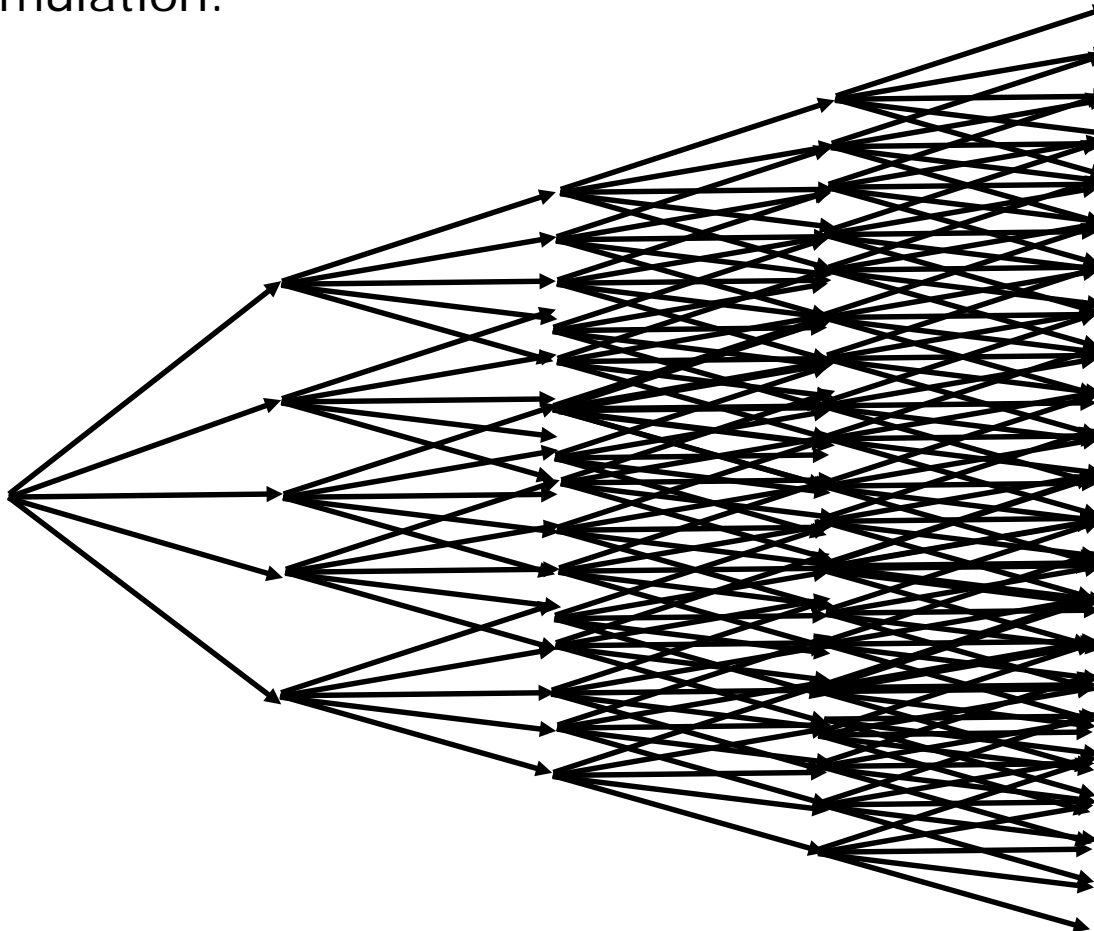
(erschwert u.a. sinnvolle Risikoallokation)

Alternatives Risikomaß z.B. **Expected Shortfall** (s. *Swiss Solvency Test*)

Für fundierte Risikoanalysen braucht man i.d.R. aber sowieso mehr als eine Kennzahl und **mehrperiodige Betrachtungen** (u.a. auch zur Bestimmung der *Risikomarge* gemäß Solvency II).

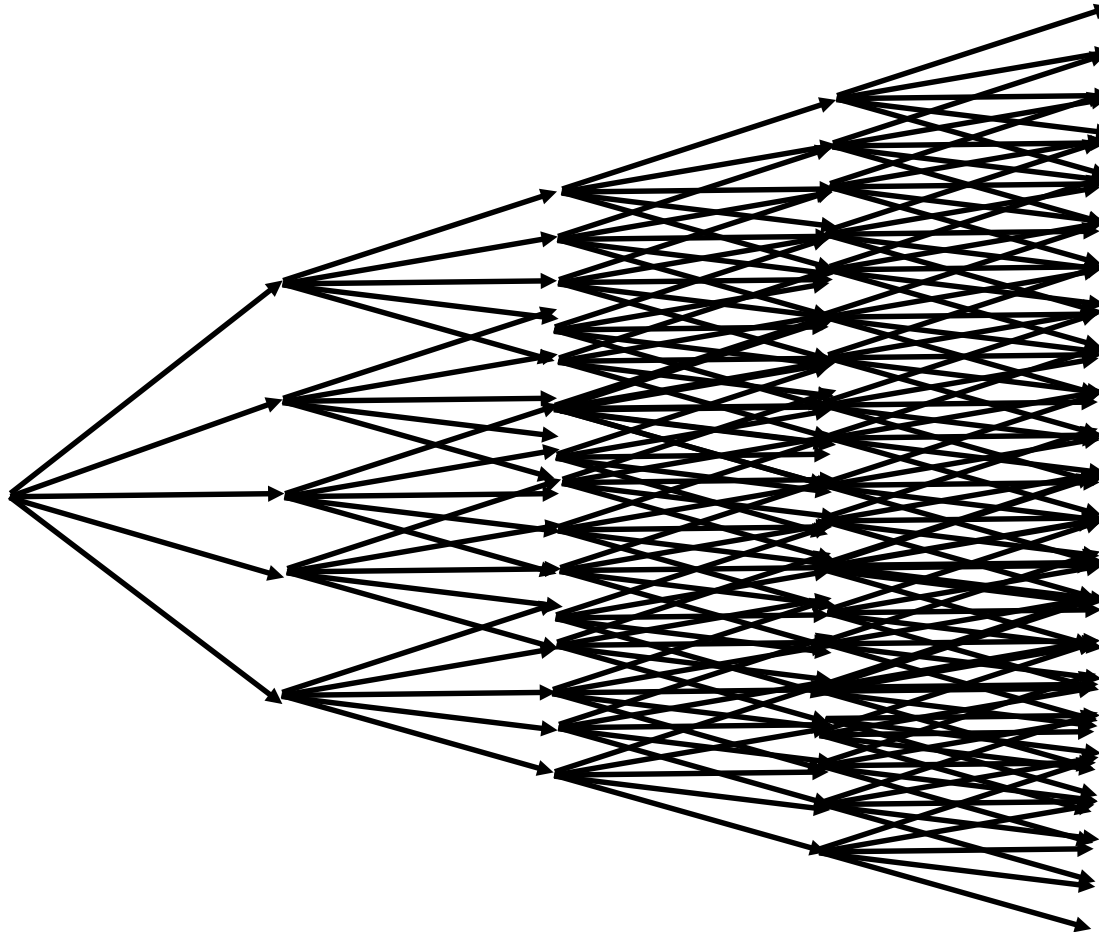
Nested* Monte Carlo

Approximative Berechnung einer Gesamtrisikoverteilung mittels Monte-Carlo-Simulation:



*) Nested = verschachtelt, ineinander geschachtelt

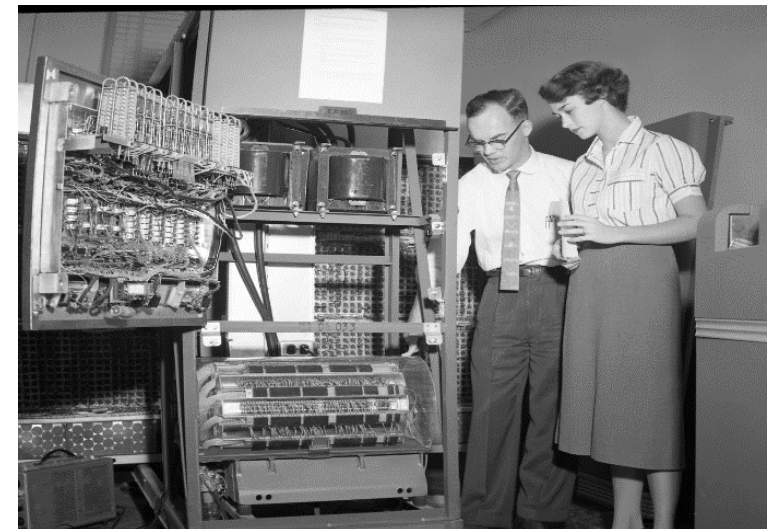
Nested Monte Carlo



Problem:

„Stochastik in der Stochastik“

- Komplexität
- Laufzeit
- Speicherplatz



Magnettrommel-Rechner der Allianz?!

Bildquelle: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:IBM_650_with_front_open.jpg

Praxis

- Zu möglichen Lösungsansätzen in der Praxis
 - ➔ *Vortrag 1: **Thomas Gleixner** „Konvergenz in der Kapitalapproximation für die Lebensversicherung“*

- In der praktischen Anwendung warten zudem weitere Herausforderungen:
 - ❖ Anforderungen an Robustheit und Nachvollziehbarkeit der Modelle / Prozesse
 - ❖ Beschaffung der Inputparameter für die Modelle
 - ❖ Datenqualität (Messung, Verbesserungsmaßnahmen, Umgang mit unzureichender Datenqualität etc.)
 - Diverse einschlägige Vorschriften, z.B. ***Solvency II Rahmenrichtlinie: Artikel 82 „Qualität der Daten und Anwendung von Näherungswerten einschließlich Einzelfallanalysen bei den versicherungstechnischen Rückstellungen“***
 - ➔ *Vortrag 2: **Dr. Beatrice Wollenmann** „Kapitalkonzepte – Erfahrungen aus der Praxis“*