

# Generationensterbetafel Geburtsjahrgang 1987 und Periodensterbetafel 1986/88

Eckart Bomsdorf (Köln)

## 1. Ansatz

Generationensterbetafeln geben das Protokoll der Absterbeordnung eines gegebenen Geburtsjahrgangs wieder. Die Darstellung sollte jedoch nicht nur als a-posteriori-Betrachtung Verwendung finden, sondern auch Auskunft über die Sterbewahrscheinlichkeiten zukünftiger Generationen geben. Diesem Ziel kann eine derartige Sterbetafel aber vor allem aus folgendem Grund nicht dienen: Bis für einen Geburtsjahrgang – etwa des Jahres 1880 – die vollständige Sterbetafel vorliegt, vergeht ein Zeitraum von ca. 100 Jahren; die Sterbewahrscheinlichkeiten z. B. 10jähriger im Jahr 1980 stimmen dann natürlich nicht mit den Sterbewahrscheinlichkeiten 10jähriger nach dieser Tafel überein.

Diesem Problem begegnet man durch die Verwendung von Periodensterbetafeln, bei denen mit einer Querschnittsbetrachtung in einem Zeitraum eines Jahres oder mehrerer Jahre für die Alter von 0 bis 100 Jahren Sterbewahrscheinlichkeiten und daraus dann aktuellere Sterbetafeln ermittelt werden. Beispielsweise kann man aus der Allgemeinen Deutschen Sterbetafel 1986/88 die einjährige Sterbewahrscheinlichkeit 40jähriger in diesem Zeitraum ablesen.<sup>1)</sup> Unter der Annahme der Konstanz der Sterbewahrscheinlichkeiten kann man diese Tabelle somit dazu verwenden, die Lebenserwartung von Personen im Alter  $x$  anzugeben. Diese Annahme wird allerdings von der Wirklichkeit überholt, die Sterbewahrscheinlichkeiten sind nicht stabil, sie nehmen ab, und es spricht nichts dagegen, daß sie dies in der Bundesrepublik auch in Zukunft tun werden.<sup>2)</sup> Es liegt daher nahe, Prognosen für die Entwicklung der Sterbewahrscheinlichkeiten zu geben, wobei verschiedene Ansätze Verwendung finden können.

Ein exponentieller Ansatz zur Berechnung der altersabhängigen Sterbewahrscheinlichkeiten und daraus resultierende Sterbetafeln finden sich bei Bomsdorf und Trimborn (1992). Dort werden Modellrechnungen für zukünftige Sterbetafeln vorgelegt und es wird gleichzeitig ein Pfad für die Entwicklung der Lebenserwartung aufgezeigt. Für die einjährigen – vom erreichten Alter  $x$  in Jahren und vom Jahr  $t$  – abhängigen Sterbewahrscheinlichkeiten  $q_x$  wurde dabei folgende Prognosefunktion zugrundegelegt:

$$q_x(t) = e^{a_x + b_x t} \quad \text{für } x = 0, 1, \dots, 100.$$

Die Parameter  $a_x$  und  $b_x$  wurden für Frauen und Männer getrennt unter Verwendung der Allgemeinen Deutschen Sterbetafeln von 1870/80 bis 1986/88 geschätzt (vgl. Bomsdorf und Trimborn (1992, S. 458 ff.)). Ebenso wie die Sterbetafel 1986/88 für die Bundesrepublik Deutschland stellen die Modellrechnungen keine Generationensterbetafeln dar. Soll z. B. für den Geburtsjahrgang 1987 eine Generationensterbetafel angegeben – besser gesagt geschätzt – werden, so ist dafür die Sterbewahrscheinlichkeit Neugeborener im Jahr 1987, 1jähriger im Jahr 1988, 2jähriger im Jahr 1989 etc. erforderlich. Sofern die

<sup>1)</sup> Zum Verständnis und zur Aussagekraft von Generationensterbetafel und Periodensterbetafel vgl. u. a. Dinkel (1984) und Höhn (1984).

<sup>2)</sup> Zur Problematik der Berechnung von Sterbetafeln für das neue Bundesgebiet vgl. Bomsdorf und Trimborn (1992).

Tabelle 1. Sterbetafel für die Bundesrepublik Deutschland. Modellrechnung für den Geburtsjahrgang 1987. Weibliche Bevölkerung.

Vollendetes Alter x in Jahren	Überlebende im Alter x	Gestorbene im Alter x bis unter x+1	Sterbewahrscheinlichkeit vom Alter x bis x+1	Überlebenswahrscheinlichkeit vom Alter x bis x+1	Von den Überlebenden im Alter x bis zum Alter x+1 durchlebte Jahre	Von den Überlebenden im Alter x insgesamt noch zu durchlebende Jahre	Durchschnittliche Lebenserwartung im Alter x in Jahren
0	100 000	702	0,00701617	0,99298383	99 524	8 441 246	84,41
1	99 298	55	0,00055609	0,99944391	99 271	8 341 721	84,01
2	99 243	37	0,00036983	0,99963017	99 225	8 242 451	83,05
3	99 206	24	0,00024139	0,99975861	99 194	8 143 226	82,08
4	99 183	17	0,00017403	0,99982597	99 174	8 044 031	81,10
5	99 165	15	0,00014750	0,99985250	99 158	7 944 857	80,12
6	99 151	13	0,00013527	0,99986473	99 144	7 845 699	79,13
7	99 137	12	0,00012498	0,99987502	99 131	7 746 556	78,14
8	99 125	12	0,00011728	0,99988272	99 119	7 647 424	77,15
9	99 113	11	0,00011083	0,99988917	99 108	7 548 305	76,16
10	99 102	10	0,00010436	0,99989564	99 097	7 449 198	75,17
11	99 092	10	0,00010182	0,99989818	99 087	7 350 101	74,17
12	99 082	10	0,00010291	0,99989709	99 077	7 251 014	73,18
13	99 072	11	0,00010798	0,99989202	99 066	7 151 937	72,19
14	99 061	12	0,00011953	0,99988047	99 055	7 052 871	71,20
15	99 049	14	0,00014123	0,99985877	99 042	6 953 816	70,21
16	99 035	17	0,00017142	0,99982858	99 027	6 854 774	69,22
17	99 018	20	0,00020101	0,99979899	99 008	6 755 747	68,23
18	98 998	22	0,00022616	0,99977384	98 987	6 656 739	67,24
19	98 976	23	0,00023169	0,99976831	98 964	6 557 752	66,26
20	98 953	22	0,00022381	0,99977619	98 942	6 458 788	65,27
21	98 931	21	0,00021258	0,99978742	98 920	6 359 846	64,29
22	98 910	20	0,00020189	0,99979811	98 900	6 260 926	63,30
23	98 890	19	0,00019412	0,99980588	98 880	6 162 026	62,31
24	98 871	19	0,00018958	0,99981042	98 861	6 063 146	61,32
25	98 852	19	0,00018748	0,99981252	98 843	5 964 285	60,34
26	98 833	19	0,00018810	0,99981190	98 824	5 865 443	59,35
27	98 815	19	0,00019259	0,99980741	98 805	5 766 619	58,36
28	98 796	20	0,00020038	0,99979962	98 786	5 667 813	57,37
29	98 776	21	0,00021082	0,99978918	98 765	5 569 028	56,38
30	98 755	22	0,00022419	0,99977581	98 744	5 470 262	55,39
31	98 733	24	0,00023939	0,99976061	98 721	5 371 518	54,40
32	98 709	25	0,00025560	0,99974440	98 697	5 272 797	53,42
33	98 684	27	0,00027322	0,99972678	98 671	5 174 101	52,43
34	98 657	29	0,00029380	0,99970620	98 643	5 075 430	51,45
35	98 628	31	0,00031827	0,99968173	98 612	4 976 788	50,46
36	98 597	34	0,00034861	0,99965139	98 579	4 878 175	49,48
37	98 562	38	0,00038505	0,99961495	98 543	4 779 596	48,49
38	98 524	42	0,00042650	0,99957350	98 503	4 681 053	47,51
39	98 482	46	0,00047158	0,99952842	98 459	4 582 549	46,53
40	98 436	51	0,00052303	0,99947697	98 410	4 484 090	45,55
41	98 384	57	0,00058260	0,99941740	98 356	4 385 680	44,58
42	98 327	64	0,00064892	0,99935108	98 295	4 287 324	43,60
43	98 263	71	0,00072515	0,99927485	98 228	4 189 029	42,63
44	98 192	79	0,00080845	0,99919155	98 152	4 090 802	41,66
45	98 113	88	0,00089537	0,99910463	98 069	3 992 649	40,69
46	98 025	97	0,00098566	0,99901434	97 976	3 894 581	39,73
47	97 928	106	0,00107931	0,99892069	97 875	3 796 604	38,77
48	97 822	115	0,00117626	0,99882374	97 765	3 698 729	37,81
49	97 707	124	0,00126794	0,99873206	97 645	3 600 964	36,85
50	97 584	135	0,00138668	0,99861332	97 516	3 503 318	35,90

Tabelle 1 (Fortsetzung)

Vollendetes Alter x in Jahren	Überlebende im Alter x	Gestorbene im Alter x bis unter x + 1	Sterbewahrscheinlichkeit vom Alter x bis x + 1	Überlebenswahrscheinlichkeit vom Alter x bis x + 1	Von den Überlebenden im Alter x bis zum Alter x + 1 durchlebte Jahre	Von den Überlebenden im Alter x insgesamt noch zu durchlebende Jahre	Durchschnittliche Lebenserwartung im Alter x in Jahren
51	97 448	147	0,00150684	0,99849316	97 375	3 405 803	34,95
52	97 301	159	0,00163734	0,99836266	97 222	3 308 428	34,00
53	97 142	173	0,00177890	0,99822110	97 056	3 211 206	33,06
54	96 969	188	0,00193508	0,99806492	96 875	3 114 151	32,11
55	96 782	203	0,00210011	0,99789989	96 680	3 017 275	31,18
56	96 578	220	0,00227924	0,99772076	96 468	2 920 595	30,24
57	96 358	239	0,00247864	0,99752136	96 239	2 824 127	29,31
58	96 119	259	0,00268978	0,99731022	95 990	2 727 888	28,38
59	95 861	280	0,00291591	0,99708409	95 721	2 631 898	27,46
60	95 581	304	0,00317644	0,99682356	95 430	2 536 177	26,53
61	95 278	331	0,00347171	0,99652829	95 112	2 440 747	25,62
62	94 947	361	0,00380020	0,99619980	94 767	2 345 635	24,70
63	94 586	394	0,00416367	0,99583633	94 389	2 250 869	23,80
64	94 192	431	0,00457338	0,99542662	93 977	2 156 479	22,89
65	93 762	474	0,00505300	0,99494700	93 525	2 062 503	22,00
66	93 288	523	0,00560640	0,99439360	93 026	1 968 978	21,11
67	92 765	580	0,00625188	0,99374812	92 475	1 875 952	20,22
68	92 185	643	0,00698042	0,99301958	91 863	1 783 477	19,35
69	91 541	714	0,00779937	0,99220063	91 184	1 691 614	18,48
70	90 827	797	0,00877832	0,99122168	90 429	1 600 430	17,62
71	90 030	894	0,00992812	0,99007188	89 583	1 510 001	16,77
72	89 136	1006	0,01128950	0,98871050	88 633	1 420 418	15,94
73	88 130	1142	0,01295759	0,98704241	87 559	1 331 785	15,11
74	86 988	1298	0,01492644	0,98507356	86 339	1 244 226	14,30
75	85 689	1474	0,01719952	0,98280048	84 953	1 157 887	13,51
76	84 216	1678	0,01992136	0,98007864	83 377	1 072 935	12,74
77	82 538	1922	0,02328359	0,97671641	81 577	989 558	11,99
78	80 616	2181	0,02705981	0,97294019	79 525	907 981	11,26
79	78 435	2459	0,03134661	0,96865339	77 205	828 455	10,56
80	75 976	2766	0,03640677	0,96359323	74 593	751 250	9,89
81	73 210	3078	0,04203846	0,95796154	71 671	676 657	9,24
82	70 132	3379	0,04817712	0,95182288	68 443	604 986	8,63
83	66 754	3688	0,05525526	0,94474474	64 909	536 543	8,04
84	63 065	3986	0,06320951	0,93679049	61 072	471 633	7,48
85	59 079	4255	0,07201917	0,92798083	56 951	410 561	6,95
86	54 824	4480	0,08172225	0,91827775	52 584	353 610	6,45
87	50 344	4666	0,09269129	0,90730871	48 010	301 026	5,98
88	45 677	4789	0,10484620	0,89515380	43 283	253 016	5,54
89	40 888	4828	0,11808073	0,88191927	38 474	209 733	5,13
90	36 060	4776	0,13244508	0,86755492	33 672	171 259	4,75
91	31 284	4629	0,14797637	0,85202363	28 969	137 587	4,40
92	26 655	4374	0,16408945	0,83591055	24 468	108 617	4,07
93	22 281	4034	0,18103907	0,81896093	20 264	84 149	3,78
94	18 247	3626	0,19871992	0,80128008	16 434	63 885	3,50
95	14 621	3173	0,21699774	0,78300226	13 035	47 451	3,25
96	11 448	2698	0,23569954	0,76430046	10 099	34 416	3,01
97	8 750	2228	0,25464341	0,74535659	7 636	24 317	2,78
98	6 522	1784	0,27360808	0,72639192	5 630	16 681	2,56
99	4 737	1385	0,29237515	0,70762485	4 045	11 051	2,33
100	3 352	1160	0,34599745	0,65400255	2 772	7 006	2,09

Table 2. Sterbetafel für die Bundesrepublik Deutschland. Modellrechnung für den Geburtsjahrgang 1987. Männliche Bevölkerung.

Vollendetes Alter x in Jahren	Überlebende im Alter x	Gestorbene im Alter x bis unter x+1	Sterbewahrscheinlichkeit vom Alter x bis x+1	Überlebenswahrscheinlichkeit vom Alter x bis x+1	Von den Überlebenden im Alter x bis zum Alter x+1 durchlebte Jahre	Von den Überlebenden im Alter x insgesamt noch zu durchlebende Jahre	Durchschnittliche Lebenserwartung im Alter x in Jahren
0	100 000	925	0,00925273	0,99074727	99 524	7 696 589	76,97
1	99 075	67	0,00067490	0,99932510	99 041	7 597 064	76,68
2	99 008	45	0,00045536	0,99954464	98 985	7 498 023	75,73
3	98 963	31	0,00031689	0,99968311	98 947	7 399 038	74,77
4	98 931	26	0,00026470	0,99973530	98 918	7 300 091	73,79
5	98 905	24	0,00024567	0,99975433	98 893	7 201 172	72,81
6	98 881	23	0,00022806	0,99977194	98 870	7 102 279	71,83
7	98 858	21	0,00020822	0,99979178	98 848	7 003 410	70,84
8	98 838	18	0,00018638	0,99981362	98 829	6 904 562	69,86
9	98 819	17	0,00016785	0,99983215	98 811	6 805 733	68,87
10	98 803	15	0,00015518	0,99984482	98 795	6 706 922	67,88
11	98 787	15	0,00015062	0,99984938	98 780	6 608 127	66,89
12	98 773	15	0,00015425	0,99984575	98 765	6 509 347	65,90
13	98 757	17	0,00017072	0,99982928	98 749	6 410 582	64,91
14	98 740	21	0,00021543	0,99978457	98 730	6 311 833	63,92
15	98 719	29	0,00029707	0,99970293	98 705	6 213 103	62,94
16	98 690	41	0,00041288	0,99958712	98 670	6 114 398	61,96
17	98 649	55	0,00056029	0,99943971	98 622	6 015 729	60,98
18	98 594	70	0,00071298	0,99928702	98 559	5 917 107	60,01
19	98 524	77	0,00078192	0,99921808	98 485	5 818 549	59,06
20	98 447	77	0,00078614	0,99921386	98 408	5 720 064	58,10
21	98 369	75	0,00075761	0,99924239	98 332	5 621 656	57,15
22	98 295	71	0,00071821	0,99928179	98 259	5 523 324	56,19
23	98 224	67	0,00068304	0,99931696	98 190	5 425 065	55,23
24	98 157	64	0,00065209	0,99934791	98 125	5 326 874	54,27
25	98 093	62	0,00062712	0,99937288	98 062	5 228 749	53,30
26	98 031	60	0,00061085	0,99938915	98 001	5 130 687	52,34
27	97 972	59	0,00060457	0,99939543	97 942	5 032 686	51,37
28	97 912	59	0,00060725	0,99939275	97 883	4 934 744	50,40
29	97 853	60	0,00061644	0,99938356	97 823	4 836 861	49,43
30	97 793	62	0,00062934	0,99937066	97 762	4 739 038	48,46
31	97 731	63	0,00064501	0,99935499	97 699	4 641 277	47,49
32	97 668	65	0,00066323	0,99933677	97 636	4 543 577	46,52
33	97 603	67	0,00068583	0,99931417	97 570	4 445 942	45,55
34	97 536	70	0,00071561	0,99928439	97 501	4 348 372	44,58
35	97 466	73	0,00075341	0,99924659	97 430	4 250 871	43,61
36	97 393	78	0,00080093	0,99919907	97 354	4 153 441	42,65
37	97 315	83	0,00085646	0,99914354	97 273	4 056 087	41,68
38	97 232	90	0,00092195	0,99907805	97 187	3 958 814	40,72
39	97 142	97	0,00099873	0,99900127	97 093	3 861 627	39,75
40	97 045	106	0,00108810	0,99891190	96 992	3 764 533	38,79
41	96 939	116	0,00119544	0,99880456	96 881	3 667 541	37,83
42	96 823	128	0,00131990	0,99868010	96 760	3 570 660	36,88
43	96 696	141	0,00146324	0,99853676	96 625	3 473 900	35,93
44	96 554	157	0,00162641	0,99837359	96 476	3 377 275	34,98
45	96 397	175	0,00181407	0,99818593	96 310	3 280 800	34,03
46	96 222	196	0,00203714	0,99796286	96 124	3 184 490	33,10
47	96 026	220	0,00229128	0,99770872	95 916	3 088 366	32,16
48	95 806	246	0,00257089	0,99742911	95 683	2 992 449	31,23
49	95 560	276	0,00288407	0,99711593	95 422	2 896 766	30,31
50	95 284	309	0,00324529	0,99675471	95 130	2 801 344	29,40

Tabelle 2 (Fortsetzung)

Vollendetes Alter x in Jahren	Überlebende im Alter x	Gestorbene im Alter x bis unter x + 1	Sterbewahrscheinlichkeit vom Alter x bis x + 1	Überlebenswahrscheinlichkeit vom Alter x bis x + 1	Von den Überlebenden im Alter x bis zum Alter x + 1 durchlebte Jahre	Von den Überlebenden im Alter x insgesamt noch zu durchlebende Jahre	Durchschnittliche Lebenserwartung im Alter x in Jahren
51	94 975	348	0,00366031	0,99633969	94 801	2 706 214	28,49
52	94 627	391	0,00413264	0,99586736	94 432	2 611 413	27,60
53	94 236	439	0,00465932	0,99534068	94 017	2 516 981	26,71
54	93 797	491	0,00523660	0,99476340	93 552	2 422 964	25,83
55	93 306	546	0,00585693	0,99414307	93 033	2 329 412	24,97
56	92 760	607	0,00654402	0,99345598	92 456	2 236 379	24,11
57	92 153	675	0,00732068	0,99267932	91 815	2 143 923	23,26
58	91 478	744	0,00813398	0,99186602	91 106	2 052 108	22,43
59	90 734	815	0,00897974	0,99102026	90 327	1 961 002	21,61
60	89 919	890	0,00990143	0,99009857	89 474	1 870 675	20,80
61	89 029	970	0,01089679	0,98910321	88 544	1 781 201	20,01
62	88 059	1055	0,01198381	0,98801619	87 531	1 692 658	19,22
63	87 003	1144	0,01314704	0,98685296	86 432	1 605 126	18,45
64	85 860	1235	0,01438382	0,98561618	85 242	1 518 695	17,69
65	84 625	1336	0,01578591	0,98421409	83 957	1 433 453	16,94
66	83 289	1446	0,01736700	0,98263300	82 566	1 349 496	16,20
67	81 842	1559	0,01904409	0,98095591	81 063	1 266 931	15,48
68	80 284	1688	0,02103160	0,97896840	79 439	1 185 868	14,77
69	78 595	1823	0,02319606	0,97680394	77 684	1 106 428	14,08
70	76 772	1970	0,02566141	0,97433859	75 787	1 028 745	13,40
71	74 802	2123	0,02837920	0,97162080	73 741	952 958	12,74
72	72 679	2283	0,03141351	0,96858649	71 538	879 217	12,10
73	70 396	2454	0,03486205	0,96513795	69 169	807 679	11,47
74	67 942	2625	0,03863526	0,96136474	66 629	738 510	10,87
75	65 317	2792	0,04274312	0,95725688	63 921	671 881	10,29
76	62 525	2968	0,04747374	0,95252626	61 041	607 960	9,72
77	59 557	3142	0,05275605	0,94724395	57 986	546 919	9,18
78	56 415	3281	0,05815080	0,94184920	54 775	488 933	8,67
79	53 134	3410	0,06417854	0,93582146	51 429	434 159	8,17
80	49 724	3531	0,07102035	0,92897965	47 958	382 729	7,70
81	46 193	3604	0,07802528	0,92197472	44 391	334 771	7,25
82	42 589	3640	0,08546683	0,91453317	40 769	290 380	6,82
83	38 949	3643	0,09354306	0,90645694	37 127	249 612	6,41
84	35 305	3614	0,10235778	0,89764222	33 498	212 485	6,02
85	31 691	3551	0,11204481	0,88795519	29 916	178 986	5,65
86	28 141	3441	0,12228689	0,87771311	26 420	149 070	5,30
87	24 699	3288	0,13314069	0,86685931	23 055	122 650	4,97
88	21 411	3112	0,14533906	0,85466094	19 855	99 595	4,65
89	18 299	2892	0,15802371	0,84197629	16 853	79 740	4,36
90	15 407	2649	0,17192511	0,82807489	14 083	62 887	4,08
91	12 758	2376	0,18623874	0,81376126	11 570	48 804	3,83
92	10 382	2086	0,20091383	0,79908617	9 339	37 234	3,59
93	8 296	1794	0,21618291	0,78381709	7 400	27 894	3,36
94	6 503	1509	0,23199417	0,76800583	5 749	20 495	3,15
95	4 994	1240	0,24828716	0,75171284	4 374	14 746	2,95
96	3 754	995	0,26496303	0,73503697	3 257	10 372	2,76
97	2 759	778	0,28192414	0,71807586	2 371	7 115	2,58
98	1 982	593	0,29905755	0,70094245	1 685	4 744	2,39
99	1 389	439	0,31624291	0,68375709	1 169	3 059	2,20
100	950	344	0,36261053	0,63738947	778	1 890	1,99

Sterbetafel bis zum Alter von 100 Jahren geht, benötigt man als letzten Wert die Sterbewahrscheinlichkeit 100jähriger im Jahr 2087.<sup>3)</sup> Die genannten Werte sind gerade in den Periodensterbetafeln 1987 bis 2087 enthalten; für diese wurden für Deutschland Modellrechnungen mit Hilfe des oben angegebenen Ansatzes vorgenommen. Die einjährigen Sterbewahrscheinlichkeiten wurden dabei unter Verwendung der exponentiellen Trendfunktion geschätzt. Es resultierten daraus Modellrechnungen für die Periodensterbetafeln bis 2087, aus denen die vom erreichten Alter und vom Geschlecht abhängigen einjährigen Sterbewahrscheinlichkeiten des Geburtsjahrgangs 1987 entnommen wurden und anschließend eine vollständige Sterbetafel für diesen Jahrgang berechnet wurde. Die daraus wie üblich für die weibliche und männliche Bevölkerung getrennt ermittelte Generationensterbetafel des Geburtsjahrgangs 1987 wird in den Tabellen 1 und 2 vorgestellt,<sup>4)</sup> die Resultate werden mit den Werten der Periodensterbetafel 1986/88<sup>5)</sup> verglichen.

## 2. Ergebnisse

Die Sterbewahrscheinlichkeiten der Sterbetafel des Geburtsjahrgangs 1987<sup>6)</sup> stimmen für Neugeborene mit den Werten der Sterbetafel 1986/88 überein, da diese Werte direkt aus der zweiten Tafel stammen.<sup>7)</sup> Für alle anderen Lebensalter ließen sich aufgrund der jeweiligen Exponentialfunktionen die Sterbewahrscheinlichkeiten bestimmen. Mit Hilfe dieser Größen wurde anschließend die altersabhängige fernere Lebenserwartung berechnet.

Die Abbildungen 1 und 2 stellen die Sterbewahrscheinlichkeiten beider Sterbetafeln einander gegenüber. Der halblogarithmische Maßstab ermöglicht es, die altersabhängig stark unterschiedlichen Sterbewahrscheinlichkeiten<sup>8)</sup> in einer Grafik übersichtlich darzustellen. Zu jedem Alter geben die Abstände beider Kurven in Abb. 1 (Abb. 2) Auskunft über die relative Abweichung der Sterbewahrscheinlichkeiten voneinander. Sowohl bei Frauen als auch bei Männern ist diese bei niedrigem und bei hohem Alter geringer als im mittleren Altersbereich.

Die Verteilung der Sterbefälle nach dem Alter wird in den Abbildungen 3 und 4 dargestellt. Bei Frauen und bei Männern findet eine deutliche Verschiebung der Sterbefälle in höhere Alter statt; die Streuung der Sterbefälle ist bei den Männern offenbar größer als bei den Frauen, dies veranschaulichen bereits die Grafiken. Das Alter, in dem die meisten Frauen sterben, beträgt nach der Periodensterbetafel 1986/88 84 Jahre, nach der Jahrgangsterbetafel 1987 89 Jahre<sup>9)</sup>, bei den Männern zeigt sich ein entsprechender Unterschied auf niedrigerem Niveau, 79 Jahren steht ein Wert von 83 Jahren gegenüber.

<sup>3)</sup> Vgl. hierzu auch den – allerdings vergangenheitsbezogenen – Ansatz von Klein (1988) sowie Lühr (1986). Lühr geht ebenfalls von einem exponentiellen Ansatz aus und ermittelt eine Generationensterbetafel für den Geburtsjahrgang 1950. Anschließend berechnet er Verschiebungsparameter, die es gestatten, für beliebige Geburtsjahrgänge Sterbewahrscheinlichkeiten zu bestimmen. Dieses Verfahren baut jedoch auf Modifikationen und vereinfachenden Annahmen auf, die bei der direkten Berechnung von Generationensterbetafeln entfallen.

<sup>4)</sup> Die ermittelten Werte wurden keiner Glättung unterzogen.

<sup>5)</sup> Vgl. Meyer und Paul (1991, S. 234\*ff.).

<sup>6)</sup> Im folgenden kurz Jahrgangsterbetafel 1987 genannt.

<sup>7)</sup> Auf eine monatliche Angabe der Sterbewahrscheinlichkeiten für Neugeborene wird verzichtet, da diese ebenfalls gleich den Werten aus der Sterbetafel 1986/88 gesetzt wurden.

<sup>8)</sup> So beträgt z.B. nach der Sterbetafel 1986/88 die Sterbewahrscheinlichkeit eines 10jährigen 0,00014556, eines 100jährigen 0,38177510.

<sup>9)</sup> Gleichzeitig steigt die Anzahl der im jeweiligen Alter Gestorbenen von 4233 auf 4828 Personen an.

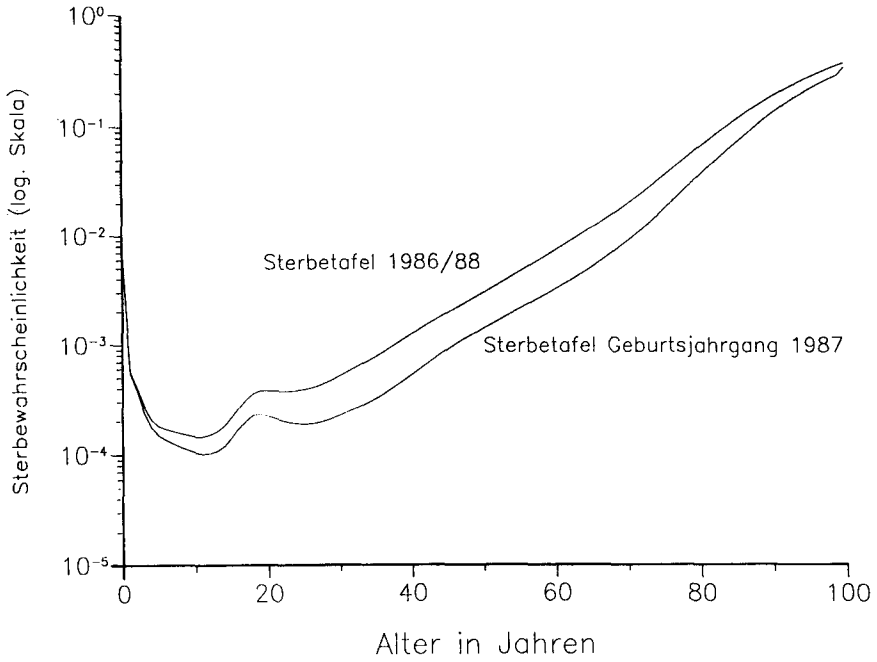


Abbildung 1. Sterbewahrscheinlichkeit in Abhängigkeit vom Alter weibliche Bevölkerung (halb-logarithmische Darstellung)

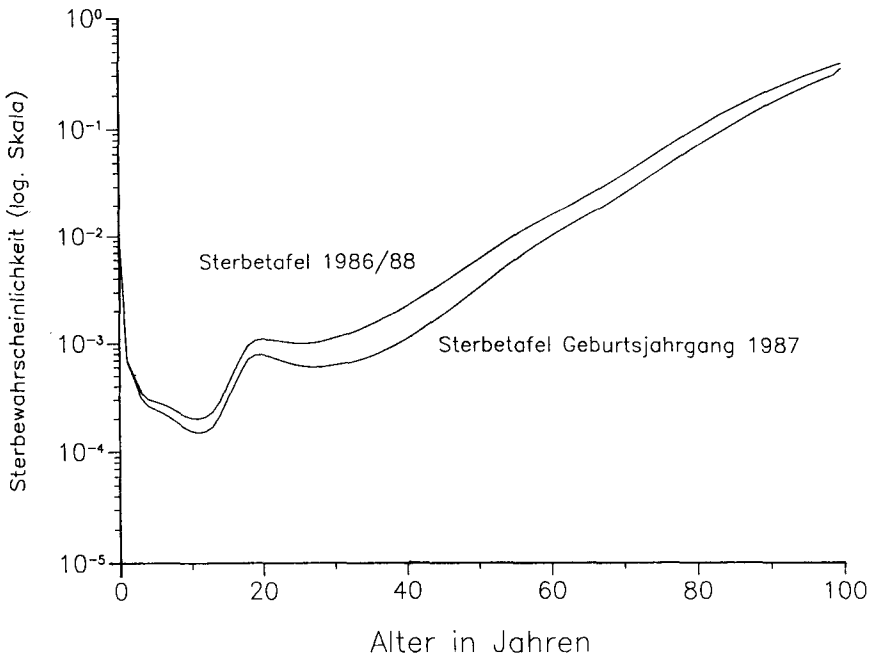


Abbildung 2. Sterbewahrscheinlichkeit in Abhängigkeit vom Alter männliche Bevölkerung (halb-logarithmische Darstellung)

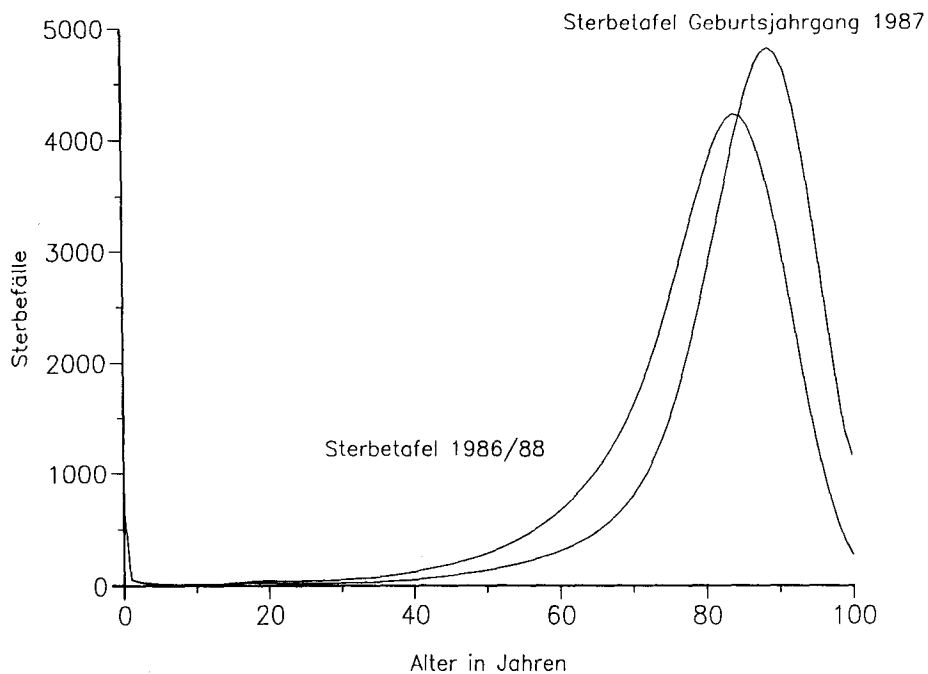


Abbildung 3. Verteilung der Sterbefälle nach dem Alter weibliche Bevölkerung

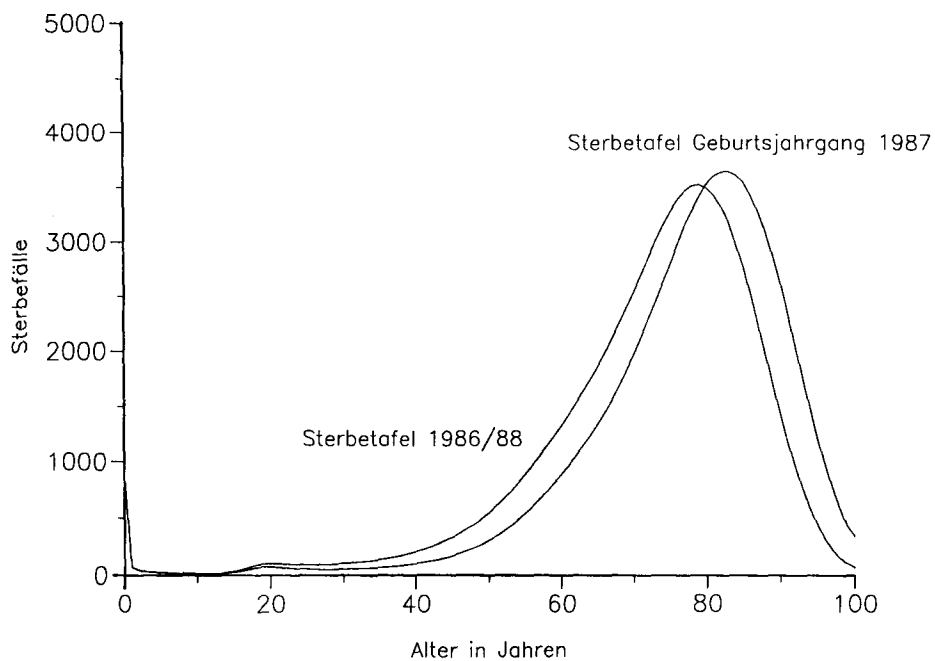


Abbildung 4. Verteilung der Sterbefälle nach dem Alter männliche Bevölkerung



Tabelle 3. Anzahl der Überlebenden nach Alter und Sterbetafel, weibliche Bevölkerung

Von 100 000 Neugeborenen erreichen ein Alter von ... Jahren													
10	20	30	40	50	60	65	70	75	80	85	90	95	100
Sterbetafel 1986/88													
99 072	98 843	98 445	97 683	95 839	91 568	87 586	81 458	71 776	56 641	36 503	16 904	4 794	698
Sterbetafel Geburtsjahrgang 1987													
99 102	98 953	98 755	98 436	97 584	95 581	93 762	90 827	85 689	75 976	59 079	36 060	14 621	3 352

Tabelle 4. Anzahl der Überlebenden nach Alter und Sterbetafel, männliche Bevölkerung

Von 100 000 Neugeborenen erreichen ein Alter von ... Jahren													
10	20	30	40	50	60	65	70	75	80	85	90	95	100
Sterbetafel 1986/88													
98 766	98 285	97 264	95 836	92 473	83 770	76 109	65 511	51 275	34 121	17 688	6 407	1 422	168
Sterbetafel Geburtsjahrgang 1987													
98 803	98 447	97 793	97 045	95 284	89 919	84 625	76 722	65 317	49 724	31 691	15 407	4 994	950

Die Tabellen 3 und 4 geben eine Übersicht über die Anzahl der Überlebenden in Abhängigkeit vom Alter. Es zeigt sich, daß gravierende Änderungen vor allem im Bereich der über 60 Jahre alten Personen auftreten. So ergibt sich bei 80jährigen Frauen nach der Jahrgangsterbetafel 1987 ein gegenüber der Periodensterbetafel 1986/88 um 34 Prozent höherer Wert, bei den 80jährigen Männern liegt die Erhöhung sogar bei 46 Prozent. 50 Prozent der Frauen (Männer) erreichen nach der Jahrgangsterbetafel ein Alter von 87 (80) Jahren, damit liegt dieser Wert um 5 (4) Jahre über dem Wert der Periodensterbetafel.

Zwar stellen diese Berechnungen der Jahrgangsterbetafel 1987 nur Modellrechnungen dar und der lange Zeithorizont läßt die Ergebnisse unsicher erscheinen, daß diese jedoch möglich sind, kann der folgende Vergleich verdeutlichen. Bis zum Alter von 93 Jahren liegt die Anzahl der überlebenden Männer eines Alters nach der Jahrgangsterbetafel immer noch unter der Anzahl der überlebenden Frauen desselben Alters nach der Periodensterbetafel.

Aus den Sterbewahrscheinlichkeiten berechnen sich Lebenserwartungen (vgl. Abb. 5). Die aus der Jahrgangsterbetafel ermittelte gesamte Lebenserwartung von Frauen bzw. Männern steigt gegenüber den Werten der Periodensterbetafel deutlich an, für Neugeborene beträgt sie bei Mädchen bei 84,41 Jahren, bei Knaben 76,97 Jahren, gegenüber Werten von 78,68 bzw. 72,21 Jahren nach der Periodensterbetafel. Auch hier liegen die Werte der Männer der Jahrgangsterbetafel noch weitgehend unter den Werten der Frauen nach der Periodensterbetafel.

### 3. Resümee

Die Lebenserwartung in Deutschland steigt, wie bereits die Entwicklung der Periodensterbetafel in der Vergangenheit zeigte. Die Periodensterbetafel 1986/88 gibt jedoch ver-

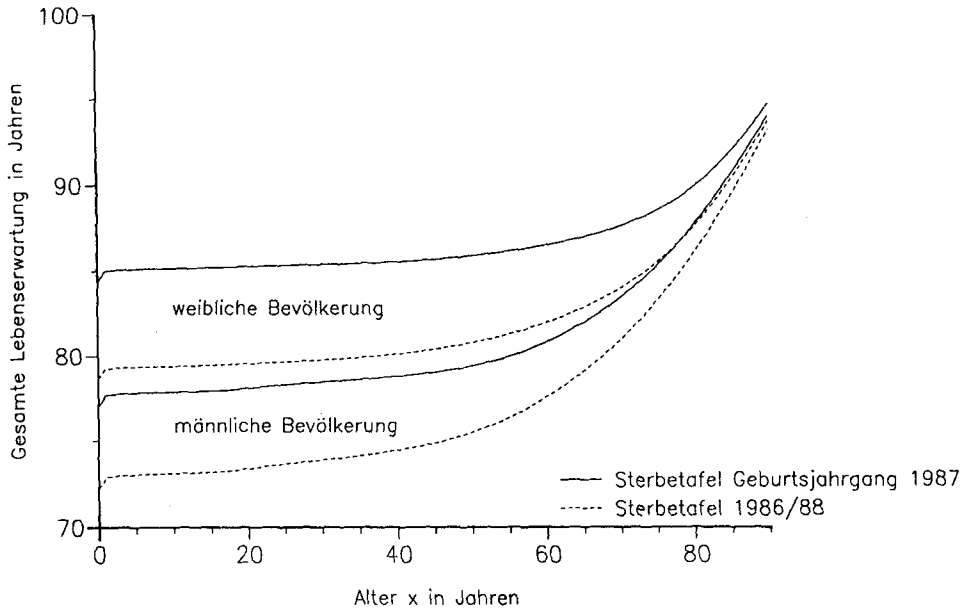


Abbildung 5. Gesamte Lebenserwartung in Jahren für Personen im Alter x

mutlich zu hohe Werte für die Sterbewahrscheinlichkeiten und damit zu niedrige Werte für die Lebenserwartungen an, falls man sie als Ersatz für eine Generationensterbetafel verwendet. Diese Verzerrung wird vermutlich um so größer, je mehr Jahre zukünftiger Entwicklung durch die Tafel angenähert werden sollen. So wird die Zahl der 90jährigen, die dem Geburtsjahrgang 1987 angehören nach der Modellrechnung bei Frauen um 113 Prozent, bei Männern um 140 Prozent über den Werten liegen, die sich nach der Periodensterbetafel 1986/88 ergeben. Dem Einwand, daß diese Zahlen unrealistisch seien, kann auch hier leicht begegnet werden. Die Anzahl der Frauen (Männer), die der Modellrechnung nach vom Jahrgang 1987 mindestens 90 Jahre alt werden, entspricht der Anzahl der Frauen (Männer), die nach der Sterbetafel 1986/88 ungefähr 85 (86) Jahre alt werden. Es zeigt sich hier eine Verschiebung um vier bis fünf Jahre, die es in ähnlicher Weise in der Vergangenheit bei den Periodensterbetafeln gegeben hat.<sup>10)</sup>

Die Veränderungen machen u. a. deutlich, daß Bevölkerungsvorausschätzungen mit stationären Sterbewahrscheinlichkeiten zu einer deutlichen Unterschätzung der Entwicklung der Bevölkerungspyramide in hohem Alter führen. Daraus können sich schwerwiegende Folgen für das soziale System der Altersversorgung ergeben, wenn man bedenkt, daß etwa nach der Jahrgangsterbetafel 1987 die Lebenserwartung von 65jährigen Frauen (Männern) um ca. 23 (33) Prozent über den Vergleichswerten nach der Perioden-

<sup>10)</sup> Die bisherigen Sterbetafeln sind traditionsgemäß auf die Lebensalter von 0 bis 100 Jahren beschränkt; die letzten Periodensterbetafeln und erst recht die Jahrgangsterbetafeln zeigen, daß auch die Zahl der Hundertjährigen stark ansteigt und somit die Tafeln vielleicht bis zum Alter von 110 Jahren fortzuführen wären. Die ausgeglichenen Sterbewahrscheinlichkeiten werden vom Statistischen Bundesamt bereits bis zum Alter von 110 Jahren berechnet (vgl. Meyer und Paul (1991, S. 376)).

sterbetafel 1986/88 liegt. Die der hier vorgelegten Modellrechnung zu entnehmenden Unterschiede zwischen Periodensterbetafel und Generationensterbetafel veranschaulichen ebenso, daß es z. B. für die Berechnung von Lebensversicherungsprämien<sup>11)</sup> bzw. Leibrenten sinnvoll sein kann, auf Modellrechnungen für Periodensterbetafeln oder sogar für Jahrgangsterbetafeln zurückzugreifen, und somit eine geschlechts-, alters- und geburtsjahrgangsabhängige Kalkulation bzw. Vergleichsrechnung unter Berücksichtigung der aktuellen bzw. zu erwartenden Entwicklung vorzunehmen. Eine derartige Betrachtungsweise erfordert für alle Geburtsjahrgänge eigene Sterbetafeln. Mit dem hier dargestellten Ansatz wurden daher für die Geburtsjahrgänge bis 1993 Generationensterbetafeln ermittelt und somit eine mögliche Entwicklung der zukünftigen Sterblichkeit dieser Jahrgänge modelliert (vgl. Bomsdorf (1993)).

#### LITERATURVERZEICHNIS

- Bomsdorf, E.* (1993): Generationensterbetafeln für die Geburtsjahrgänge 1923 bis 1993. Modellrechnungen für die Bundesrepublik Deutschland. Bergisch Gladbach – Köln.
- Bomsdorf, E., und M. Trimborn* (1992): Sterbetafel 2000. Modellrechnungen der Sterbetafel. Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft, S. 457–485.
- Dinkel, R.* (1984): Sterblichkeit in Perioden- und Kohortenbetrachtung. Zeitschrift für Bevölkerungswissenschaft 10, S. 474–500.
- Höhn, C.* (1984): Generationensterbetafeln versus Periodensterbetafeln. In: Putz, F. und K. Schwarz (Hrsg.): Neuere Aspekte der Sterblichkeitsentwicklung. Wiebaden, S. 117–143.
- Klein, T.* (1988): Mortalitätsveränderungen und Sterbetafelzerrungen. Zeitschrift für Bevölkerungswissenschaft 14, S. 49–67.
- Lühr, K.-H.* (1986): Neue Sterbetafeln für die Rentenversicherung. Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik XVII, S. 485–513.
- Meyer, K., und C. Paul* (1991): Allgemeine Sterbetafel 1986/88. Wirtschaft und Statistik, S. 371–381 und S. 234\*–237\*.

#### Zusammenfassung

##### Generationensterbetafel Geburtsjahrgang 1987 und Periodensterbetafel 1986/88

Periodensterbetafeln können nur bedingt Auskunft über die zukünftige Entwicklung von Sterbewahrscheinlichkeit und Lebenserwartung geben. Im vorliegenden Beitrag wird zunächst ein Ansatz vorgestellt, mit dessen Hilfe Generationensterbetafeln für die Geburtsjahrgänge bis 1993 modelliert wurden. Die Notwendigkeit der Verwendung von Generationensterbetafeln wird anschließend exemplarisch anhand eines Vergleichs der für den Geburtsjahrgang 1987 modellierten Generationensterbetafel mit der Periodensterbetafel 1986/88 dargelegt. Die Ergebnisse verdeutlichen, daß Generationensterbetafeln nicht nur die Qualität von Bevölkerungsprognosen steigern, sondern auch im Versicherungswesen, z. B. bei der Lebens- und der Rentenversicherung, bessere Kalkulationsgrundlagen zur Verfügung stellen können.

<sup>11)</sup> An dieser Stelle wird davon abstrahiert, inwieweit Lebensversicherungsprämien frei kalkulierbar sind.

### *Summary*

#### Generation Life Table for 1987 Cohorts and Period Life Table 1986/1988

Period life tables provide only limited information on the future development of mortality probabilities and life expectancies. This paper introduces a method modelling generation life tables for cohorts born until 1993. Subsequently, the necessity to apply generation life tables is demonstrated using a comparison between a modelled generation life table for the 1987 cohorts and the period life table 1986/88.

The presented results suggest that generation life tables not only improve the quality of population forecasting but also provide a better basis of calculation for the insurance branch, for instance in assessing life- and pension insurances.