



DAV

DEUTSCHE  
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Fachgrundsatz der Deutschen Aktuarvereinigung e. V.

## **Risikobewertung langfristiger Garantien**

Hinweis

Köln, 20.12.2017

## **Präambel**

Die Deutsche Aktuarvereinigung (DAV) e. V. hat entsprechend dem Verfahren zur Feststellung von Fachgrundsätzen vom 25. April 2013 den vorliegenden Fachgrundsatz festgestellt.<sup>1</sup> Fachgrundsätze zeichnen sich dadurch aus, dass sie

- aktuarielle Fachfragen behandeln,
- von grundsätzlicher und praxisrelevanter Bedeutung für Aktuare sind,
- berufsständisch durch ein Feststellungsverfahren legitimiert sind, das allen Aktuaren eine Beteiligung an der Feststellung ermöglicht, und
- ihre ordnungsgemäße Verwendung seitens der Mitglieder durch ein Disziplinarverfahren berufsständisch abgesichert ist.

Dieser Fachgrundsatz ist ein *Hinweis*. Hinweise sind Fachgrundsätze, die bei aktuariellen Erwägungen zu berücksichtigen sind, über deren Verwendung aber im Einzelfall im Rahmen der Standesregeln frei entschieden werden kann und die nur aus Grundlagenwissen zu konkreten Einzelfragen bestehen.

## **Anwendungsbereich**

Der sachliche Anwendungsbereich dieser Ausarbeitung umfasst Lebensversicherungsunternehmen. Die Verpflichtung zur Überprüfung gemäß § 141 Abs. 5 Nr. 1 Satz 1 VAG gilt auch für Pensionskassen und Pensionsfonds. Sofern und soweit der Versorgungsträger – wie im Bereich der Lebensversicherung üblich – die Leistungen und Beiträge ohne jede Einschränkung garantiert, kann der Verantwortliche Aktuar hierzu ebenfalls die nachfolgend beschriebenen Methoden heranziehen.<sup>2</sup>

## **Inhalt Hinweises**

Für eine Überprüfung, ob die bilanziellen Risiken bei Lebensversicherungsunternehmen ausreichend gedeckt sind, stehen dem Aktuar eine Reihe von Methoden zur Verfügung. Diese Methoden untersuchen die Auswirkungen adverser Kapitalmarktszenarien auf die die Verpflichtungen bedeckenden Aktiva und ermitteln einen risikobasierten Kapitalbedarf; alle Methoden analysieren kurz- bis mittelfristige Betrachtungszeiträume.

---

<sup>1</sup> Der Vorstand dankt der Arbeitsgruppe *Bewertung von Garantien* des Ausschusses Lebensversicherung ausdrücklich für die geleistete Arbeit, namentlich Dr. Jürgen Bierbaum (Leitung), Dr. Holger Bartel, Nils Dennstedt, Dr. Tobias Dillmann, Wolfgang Engel, Dr. Marcus Keller, Karol Musialik, Dr. Andreas Niemeyer, Dr. Thorsten Pauls, Norbert Quapp, Dieter Rehner, Dr. Jens Winter.

<sup>2</sup> Dieser Fachgrundsatz ist an die Mitglieder der DAV gerichtet; seine sachgemäße Anwendung erfordert aktuarielle Fachkenntnisse. Dieser Fachgrundsatz stellt deshalb keinen Ersatz für entsprechende professionelle aktuarielle Dienstleistungen dar. Aktuarielle Entscheidungen mit Auswirkungen auf persönliche Vorsorge und Absicherung, Kapitalanlage oder geschäftliche Aktivitäten sollten ausschließlich auf Basis der Beurteilung durch eine(n) qualifizierte(n) Aktuar DAV/Aktuarin DAV getroffen werden.

Daneben hat der Aktuar gemäß § 141 Abs. 5 Nr. 1 Satz 1 VAG auch zu prüfen, ob die dauernde Erfüllbarkeit der sich aus den Versicherungsverträgen ergebenden Verpflichtungen jederzeit gewährleistet ist. Seit dem 30. November 2005 steht dem Aktuar zur Einschätzung dieser grundlegenden Frage der Hinweis „Risikobewertung langfristiger Garantien“ als Hilfestellung zur Verfügung. Die vorliegende Ausarbeitung stellt die zweite Aktualisierung dieses Hinweises dar. Insbesondere werden nun die Zinszusatzreserve, das seit dem 1. Januar 2016 gültige VAG und aktualisierte Dokumente zu Solvency II berücksichtigt. Der grundlegende Ansatz, mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen zu überprüfen, ob die Aktiva die Garantien in hinreichend vielen möglichen Szenarien überdecken, bleibt unverändert erhalten. Dies gilt auch für den Ansatz, ausschließlich die im Bestand bereits eingegangenen Garantien (inklusive zugeteilter bzw. verbindlich deklarerter Überschussanteile) zu bewerten (keine Berücksichtigung von Neugeschäft).

### **Verabschiedung, Gültigkeitszeitraum und Erstanwendung**

Dieser Hinweis ist mit der Verabschiedung durch den Vorstand der DAV am 20. Dezember 2017 in Kraft getreten. Er ersetzt den gleichnamigen Hinweis vom 2. Juli 2012.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Ansatz .....</b>	<b>5</b>
<b>2. Anwendungsbereich .....</b>	<b>9</b>
<b>3. Illustration des Verfahrens.....</b>	<b>11</b>
3.1. <i>Beispielhafte Analyse klassischer Lebensversicherungen.....</i>	<i>11</i>
3.2. <i>Beispielhafte Analyse eines Variable Annuity Produktes .....</i>	<i>15</i>
<b>4. Diskussion .....</b>	<b>18</b>
4.1. <i>Interpretation und Aussagekraft des Ansatzes.....</i>	<i>18</i>
4.2. <i>Annahme realistischer Kapitalmarktentwicklungen.....</i>	<i>19</i>
4.3. <i>Verzicht auf Abbildung der HGB-Bilanz .....</i>	<i>20</i>
4.4. <i>Abgrenzung zur Solvency-II-Standardformel.....</i>	<i>21</i>
<b>5. Details der Modellierung.....</b>	<b>23</b>
5.1. <i>Marktwert der Aktiva .....</i>	<i>23</i>
5.2. <i>Marktszenarien .....</i>	<i>25</i>
5.2.1. <i>Marktszenarien für klassische Bestände und Bestände ohne unterjährige dynamische Wertsicherung .....</i>	<i>25</i>
5.2.2. <i>Marktszenarien für Bestände mit unterjähriger dynamischer Wertsicherung.....</i>	<i>28</i>
5.3. <i>Barwert der Garantien.....</i>	<i>28</i>
5.4. <i>Bilanzverkürzung.....</i>	<i>30</i>

## 1. Ansatz

Das Modell konzentriert sich auf die finanzmathematische, kapitalmarktkonforme Bewertung der im Bestand eines Lebensversicherungsunternehmens ausgesprochenen Garantien<sup>3</sup> und der sie bedeckenden Aktiva; es analysiert Kapitalmarktrisiken, die sich aus einer Inkongruenz (Mismatch) der Cash Flows von Garantien und der sie bedeckenden Aktiva ergeben. Hierzu werden der Marktwert der Aktiva und der Barwert der Garantien für eine hinreichend große Zahl von Kapitalmarkt-szenarien konsistent zueinander ermittelt. Ist der Marktwert der Aktiva nach Abzug eines Risikoabschlags größer als der Barwert der Garantien, so sind die Garantien zum Bewertungszeitpunkt hinreichend mit Aktiva bedeckt. Dieser Ansatz weicht von dem von Solvency II ab, da er die zukünftige Überschussbeteiligung der Kunden, die sogenannte Going-concern-Reserve und die zukünftigen Aktionärerträge in Summe als Risikopuffer betrachtet. Dies macht den hier gewählten Ansatz deutlich unabhängiger von Managementregeln<sup>4</sup> und damit transparenter und nachvollziehbarer.

Neben einer anfänglichen Bewertung zum Jahresbeginn wird eine stochastische Bewertung zum Jahresende vorgenommen, die den Einfluss von Kapitalmarktschwankungen auf den finanzmathematischen Wert der Verpflichtungen bzw. der Aktiva misst. Dafür wird eine (stochastische) Real-World-Fortschreibung der Kapitalanlagen vom Jahresbeginn zum Jahresende vorgenommen. Die stochastische Bewertung basiert auf Kapitalmarktszenarien, die mittels Monte-Carlo-Simulation erzeugt werden. Die dabei verwendeten Verteilungsparameter werden mit Hilfe statistischer Verfahren aus historischen Daten geschätzt (vgl. Abschnitt 4.2). Die Solvency-II-Standardformel basiert hingegen auf einem Faktoransatz; wir diskutieren diesen Unterschied ausführlicher am Ende dieses Kapitels und in Abschnitt 4.4. Die garantierten Cashflows werden risikoneutral bewertet, wobei auch Optionen und Garantien der Versicherungsnehmer berücksichtigt werden.

In den folgenden Abschnitten geben wir einen Überblick über die Modellierungsschritte. Weitere Details der Modellierung sind in Kapitel 5 beschrieben.

### *(a) Bewertung zu Jahresbeginn*

Hier werden die Marktwerte der Aktiva und die Barwerte der Garantien auf Basis der aktuellen Kapitalmarktdaten, insbesondere der aktuellen Zinsstrukturkurve<sup>5</sup>, ermittelt. Der Barwert der Garantien ergibt sich als Summe des Marktwertes der Garantien (auf Basis der risikoneutralen Zinsstrukturkurve diskontierte Cash Flows der fixen Garantien) und der Kosten von Optionen

---

<sup>3</sup> Annahmen über zukünftiges Neugeschäft oder eine zukünftige Überschussbeteiligung gehen, entsprechend der Fragestellung, nicht in die Modellierung ein.

<sup>4</sup> Als wichtiges Beispiel sei hier die Modellierung der Überschussbeteiligungspolitik genannt, die im Rahmen von Solvency-II-Modellen erforderlich ist.

<sup>5</sup> Die Verwendung aktueller Kapitalmarktdaten sollte daraufhin geprüft werden, ob (temporäre) Verwerfungen in einzelnen Marktsegmenten vorhanden sind und deshalb eine Anpassung der Zinskurve erfolgen sollte. Vgl. hierzu insbesondere die Anmerkung in Abschnitt 4.2.

und Garantien. Die Differenz von Marktwert der Aktiva und Barwert der Garantien kann als *anfänglicher Puffer* interpretiert werden.

Bei der Bestimmung des Wertes von Optionen und Garantien sind aktuariell vorsichtige Annahmen hinsichtlich des Versicherungsnehmerverhaltens zu Grunde zu legen. Dabei besteht auch die Möglichkeit, finanzrationales Verhalten zu berücksichtigen. Die Bestimmung des Marktwertes der Garantien und der Kosten von Optionen und Garantien wird im DAV-Hinweis „Optionsbewertung“ ausführlich erläutert.

(b) *Stochastische Bewertung zum Jahresende*<sup>6</sup>

Ausgehend von der aktuellen Kapitalmarktsituation werden mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation  $N$  Kapitalmarktszenarien für den Zeitpunkt Jahresende generiert. Die Szenarien simulieren die tatsächliche Entwicklung<sup>7</sup> von Renditen von Aktien und Immobilien, Bewegungen der Zinsstrukturkurve sowie den Wertverlust von Kapitalanlagen durch Adressenausfall.<sup>8</sup> Für jedes dieser Kapitalmarktszenarien werden die Marktwerte der Aktiva und die Barwerte der Garantien berechnet.

Bei der Fortschreibung der Kapitalanlagen zum Jahresende ist ggf. eine veränderte Struktur der Aktiva beispielsweise aufgrund der Auflösung stiller Reserven für die Finanzierung der Zinszusatzreserve/Zinsverstärkung oder der Beteiligung der Versicherungsnehmer an den stillen Reserven zu berücksichtigen.

Bei modernen kapitalmarktnahen Produkten, z. B. bei dynamischen Hybriden oder Variable Annuities, kann es erforderlich sein, den unterjährigen Kapitalmarktverlauf zu simulieren, um dynamisches Hedging oder andere dynamische Wertsicherungsansätze angemessen abbilden zu können.

(c) *Risikoabschlag*

Zusätzlich zu den Kapitalmarktrisiken, die durch die in (b) beschriebenen Szenarien abgebildet werden, ist das Lebensversicherungsunternehmen weiteren Risiken ausgesetzt. Kostenrisiken und biometrische Risiken sind bei der gewählten Modellierung bereits implizit in den Zahlungsströmen der Garantien berücksichtigt. Für sonstige Risiken, wie z.B. das operationale Risiko, wird im Modell ein pauschaler *Risikoabschlag* in Höhe von 0,5% des Barwertes der

---

<sup>6</sup> Bei der Wahl des Zeitraums (1 Jahr) wird unterstellt, dass ein Unternehmen diese Zeit benötigt, um adverse Änderungen der Marktdaten durch Restrukturierung der Kapitalanlagen zu beherrschen.

<sup>7</sup> Mit tatsächlicher Entwicklung ist hier die auf Basis statistischer Schätzungen und Einschätzung von Experten erwartete stochastische Entwicklung der Kapitalmarktdaten („real world“) gemeint. Insbesondere erfolgt also die Fortschreibung der Kapitalmarktdaten nicht risikoneutral, d.h. innerhalb der einjährigen Periode können risikobehaftete Zusatzerträge entstehen.

<sup>8</sup> Die Simulation ließe sich natürlich durch die Hinzunahme weiterer Asset-Klassen erweitern, was aber zu einer Zunahme der Komplexität des Modells führen würde.

Garantien angesetzt.<sup>9</sup> Die Angemessenheit dieses pauschalen Abschlages sollte vom Aktuar plausibilisiert werden.

(d) *Verbleibender Puffer*

Für jedes Kapitalmarktszenario wird der *verbleibende Puffer* bestimmt, indem von der Differenz von Marktwert der Aktiva und Barwert der Garantien der Risikoabschlag subtrahiert wird:

$$\text{Verbleibender Puffer} = \text{Marktwert Aktiva} - \text{Barwert Garantien} - \text{Risikoabschlag} \quad (1)$$

Ein negativer Wert des verbleibenden Puffers bedeutet im Modell eine wirtschaftliche Unterdeckung. Durch „Zählen“ der Szenarien kann ermittelt werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit bei einer gegebenen Struktur von Aktiva und Verpflichtungen zum Jahresende eine wirtschaftliche Unterdeckung eintritt und wie groß diese ist.

(e) *Risikobewertung der langfristigen Garantien:*

Das (Markt-)Risiko der Garantien gilt bei gegebener Struktur der Aktiva (siehe Anmerkung zur Zinszusatzreserve unter (b)) als tolerabel, wenn der verbleibende Puffer aus (d) in mindestens  $(1 - \gamma) \cdot N$  der Fälle positiv, der Marktwert der Aktiva also auch nach Abzug des Risikoabschlages größer als der Barwert der Garantien ist. Der Wert  $\gamma$  entspricht damit der maximal erlaubten Wahrscheinlichkeit einer wirtschaftlichen Unterdeckung. Bei der Wahl von  $\gamma$  sollte konservativ vorgegangen werden.

Die gemäß (e) ermittelte Unterdeckungswahrscheinlichkeit sagt zunächst nichts darüber aus, wie groß der Verlust im Falle der Unterdeckung ist. Da der verbleibende Puffer für alle Szenarien berechnet wird, erlaubt das Modell neben dem simplen, unter den Punkten 2(d) und 2(e) beschriebenen Test weitere Analysen der Risikodisposition der Bestände. Unter anderem sind folgende Anwendungen möglich (für Beispiele siehe die Beschreibung der Simulationsergebnisse in Kapitel 3 und in Anhang 1):

- Analyse, wie die Höhen der Verluste im Fall einer Unterdeckung verteilt sind,
- Identifikation ungünstiger Kapitalmarktszenarien,
- Analyse der Auswirkungen einer Restrukturierung der Aktiva oder von Änderungen von Hedging-Strategien,
- Vergleich der Verteilungen der Gewinne/Verluste von Teilbeständen.

Der skizzierte Modellansatz prüft also im oben beschriebenen finanzmathematischen Sinn die *wirtschaftliche* Erfüllbarkeit der Garantien. Die Modellrechnungen allein reichen jedoch (selbst bei Beibehaltung einer *Run-off*-Betrachtung) nicht

---

<sup>9</sup> Die sonstigen Risiken könnten prinzipiell auch explizit modelliert werden.

aus, um die Frage nach der dauernden Erfüllbarkeit der Verpflichtungen für ein konkretes Lebensversicherungsunternehmen abschließend zu beantworten. Aus der Sicht eines Investors wäre beispielsweise zu prüfen, ob Ergebnisquellen wie Kosten- und Risikogewinne für das konkrete Lebensversicherungsunternehmen im Modell korrekt berücksichtigt sind. Die finanzmathematische Sichtweise des Modells muss zudem von Überlegungen zur bilanziellen Darstellbarkeit der Garantien unterschieden werden. Wir gehen hierauf näher in Abschnitt 4.3 ein.

Der faktorbasierte Ansatz der Solvency-II-Standardformel ermittelt anders als das hier vorgestellte Modell Faktoren (in der Regel auf Basis von Verteilungsannahmen), mit denen sich abschätzen lässt, wie sich die jeweiligen Risikoträger (wie etwa die Marktwerte einzelner Asset-Klassen) unter dem Einfluss einzelner Risiken im ungünstigsten Fall bei vorgegebenem Sicherheitsniveau verändern. Durch Aggregation dieser Faktoren wird ein risikobasierter Kapitalbedarf (Solvabilitätsanforderung) bestimmt. Eine Analyse, wie die Höhen der Verluste im Fall der Unterdeckung verteilt sind, oder eine Identifikation ungünstiger Kapitalmarktszenarien ist auf Basis dieses Ansatzes nicht möglich.



## 2. Anwendungsbereich

Das vorgestellte Modell zur Überprüfung der dauernden Erfüllbarkeit der sich aus den Versicherungsverträgen ergebenden Verpflichtungen zielt auf die Risikobewertung langfristiger finanzieller Garantien ab, welche bereits im Bestand vorhanden sind.

Neben klassischen Versicherungsprodukten, die bereits in der ersten Fassung dieses Hinweises ausführlich betrachtet wurden, betrifft die Risikobewertung langfristiger finanzieller Garantien offensichtlich auch fondsgebundene Produkte mit Garantien wie z. B. (statische und dynamische) Hybridprodukte, fondsgebundene Produkte auf Basis von Garantiefondskonzepten und Variable Annuities. Für diese kapitalmarktnahen Produkte ist i.d.R. eine genaue Beschreibung der anzuwendenden Methodik auf Grund der Vielfalt der Produktausgestaltungen schwierig. Aus diesem Grund ist für fondsgebundene Produkte mit langfristigen finanziellen Garantien ein prinzipienbasierter Ansatz sinnvoll. Wie bei den klassischen Produkten muss dabei sichergestellt werden, dass die spezifischen Produktcharakteristika in ausreichendem Maße erfasst sind.

Das wesentliche Ziel der Betrachtung ist die Einschätzung der Situation aus ökonomischer Sicht nach einem Jahr. Um die langfristigen finanziellen Garantien von fondsgebundenen Produkten<sup>10</sup> hinreichend berücksichtigen zu können, sind folgende Aspekte in angemessener Weise zu beachten:

- Aktuarielle Angemessenheit der Modellierung
  - Das Bewertungsmodell für derartige Produkte muss das Wesen und die konkrete Struktur der Produkte und der Garantien aktuariell angemessen berücksichtigen und eine realistische Einschätzung des Risikos für das Versicherungsunternehmen ermöglichen.
- Stochastische Modellierung
  - Für derartige Produkte ist der Barwert der Garantien i.d.R. durch stochastische Bewertung zu ermitteln.
  - Das Kapitalmarktmodell muss alle relevanten finanziellen Risikofaktoren abbilden.
  - Approximationen sind dann zulässig, wenn sie aus aktuarieller und finanzmathematischer Sicht eine hinreichend angemessene und vorsichtige Einschätzung des Marktwerts der Verpflichtungen liefern.
  - Aufgrund der oftmals sehr hohen Komplexität stochastischer Berechnungen und des damit einhergehenden sehr hohen Zeit- bzw. Rechenaufwandes ist eine hinreichend genaue Abbildung des zu modellierenden Bestandes durch repräsentative Model Points legitim.

---

<sup>10</sup> Nachfolgend wird „fondsgebundenen Produkte“ stets synonym für fondsgebundene Produkte mit langfristigen finanziellen Garantien verwendet, da nur diese im Rahmen des Hinweises relevant sind.

- Realistische Annahmen
  - Bei der Bewertung der langfristigen Garantien sind in der Praxis verankerte Absicherungsmechanismen (z. B. Hedging, Garantiegebühren) möglichst realitätsnah zu berücksichtigen.
  - Bei der Bewertung sind realistische Managementregeln und ein realistisches Versicherungsnehmerverhalten zugrunde zu legen.
- Konsistenz
  - Die Modellierung für fondsgebundene Produkte muss konsistent zur Modellierung der klassischen Produkte erfolgen.
  - Insbesondere sind dabei wesentliche Abhängigkeiten zu berücksichtigen (z.B. bei dynamischen Hybridprodukten).
  - Vorhandene Risikopuffer dürfen nicht mehrfach berücksichtigt werden.
- Materialität und Praktikabilität
  - Generell sind für das Bewertungsmodell derartiger Produkte die ökonomische Relevanz der Risiken für das Unternehmen und die Praktikabilität des Modells in der Praxis zu beachten.

Mögliche Konsequenzen, die sich in Abhängigkeit von den vorhandenen Produkten und deren konkreter Ausgestaltung für die Modellierung ergeben können, sind:

- Erweitertes Kapitalmarktmodell, z. B. zur Bewertung aller Assets eines Hedge-Portfolios
- Weitere Risikofaktoren, z. B. implizite Volatilitäten
- Feinere unterjährige Entwicklung der Kapitalmarktszenarien, z. B. monatliche Entwicklung zur Fortschreibung eines Hedge-Portfolios oder der Berücksichtigung des sog. Overnight Risk bei „80-Prozent-Zusagen“ des Versicherers.

Außerdem ist im Hinblick auf das Prinzip der Materialität und Praktikabilität zu prüfen, ob ggf. Approximationen angemessen sind. Beispielsweise kann ein deterministischer Bewertungsansatz für die Verpflichtungen möglich sein (z. B. Put-Preis-Proxy im Fall endfälliger Garantien gegen Einmalbeitrag) oder wie oben erwähnt, das Erfordernis der Abbildung des Bestandes durch repräsentative Model Points zur Reduktion des Rechenaufwands.

### 3. Illustration des Verfahrens

Wir fassen in diesem Kapitel die wichtigsten Ergebnisse von Simulationsrechnungen zusammen, die wir durchgeführt haben, um die Anwendung des Modells zu illustrieren. Die verwendeten Kapitalmarktdaten sind notwendigerweise nicht aktuell; dies beeinträchtigt die qualitative Analyse der Ergebnisse und die Darstellung der verwendeten Methode jedoch nicht. In Abschnitt 3.1 wird ein Beispielbestand klassischer Lebensversicherungsverträge untersucht, während Abschnitt 3.2 eine Analyse für ein einfaches Variable-Annuity-Produkt enthält.

#### 3.1. Beispielhafte Analyse klassischer Lebensversicherungen

Diese Simulationsrechnungen werden ausführlicher in Anhang 1 dargestellt.<sup>11</sup> Die simulierten Bestände eines Musterunternehmens bestehen aus<sup>12</sup>

- Kapitallebensversicherungen, reguliert (mit garantierten Rückkaufswerten),
- Kapitallebensversicherungen, dereguliert (ohne garantierte Rückkaufswerte),
- aufgeschobenen Renten (reguliert und dereguliert),
- laufende Renten (reguliert und dereguliert).

Das betrachtete Kapitalanlageportfolio besteht aus

- Aktien (15%),
- Pfandbriefen, Darlehen und Hypotheken (80%),
- Immobilien (5%).

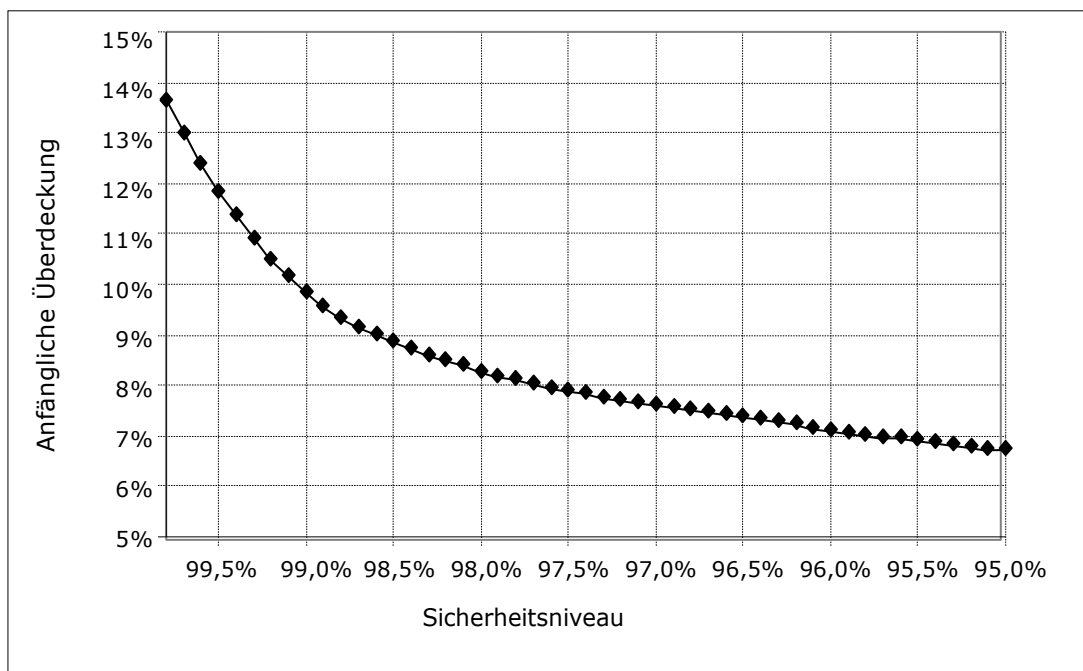
Es sei  $A_0$  der Marktwert der Aktiva zu Jahresbeginn,  $P_0$  der Barwert der Garantien zu Jahresbeginn.<sup>13</sup> Die *anfängliche Überdeckung* ist durch  $x = A_0/P_0 - 1$  gegeben. Der anfängliche Puffer  $x \cdot P_0$  lässt sich als verfügbare Eigenmittel interpretieren. In der folgenden Graphik ist für das Musterunternehmen die anfängliche Überdeckung dargestellt, die benötigt wird, um ein gewünschtes Sicherheitsniveau  $1 - \gamma$  zu erreichen. Offensichtlich hängt die Risikobewertung langfristiger Garantien wesentlich von der Höhe der anfänglichen Überdeckung ab.

---

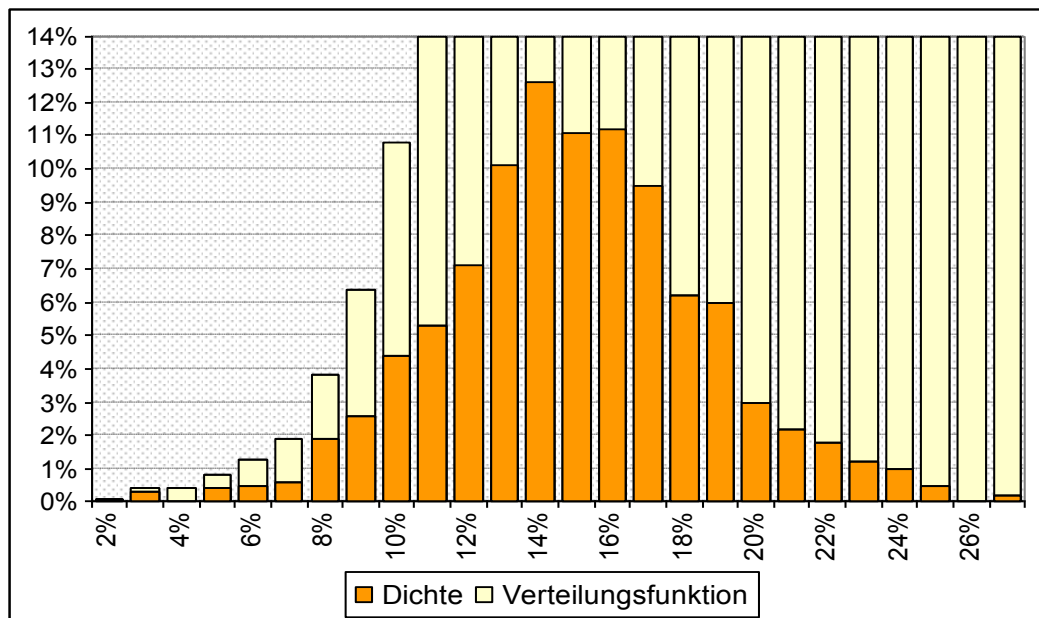
<sup>11</sup> Für diese Simulationsrechnungen wurden  $N = 1.000$  Kapitalmarktszenarien generiert. Für einzelne Bestände wurden auch Simulationsrechnungen mit  $N = 10.000$  Kapitalmarktszenarien durchgeführt. Die hier vorgestellten Ergebnisse erwiesen sich dabei als qualitativ und grundsätzlich auch quantitativ stabil. Grundsätzlich sollte der Verantwortliche Aktuar prüfen, welche Szenarienzahl für das Unternehmen angemessen ist.

<sup>12</sup> Nicht modelliert sind AVmG-Verträge, Risikolebensversicherungen oder Berufsunfähigkeitsversicherungen. Die Unterteilung der Kapitallebensversicherungen in regulierte bzw. deregulierte Tarife entspricht im simulierten Bestand einer Aufteilung nach Tarifen mit garantierten Rückkaufswerten bzw. Tarifen ohne garantierte Rückkaufswerte.

<sup>13</sup> ausführlicher beschrieben in den Abschnitten 5.1, 5.3 und 5.4



Die nächste Graphik zeigt die Verteilung des (am Jahresende) verbleibenden Puffers des Musterunternehmens für eine anfängliche Überdeckung von  $x = 15\%$ , wobei die Abszisse auf Einheiten bezüglich  $P$  skaliert ist. Die Höhe eines Balkens gibt die relative Häufigkeit von Szenarien an, in denen der Wert auf der Abszisse genau erreicht wird (Dichte) bzw. höchstens erreicht wird (Verteilungsfunktion).<sup>14</sup>



<sup>14</sup> Einen Wert von 10% bekommen beispielsweise alle Szenarien zugewiesen, in denen der verbleibende Puffer größer als 9% und kleiner oder gleich 10%, bezogen auf  $P$ , ist.

Die Graphik zeigt unter anderem, dass der verbleibende Puffer in mehr als 10% der Szenarien höchstens 10% von  $P_0$  beträgt, d. h. in diesen Szenarien wird mindestens ein Drittel des anfänglichen Puffers  $x \cdot P_0 = 15\% \cdot P_0$  verbraucht.

Die Risikobewertung wurde unter verschiedenen (realistischen) Annahmen an die anfängliche Überdeckung durchgeführt, nämlich für die Fälle  $A_0 = (1 + x) \cdot P_0$ , mit  $x \in \{5\%, 15\%, 25\%\}$ . Die Unterdeckungswahrscheinlichkeiten sind erwartungsgemäß umso größer, je geringer der Wert von  $x$  ist.

Der Risikoabschlag (vgl. Kapitel 1) wurde auf den Beständen des Musterunternehmens mit  $0,005 \cdot P_0$  angesetzt. Die Angaben von Quantilen bezieht sich im Folgenden auf die Verteilung des am Jahresende verbleibenden Puffers  $A_1 - P_1 - \text{Risikoabschlag}$ , wobei die Zufallsgrößen  $A_1$  bzw.  $P_1$  die gemäß der stochastischen Kapitalmarktszenarien am Jahresende veränderten Werte von Aktiva und Garantien (diskontiert auf den Jahresbeginn) bezeichnen.

Neben dem Musterunternehmen wurden auch die vier Teilbestände betrachtet. Bei der Interpretation der Ergebnisse sind die Einflüsse der folgenden „Normierungen“ zu beachten:

- Die Struktur der Kapitalanlagen entspricht jeweils (aus Gründen der Veranschaulichung) der Struktur der Kapitalanlagen des gesamten Unternehmens. Bei einer Anpassung der Struktur der Kapitalanlagen an die Struktur der Teilbestände (z. B. höhere Duration festverzinslicher Titel bei aufgeschobenen Renten) verringert sich die Höhe der benötigten anfänglichen Überdeckung.
- Die gleiche anfängliche Überdeckung  $x$  impliziert je nach Teilbestand verschiedene „bilanzielle“ Überdeckungen, d. h. unterschiedliche Verhältnisse von Marktwert der Aktiva zu Deckungsrückstellung. Dies liegt daran, dass der Barwert der Garantien wesentlich von der Duration<sup>15</sup> der Garantien und der Gestaltung von Rückkaufswerten abhängt. Der Barwert sinkt mit der Duration der Garantien, während er durch garantierte Rückkaufswerte erhöht wird. Bei garantierten Rückkaufswerten in Höhe der Deckungsrückstellung ist die anfängliche Überdeckung nie größer als die bilanzielle Überdeckung, weil in den Berechnungen der Barwert der Garantien durch Maximierung mit dem garantierten Rückkaufswert bestimmt wurde. Dies entspricht einer besonders vorsichtigen Modellierung des Rückkaufsrisikos.<sup>16</sup>

### *Regulierte Kapitallebensversicherungen mit garantierten Rückkaufswerten*

In den Fällen  $x = 0,15$  und  $x = 0,25$  reicht die Überdeckung aus, um die Finanzierbarkeit der Garantien in mehr als 99% der Szenarien zu gewährleisten. Im Fall  $x = 0,05$  ist die Finanzierbarkeit dagegen nur in knapp 91% der Szenarien gegeben. Die meisten der extrem ungünstigen Szenarien sind durch einen starken Zins-

---

<sup>15</sup> Mit „Duration“ bezeichnen wir hier stets den Absolutwert der modifizierten Duration.

<sup>16</sup> In Anhang 1 analysieren wir die unterschiedliche Situation bei Verträgen mit garantierten Rückkaufswerten bzw. ohne garantierte Rückkaufswerte ausführlicher.

anstieg in Kombination mit mäßigen bis sehr großen Verlusten auf Aktien charakterisiert. Außerdem finden sich Szenarien mit geringer Zinserhöhung aber sehr großen Aktienverlusten unter den extremen Szenarien.

#### *Deregulierte Kapitallebensversicherungen ohne garantierte Rückkaufswerte*

Bei  $x = 0,15$  ist weder das 1%- noch das 5%-Quantil positiv, während für  $x = 0,25$  die wirtschaftliche Erfüllbarkeit der Garantien mit 99,4% Wahrscheinlichkeit gewährleistet ist. Die extremen Szenarien sind durch einen starken Zinsabfall charakterisiert, wobei die Wertentwicklung der Aktien eine untergeordnete Rolle spielt.

#### *Aufgeschobene Renten*

Die Ergebnisse sind noch ungünstiger. Selbst das 5%-Quantil ist erst ab  $x = 0,319$  größer als Null. Auch hier ist das Abfallen der Zinssätze das klar dominierende Risiko.

#### *Laufende Renten*

Für diese Versicherungen ist das Ergebnis viel günstiger: Bei  $x = 0,15$  ist das 1%-Quantil deutlich positiv. Die meisten der extremen Szenarien werden auch hier durch niedrige Zinssätze charakterisiert, allerdings ausschließlich in Kombination mit negativen Aktienrenditen. Allerdings gibt es auch extreme Szenarien mit geringem Zinsanstieg und gleichzeitiger sehr schlechter Aktienperformance.

### **Interpretation der Ergebnisse**

Die Ergebnisse zeigen, dass die einzelnen Teilbestände eine unterschiedliche Risikodisposition aufweisen. Generell gilt, dass eine Zinsänderung sich umso stärker auf den Barwert einer Zahlung auswirkt, je weiter diese in der Zukunft liegt. Eine Zinserhöhung senkt den Barwert, während eine Zinssenkung den Barwert erhöht.

Betrachten wir zunächst die regulierten Tarife, die sich durch die garantierten Rückkaufswerte von den anderen Teilbeständen unterscheiden. Eine starke Zinserhöhung senkt den Wert der Kapitalleistung bei Fälligkeit, so dass die hohen garantierten Rückkaufswerte attraktiv sind und im Modell wie ein frühzeitiges Storno bewertet werden. Zusätzlich führt eine Zinserhöhung zu einem Wertverfall auf der Aktivseite. Damit ist erklärt, warum Szenarien mit starkem Zinsanstieg ungünstig sind. Außerdem haben die regulierten Tarife eine relativ geringe Duration, was erklärt, warum eine Zinssenkung nicht ungünstig ist.

Die Duration der deregulierten Kapitaltarife und der aufgeschobenen Renten ist viel höher als die Duration der Kapitalanlagen, weshalb hier eine Zinssenkung das dominierende Risiko ist. Selbst sehr hohe Aktienrenditen von über 25% können den negativen Effekt einer starken Zinssenkung wegen der dominierenden Rolle der Zinsträger im Kapitalanlagenportfolio bei weitem nicht kompensieren!

Bei laufenden Renten spielt dagegen die Aktienrendite eine wichtigere Rolle, weil ihre Duration sich nicht so stark von der Duration des Anlageportfolios unterscheidet. Durch den geringen „Durationshebel“ sind die Wertverluste in extremen Szenarien hier auch viel weniger dramatisch als bei den Teilbeständen mit hoher Duration.

Zusammenfassend lassen sich die Ergebnisse folgendermaßen charakterisieren:

- Bei Teilbeständen mit (hohen) garantierten Rückkaufswerten oder geringer Duration ist ein Zinsanstieg das wichtigste Risiko, bei hoher Aktienquote auch ein Crash des Aktienmarktes. Kommt es bei einem starken Zinsanstieg zu einer Stornowelle, so sind große akute Verluste möglich.
- Bei Teilbeständen mit langen Restlaufzeiten ist eine Zinssenkung wegen des großen „Durationshebels“ das entscheidende Risiko. Bleiben die Zinsen dauerhaft auf einem niedrigen Niveau, so erhöht sich der ökonomische Verlust im Laufe der Zeit immer mehr.

In den vorangehenden Abschnitten haben wir analysiert, warum die verschiedenen Teilbestände unterschiedlich auf Veränderungen der Kapitalmärkte reagieren und als wesentliches Kriterium die Duration und das Vorhandensein garantierter Rückkaufswerte identifiziert. Die Zusammensetzung des Bestandes eines Versicherungsunternehmens ist also entscheidend für seine Risikocharakteristik.

In Anhang 1 werden einige Risikomaße für verschiedene idealtypische Bestände eines schnell (langsam) wachsenden Unternehmens bei fester Struktur der Kapitalanlagen dargestellt. Dabei zeigt sich, dass die Wahrscheinlichkeit einer Unterdeckung für ein schnell wachsendes Unternehmen besonders groß ist, was eine Folge der hohen Duration seines Bestandes ist. Dieses Ergebnis ist allerdings insofern zu relativieren, als das Risiko durch ein stärkeres Asset-Liability-Matching verringert werden könnte. Dabei ist wiederum das Stornorisiko bei garantierten Rückkaufswerten zu berücksichtigen, das mit der modifizierten Duration der Kapitalanlagen ansteigt.

### **3.2. Beispielhafte Analyse eines Variable Annuity Produktes**

In diesem Abschnitt wird der vorher diskutierten klassischen Lebensversicherung ein „modernes“ Lebensversicherungsprodukt gegenübergestellt. Beispielhaft wird die Verteilung des nach einem Jahr verbleibenden Puffers für ein delta-gehedgtes Variable Annuity Produkt (VA) dargestellt. Ein Zinshedge wurde nicht abgebildet, um das Zinsrisiko vor Hedging plastischer darstellen zu können.

Es werden folgende Annahmen verwendet:

- Ausgestaltung der VA als GMAB-Produkt, d.h. als Anlage eines Einmalbeitrags ( $EB = 10.000 \text{ €}$ ) in einen Fonds mit Anteilswert  $F$  mit endfälliger Garantie des Einmalbeitrags bei 20 Jahren Laufzeit. Das Auszahlungsprofil nach 20 Jahren aus Sicht des Kunden lautet also<sup>17</sup>

---

<sup>17</sup> Wie üblich bezeichnet hier  $a^+$  den Positivteil einer Zahl  $a$ .

$$\max(F_{20}, EB) = F_{20} + (EB - F_{20})^+.$$

- Die darin enthaltene europäische Put-Option mit Auszahlung  $(EB - F_{20})^+$  wird vermöge eines täglichen Delta-Hedgings gemäß Black-Scholes abgesichert. Dies bedeutet, dass die Option mit Hilfe eines sogenannten Hedge-Portfolios repliziert wird, das aus Geldmarkt- und Fondseinheiten besteht. Dabei wird beim „Delta-Hedge“ die Zusammensetzung über die dynamische Kennziffer „Delta“ gesteuert, die angibt, wie der Optionswert auf Änderungen des Fondswertes reagiert.<sup>18</sup>
- Ein Zins-Hedge wird nicht durchgeführt. Hieraus resultiert ein Zinsänderungsrisiko, da neben der stochastischen Entwicklung des Fondspreises auch die Zinsentwicklung einer stochastischen Dynamik folgt. Mit der durch die Simulation nach einem Jahr erhaltenen Zinsstruktur wird die bestehende Option einer Neubewertung unterzogen
- Das initiale Pricing und damit die Festlegung der Garantiegebühren erfolgt aktuariell vorsichtig, indem die Put-Option mit einer Volatilität bewertet wird, die höher als die (implizite) Marktvolatilität ist. Dies führt zu einem anfänglichen Puffer in Höhe von 3,57% des Einmalbeitrags.
- Die Modellparameter sind im Einzelnen:

- Als Zinsmodell wird das 1-Faktor-Hull-White-Modell für die short rate  $s_t$  zur Zeit  $t$ , beschrieben durch die stochastische Differentialgleichung

$$ds_t = a(\theta(t) - s_t)dt + \sigma dW_t$$

mit einer Volatilität  $\sigma = 0,9\%$  und einer Mean-Reversion-Geschwindigkeit  $a = 7\%$ , verwendet. Die Funktion  $\theta$ , die den zeitlichen Verlauf des Mean-Reversion-Niveaus der short rate parametrisiert, wurde durch Kalibrierung an ein-, fünf- und zehnjährige zero rates bestimmt, wobei mittels des Nelson-Siegel-Ausgleichsverfahrens eine anfängliche Zinsstruktur generiert wurde.

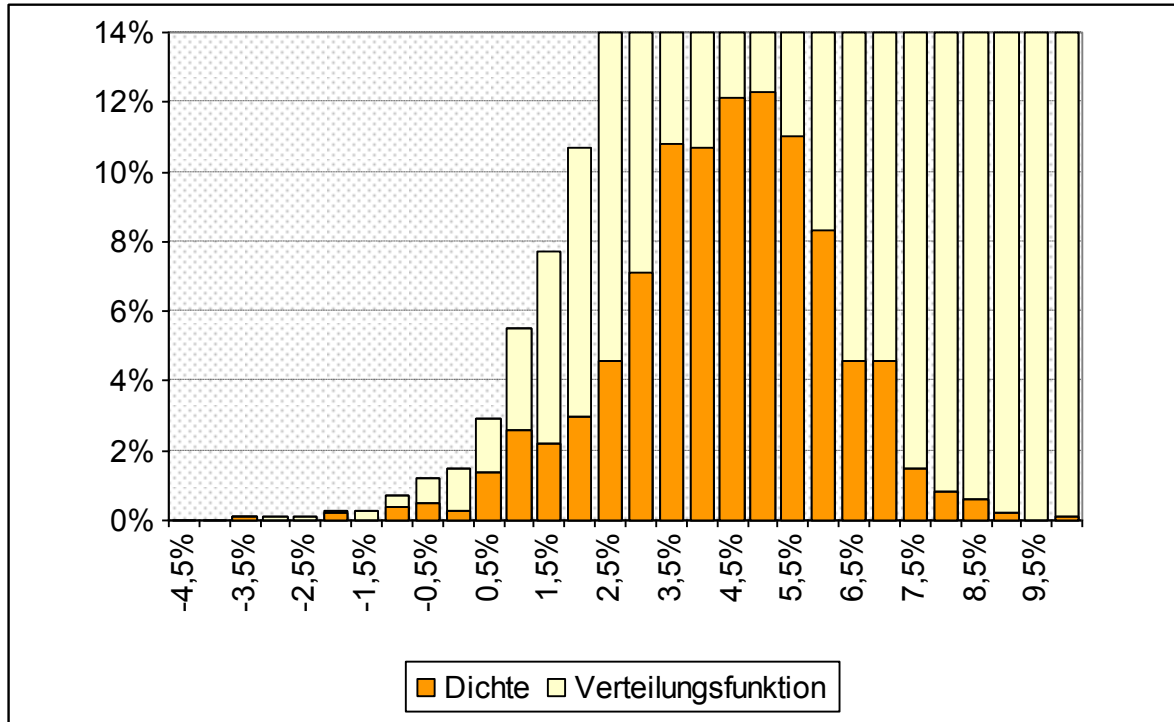
- Für das initiale Pricing des Puts wird eine Volatilität des Underlyings von 25% verwendet, sowie ein 20-jähriger Zins von 4,56% aus der anfänglichen Zinsstruktur.
- Die Neubewertung nach einem Jahr wird mit den durch die Simulation erzeugten laufzeitkonsistenten (d.h. 19-jährigen) Zinssätzen durchgeführt.
- Die Pfade des Underlyings werden mit einer Volatilität von 20% simuliert, wobei 1,5% p.a. als fondstypische Managementgebühren entnommen werden.
- Die Simulation erfolgt mit einem Schritt pro Handelstag, d. h. in 250 Schritten pro Jahr, für 1.000 Simulationsläufe.

---

<sup>18</sup> vgl. Hull, Section 17.4



Die Graphik zeigt die Verteilung des nach einem Jahr verbleibenden Puffers. Dabei ist auf der Abszisse der Puffer nach einem Jahr in % des Einmalbeitrags aufgetragen. Wie vorher gibt die Höhe eines Balkens die relative Häufigkeit von Szenarien an, in denen der Wert auf der Abszisse genau erreicht wird (Dichte) bzw. höchstens erreicht wird (Verteilungsfunktion).



Die Graphik zeigt zum einen, dass es trotz Hedging in ca. 1,5% der Szenarien zu einer wirtschaftlichen Unterdeckung kommt. Zum anderen lässt sich beispielsweise ablesen, dass der verbleibende Puffer in mehr als 10% der Szenarien höchstens 2,0% des Einmalbeitrags beträgt; in diesen Szenarien wird also mehr als 1,5% des Einmalbeitrags und damit mehr als 42% des anfänglichen Puffers aufgebraucht. Dieses ungünstige Ergebnis lässt sich vor allem auf das Fehlen eines Zins-Hedges zurückführen.

## **4. Diskussion**

### **4.1. Interpretation und Aussagekraft des Ansatzes**

Das beschriebene Modell unterstützt Aktuare und Kapitalanleger bei der Beantwortung der Frage, ob die eingegangenen Garantien bei gegebener Struktur der Aktiva mit hinreichend hoher Wahrscheinlichkeit bedeckt sind. Zu diesem Zweck werden sowohl Aktiva als auch Garantien für eine hinreichend große Zahl von Kapitalmarktszenarien finanzmathematisch bewertet: Ist der Marktwert der Aktiva abzüglich eines pauschalen Risikoabschlags für „sonstige“ Risiken mindestens so groß wie der Barwert der Garantien, so sind diese (im gegebenen Szenario) ökonomisch erfüllbar. Diese Aussage gilt aber nur unter der Annahme, dass das Versicherungsunternehmen in ungünstigen Szenarien geeignete Maßnahmen ergreift. Dazu gehören bei klassischen Versicherungsbeständen insbesondere die Absenkung der Überschussbeteiligung (notfalls, wie im Modell, auf Null) und das Asset-Liability-Matching. Die Tatsache, dass ein perfektes Asset-Liability-Matching in der Praxis sowohl für klassische als auch für kapitalmarktnahe Produkte in den meisten Fällen unerreichbar ist, zeigt, dass das gewählte Kriterium für die ökonomische Erfüllbarkeit der Garantien eher zu weich als zu hart ist. Umgekehrt ist es aufgrund von Modellrisiken (s. Abschnitt 3.2) möglich, dass die Kapitalmarktszenarien zu ungünstig ausfallen, so dass die Wahrscheinlichkeit der ökonomischen Unterdeckung im Modell überschätzt wird. Ungeachtet dieser Einwände liefert das Modell eine gute Abschätzung der vorhandenen Kapitalmarktrisiken. Außerdem werden besonders ungünstige Szenarien identifiziert, deren Analyse das Risikomanagement verbessern kann.

Im Folgenden diskutieren wir einige Aspekte der Modellierung, um die Aussagekraft des Ansatzes einzuschätzen.

#### *Beschränkung der Simulation auf einen einjährigen Zeithorizont*

Die Beschränkung der Simulation auf einen einjährigen Zeithorizont erscheint zunächst als Einschränkung des Modells. Allerdings können die Modellrechnungen bei einer Änderung der Kapitalmarktdaten (z. B. sinkende Zinssätze) jederzeit mit den aktuellen Parametern wiederholt werden. Außer bei einem echten Kapitalmarkt-Crash bleibt dann immer etwas Zeit, um die Asset-Struktur oder die Absicherungsstrategie so anzupassen, dass die Wahrscheinlichkeit einer ökonomischen Unterdeckung das gewählte Niveau nicht übersteigt. In diesem Zusammenhang kann man allerdings darüber nachdenken, ob bei permanenter Risikokontrolle der einjährige Zeithorizont nicht zu lang ist. Die Angemessenheit des Zeithorizonts hängt jedenfalls stark davon ab, wie lange es dauert, das Kapitalanlageportfolio zu restrukturieren. Vor allem bei großen Portfolien ist von einem längeren Zeitraum auszugehen.

Wollte man das Modell auf mehrere Perioden erweitern, so müsste man Annahmen über das Verhalten des Versicherungsunternehmens in Abhängigkeit von der aktuellen Kapitalmarktsituation treffen. Da aber nicht sichergestellt werden kann, dass sich das Unternehmen tatsächlich so verhält, hätten Aussagen, die sich aus

einem derartigen Modell ergäben, lediglich theoretischen Charakter. Die dazu erforderliche Herleitung von Managementregeln ist nicht Gegenstand dieser Ausarbeitung.<sup>19</sup>

#### *Run-Off-Ansatz und Fokussierung auf Kapitalmarktrisiken*

Der Verzicht auf Neugeschäftsannahmen erlaubt eine Einschätzung der Frage, ob der Bestand in der Lage ist, sich mit hinreichender Wahrscheinlichkeit aus Kapitalmarkterträgen selbst zu finanzieren. Entsprechend wird auf die (explizite) Modellierung von Risiko- und sonstigen Erträgen verzichtet. Eine wirtschaftliche Unterdeckung bedeutet im Modell also nur, dass die Kapitalmarkterträge des Bestandes nicht ausreichen, um die bereits gegebenen Garantien zu finanzieren, wobei es dennoch möglich ist, dass die Summe aller Erträge ausreicht, um die Garantien zu erfüllen.

#### **4.2. Annahme realistischer Kapitalmarktentwicklungen**

Im Rahmen des Modells wird strikt finanzmathematisch und objektiv vorgegangen.<sup>20</sup> Die Verteilung der Kapitalmarktszenarien wird statistisch geschätzt, was impliziert, dass die Szenarien eine bestmögliche „stochastische“ Beschreibung der zukünftigen Entwicklung bilden. Allerdings verzichtet der Ansatz auf die Modellierung exogener Schocks, so dass extreme Ereignisse, die über die „normale stochastische Dynamik“ der Zeitreihe hinausgehen, nicht abgebildet werden. Insofern liefern die Szenarien eine eher optimistische Beschreibung der zukünftigen Kapitalmarktentwicklung. Für ein gegebenes Szenario spielen die geschätzten Parameter dann aber keine Rolle mehr, da die Zinsstrukturkurve zusammen mit den (relativen) Preisen für Aktien und Immobilien sowie den Abschlägen für das Adressenausfallrisiko bei Berücksichtigung des No-Arbitrage-Paradigmas eine eindeutige Bestimmung von Barwerten bzw. Marktwerten erlaubt. Insbesondere sind zukünftig mögliche Entwicklungen bereits in den Preisen der Assets, bzw. in der Zinsstrukturkurve, enthalten. Die Annahme zusätzlicher zukünftiger Erträge, z. B. im Rahmen einer „Kapitalmarkterholung“, würde implizieren, dass man von Arbitragemöglichkeiten ausgeht; d. h. es wäre möglich, eine Performance erzielen, die mit Sicherheit über der Rendite, die sich aus der default-freien Zinsstruktur ergibt, liegt.

**Anmerkung 4.2.1:** Eine Einschränkung der Objektivität der Parameter besteht dann, wenn es inaktive Marktsegmente gibt, in denen die üblichen Annahmen der Finanzmathematik, z. B. hinsichtlich Transparenz und Liquidität nicht gelten. In diesem Fall sind die Parameter geeignet zu schätzen. Ein wichtiges Beispiel für inaktive Marktsegmente sind langlaufende Festzinsanlagen.

---

<sup>19</sup> Hinweise zur Berücksichtigung von Managementregeln in (stochastischen) Bewertungsmodellen finden sich z.B. in den DAV-Hinweisen zur Reservierung von Garantieprodukten und zum Embedded Value.

<sup>20</sup> Mit „objektiv“ ist hier gemeint, dass die Parameter für die Simulation mittels eines allgemein anerkannten Verfahrens geschätzt werden, was - abgesehen von der Wahl des für die Schätzung betrachteten Zeitraums - eine beliebige Verwendung „günstiger“ Parameter ausschließt.

## *Modellrisiken*

Wie bei jeder statistischen Modellierung gibt es auch hier Modellrisiken, d.h. das statistische Modell erlaubt zwar eine gute Beschreibung der Vergangenheit, nicht aber der Zukunft. Unterscheidet sich das „wahre Modell der Zukunft“ vom betrachteten Modell, so liefern die Kapitalmarktszenarien eine verzerrte Darstellung der Entwicklung. Dies bedeutet, dass die numerischen Resultate (z. B. Unterdeckungswahrscheinlichkeiten, Quantile des verbleibenden Puffers) ebenfalls verzerrt sind. Allerdings bleiben die einzelnen Szenarien dennoch realistisch und relevant<sup>21</sup>; lediglich ihre Gewichtung ändert sich. Daher sind die qualitativen Aussagen des Modells relativ robust.

### **4.3. Verzicht auf Abbildung der HGB-Bilanz**

Die langfristigen Garantien eines Lebensversicherungsunternehmens sind nur dann erfüllbar, wenn das Versicherungsunternehmen mit hinreichender Sicherheit in Zukunft zahlungsfähig ist. Innerhalb des Modellrahmens ist die Voraussetzung für die Zahlungsfähigkeit, dass der Marktwert der Aktiva mindestens so groß ist wie der Barwert der Garantien und zwar auch in einem ungünstigen Kapitalmarktumfeld. Ist diese Voraussetzung nicht gegeben, so kann man natürlich darauf hoffen, dass sich der Kapitalmarkt „erholt“. Eine Kapitalmarkterholung ist aber aus den in 4.2 genannten Gründen nicht Bestandteil des Modells und auch in der Realität nicht verlässlich prognostizierbar. So ist es z. B. möglich, nach einem Aktienmarkt-Crash bilanzielle Stützungsmaßnahmen in Form der Bildung stiller Lasten (im Anhang der HGB-Bilanz publizierte Lasten im Anlagevermögen gemäß § 341b Abs. 2 HGB) zu ergreifen, so dass die bilanzielle Unterdeckung zunächst verhindert wird. Kommt es allerdings in der Folgezeit nicht zu einer signifikanten Erholung der Aktienmärkte, so resultiert aus der bereits vorhandenen finanzmathematischen Unterdeckung schließlich auch die bilanzielle Unterdeckung.

So wie aus einer finanzmathematischen Unterdeckung nicht unmittelbar eine bilanzielle Unterdeckung folgt, impliziert eine Überdeckung der Garantien im Sinne des Modells nicht, dass die Bilanz stets ohne weiteres darstellbar ist. Ein Beispiel dafür ist eine Kapitalmarktentwicklung, in der es zu einem deutlichen Zinsanstieg kommt. Bei einem Bestand mit einem nicht zu großen Anteil von Tarifen mit garantierten Rückkaufswerten<sup>22</sup> ist die ökonomische Erfüllbarkeit der Garantien kein Problem. Allerdings kommt es bei einer Bilanzierung zu Marktwerten zu einem massiven Wertverfall von festverzinslichen Titeln, der aber über Bilanzschutz –

---

<sup>21</sup> Von einem abstrakten Standpunkt aus gesehen dient das Modell der Kapitalmarktentwicklung lediglich der Erzeugung plausibler Szenarien, mit denen der Raum der zukünftigen Kapitalmarktentwicklungen aufgespannt wird. Der Fall, dass das „wahre Modell der Zukunft“ außerhalb dieses Raums liegt, dürfte äußerst selten auftreten. Ein konkretes Beispiel: Bei den für die Analyse der klassischen Bestände in Abschnitt 3.1 verwendeten 1.000 Szenarien müsste der zehnjährige Zinssatz innerhalb eines Jahres um über 2,6%-Punkte steigen, um außerhalb zu liegen.

<sup>22</sup> Wie in der Zusammenfassung der Simulationsergebnisse erwähnt, kommt es bei Verträgen mit garantierten Rückkaufswerten bei starken Zinserhöhungen zu frühzeitigem Storno.

Mechanismen des HGB (Bilanzierung von Rententiteln zum Nominalwert oder im Anlagevermögen gemäß § 341b Abs. 2 HGB) abgefangen werden kann.

Diese Überlegungen zeigen, dass die bilanzielle Darstellbarkeit der Garantien nicht als Alternative zur Erfüllbarkeit der Garantien im Sinne des Modells, sondern als Komplement zu sehen ist. Da die Betrachtung von Maßnahmen zur Steuerung und Stabilisierung der HGB-Bilanz von der vorliegenden Analyse weitgehend unabhängig ist, wird sie hier nicht behandelt.

#### **4.4. Abgrenzung zur Solvency-II-Standardformel**

Die Fragen, denen sich die Solvency-II-Standardformel und das vorliegende Modell zentral widmen, sind unterschiedlich: Der Fokus der Solvency-II-Standardformel liegt auf der Herleitung eines risikobasierten Kapitalbedarfs (Solvabilitätserfordernis), während es im vorliegenden Modell um die Frage der Risikobewertung der Garantien bei gegebener Asset-Struktur bzw. Absicherungsstrategie und um die Identifikation ungünstiger Kapitalmarktszenarien geht, wobei Nicht-Marktrisiken (z. B. biometrische Risiken) nur implizit berücksichtigt werden.

Auch im methodischen Vorgehen bestehen Unterschiede:

- In der Solvency-II-Standardformel wird die Realisierung von Risiken als Schock eines einzelnen Risikofaktors modelliert. Ein Beispiel dafür ist das Aktien-Marktrisiko, das durch die Anwendung von Schockfaktoren<sup>23</sup> auf die Aktienpreise bestimmt wird. Die Risiken werden also zunächst isoliert betrachtet und müssen dann geeignet aggregiert und adjustiert werden, um Diversifikationseffekte und die risikomindernde Wirkung von Puffern (z. B. zukünftige Überschussbeteiligung) zu berücksichtigen.<sup>24</sup> Der Ansatz bei der Risikobewertung langfristiger Garantien besteht dahingegen darin, die Verteilung des verbleibenden Puffers mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen direkt zu bestimmen. Dabei hat der pauschale Ansatz des Solvency-II-Standardmodells im Vergleich zum vorliegenden Ansatz den Nachteil, dass die Korrelation von Risiken in einem faktorbasierten Modell nur eingeschränkt abgebildet werden kann. Den Risikofaktoren entspricht die Auswahl von Quantilen auf der Seite der Szenarien. Szenarien, die bezüglich der einzelnen Risiken bzw. Risikoträger nicht extrem sind, aber in denen der verbleibende Puffer extrem (gering) ist, werden in einem faktorbasierten Ansatz ignoriert. Im vorliegenden Modell werden dagegen viele Szenarien, also auch solche, die nicht extrem aussehen, verwendet, um die Szenarien zu identifizieren, in denen der verbleibende Puffer extrem ist.
- Eine transparente integrierte Bewertung aller Risiken ist dadurch in einem faktorbasierten Ansatz schwierig. Schon bei Koppelung weniger Risiken lässt sich die Approximationsgüte des in ihm ermittelten risikobasierten Kapitalbedarfs

---

<sup>23</sup> Vgl. Delegierte Verordnung (2015/35) Art. 168-173

<sup>24</sup> Vgl. u. a. Anhang IV, Solvency-II-Richtlinie, Anlage 3 Abs. 1 VAG, Delegierte Verordnungen (2015/35) Art. 84, 87– 89, 205.

schwer abschätzen, unter anderem, weil der Kapitalbedarf nicht mit extremen Szenarien in Verbindung gesetzt und mit ihrer Hilfe analysiert werden kann. Ein faktorbasierter Ansatz erlaubt zudem keine Analyse der Häufigkeitsverteilung der Verlusthöhen im Fall einer Unterdeckung.

- Ein weiterer, wichtiger methodischer Unterschied betrifft die Bewertung der zukünftigen Überschussbeteiligung. Während diese unter Solvency II umfassend berücksichtigt wird, spielt sie bei der Risikobewertung langfristiger Garantien nur bei der Bestimmung der Kosten von Optionen und Garantien eine Rolle. Dadurch ist der hier beschriebene Ansatz sehr viel transparenter und robuster als der Ansatz von Solvency II, in dem die Solvenzquote von der Wahl von Regeln für die Anpassung der Überschussbeteiligung abhängt.

Zusammenfassend kann man sagen, dass das vorliegende Verfahren bestimmte Aspekte des ALM-Risikos genauer und transparenter abbildet als das Solvency-II-Standardmodell und dem Aktuar damit eine bessere Risikoeinschätzung ermöglicht.

## 5. Details der Modellierung

### 5.1. Marktwert der Aktiva

Welche Aktiva bei der Überprüfung der dauernden Erfüllbarkeit von langfristigen finanziellen Garantien zu berücksichtigen sind, hängt davon ab, ob (ausschließlich) klassische Versicherungsprodukte betroffen sind, oder ob es sich (auch) um fondsgebundene Produkte handelt. Daher wird die Bestimmung des Marktwerts der Aktiva nachfolgend für die verschiedenen Produktarten erläutert.

#### *Klassische Versicherungsprodukte*

Sofern ausschließlich klassische Versicherungsprodukte betrachtet werden, berücksichtigen wir alle *Asset-Klassen*<sup>25</sup> des Aktivpostens „Kapitalanlagen“<sup>26</sup>, nicht aber die „Kapitalanlagen für Rechnung und Risiko von Inhabern von Lebensversicherungspolice“<sup>27</sup>. Bei der Bestimmung des **Marktwerts der Aktiva** wird für alle *Asset-Klassen*, also insbesondere auch für Namenspapiere, Hypotheken und Immobilien, ein Marktwert angesetzt. Auch für strukturierte Produkte (zum Beispiel Schuldscheindarlehen mit eingebetteter Option), *step-down*-Anleihen und andere derivative Instrumente ist ein Marktwert anzusetzen.<sup>28</sup> Hierbei soll, wann immer in der HGB-Bilanz eine Bewertung bestimmter Aktiva nach Zeitwerten entsprechend der RechVersV<sup>29</sup> ermittelt und ausgewiesen wird, der so ermittelte Wert als Marktwert verwandt werden. Bei Aktien des Anlagevermögens mit stillen Lasten ist der (niedrigere) Zeitwert anzusetzen.

Aus der Bilanz und weiteren Quellen wird auf diese Weise der Faktor

$$BwR = (\text{Marktwert der Kapitalanlagen}) / (\text{Buchwert der Kapitalanlagen})$$

ermittelt, wobei der „Marktwert der Kapitalanlagen“ wie oben beschrieben ermittelt wird und der „Buchwert der Kapitalanlagen“ den HGB-Bilanzansätzen des Aktivpostens „Kapitalanlagen“ zzgl. der abgegrenzten Agien und Disagien der mit dem Nennwert bilanzierten Kapitalanlagen entspricht.<sup>30</sup>

Sofern zum betrachteten Stichtag in nennenswertem Umfang liquide Mittel vorhanden sind, die nicht unter dem Bilanzposten Kapitalanlagen ausgewiesen werden, so ist im Einzelfall zu prüfen, ob diese Mittel in die Betrachtung einbezogen werden können. Falls die Mittel ganz oder teilweise Berücksichtigung finden, ist der Faktor **BwR** entsprechend zu modifizieren.

---

<sup>25</sup> Auch selbst genutzte Grundstücke und strategische Beteiligungen gehen demnach in die Bewertung der Aktiva ein.

<sup>26</sup> Aktiva C. gemäß Formblatt 1 RechVersV

<sup>27</sup> Aktiva D. gemäß Formblatt 1 RechVersV

<sup>28</sup> Vgl. DAV-Hinweis „Modellierung von Kapitalanlagen“.

<sup>29</sup> §§ 54 – 56 RechVersV

<sup>30</sup> Damit gehen in diese Quote die gleichen Aktivposten ein, die (mit anderer Formel) auch bei der Bestimmung der Nettoverzinsung relevant sind.

Auf Grund der Modellierung der Zahlungsströme der Passivseite (siehe Abschnitt 5.3 [Barwert der Garantien]) werden die folgenden Positionen nicht explizit als Aktiva modelliert:

- Forderungen an Versicherungsvermittler
- Forderungen an Versicherungsnehmer

Für die Behandlung der in der Bilanz aufgeführten immateriellen Werte sei auf Abschnitt 5.4 [Bilanzverkürzung] verwiesen.

Die am Beginn der Bilanzperiode auf Marktwertbasis ermittelte Struktur der betrachteten Aktiva ändert sich im Verlauf der Periode nicht grundlegend. Die Modellierung der Wiederanlage von Rückflüssen und der Neuanlage von Beiträgen und liquiden Mitteln sollte realitätsnah erfolgen und dokumentiert werden. Im Normalfall haben Vereinfachungen an dieser Stelle keinen entscheidenden Einfluss auf die Ergebnisse.

### *Hybridprodukte*

Im Fall von sog. statischen Hybridprodukten ist das Fondsguthaben nicht zu berücksichtigen. Die Modellierung erfolgt ansonsten analog zu der für klassische Versicherungsprodukte.

Für sog. dynamische Hybridprodukte ist hinsichtlich ihrer langfristigen finanziellen Garantien eine von den klassischen Versicherungsprodukten getrennte Betrachtung nicht sachgerecht, da dies abhängig vom Verhältnis der Bestandsgrößen der beiden Produktklassen (klassische Produkte vs. dynamische Hybride) zu Verzerrungen der Ergebnisse führen kann.

Daher werden in diesem Fall alle *asset*-Klassen des Aktivpostens „Kapitalanlagen“ sowie die „Kapitalanlagen für Rechnung und Risiko von Inhabern von Lebensversicherungspolice“ betrachtet, sofern letztere zu Versicherungsprodukten gehören, deren Versicherungsguthaben ggf. teilweise bzw. zeitweise zum konventionellen Sicherungsvermögen zählen (dynamische Hybridprodukte). Für die stochastische Bewertung zum Jahresende müssen alle Aktiva gemäß den Kapitalmarkt-szenarien fortgeschrieben werden.

Bei der Bestimmung des **Marktwerts der Aktiva**, der in Berechnung der anfänglichen Überdeckung bzw. den verbleibenden Puffer eingeht, sind die nicht zum konventionellen Sicherungsvermögen gehörenden Kapitalanlagen (d. h. das Fondsguthaben der dynamischen Hybridprodukte) nur bis zum Betrag „Barwert der Garantien minus Buchwert des zugehörigen Anteils des konventionellen Sicherungsvermögens“ zu berücksichtigen. Ohne diese Begrenzung würden „Kapitalanlagen für Rechnung und Risiko von Inhabern von Lebensversicherungspolice“ als Überdeckung bzw. Puffer betrachtet. Der Versicherer kann jedoch nur ein Fondsguthaben bis zur genannten Grenze in das konventionelle Sicherungsvermögen umschichten.



Im Fall der gemeinsamen Betrachtung von klassischen Produkten und dynamischen Hybridprodukten wird der Faktor **BwR** wie oben ermittelt, d.h. bei den „Kapitalanlagen“ werden die „Kapitalanlagen für Rechnung und Risiko von Inhabern von Lebensversicherungspolice“ nicht berücksichtigt.

Die am Beginn der Bilanzperiode auf Marktwertbasis ermittelte Struktur der betrachteten Aktiva kann sich im Verlauf der Periode insofern ändern, als diese aufgrund der Produktgestaltung und der Kapitalmarktentwicklung anzupassen ist, wie es bei dynamischen Hybridprodukten der Fall ist.

### *Sonstige fondsgebundene Produkte*

Im Fall von sonstigen fondsgebundenen Produkten, beispielsweise Produkte auf Basis von Garantiefondskonzepten oder Variable Annuities, ist eine getrennte Betrachtung zulässig und in der Regel auch aus technischen Gründen sinnvoll. Im Einzelfall ist zu prüfen, ob die Betrachtung konsistent zur obigen Betrachtung ist.

Im Fall eines Versicherungsprodukts auf Basis von Garantiefondskonzepten, bei denen die Garantie vom Versicherer ausgesprochen wird und bei  $t = 0$  bereits eine sog. Herde-Reserve vorhanden ist, muss der Faktor BwR auf das konventionelle Sicherungsvermögen angemessen berücksichtigt werden.

Bei der Modellierung sind Absicherungsmechanismen (z. B. Hedging, Garantieggebühren), die in der Praxis verankert sind, entsprechend zu berücksichtigen. Bei den betrachtenden Aktiva sind daher beispielsweise auch die entsprechenden *asset*-Klassen des Hedgeportfolios sowie deren Veränderung im Verlauf der Periode zu berücksichtigen.

## **5.2. Marktszenarien**

Bei der Generierung von Marktszenarien ist zunächst zu prüfen, ob es ausreicht, Jahresendwerte zu erzeugen, oder ob Zwischenwerte benötigt werden, um dynamische Wertsicherungskonzepte risikoadäquat abbilden zu können. Es sollten alle relevanten Marktrisikofaktoren berücksichtigt werden. Im Normalfall sind dies Aktien- und Immobilienpreise, Zinssätze und Adressenausfallraten. Um das Zinsrisiko adäquat abbilden zu können, sollte die Zinsstruktur durch mindestens 2 stochastische Faktoren, beschrieben werden.

Im nächsten Abschnitt geben wir ein Beispiel für die Generierung von Marktszenarien, das auch die Basis für die Berechnungen in dieser Arbeit bildet. Außerdem gehen wir dabei auf einige kritische Punkte, etwa bei der Modellierung langfristiger Zinssätze ein.

### *5.2.1. Marktszenarien für klassische Bestände und Bestände ohne unterjährige dynamische Wertsicherung*

Im Rahmen der Berechnungen für die klassischen Bestände (Abschnitt 3.1) wurde für die Modellierung der Aktiva ein aus Aktien (15%), Pfandbriefen, Darlehen, Hypotheken (zusammen 80%) und Immobilien (5%) bestehendes Kapitalanlageportfolio verwendet.

Bei der Erzeugung von Marktszenarien wurde wie folgt vorgegangen:

- (a) Schätzung der *gemeinsamen Verteilung* von Zinssätzen (Par Yield für 1, 5 und 10 Jahre), Aktienkursen und Immobilienpreisen auf Basis einer Zeitreihe von Monatsdaten.<sup>31</sup> Dabei wurde für die Zinssätze ein dreidimensionales Cox-Ingersoll-Ross (CIR) Modell verwendet, während für Aktien- und Immobilienpreise eine Lognormalverteilung angenommen wurde.<sup>32</sup>

**Anmerkung 5.2.1.1:** Das CIR-Modell im engeren Sinn ist ein Short-Rate-Modell, d.h. die Dynamik des kurzfristigen Zinses wird über eine spezielle stochastische Differentialgleichung beschrieben und bestimmt die Dynamik der gesamten Zinsstrukturkurve. Abweichend hiervon verwendeten wir die stochastische Dynamik des CIR-Modells zur Beschreibung der Entwicklung der obengenannten Zinssätze. Wesentliche Gründe für diese Verwendung dieses Modells sind:

- Die Dynamik des Modells, insbesondere die Zinsabhängigkeit der Volatilität, passt gut zur realen Dynamik der betrachteten Zinssätze.
- Zur Erzeugung einer Vielfalt von Zinsstrukturkurven ist ein auf mehreren stochastischen Faktoren basierendes Modell erforderlich.
- Die Modellparameter lassen sich relativ einfach statistisch schätzen.

Prinzipiell kann die Abwandlung des Modells zu Zinsstrukturkurven führen, die nicht arbitragefrei sind. Wegen des kurzen Zeithorizontes der Simulation (1 Jahr) und der starken Korrelation der Zinssätze trat dieses Problem hier nicht auf.

- (b) Generierung von  $N$  Rohszenarien.

Ausgehend von den aktuellen Werten  $(r_{1,0}, r_{5,0}, r_{10,0}, V_{A,0}, V_{I,0})$  werden durch Monte-Carlo-Simulation der monatlichen Entwicklung (über 12 Monate) Szenarien  $(r_{1,1}, r_{5,1}, r_{10,1}, V_{A,1}, V_{I,1})$  für die Werte nach Ablauf eines Jahres erzeugt. Hierbei bezeichnet  $r_{j,t}$  den Par Yield (Pfandbriefrendite) für die Laufzeit  $j$  Jahre,  $V_{A,t}$  den Kurs des betrachteten Aktienindex und  $V_{I,t}$  den zugehörigen Immobilienpreis. Der Index  $t$  bezeichnet den Betrachtungszeitpunkt, wobei 0 für den Jahresanfang und 1 für das Jahresende steht.

**Anmerkung 5.2.1.2:** Gegebenenfalls sind auch zwei Risikofaktoren zur Modellierung der Zinsstruktur anstelle der hier verwendeten drei Faktoren ausreichend. Dabei gibt es zum obengenannten Ansatz zahlreiche, in der Literatur beschriebene Alternativen.<sup>33</sup>

Zur Berücksichtigung des Adressenausfallrisikos wird zusätzlich eine Zufallsvariable  $\varepsilon_{FI,1}$  simuliert, mit deren Hilfe der relative Verlust  $L$  des Teilportfolios

---

<sup>31</sup> Den Simulationen klassischer Bestände, deren Darstellung bereits Teil der ersten Fassung dieses Hinweises war, liegen Zeitreihen über den Zeitraum 01.03.1978 bis 01.02.2003 zugrunde.

<sup>32</sup> Prinzipiell können zur Simulation auch andere stochastische Modelle, wie z. B. das Hull-White-Modell der Dynamik der Zinsstruktur, verwendet werden.

<sup>33</sup> Eine ausführliche Darstellung von Zweifaktor-Short-Rate-Modellen findet sich z. B. in Kapitel 4 des Buches von Brigo und Mercurio.

aus Pfandbriefen, Darlehen und Hypotheken (Fixed Income-Teilportfolio), der durch eine Realisierung des Adressenausfallrisikos entsteht, berechnet wird.

- (c) Transformation der Rohszenarien in die endgültigen Marktszenarien, die bei der Risikobewertung verwendet werden. Aus dem 3-Tupel der Pfandbriefrenditen wird mittels linearer Interpolation ein 10-Tupel von Pfandbriefrenditen der Fälligkeiten 1 bis 10 Jahre berechnet.<sup>34</sup> Daraus wird ein 10-Tupel  $(z_{j,1})_{j=1,\dots,10}$  von Zero Rates mit entsprechender Laufzeit berechnet. Bei der Analyse der klassischen Bestände wurde angenommen, dass die Zero Rates für längere Laufzeiten den Wert  $z_{10,1}$  haben.

**Anmerkung 5.2.1.3:** Dieses vereinfachte Vorgehen bei der Festlegung der Zinsstrukturkurve ist in „normalen“ Marktsituationen und bei relativ flacher Zinskurve akzeptabel. Es kann aber auch problematisch sein, z. B. wenn es auf Grund krisenhafter Zustände zu Verzerrungen auf den Zinsmärkten kommt. Ein aktuelles Beispiel dafür ist die Niedrigzinspolitik der europäischen Zentralbank in Kombination mit dem Aufkaufen von Staatsanleihen durch diese Institution. Verfahren, mit denen man in „abnormen“ oder allgemeiner in inaktiven Märkten sinnvolle Zinsstrukturkurven erzeugen kann wurden u.a. von der DAV-AG „Kalibrierung in inaktiven Marktsegmenten“ beschrieben. Eine besondere Bedeutung hat hierbei die Festlegung eines geeigneten Langfristzinsniveaus.<sup>35</sup> Daher sind entsprechende Sensitivitätsrechnungen mit unterschiedlichen Langfristzinsniveaus sinnvoll.

Die Zero Rates bilden zusammen mit Aktien-, Immobilienpreis und dem relativen Verlust auf Grund des Adressenausfalls ein Szenario.

Die anfängliche Zinsstrukturkurve  $(z_{j,0})_{j=1,\dots,10}$  wird in gleicher Weise wie die Zinsstruktur am Ende des Jahres aus den anfänglichen Pfandbriefrenditen berechnet.

Für jedes Marktszenario wird der Marktwert der Aktiva bestimmt: Für Aktien und Immobilien erfolgt die Bewertung mittels „Einsetzen“ der Szenario-Werte. Die Marktwerte von Pfandbriefen, Darlehen und Hypotheken werden durch Diskontieren der zugehörigen Cash Flows mit dem Zinsszenario berechnet. Diese Barwerte werden mit dem Diskontfaktor  $(1 + z_{1,0})^{-1}$  auf den Bewertungszeitpunkt Jahresbeginn diskontiert. Durch Aggregation der Marktwerte von Pfandbriefen, Darlehen und Hypotheken erhält man den vorläufigen (i.S.v. maximalen) Marktwert des Fixed Income-Teilportfolios; dieser Wert wird mit  $FI'$  bezeichnet. Der Wert des Fixed

---

<sup>34</sup> Anstelle der sehr einfachen und normalerweise für den genannten Zweck ausreichenden, linearen Interpolation können natürlich auch andere Interpolationsverfahren, z. B. kubische Splines, verwendet werden, die zu glatten Zinsstrukturkurven führen

<sup>35</sup> Viele der gängigen Zinsstrukturmodelle implizieren einen konstanten oder steigenden Langfristzins als Grenzwert für ultralange Laufzeiten. Insbesondere in Einfaktormodellen konvergieren die Zinssätze allerdings oft so schnell gegen diesen Langfristzins, dass eine sinnvolle Analyse des langfristigen Zinsrisikos nicht gewährleistet ist.

Income-Teilportfolios nach Berücksichtigung des Adressenausfallrisikos wird durch  $FI = (1 - L) \cdot FI'$  bestimmt.<sup>36</sup>

### 5.2.2. *Marktszenarien für Bestände mit unterjähriger dynamischer Wertsicherung*

Grundsätzlich kann in diesem Fall wie oben vorgegangen werden. Allerdings besteht ein Szenario nun nicht nur aus Werten zum Jahresanfang und Jahresende sondern auch aus Zwischenwerten, die so gewählt werden, dass sie die tatsächliche Frequenz der dynamischen Wertsicherung hinreichend genau abbilden.

### 5.3. **Barwert der Garantien**

Wir beschreiben im Folgenden die Bewertung klassischer Bestände. Das Vorgehen bei der Bewertung nicht-klassischer Bestände und von klassischen Beständen mit neuartigen Garantien sollte sich hieran (unter Berücksichtigung der Prinzipien von Kapitel 2) orientieren. Insbesondere sind wesentliche Produkteigenschaften, z.B. der Rentenübergang bei aufgeschobenen Renten, realitätsnah (z.B. Garantie von Rechnungszinsen und Sterbetafeln) abzubilden.

Der Bestand wird durch *Model Points* simuliert. Dabei werden die folgenden Teilbestände unterschieden:<sup>37</sup>

- Kapitallebensversicherungen, reguliert (mit garantierten Rückkaufswerten),
- Kapitallebensversicherungen, dereguliert (ohne garantierte Rückkaufswerte),
- aufgeschobene Renten,
- laufende Renten.

Die *Model Points* variieren die Laufzeit der Verträge und die zum Bewertungszeitpunkt abgelaufene Versicherungsdauer. Für die beispielhafte Analyse wurden die *Model Points* aus einem typischen Bestand abgeleitet. Neugeschäft der Folgejahre wird nicht modelliert. Im Gegensatz zu anderen Bewertungsschemata wird also ein *Run-off-Ansatz*, nicht ein *Going-concern-Ansatz*, gewählt. Da das Modell die Risiken der bereits eingegangenen langfristigen Garantien eines Lebensversicherungsunternehmens bewerten soll, entspricht der Verzicht auf helfende (oder verschlimmernde) Neugeschäftsannahmen dem Modellierungsauftrag.

---

<sup>36</sup> Um sicherzustellen, dass die modellierte Rendite ausfallbedrohter festverzinslicher Anlagen nicht unter der Rendite von sicheren festverzinslichen Anlagen liegt, kann die Formel um eine geeignet gewählte, feste Risikoprämie  $RP$  adjustiert werden:  $FI = (1 + RP - L) \cdot FI'$ . Ein kanonischer Ansatz besteht darin,  $RP$  so zu wählen, dass  $E[FI] = E[FI']$  gilt, d.h. die Risikoprämie ist so groß wie der mittlere Verlust durch Adressenausfall.

<sup>37</sup> Seit der im Jahr 2008 in Kraft getretenen VVG-Änderung gibt es auch deregulierte klassische Bestände (Kapitallebensversicherungen und aufgeschobene Rentenversicherungen) mit faktisch garantierten Rückkaufswerten; siehe auch Abschnitt 3.1.

Der Barwert der Garantien, die das Lebensversicherungsunternehmen in einem Bestandsvertrag eingeht, ergibt sich aus dem mit der Zinsstrukturkurve diskontierten vertraglichen Zahlungsstrom (Leistungen, Beiträge) zuzüglich der Kosten von Optionen und Garantien.

Für die Bestimmung des Zahlungsstroms gilt:

- (a) Die Biometrie wird für den gesamten Bestand durch am Bewertungszeitpunkt ausreichend vorsichtige und aktuariell für Reservierungszwecke angemessene, deterministische Ausscheideordnungen berücksichtigt. Die zum Bewertungszeitpunkt angemessenen Ausscheideordnungen werden in der Regel nicht die bei Vertragsabschluss gültigen sein, auch wenn für diesen Ansatz aus bilanzieller Sicht Hindernisse bestehen. Auf Grund der in den Ausscheideordnungen enthaltenen Sicherheitszuschläge bzw. -abschläge muss das biometrische Risiko im Risikoabschlag nicht mehr explizit berücksichtigt werden. Damit wird implizit ein Puffer für das biometrische Risiko gestellt, dessen Höhe aktuellen Reservierungserfordernissen (ungeachtet des Beibehaltungsgebotes der DeckRV) entspricht.
- (b) Die zukünftige Überschussbeteiligung (insbesondere eine widerrufbare Schlussüberschussbeteiligung) wird nicht berücksichtigt. Schon zugeteilte bzw. verbindlich deklarierte Überschussanteile müssen aber in die projizierten *Cash flows* der eingegangenen Garantien aufgenommen werden.
- (c) Die Beteiligung der Kunden an den Bewertungsreserven, die im Zeitintervall  $[0,1]$  ausbezahlt wird, ist zu berücksichtigen.
- (d) Versicherungstechnische Optionen werden mit angemessenen unternehmensindividuellen Ausübungswahrscheinlichkeiten berücksichtigt. Dabei ist auch rationales Kundenverhalten zu berücksichtigen. Insbesondere sind die Quoten für Rückkauf und Kapitalwahl mit Sicherheitsmargen (das können je nach Situation Zu- oder Abschläge sein) zu versehen. Darüber hinaus ist es aktuariell vorsichtig, auch extremes Kundenverhalten im Rahmen von Sensitivitätsanalysen zu betrachten, etwa vollständigen Rückkauf aller Verträge mit garantierten Rückkaufswerten bei starken Zinsanstiegen oder Rückgang der Kapitalwahl auf Null in Szenarien in denen die Marktzinsen unter dem Rechnungszins liegen. Rückkauf und Kapitalwahl sollten in jedem Fall in konsistenter Weise modelliert werden.
- (e) Hinsichtlich der Kosten wird grundsätzlich angenommen, dass die tatsächlichen Kosten durch die eingerechneten Kosten gedeckt werden (impliziter Ansatz). Hier ist das Verfahren konsistent zur Bewertung der Kosten in der Deckungsrückstellung im Erläuterungsbericht des Verantwortlichen Aktuars zu gestalten.<sup>38</sup> Abhängig von dem dort gewählten, durch den Verantwortlichen Aktuar begründeten Verfahren, kann ggf. ein unternehmensindividueller (expliziter) Ansatz verwendet werden.

---

<sup>38</sup> Eine mögliche, aus Sicht der DAV angemessene Methodik zur Einschätzung dieser Frage liegt als DAV-Hinweis vor: „Prüfung der Angemessenheit der Rechnungsgrundlage Kosten bei der Berechnung der Deckungsrückstellung durch den Verantwortlichen Aktuar“

Die Berechnung der Kosten von Optionen und Garantien kann entweder mit Hilfe stochastischer Verfahren oder mittels pauschaler Ansätze erfolgen. Vorschläge zum methodischen Vorgehen sind u.a. im DAV-Hinweis „Optionsbewertung“ zu finden. Bei der Verwendung pauschaler Ansätze sind Sicherheitszuschläge anzusetzen. Für jedes Marktszenario wird nun der Barwert der Garantien auf eine zum Marktwert der Aktiva konsistente Weise bestimmt: Der unter Berücksichtigung von (a) bis (e) ermittelte *cash flow* der eingegangenen Garantien (Zahlungsstrom der Leistungen und Beiträge über einen hinreichend langen Zeitraum wird mit der Zinsstrukturkurve des Marktszenarios diskontiert. Der Barwert der Garantien ergibt sich durch Addition der Kosten von Optionen und Garantien. Der resultierende Wert wird mit dem Diskontfaktor  $(1 + z_{1,0})^{-1}$  auf den Beginn der Periode diskontiert. Bei der Bestimmung des anfänglichen Barwertes der Garantien,  $P_0$ , wird prinzipiell genauso vorgegangen. Allerdings wird hier der Barwert bezüglich der anfänglichen Zinsstrukturkurve  $(z_{j,0})_j$  berechnet und die Diskontierung auf den Beginn der Periode entfällt.

#### **5.4. Bilanzverkürzung**

Da im Modell keine Modellierung der Entwicklung von nicht versicherungstechnischen Passiva gemacht wird, ist die Aktivseite der Bilanz um diese nicht erfassten Positionen zu verkürzen. Durch diese Verkürzung erfolgt somit eine Anpassung der Aktivseite an die Passiva im Modell.

Im Rahmen der Modellierung wird vorausgesetzt, dass zum Zeitpunkt  $t = 0$  die Passiva durch entsprechende Aktiva bedeckt werden, wobei die Aktiv- und Passivpositionen dann in Abhängigkeit des zu modellierenden Produktes<sup>39</sup> bzw. auch der jeweiligen Bilanzierungsvorschrift festgelegt werden.

---

<sup>39</sup> Bei der Modellierung moderner kapitalmarktnaher Produkte ist für die Darstellung der Passiva als auch der Aktiva sowohl die jeweilige Produktspezifikation als auch die geltende Bilanzierungsvorschrift zu berücksichtigen

## Beispiel:

Bei der Modellierung konventioneller Versicherungsprodukte mit Sparanteil, dynamischen Hybridprodukten und Variable Annuities werden zum Zeitpunkt  $t = 0$  die folgenden Passivpositionen durch die HGB-Buchwerte der Aktiva bedeckt:

- *DR*: Deckungsrückstellung abzgl. Zillmerforderungen inkl. Rentenneubewertung und Zinszusatzreserve)<sup>40</sup>, (bei dynamischen Hybridprodukten ist die Deckungsrückstellung um die Fondsanteile – zur Erreichung der Garantie – zu erhöhen, vgl. Abschnitt 5.1 – Hybridprodukte)
- *AG*: Ansammlungsguthaben,
- *gebRfB*: gebundene Rückstellung für Beitragsrückerstattung,
- zusätzlich bei VA:
- *GR*: Garantiereserve

sowie die HGB-Eigenmittel

- *verfRfB*: verfügbare Rückstellung für Beitragsrückerstattung,
- *FSÜA*: Fonds für Schlussüberschussanteile,
- *EigmA*:<sup>41</sup>
  - Eingezahltes Grundkapital
  - Kapitalrücklage
  - Gewinnrücklage
  - Gewinnvorträge
  - Genussrechtskapital
  - Nachrangige Verbindlichkeiten<sup>42</sup>

Hiervon sind abzuziehen:

- Eigene Anteile
- ein in der Kapitalrücklage enthaltener Organisationsfonds
- ein Verlustvortrag
- in der Bilanz aufgeführte immaterielle Werte
- „Beteiligungen“ an Versicherungsunternehmen, Kreditinstituten oder Finanz(dienstleistungs-)instituten

---

<sup>40</sup> ohne „Versicherungstechnische Rückstellungen im Bereich der Lebensversicherung, soweit das Anlagerisiko von den Versicherungsnehmern getragen wird“

<sup>41</sup> z. B. aus dem Formblatt 100

<sup>42</sup> Genussrechtskapital und Nachrangige Verbindlichkeiten sind nur im Sinne der Bestimmungen von § 214 VAG anrechenbar.

Der für die Risikobewertung anzusetzende Marktwert  $A_0$  der Aktiva zum Zeitpunkt  $t = 0$  ergibt sich dann als

$$A_0 = BWR \cdot (DR_M + AG_M) \cdot \frac{DR + AG + gebRfB + verfRfB + FSÜA + GR + Eigma}{DR + AG},$$

wobei  $DR_M$  bzw.  $AG_M$  Deckungsrückstellung bzw. Ansammlungsguthaben bezeichnen, wie sie den Zahlungsströmen der Model Points zum Zeitpunkt  $t = 0$  entnommen werden. Der Skalierungsfaktor  $(DR_M + AG_M)/(DR + AG)$  ist erforderlich, um Verzerrungen zwischen den Aktiva und den Passiva im Modell auszugleichen.  $BWR$  ist das in Abschnitt 5.1. ermittelte Verhältnis von Marktwert und Buchwert der Kapitalanlagen.



## Literaturverzeichnis

1. Bierbaum, J., Bartel H., Dennstedt, N., Dillmann T., Engel, W., Keller, M., Musialik K., Pauls T., Quapp, N., Winter, J., *Practical valuation of long-term guarantees in inactive financial markets*, European Actuarial Journal, July 2014.
2. Brigo, D. und F. Mercurio, 2006, *Interest Rate Models – Theory and Practice*, 2nd edition, Springer.
3. DAV-Hinweis *Kalibrierung in inaktiven Marktsegmenten*, verabschiedet am 04.12.2014.
4. DAV-Hinweis *Market Consistent Embedded Value*, verabschiedet am 16.06.2011 (durchläuft Revisionsverfahren)
5. DAV-Hinweis *Modellierung von Kapitalanlagen*, verabschiedet am 04.12.2014.
6. DAV-Hinweis *Optionsbewertung*, verabschiedet am 13.09.2007. (durchläuft Revisionsverfahren)
7. Hull, J. C., 2008, *Options, futures and other derivate securities*, 7<sup>th</sup> edition, Pearson Prentice Hall, New Jersey.
8. Vasicek, O., 2002, *The Distribution of Loan Portfolio Value*, Risk, Dezember 2002.