

## **Prüfungsordnung 5.0**

### **Lernziele Zulassungsprüfungen**

#### **Inhalt**

<b>A.</b>	<b>Zulassungsprüfung in Mathematik.....</b>	<b>2</b>
A.1	Analysis.....	2
A.2	Lineare Algebra.....	4
A.3	Vertiefung.....	6
<b>B.</b>	<b>Zulassungsprüfung in Stochastik .....</b>	<b>7</b>
B.1	Maß- und Integrationstheorie.....	7
B.2	Wahrscheinlichkeitstheorie .....	7
B.3	Statistik.....	9

## A. Zulassungsprüfung in Mathematik

**Zielsetzung:** Durch die Zulassungsprüfung in Mathematik soll der Nachweis geführt werden, dass die Bewerber\*innen über ein solides mathematisches Wissen verfügen, komplexe mathematische Zusammenhänge erfassen und korrekt wiedergeben können, ein gutes Abstrahierungsvermögen besitzen und in der Lage sind, für praktische Fragestellungen eine mathematische Lösung zu finden. Das geprüfte Wissen soll eine ausreichende Basis bieten, die mathematischen Anforderungen der DAV bzgl. Aus- und Weiterbildung selbständig zu erfüllen.

**Prüfungsfächer:** Die Prüfung erstreckt sich auf die Prüfungsfächer „Analysis“ und „Lineare Algebra“.

### A.1 Analysis

#### A.1.1 Zahlenmengen

- (i) Natürliche, rationale und reelle Zahlen
- (ii) Körperaxiome
- (iii) Anordnungsaxiome
- (iv) Vollständigkeitsaxiom
- (v) Komplexe Zahlen

#### A.1.2 Funktionen

- (i) Reell- bzw. komplexwertige Funktionen
- (ii) Algebraische Funktionen
- (iii) Trigonometrische Funktionen
- (iv) Arcusfunktionen
- (v) Exponentialfunktion, Logarithmus, allgemeine Potenz

#### A.1.3 Infinitesimal- und Differenzialrechnung einer Variablen

- (i) Folgen und Reihen
- (ii) Absolut konvergente Reihen
- (iii) Stetigkeit
- (iv) Differenziation
- (v) Mittelwertsätze und die Formel von Taylor
- (vi) Monotonie, Konvexität, Extrema differenzierbarer Funktionen
- (vii) Grenzwertbestimmung mittels Differenziation
- (viii) Funktionenfolgen und -reihen
- (ix) Gleichmäßige Konvergenz
- (x) Taylorreihen, Potenzreihen

#### A.1.4 Differenzialrechnung mehrerer Variablen

- (i) Stetigkeit von Funktionen mehrerer Variablen
- (ii) Kompaktheit
- (iii) Kurven
- (iv) Differenziation von Funktionen mehrerer Variablen
- (v) Extrema bei Funktionen mehrerer Variablen
- (vi) Implizite Funktionen

(vii) Taylorformel

A.1.5 Integralrechnung einer Variablen

- (i) Riemann Integral
- (ii) Mittelwertsätze und Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung
- (iii) Integration elementarer Funktionen
- (iv) Grenzwertsätze
- (v) Parameterabhängige Integrale
- (vi) Uneigentliche Integrale

A.1.6 Integralrechnung mehrerer Variablen

- (i) Mehrdimensionales Integral
- (ii) Kurven- und Oberflächenintegrale
- (iii) Integralsätze

**Literatur:**

Forster, O.: Analysis 1, 2, 3; Springer

Heuser, H.: Lehrbuch der Analysis 1, 2; Vieweg+Teubner

Stewart, J.: Calculus; Cengage Learning Emea

Thomas, B. G. et al: Analysis 1 und 2; Pearson

Walter, W.: Analysis 1, 2; Springer

## **A.2 Lineare Algebra**

### A.2.1 Vektorräume

- (i) Reelle Vektorräume und komplexe Vektorräume
- (ii) Untervektorräume
- (iii) Lineare Unabhängigkeit
- (iv) Dimension

### A.2.2 Matrizenrechnung

- (i) Matrixoperationen
- (ii) Rang einer Matrix
- (iii) Elementarmatrizen und Inversenberechnung
- (iv) Diagonal-, Dreiecks- und symmetrische Matrizen
- (v) Orthonormale Matrizen

### A.2.3 Lineare Abbildungen

- (i) Lineare Abbildungen
- (ii) Matrix einer linearen Abbildung
- (iii) Kern und Bild einer linearen Abbildung
- (iv) Geometrische Interpretationen

### A.2.4 Determinanten

- (i) Multilinearformen
- (ii) Rechenregeln für Determinanten von Matrizen
- (iii) Interpretation von Determinanten

### A.2.5 Lineare Gleichungssysteme

- (i) Lineare Gleichungssysteme
- (ii) Gauß-Algorithmus
- (iii) Homogene und inhomogene lineare Gleichungssysteme

### A.2.6 Eigenwerte und Eigenvektoren

- (i) Charakteristisches Polynom, Eigenräume
- (ii) Diagonalisierbarkeit von Matrizen
- (iii) Jordansche Normalform

### A.2.7 Euklidische und unitäre Vektorräume

- (i) Skalarprodukte und Hermitesche Formen
- (ii) Norm und Orthogonalität
- (iii) Orthonormalisierungsverfahren
- (iv) Hauptachsentransformation
- (v) Orthogonalprojektion

**Literatur:**

Fischer, G., Springborn, B.: Lineare Algebra; Springer

Lang, S.: Linear Algebra; Springer

Strang, G.: Lineare Algebra; Springer

### **A.3 Vertiefung**

#### A.3.1 Algebraische Strukturen

- (i) Halbgruppen und Gruppen
- (ii) Ringe und Körper
- (iii) Vektorräume
- (iv) Homomorphismen

#### A.3.2 Grundlagen der Funktionalanalysis

- (i) Metrische Räume
- (ii) Banach-Räume (Fixpunktsatz von Banach)
- (iii) Hilbert-Räume (Projektionssatz)
- (iv) Lineare Operatoren

#### A.3.3 Differenzengleichungen und Differentialgleichungen

- (i) Lineare Differenzengleichungen 1. und 2. Ordnung
- (ii) Differentialgleichungen mit getrennten Variablen
- (iii) Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung
- (iv) Lineare Differentialgleichungen höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten
- (v) Existenz- und Eindeigkeitssätze

#### A.3.4 Numerik

- (i) Lineare Gleichungssysteme (Gauß-Verfahren, Austauschverfahren)
- (ii) Numerische Lösung von nicht linearen Gleichungen (Gradientenverfahren)
- (iii) Approximation (Approximationssatz von Weierstraß, Kleinste Quadrate)
- (iv) Interpolation (Interpolationspolynome, Splines)

#### A.3.5 Optimierung

- (i) Lagrange-Verfahren
- (ii) Lineare Optimierung
- (iii) Konvexe Optimierung

### **Literatur:**

Bosch, S.: Algebra, Springer

Fischer, G.: Lehrbuch der Algebra; Springer

Hanke-Bourgeois, M.: Grundlagen der numerischen Mathematik und des wissenschaftlichen Rechnens, Vieweg+Teubner

Jarre, F., Stoer, J.: Optimierung, Springer

Kaballo, W.: Grundkurs Funktionalanalysis, Spektrum Akademischer Verlag

Marti, K.: Einführung in die lineare und nichtlineare Optimierung, Physica-Verlag

Rynne, B.P., Youngson, M.A.: Linear Functional Analysis, Springer  
Forster, O.: Analysis 2 (Kapitel 2 – Gewöhnliche Differentialgleichungen)

Walter, W.: Gewöhnliche Differentialgleichungen, Springer

## B. Zulassungsprüfung in Stochastik

**Zielsetzung:** Durch die Zulassungsprüfung in Stochastik soll der Nachweis geführt werden, dass die Bewerber\*innen über solide Grundkenntnisse in Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik verfügen.

**Prüfungsfächer:** Die Prüfung erstreckt sich auf die Prüfungsfächer „Maß- und Integrationstheorie“, „Wahrscheinlichkeitstheorie“ sowie „Statistik“.

### B.1 Maß- und Integrationstheorie

#### B.1.1 Maßtheorie

- (i) Mengensysteme ( $\sigma$ -Algebra)
- (ii) Maße (Existenz und Eindeutigkeit von Fortsetzungen)
- (iii) Lebesgue-Maß (Konstruktion und Eigenschaften)
- (iv) Messbare Abbildungen
- (v) Bildmaß

#### B.1.2 Integrationstheorie

- (i) Lebesgue-Integral (Konstruktion und Eigenschaften)
- (ii) Die Räume  $L^1$  und  $L^2$
- (iii) Transformationssätze
- (iv) Konvergenzsätze (Monotone Konvergenz, majorisierte Konvergenz)
- (v) Maße mit Dichten und Integration nach einem Maß mit Dichte
- (vi) Produktmaße und Integration nach einem Produktmaß (Fubini)
- (vii) Vergleich zwischen Lebesgue-Integral und Riemann-Integral

#### Literatur:

Bauer: Maß- und Integrationstheorie, 2. Auflage. De Gruyter 1992

Elstrodt: Maß- und Integrationstheorie, 6. Auflage. Springer 2009

Schmidt: Maß und Wahrscheinlichkeit, 2. Auflage. Springer 2011

### B.2 Wahrscheinlichkeitstheorie

#### B.2.1 Wahrscheinlichkeitsräume

#### B.2.2 Zufallsvariable

- (i) Verteilungsfunktion und Verteilung; Quantile
- (ii) Momente: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung, Variationskoeffizient, Schiefe
- (iii) Ungleichungen: Markov, Tschebyschev, Cantelli, Jensen
- (iv) Verteilungen
  - Diskrete Verteilungen: Binomialverteilung, Poisson-Verteilung, Negativbinomialverteilung
  - Stetige Verteilungen: Gleichverteilung, Exponentialverteilung, Gammaverteilung, Normalverteilung,  $\chi^2$ -Verteilung,  $t$ -Verteilung,  $F$ -Verteilung, Lognormalverteilung

- Gemischte Verteilungen
- (v) Erzeugende Funktionen
  - Wahrscheinlichkeitserzeugende Funktion
  - Momenterzeugende Funktion
  - Charakteristische Funktion

#### B.2.3 Zufallsvektoren

- (i) Verteilungsfunktion und Verteilung
- (ii) Momente: Kovarianz, Korrelationskoeffizient
- (iii) Verteilungen
  - Diskrete Verteilungen: Multinomialverteilung
  - Stetige Verteilungen: Multivariate Normalverteilung

#### B.2.4 Unabhängigkeit

- (i) Unabhängigkeit einer Familie von Ereignissen
- (ii) Unabhängigkeit einer Familie von Zufallsvariablen
- (iii) Faltung

#### B.2.5 Grenzwertsätze

- (i) Schwache und starke Gesetze der Großen Zahlen
- (ii) Satz von Glivenko-Cantelli
- (iii) Zentraler Grenzwertsatz (Lindeberg)

#### B.2.6 Bedingte Größen unter einem Ereignis

- (i) Bedingte Wahrscheinlichkeit und bedingte Unabhängigkeit
- (ii) Bedingte Erwartung, bedingte Varianz, bedingte Kovarianz
- (iii) Verteilung einer gestutzten Zufallsvariablen

#### B.2.7 Bedingte Größen unter einer $\sigma$ -Algebra

- (i) Bedingte Erwartung, bedingte Varianz, bedingte Kovarianz; Varianz-Zerlegung, Kovarianz-Zerlegung
- (ii) Bedingte Wahrscheinlichkeit und bedingte Unabhängigkeit
- (iii) Bedingte Verteilungen
- (iv) Bedingte Dichten
- (v) Zusammenhang mit bedingten Größen unter einem Ereignis

#### Literatur:

Bauer: Wahrscheinlichkeitstheorie, 5. Auflage. De Gruyter 2001.

Georgii: Stochastik – Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik, 4. Auflage. De Gruyter 2009.

Pfanzagl: Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung, 2. Auflage. De Gruyter 1991.

Schmidt: Maß und Wahrscheinlichkeit, 2. Auflage. Springer 2011.

### **B.3 Statistik**

#### B.3.1 Stichproben

#### B.3.2 Punktschätzung eines Parameters

- (i) Konzepte
  - Erwartungstreue
  - Minimierung des erwarteten quadratischen Schätzfehlers
  - Konsistenz
- (ii) Konstruktion
  - Maximum-Likelihood-Schätzer
  - Momenten-Schätzer
  - Kleinste-Quadrate-Schätzer

#### B.3.3 Intervallschätzung eines Parameters (Konfidenzintervalle)

#### B.3.4 Tests von Hypothesen

- (i) Konzepte
  - Fehler erster und zweiter Art
  - $p$ -Werte
  - Gütefunktion
- (ii) Parametertests für eine Stichprobe
  - Einseitige und Zweiseitige Hypothesen, Zusammenhang mit Konfidenzintervallen
  - Binomialtest
  - Gauß-Test
  - $t$ -Test
  - $\chi^2$ -Streuungstest
- (iii) Parametertests für zwei unabhängige Stichproben
  - Doppelter Gauß-Test
  - Doppelter  $t$ -Test
  - $F$ -Test
- (iv) Verteilungstests
  - Kolmogorov-Smirnov-Test
  - $\chi^2$ -Anpassungstest
  - $\chi^2$ -Unabhängigkeitstest

#### B.3.5 Einfache lineare Regression

- (i) Schätzung der Parameter
- (ii) Parametertests

#### **Literatur:**

Georgii: Stochastik – Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik, 4. Auflage. De Gruyter 2009.

Lehn/Wegmann: Einführung in die Statistik, 5. Auflage. Springer Vieweg 2006.