IVS
Institut der Versicherungsmathematischen
Sachverständigen für Altersversorgung e.V.

Schriftliche Prüfung im Spezialwissen

Pensionen 1 (DAV/IVS)

gemäß Prüfungsordnung 5 & 6
der Deutschen Aktuarvereinigung e. V.

am 30. Mai 2026

Hinweise:

- Alle Prüfungen von DAV und IVS sind in deutscher Sprache zu beantworten (fremdsprachige Fachbegriffe ausgenommen).
- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 180 Punkte. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens 90 Punkte erreicht werden.
- Bitte prüfen Sie die Ihnen vorliegende Prüfungsklausur auf Vollständigkeit. Die Klausur besteht aus 13 Seiten.
- Alle Antworten sind zu begründen und bei Rechenaufgaben muss der Lösungsweg ersichtlich sein.
- Bitte vermeiden Sie bei der Lösungserstellung die nicht zusammenhängende Streuung der Lösungen zu den einzelnen Aufgabenteilen.
- Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird auf die gleichzeitige Verwendung der Sprachformen männlich, weiblich und divers (m/w/d) verzichtet.

Mitglieder der Prüfungskommission:

Korbinian Meindl, Dr. Rainer Berntzen, Daniel Fröhn

Aufgabe 1. *[Bevölkerungsmodell der Richttafeln mit 3 Ausscheideursachen] [36 Punkte]*

Wir betrachten die im Spezialwissenseminar vorgestellte Gesamtheit der internen Anwärter mit den 3 vorzeitigen Ausscheideursachen:

1. Fluktuation
2. Invalidität
3. Tod

Es seien, wie behandelt, auf einem geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ die folgenden Zufallsvariablen definiert:

X_1: Alter bei Eintritt der Fluktuation
X_2: Alter bei Eintritt der Invalidität
X_3: Alter bei Eintritt des Todes

(a) *[10 Punkte]* Drücken Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Zufallsvariablen X_1, X_2 und X_3 aus:

- q_x^1: Wahrscheinlichkeit eines internen Anwärters des Alters x innerhalb eines Jahres aus dem Bestand der internen Anwärter durch Tod auszuscheiden
- q_x^2: Wahrscheinlichkeit eines internen Anwärters des Alters x innerhalb eines Jahres aus dem Bestand der internen Anwärter durch Fluktuation auszuscheiden und noch im gleichen Jahr als externer Anwärter zu sterben
- q_x^3: Wahrscheinlichkeit eines internen Anwärters des Alters x innerhalb eines Jahres als Aktiver zu sterben
- q_x^4: Wahrscheinlichkeit eines externen Anwärters des Alters x innerhalb eines Jahres als externer Anwärter zu sterben
- q_x^5: Wahrscheinlichkeit eines Aktiven des Alters x innerhalb eines Jahres als Aktiver zu sterben

(b) *[8 Punkte]* Zeigen Sie, dass für beliebige Ereignisse $A, B, C \in \mathcal{A}$ gilt:

$$\mathbb{P}[A \mid B \cap C] = \mathbb{P}[A \mid C] \Rightarrow \mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C] = \mathbb{P}[A \mid C]$$

(c) *[10 Punkte]* Bekanntlich wird in diesem Modell vorausgesetzt: $q_x^4 = q_x^5$. Zeigen Sie, dass unter dieser Voraussetzung folgt:

$$q_x^5 = q_x^1 + q_x^2$$

(d) *[8 Punkte]* Stellen Sie q_x^2 in der üblichen Darstellung der Heubeck-Richttafeln 2018 G so dar, dass nur noch 1- jährige Ausscheidewahrscheinlichkeiten bezogen auf $x \in \mathbb{N}_0$ in der Darstellung verwendet werden. Ermitteln Sie mit Hilfe dieser Darstellung ein $c_x \in \mathbb{R}$, so dass gilt:

$$q_x^1 = q_x^5 \cdot c_x$$

Aufgabe 2. *[Leistungs- und Prämienbarwerte, prospektive Reserve, versicherungsmathematische Bilanzgleichung] [24 Punkte]*

Wir betrachten im allgemeinen Bevölkerungsmodell der Personenversicherungsmathematik eine zum Vertragsbeginn x-jährige Person der Hauptgesamtheit bezüglich der h Ereignisse auftreten können, die zu Leistungsansprüchen oder Leistungsanwartschaften führen.

(a) *[6 Punkte]* Der Leistungsbarwert einer ungewissen Verpflichtung gegenüber dieser Person zu Vertragsbeginn lässt sich bekanntlich in folgender Form darstellen:

$$ {}_0B_x^L = \sum_{k\geq 0} v^k \cdot {}_kp_x \cdot {}_k\widehat{L}_x $$

${}_k\hat{L}_x$ ist hierbei der Erwartungswert der gesamten Leistungen, die durch Erreichen des Altersintervalls $]x+k, x+k+1]$ ausgelöst werden können, diskontiert auf den Beginn dieses Altersintervalls ($k = 0, 1, \ldots$).

Geben Sie die formelmäßige Definition von ${}_k\widehat{L}_x$ in dieser Darstellung an und erläutern Sie die Bedeutung der drei in der Formel vorkommenden Größen.

(b) *[3 Punkte]* Geben Sie in analoger Darstellung zu (a) den Prämienbarwert ${}_0B_x^P$ zum Alter x an und geben Sie auf Grundlage dieser Darstellung die im Spezialwissenseminar vorgestellte Formel für die prospektive Reserve zum Alter $x+m$ an.

(c) *[8 Punkte]* Beweisen Sie mit Hilfe der Darstellung der prospektiven Reserve aus Teilaufgabe (b) die versicherungsmathematische Bilanzgleichung zum Alter $x+m$:

$$ {}_mV_x^{pro} + {}_m\hat{P}_x = {}_m\hat{L}_x + v\, p_{x+m}\, {}_{m+1}V_x^{pro}, \quad m = 0, 1, \ldots $$

(d) *[7 Punkte]* Wir betrachten nun wie in Aufgabe 1 die Gesamtheit der internen Anwärter mit den 3 vorzeitigen Ausscheideursachen Fluktuation, Invalidität und Tod.

Gegeben sei ein x-jähriger interner Anwärter. Für diesen internen Anwärter betrachten wir die folgenden Verpflichtungen:

(i) *[3 Punkte]* die Anwartschaft des internen Anwärters auf eine $\frac{1}{t}$-jährlich vorschüssig zahlbare Invaliden- und Altersrente vom Jahresbetrag 1,

(ii) *[4 Punkte]* die Anwartschaft des internen Anwärters auf eine $\frac{1}{t}$-jährlich vorschüssig zahlbare Witwenrente vom Jahresbetrag 1 nach Aktiventod bzw. nach Erreichen der Altersgrenze nach vorherigem Ausscheiden mit unverfallbarer Anwartschaft.

Geben Sie für beide Teilaufgaben die ${}_k\widehat{L}_x$ konkret für die beschriebene Verpflichtung an.

Aufgabe 3. *[Überprüfung der Biometrie] [22 Punkte]*

Im Rahmen der Überprüfung der Angemessenheit der Sterblichkeitsannahmen für einen Rentnerbestand im Zeitraum 2021 bis 2025 ergeben sich die folgenden Ergebnisse:

Alter	q_x	L_x	E_x	Z_x
60	0,008112	17	0,1379040	0
61	0,008856	26	0,2302560	0
62	0,009647	49	0,4727030	1
63	0,010486	54	0,5662440	1
64	0,011375	68	0,7735000	1
65	0,012312	62	0,7633440	0
66	0,013298	69	0,9175620	1
67	0,014343	64	0,9179520	0
68	0,015461	58	0,8967380	1
69	0,016671	49	0,8168790	0
70	0,018003	56	1,0081680	0
71	0,019491	62	1,2084420	0
72	0,021183	57	1,2074310	2
73	0,023134	68	1,5731120	0
74	0,025406	59	1,4989540	3
75	0,028073	52	1,4597960	0
76	0,031204	58	1,8098320	1
77	0,034879	52	1,8137080	0
78	0,039181	37	1,4496970	1
79	0,044193	32	1,4141760	0
Gesamt	0,000000	1.049	20,9363980	12

Dabei bezeichnet

- q_x die angenommene (durchschnittliche) Sterbenswahrscheinlichkeit im Alter x,
- L_x die mittlere Anzahl der Lebenden im Alter x,
- E_x die erwartete Anzahl von Todesfällen im Alter x sowie
- Z_x die tatsächliche Anzahl von Todesfällen im Alter x.

(a) *[10 Punkte]*

(i) *[2 Punkte]* Formulieren Sie allgemein die Nullhypothese und die Alternativhypothese.

(ii) *[6 Punkte]* Erläutern Sie die beiden Zähltests „Vorzeichentest“ und „Iterationstest“ und geben Sie deren Teststatistik T an.

(iii) *[2 Punkte]* Würden Sie einen dieser beiden Tests im vorliegenden Fall anwenden? Begründen Sie Ihre Antwort kurz.

(b) *[12 Punkte]* Im Rahmen des Poissontestes ergeben sich die folgenden Werte für die Poissonverteilung mit Parameter $\lambda = 20,9363980$:

n	$\mathcal{P}(Z \leq n)$	n	$\mathcal{P}(Z \leq n)$	n	$\mathcal{P}(Z \leq n)$
0	0,00 %	14	7,34 %	28	94,53 %
1	0,00 %	15	11,36 %	29	96,38 %
2	0,00 %	16	16,62 %	30	97,67 %
3	0,00 %	17	23,11 %	31	98,54 %
4	0,00 %	18	30,65 %	32	99,11 %
5	0,00 %	19	38,95 %	33	99,47 %
6	0,01 %	20	47,65 %	34	99,69 %
7	0,04 %	21	56,32 %	35	99,83 %
8	0,12 %	22	64,57 %	36	99,91 %
9	0,29 %	23	72,08 %	37	99,95 %
10	0,65 %	24	78,63 %	38	99,97 %
11	1,33 %	25	84,12 %	39	99,99 %
12	2,53 %	26	88,54 %	40	99,99 %
13	4,46 %	27	91,97 %	...	...

(i) *[11 Punkte]* Wie lautet der Ablehnungsbereich für $\alpha = 5,0\,\%$? Begründen Sie dies ausführlich!

(ii) *[1 Punkt]* Ergibt der Poissontest damit eine Ablehnung der Null-Hypothese?

Aufgabe 4. *[Markov] [22 Punkte]*

Im Heubeck-Richttafel-Modell ist der Barwert einer laufenden abgekürzten, monatlich zahlbaren Invalidenrente ${}^{(12)}\ddot{a}^{i}_{x;\overline{z-x}|}$ gegeben durch

- $${}^{(12)}\ddot{a}^{i}_{x;\overline{z-x}|} = \sum_{k=0}^{z-x-1} v^k \cdot {}_kp^i_x \cdot {}^{(12)}_kL^i_x$$

mit

- $${}^{(12)}_kL^i_x = 1 - k(12) \cdot \left(1 - v \cdot p^i_{x+k}\right)$$

dem jeweils ausgelösten einjährigen Invalidenbarwert.
Dabei sei z das reguläre Pensionsalter und $x < z$ das betrachtete Alter.

(a) *[13 Punkte]* Wandeln Sie die obige Summendarstellung für den Barwert einer laufenden abgekürzten Invalidenrente ${}^{(12)}\ddot{a}^{i}_{x;\overline{z-x}|}$ in eine rekursive Formel der Form

$${}^{(12)}\ddot{a}^{i}_{x;\overline{z-x}|} = b_x + v \cdot u_x \cdot {}^{(12)}\ddot{a}^{i}_{x+1;\overline{z-x-1}|}$$

um.
Bitte machen Sie dabei pro Schritt immer nur eine Umwandlung und begründen Sie diese auch kurz.

(b) *[2 Punkte]* Welche Bedeutung haben b_x und u_x generell bei einer laufenden Rente?

(c) *[3 Punkte]* Was ändert sich, wenn anstelle der abgekürzten die lebenslang laufende Invalidenrente ${}^{(12)}\ddot{a}^{i}_{x}$ betrachtet wird? Geben Sie dabei auch die resultierende Rekursionsformel an.

(d) *[4 Punkte]* Beschreiben Sie in einfachen Worten, wann eine Verpflichtung konform zum verwendeten Markov-Modell ist.
Begründen Sie, wieso die Verpflichtung auf Zahlung einer laufenden lebenslangen oder (auf ein festes Endalter) abgekürzten Rente immer eine Markov-konforme Verpflichtung ist.

Aufgabe 5. *[Beratung] [16 Punkte]*

(a) *[8 Punkte]* Im Rahmen der Aufwandsrechnung lässt sich der im Geschäftsjahr t aufgetretene Aufwand A_t einer Zusage auf betriebliche Altersversorgung auf zwei Weisen zerlegen.

(i) *[3 Punkte]* Wie lautet die Zerlegung des Aufwandes A_t anhand von Werten aus Bilanz und Gewinn- und Verlustrechnung.

(ii) *[3 Punkte]* Wie kommt man auf die Zerlegung des Gesamtaufwandes in Personal- (bzw. Dienstzeit-) und Zinsaufwand?

(iii) *[2 Punkte]* Welche Besonderheiten gibt es bei der Durchführung über einen externen Versorgungsträger?

(b) *[8 Punkte]* Bei einer betriebswirtschaftlichen Analyse der Gesamtauswirkungen einer Zusage auf das Unternehmen wird häufig von der kumulierten diskontierten Liquiditätswirkung gesprochen.

(i) *[2 Punkte]* Erläutern Sie kurz, was darunter zu verstehen ist.

(ii) *[6 Punkte]* Welche wesentlichen Parameter bzw. Einflussgrößen fließen hierbei in die Berechnung ein?
Nennen Sie dazu (mindestens) 2 interne Parameter und zwei externe Einflussgrößen und beschreiben Sie kurz ihren jeweiligen Einfluss.

Aufgabe 6. *[Bewertungsvorschriften des EStG und HGB] [14 Punkte]*

Die Firma Pütz GmbH hat Sie mit der Bewertung ihrer Pensionsrückstellungen nach steuerrechtlichen und handelsrechtlichen Bewertungsgrundsätzen zum 31.12.2025 beauftragt.

Die Firma bietet den Mitarbeitern betriebliche Altersversorgung in Form einer Direktzusage (Beitragsorientierte Leistungszusage) an. Im Dezember jeden Jahres wandelt die Firma einen fiktiven Beitrag in Höhe von 4 % des Jahresgehaltes eines jeden Mitarbeiters gemäß der zugesagten Verrentungstabelle in einen Rentenbaustein um. Die Rentenhöhe im Leistungsfall Alter (Altersgrenze 67) bzw. Invalidität entspricht der Summe der zum Zeitpunkt des Leistungsfalls erworbenen Rentenbausteinsumme. Im Leistungsfall Tod entspricht die Leistung 60 % der zum Zeitpunkt des Todes erworbenen Rentenbausteinsumme. Es wurde eine jährliche Rentenanpassung um 1 % zugesagt. Die Zusage wurde 2015 erteilt, es gibt aktuell 12 Anwärter und 2 Rentner im Bestand.

a) *[3 Punkte]* Mit welchem Bewertungsverfahren sind die vorliegenden Pensionsverpflichtungen nach handelsrechtlichen Grundsätzen zu bewerten und warum?

b) *[3 Punkte]* Mit welchem Bewertungsverfahren sind die vorliegenden Pensionsverpflichtungen nach steuerrechtlichen Grundsätzen zu bewerten und warum?

c) *[5 Punkte]* Am Vorstichtag hatte die Pütz GmbH Ihnen fehlerhafte Daten zur Verfügung gestellt. Bei einem Neurentner wurde Ihnen versehentlich dessen Hinterbliebenenrentenanwartschaft als Rentenhöhe mitgeteilt. Bei der Datenmeldung zum 31.12.2025 ist der Fehler aufgefallen und wurde korrigiert. Wie wirkt sich die Korrektur auf die steuerliche und die handelsrechtliche Pensionsrückstellung aus?

d) *[3 Punkte]* Die Vorschriften des § 6a EStG stehen des Öfteren in der Kritik. Nennen Sie drei mögliche Kritikpunkte an den Vorgaben des § 6a EStG.

Aufgabe 7. *[Bewertungsvorschriften des IAS 19] [13 Punkte]*

Ein Kunde von Ihnen wurde von einem internationalen Konzern übernommen und muss nun erstmals auch einen Jahresabschluss nach IFRS aufstellen. In diesem Zusammenhang wendet sich ihr Ansprechpartner mit einer Reihe Fragen an Sie, in der Hoffnung, dass Sie ihm weiterhelfen können:

a) *[3 Punkte]* Er wurde gebeten, gegenüber dem globalen Aktuar des Konzerns mitzuteilen, ob es in dem Unternehmen Defined Contribution Pläne und/oder Defined Benefit Pläne gibt. Worin besteht der Unterschied zwischen diesen beiden Arten von Plänen?

b) *[4 Punkte]* Das Unternehmen hat seinen Mitarbeitern eine Direktzusage erteilt. Hierfür erhält ihr Ansprechpartner von Ihnen jedes Jahr Gutachten nach EStG und nach HGB. Er fragt, ob er dem globalen Aktuar nicht einfach die HGB Rückstellung nennen kann? Stellen Sie die Unterschiede in der Bewertung dar. (Es reicht auf die Unterschiede einzugehen, Gemeinsamkeiten müssen nicht erläutert werden)

c) *[6 Punkte]* Was sind „versicherungsmathematische Gewinne und Verluste" bei Pensionsverpflichtungen und wie werden diese nach IFRS bilanziell behandelt?

Aufgabe 8. *[Bewertung von Altersteilzeitverpflichtungen] [33 Punkte]*

Ihr neuer Kollege fragt Sie um Rat: Er soll zum ersten Mal versicherungsmathematische Gutachten über Rückstellungen für Altersteilzeitverpflichtungen erstellen. Sie beantworten ihm seine Fragen zur Bewertung von Altersteilzeitverpflichtungen:

a) *[8 Punkte]* Was sind Altersteilzeitverpflichtungen? Erläutern Sie die üblichen Arten der Altersteilzeit und erläutern Sie, worin sich diese unterscheiden. Für welche Altersteilzeitleistungen müssen bzw. können Rückstellungen gebildet werden?

b) *[3 Punkte]* Warum ist die steuerliche Rückstellung bei einem Teilzeitmodell ohne Kapitalabfindungen stets null, während in der Handelsbilanz eine Rückstellung gebildet wird?

c) *[6 Punkte]* Woran kann man beurteilen, ob eine Zahlung Entgeltcharakter oder Abfindungscharakter hat? Warum ist das für die Bewertung von Altersteilzeitverpflichtungen wichtig?

d) *[3 Punkte]* Ihr Kollege hat die Bewertung durchgeführt und Sie kontrollieren seine Berechnungen. Die erste von Ihnen betrachtete Verpflichtung befindet sich bereits in der Freistellungsphase, die noch genau 8 Monate läuft, und bezieht ein Teilzeitgehalt von 2.500 € monatlich zzgl. einer Gehaltsaufstockung von 500 € monatlich. Ihr Kollege hat für diese Verpflichtung eine Rückstellung von knapp 20.000 € für den Erfüllungsrückstand und ca. 4.000 € für die Aufstockungszahlungen ermittelt, insgesamt also eine Rückstellung von 24.000 €. Ist das plausibel?

e) *[4 Punkte]* Welche Voraussetzung muss ein ATZ-Verhältnis erfüllen, damit die Verwendung der linear ratierlichen Methode zulässig ist? Welche Methoden sind in den Fällen anzuwenden, in denen sie nicht zulässig ist?

f) *[9 Punkte]* Berechnen Sie den Rückstellungsverlauf für Aufstockungszahlungen mittels linear ratierlicher Ansammlung für folgendes ATZ-Verhältnis im Blockmodell:
- Vertragsabschluss am 01.01.2026
- Beginn der ATZ am 1.1.2028
- Beginn der Freistellungsphase am 1.1.2031
- Ende der ATZ am 31.12.2033
- Aufstockungszahlungen in Höhe von 2.500 € pro Monat (bzw. 30.000 € pro Jahr)

Unterstellen Sie für Ihre Berechnungen einen Rechnungszins von 0 % und einen Gehaltstrend von 0 %. Biometrie können Sie unberücksichtigt lassen. Gehen Sie

vereinfachend davon aus, dass die Zahlungen jeweils jährlich am Ende des Jahres erfolgen.

Geben Sie für die Bilanzstichtage 2026 bis 2033 jeweils die Höhe der Rückstellung an. Verwenden Sie dafür bitte das Schema auf dem beigefügten Lösungsblatt.

Lösungshinweise

Aufgabe 1. *[36 Punkte]*

(a) $q_x^1 = \mathbb{P}[X_3 < min(x+1, X_1, X_2) \mid X_1 > x, X_2 > x, X_3 > x]$

$q_x^2 = \mathbb{P}[X_1 \leq X_3 \leq x+1, X_3 < X_2 \mid X_1 > x, X_2 > x, X_3 > x]$

$q_x^3 = \mathbb{P}[X_3 \leq x+1, X_3 < X_2 \mid X_1 > x, X_2 > x, X_3 > x]$

$q_x^4 = \mathbb{P}[X_3 \leq x+1, X_3 < X_2 \mid X_1 \leq x, X_2 > x, X_3 > x]$

$q_x^5 = \mathbb{P}[X_3 \leq x+1, X_3 < X_2 \mid X_2 > x, X_3 > x]$

(b) Anmerkung: Aufgrund der Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C]$ gilt $\mathbb{P}[\overline{B} \mid C] \neq 0$.

$$\begin{aligned}\mathbb{P}[A \mid C] &= \mathbb{P}[A \cap B \mid C] + \mathbb{P}[A \cap \overline{B} \mid C] \\ &= \underbrace{\mathbb{P}[A \mid B \cap C]}_{=\mathbb{P}[A|C]} \cdot \mathbb{P}[B \mid C] + \mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C] \cdot \mathbb{P}[\overline{B} \mid C] \\ &= \mathbb{P}[A \mid C] \cdot \mathbb{P}[B \mid C] + \mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C] \cdot \mathbb{P}[\overline{B} \mid C]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\Rightarrow \mathbb{P}[A \mid C] \cdot (1 - \mathbb{P}[B \mid C]) = \mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C] \cdot \mathbb{P}[\overline{B} \mid C] \\ &\Rightarrow \mathbb{P}[A \mid C] \cdot \mathbb{P}[\overline{B} \mid C] = \mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C] \cdot \mathbb{P}[\overline{B} \mid C] \\ &\Rightarrow \mathbb{P}[A \mid C] = \mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C]\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}q_x^1 &= \mathbb{P}[X_3 < min(x+1, X_1, X_2) \mid X_1 > x, X_2 > x, X_3 > x] \\ q_x^2 &= \mathbb{P}[X_1 \leq X_3 \leq x+1, X_3 < X_2 \mid X_1 > x, X_2 > x, X_3 > x]\end{aligned}$$

$$\Rightarrow q_x^1 + q_x^2 = P[X_3 \leq x+1, X_3 < X_2 \mid X_1 > x, X_2 > x, X_3 > x] = q_x^3$$

Sei $q_x^4 = q_x^5$. Dann gilt:

$$\begin{aligned}q_x^5 &= \mathbb{P}[\underbrace{X_3 \leq x+1, X_3 < X_2}_{:=A} \mid \underbrace{X_2 > x, X_3 > x}_{:=C}] \\ &= \mathbb{P}[X_3 \leq x+1, X_3 < X_2 \mid \underbrace{X_1 \leq x}_{:=B}, X_2 > x, X_3 > x] = q_x^4\end{aligned}$$

Und somit nach (b):

$$\begin{aligned}q_x^5 &= \mathbb{P}[A \mid C] = \mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C] \\ &= \mathbb{P}[X_3 \leq x+1, X_3 < X_2 \mid X_1 > x, X_2 > x, X_3 > x] = q_x^3\end{aligned}$$

Also insgesamt $q_x^1 + q_x^2 = q_x^3 = q_x^5$.

(d) Die übliche Darstellung der Richttafeln für q_x^2 lautet: $q_x^2 = s_x \cdot_{\frac{1}{2}} q^{aa}_{x+\frac{1}{2}}$

Ferner gilt: $q_x^{aa} = {}_{\frac{1}{2}}q_x^{aa} + {}_{\frac{1}{2}}p_x^a \cdot_{\frac{1}{2}} q^{aa}_{x+\frac{1}{2}}$

und damit folgt: ${}_{\frac{1}{2}}q^{aa}_{x+\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}\cdot q_x^{aa}}{{}_{\frac{1}{2}}p_x^a} = \frac{\frac{1}{2}\cdot q_x^{aa}}{1-\frac{1}{2}\cdot(i_x+q_x^{aa})}$

Nach (c) gilt $q_x^5 = q_x^1 + q_x^2$, wobei die übliche Notation der Richttafeln lautet: $q_x^1 = \hat{q}_x^{aa}$ und $q_x^5 = q_x^{aa}$.

Also gilt

$$\begin{aligned} q_x^{aa} &= \hat{q}_x^{aa} + s_x \cdot_{\frac{1}{2}} q^{aa}_{x+\frac{1}{2}} \\ \Rightarrow \hat{q}_x^{aa} &= q_x^{aa} - s_x \cdot_{\frac{1}{2}} q^{aa}_{x+\frac{1}{2}} \\ &= q_x^{aa} - s_x \cdot \frac{\frac{1}{2}\cdot q_x^{aa}}{1-\frac{1}{2}\cdot(i_x+q_x^{aa})} \\ &= q_x^{aa} \cdot \underbrace{\left(1 - \frac{\frac{1}{2}\cdot s_x}{1-\frac{1}{2}\cdot(i_x+q_x^{aa})}\right)}_{:=c_x} \end{aligned}$$

Aufgabe 2 *[24 Punkte]*

(a) ${}_k\widehat{L}_x$ kann ganz allgemein dargestellt werden durch:

$$ {}_k\widehat{L}_x = {}_kL_x^{(0)} + \sum_{i=1}^{h} {}_kL_x^{(i)} \cdot q_{x+k}^{(i)}, \quad k = 0, 1, \ldots . $$

Bezeichnungen:

- ${}_kL_x^{(0)}$: Erwartungswert der Leistungen, die durch Erreichen des Altersintervalls $]x+k, x+k+1]$ in der Hauptgesamtheit unmittelbar ausgelöst werden
- ${}_kL_x^{(i)}$: Erwartungswert der Leistungen, die durch Ausscheiden im Altersintervall $]x+k, x+k+1]$ durch Ursache i ausgelöst werden
- $q_x^{(i)}$: Wahrscheinlichkeit einer x-jährigen Person der Hauptgesamtheit innerhalb des Intervalls $]x, x+1]$ aufgrund der Ursache i auszuscheiden

(b) Der Prämienbarwert zum Alter x lässt sich ganz allgemein darstellen als:

$$ {}_0B_x^P = \sum_{k\geq 0} v^k \, {}_kp_x \, {}_k\hat{P}_x $$

Es gilt für die prospektive Reserve zum Alter $x+m$:

$$ {}_mV_x^{pro} = \sum_{k\geq 0} v^k \, {}_kp_{x+m} \, ({}_{m+k}\hat{L}_x - {}_{m+k}\hat{P}_x), \quad m = 0, 1, \ldots $$

(c)

$$ \begin{aligned}
{}_mV_x^{pro} &= \sum_{k\geq 0} v^k \, {}_kp_{x+m} ({}_{m+k}\hat{L}_x - {}_{m+k}\hat{P}_x) \\
&= {}_m\hat{L}_x - {}_m\hat{P}_x + \sum_{k\geq 1} v^k \, {}_kp_{x+m} ({}_{m+k}\hat{L}_x - {}_{m+k}\hat{P}_x) \\
&= {}_m\hat{L}_x - {}_m\hat{P}_x + v \, p_{x+m} \sum_{k\geq 1} v^{k-1} \, {}_{k-1}p_{x+m+1} ({}_{m+k}\hat{L}_x - {}_{m+k}\hat{P}_x) \\
&= {}_m\hat{L}_x - {}_m\hat{P}_x + v \, p_{x+m} \sum_{k\geq 0} v^k \, {}_kp_{x+m+1} ({}_{m+1+k}\hat{L}_x - {}_{m+1+k}\hat{P}_x) \\
&= {}_m\hat{L}_x - {}_m\hat{P}_x + v \, p_{x+m} \, {}_{m+1}V_x^{pro}
\end{aligned} $$

$$ \Longrightarrow \qquad {}_mV_x^{pro} + {}_m\hat{P}_x = {}_m\hat{L}_x + v \, p_{x+m} \, {}_{m+1}V_x^{pro} $$

(d) (i) Anwartschaft eines internen Anwärters auf eine $\frac{1}{t}$-zahlbare Invaliden- und Altersrente der Höhe 1:

$$ {}^{(t)}_{m}\hat{L}^{aiA}_{x} = \begin{cases} v\,\hat{i}_{x+m\,\frac{1}{2}}\,p^{i}_{x+m+\frac{1}{2}}\left(k^{(t)} + {}^{(t)}\ddot{a}^{i}_{x+m+1}\right) & \text{für } x+m<z \\ {}^{(t)}\ddot{a}^{r}_{z} & \text{für } x+m=z \end{cases} $$

(ii) Die Anwartschaft eines internen Anwärters auf eine $\frac{1}{t}$-zahlbare Witwenrente der Höhe 1 nach Aktiventod bzw. nach Erreichen der Altersgrenze nach vorherigem Ausscheiden mit unverfallbarer Anwartschaft ($x+m<z$):

$$ \begin{aligned} {}^{(t)}_{m}\hat{L}^{asaw}_{x} &= v\,s_{x+m\,\frac{1}{2}}\,p^{a}_{x+m+\frac{1}{2}}\,{}^{(t)}\ddot{a}^{aaw}_{x+m+1} + \\ &+ v\,s_{x+m\,\frac{1}{2}}\,q^{aa}_{x+m+\frac{1}{2}}\,h_{x+m\,\frac{1}{2}}\,p^{w}_{y(x+m)+\frac{1}{2}}\left(k^{(t)} + {}^{(t)}\ddot{a}^{w}_{y(x+m)+1}\right) \end{aligned} $$

Aufgabe 3. *[Überprüfung der Biometrie] [22 Punkte]*

(a) *[10 Punkte]*

(i) *[2 Punkte]* Die Nullhypothese lautet, dass die unterstellten Sterbenswahrscheinlichkeiten die tatsächliche Realtität abbildet, d.h. dass die Biometrie angemessen ist. Die Alternativhypothese bedeutet, dass die tatsächlichen von den unterstellten Sterbenswahrscheinlichkeiten abweichen.

(ii) *[6 Punkte]*

(1) *[3 Punkte]* Der Vorzeichentest zählt die Anzahl der Überschreitungen der beobachteten gegenüber den erwarteteten Todesfällen in den einzelnen Altern.
Die Teststatitsik lautet:

$$T = \sum_{x=60}^{79} 1_{\{Z_x > E_x\}}.$$

(2) *[3 Punkte]* Der Iterationstest zählt den Wechsel zwischen Über- und Unterschreitungen von einem Alter gegenüber dem vorherigen Alter.
Die Teststatistik lautet:

$$T = \sum_{x=61}^{79} 1_{\{sign(Z_x - E_x) \neq sign(Z_{x-1} - E_{x-1})\}}.$$

(iii) *[2 Punkte]* Bei beiden Testverfahren sollten in jeder Altersklasse mindestens 5 erwartete Todesfälle auftreten. Dies ist hier nicht der Fall, so dass die Tests nicht anwendbar sind.

(b) *[12 Punkte]*

(i) *[11 Punkte]*

(1) *[1 Punkt]* Es handelt sich um einen zweiseitigen Test, so dass es einen oberen und einen unteren Ablehungsbereich gibt.

(2) *[4 Punkte]* Der untere Ablehungsbereich ist gegeben durch den maximalen Bereich $[0; n]$, für den $\mathcal{P}([0; n]) \leq \frac{\alpha}{2}$ gilt.
Wegen $\mathcal{P}([0; 11]) = 1,33\ \% \leq 2,5\ \%$ und $\mathcal{P}([0; 12]) = 2,53\ \% > 2,5\ \%$ ist der untere Ablehungsbereich $[0; 11]$.

(3) *[6 Punkte]* Der obere Ablehungsbereich ist gegeben durch den maximalen Bereich $[n; \infty)$, für den $\mathcal{P}([n; \infty)) \leq \frac{\alpha}{2}$ gilt.
Wegen $\mathcal{P}([30; \infty)) = 1 - \mathcal{P}([0; 29]) = 3,62\ \% > 2,5\ \%$ und $\mathcal{P}([31; \infty)) = 1 - \mathcal{P}([0; 30]) = 2,33\ \% \leq 2,5\ \%$ ist der obere Ablehungsbereich $[31; \infty)$.

(ii) *[1 Punkt]* Die Stichprobe liefert einen Wert von 12, der weder im oberen noch im unteren Ablehungsbereich liegt. Daher ist die Nullhypothese nicht zu verwerfen.

Aufgabe 4. *[Markov] [22 Punkte]*

(a) *[13 Punkte]*

(1) *[12 Punkte]*

$$
\begin{aligned}
{}^{(12)}\ddot{a}^{i}_{x;\overline{z-x}|} &= \sum_{k=0}^{z-x-1} v^k \cdot {}_kp^i_x \cdot {}^{(12)}_kL^i_x \\
&\qquad \text{lt. Definition von } {}^{(12)}\ddot{a}^{i}_{x;\overline{z-x}|} \\
&= v^0 \cdot {}_0p^i_x \cdot {}^{(12)}_0L^i_x + \sum_{k=1}^{z-x-1} v^k \cdot {}_kp^i_x \cdot {}^{(12)}_kL^i_x \\
&\qquad \text{durch Herausziehen des 1. Summanden} \\
&= 1 - k(12) \cdot \left(1 - v \cdot p^i_x\right) + \sum_{k=1}^{z-x-1} v^k \cdot {}_kp^i_x \cdot {}^{(12)}_kL^i_x \\
&\qquad \text{durch Vereinfachen des 1. Summanden} \\
&= 1 - k(12) \cdot \left(1 - v \cdot p^i_x\right) + \sum_{k=0}^{z-x-1-1} v^{k+1} \cdot {}_{k+1}p^i_x \cdot {}^{(12)}_{k+1}L^i_x \\
&\qquad \text{durch Indexverschiebung} \\
&= 1 - k(12) \cdot \left(1 - v \cdot p^i_x\right) + v \cdot p^i_x \cdot \sum_{k=0}^{z-(x+1)-1} v^k \cdot {}_kp^i_{x+1} \cdot {}^{(12)}_kL^i_{x+1} \\
&\qquad \text{durch Herausziehen des gemeinsamen Faktors } v \cdot p_x \\
&= 1 - k(12) \cdot \left(1 - v \cdot p^i_x\right) + v \cdot p^i_x \cdot {}^{(12)}\ddot{a}^{i}_{x+1;\overline{z-(x+1)}|} \\
&\qquad \text{lt. Definition von } {}^{(12)}\ddot{a}^{i}_{x;\overline{z-x}|}
\end{aligned}
$$

für $x < z$.
Für $x + 1 = z$ ist dabei ${}^{(12)}\ddot{a}^{i}_{x;\overline{z-(x+1)}|} = 0$.

(2) *[1 Punkt]* Damit ist

- $b_x = {}^{(12)}_kL^i_x = 1 - k(12) \cdot \left(1 - v \cdot p^i_x\right)$ bzw.
- $u_x = p^i_x = p^{i \to i}_x$.

(b) *[2 Punkte]* b_x beschreibt bei laufenden Renten (wie hier) den einjährigen Rentenbarwert,
u_x beschreibt bei laufenden Renten (wie hier) die Verbleibewahrscheinlichkeit.

(c) *[3 Punkte]* In der Formel ist anstelle der auf die Alter vor dem Pensionsalter abgekürzten Summe die Summe über die Alter bis zum Endalter der Tafel zu nehmen.
Die obigen Umwandlungen gelten dann entsprechend auch für diesen Barwert. Im Ergebnis ergibt sich eine entsprechende Darstellung für alle Alter x:

$$^{(12)}\ddot{a}_x^i = 1 - k(12) \cdot \left(1 - v \cdot p_x^i\right) + v \cdot p_x^i \cdot {}^{(12)}\ddot{a}_{x+1}^i$$

(d) *[4 Punkte]* Eine Verpflichtung heißt Markov-konform, wenn die Rentenhöhen, die in einem Zustand gezahlt werden, nicht vom Zeitpunkt des Eintritts in diesen Zustand abhängen, sondern davon unabhängig sind.
Bei laufenden Renten steht jedoch die Rentenhöhe bereits fest, so dass der Beginn der Rente hier keinen Einfluss mehr hat. Damit ist eine laufende Rente immer Markov-konform.

Aufgabe 5. *[Beratung] [16 Punkte]*

(a) *[8 Punkte]*

(i) *[3 Punkte]* Der Aufwand A_t im Geschäftsjahr t einer Zusage auf betriebliche Altersversorgung ist gegeben durch

$$A_t = (V_t - V_{t-1}) + R_t$$

mit V_t bzw. V_{t-1} der Rückstellung am Ende des jeweiligen Geschäftsjahrs und R_t die Zahlungen im Geschäftsjahr aufgrund der Zusage.

(ii) *[3 Punkte]* Der Aufwand A_t lässt sich ebenfalls aufteilen in Zinsaufwand den Z_t und Personalaufwand (bzw. Dienstzeitaufwand) P_t:

$$A_t = Z_t + [(V_t - V_{t-1}) + R_t - Z_t],$$

d.h. der Personalaufwand P_t ist gegeben durch

$$P_t = [(V_t - V_{t-1}) + R_t - Z_t].$$

(iii) *[2 Punkte]* Bei der Durchführung über einen externen Versorgungsträger ist der Zinsaufwand $Z_t = 0$, da keine Rückstellung gebildet wird.
Damit besteht der Personalaufwand aus den Prämien-Zahlungen R_t an den externen Versorgungsträger.

(b) *[8 Punkte]*

(i) *[2 Punkte]* Bei der kumulierten Liquiditätswirkung werden die durch die Zusage ausgelösten (erwarteten) Cash flows der einzelnen (zukünftigen) Jahre prognostiziert und diskontiert aufsummiert.

(ii) *[6 Punkte]*

(1) *[3 Punkte]* Wesentliche interne Parameter, die in die kumulierte Liquiditätswirkung einfließen, sind u.a.

- Zins – dieser hat über die Diskontierung des Cash flows wesentlichen Einfluss;
- Trendannahmen (u.a. Gehaltstrend, Rententrend) – dieser hat einen unmittelbaren Einfluss auf die Entwicklung des Cash flows aus der Zusage selber;
- sonstige Parameter, die in eine Prognose des Cash flows einfließen, wie z.B. Annahmen zum Pensionsalter, zu Fluktuationen, Neuzugänge, Inanspruchnahme einer Kapitalabfindung bei Kapitaloption, ...

(2) *[3 Punkte]* Wesentliche externe Einflussgrößen, die in die kumulierte Liquiditätswirkung einfließen, sind u.a.

- PSV-Satz – dieser beeinflusst die Kapitalabflüsse und damit den Cash flow;
- Steuersätze (Gewerbesteuer, Hebesatz, Körperschafts-/Einkommenssteuer) – diese beeinflussen ebenfalls den Cash flow aufgrund der steuerlichen Berücksichtigung der Pensionsrückstellungen.

Lösungshinweise zu Aufgabe 6

a) *[3 Punkte]* Es handelt sich wie angegeben um eine Beitragsorientierte Leistungszusage. Bei Ausscheiden hätten die Arbeitnehmer daher Anspruch auf eine unverfallbare Anwartschaft in Höhe der zum Zeitpunkt des Ausscheidens erworbenen Rentenbausteinsumme. Daher entspricht die zum Stichtag erworbene Rentenbausteinsumme der zum Stichtag erdienten Anwartschaft und wird mit dem versicherungsmathematischen Barwert bewertet.

b) *[3 Punkte]* Da es sich nicht um Entgeltumwandlungen handelt, sind die Verpflichtungen gegenüber den aktiven Mitarbeitern gemäß § 6a EStG mit dem Teilwertverfahren zu bewerten. Für Leistungsempfänger ist die Verpflichtung mit dem versicherungsmathematischen Barwert zu bewerten.

c) *[5 Punkte]* Die steuerliche Pensionsrückstellung des Rentners war am Vorstichtag zu niedrig. Ein Nachholen eines steuerlichen Fehlbetrags ist nur bei Eintritt des Leistungsfalls bzw. bei Ausscheiden aus der Firma möglich. Da hier der Versorgungsfall bereits im eingetreten ist, kann der Fehlbetrag nie nachgeholt werden. Die Rückstellung aus dem Vorjahr kann allerdings solange beibehalten werden, wie die korrekte Pensionsrückstellung höher ist. Der Fehlbetrag baut sich also im Zeitablauf ab. In der Handelsbilanz kann der Fehlbetrag zum aktuellen Stichtag nachgeholt werden, die Zuführung zur Pensionsrückstellung fällt entsprechend höher aus.

d) *[3 Punkte]* Der Rechnungszins in Höhe von 6 % ist deutlich höher als die Zinsen am Kapitalmarkt. Das Teilwertverfahren führt bei vielen Verpflichtungen zu einer unsachgemäßen Verteilung des Aufwands. Da zukünftige Gehalts- und Rentenanpassungen nicht berücksichtigt werden dürfen, sofern sie zum Bewertungsstichtag ungewiss sind, werden viele Verpflichtungen systematisch unterbewertet.

Lösungshinweise zu Aufgabe 7

a) *[3 Punkte]* Bei einer Pensionsverpflichtung handelt es sich um einen DC-Plan, wenn der Arbeitgeber nur zur Zahlung von Beiträgen an eine Versorgungseinrichtung verpflichtet ist und darüber hinaus (mit Ausnahme der Subsidiärhaftung) keine weitere Verpflichtung trägt. Bei allen sonstigen Pensionsverpflichtungen handelt es sich um DB-Pläne.

b) *[4 Punkte]* Bei der Bewertung nach IFRS bzw. IAS 19 ist zwingend die PUC-Methode als Bewertungsverfahren anzuwenden. Bei HGB ist kein Bewertungsverfahren vorgeschrieben, neben der PUC-Methode sind auch das modifizierte Teilwertverfahren und ggf. das steuerliche Teilwertverfahren zulässig. Der Rechnungszins ist nach IAS 19 als stichtagsaktueller Marktzins mit einer Restlaufzeit entsprechend der Duration der Verpflichtung zu wählen. Nach HGB ist der durchschnittliche Rechnungszins der letzten 120 Monate zu verwenden, mit einer Restlaufzeit entsprechend der Duration der Verpflichtung oder pauschal einer Laufzeit von 15 Jahren.

c) *[6 Punkte]* Es wird unterschieden zwischen versicherungsmathematischen Gewinnen und Verlusten aus Änderungen finanzieller Annahmen, aus Änderungen demografischer Annahmen und aus erfahrungsbedingten Anpassungen. Als Gewinne und Verluste aus Änderungen finanzieller Annahmen werden alle Änderungen der DBO erfasst, die sich durch die Änderungen finanzieller Annahmen wie Rechnungszins, Gehaltstrend oder Rententrend ergeben. Als Gewinne und Verluste aus Änderungen demografischer Annahmen werden alle Änderungen der DBO erfasst, die sich durch die Änderungen demografischer Annahmen wie Sterbetafeln, Fluktuationsannahme oder Pensionsalter ergeben. Als Gewinne und Verluste aus erfahrungsbedingten Anpassungen werden alle Effekte auf die DBO erfasst, die sich nicht einem anderen Posten zuordnen lassen (=> Restgröße). Diese beinhalten unter anderem die Auswirkungen von Abweichungen der tatsächlichen Entwicklung von den Annahmen. Alle versicherungsmathematischen Gewinne und Verluste werden erfolgsneutral im OCI erfasst.

Lösungshinweise zu Aufgabe 8

a) *[8 Punkte]* Altersteilzeitverpflichtungen entstehen durch eine Vereinbarung zwischen Arbeitgeber und Arbeitnehmer, dass letzterer bis zu seinem Renteneintritt seine Arbeitszeit reduziert, der Arbeitgeber die entsprechende Einkommensreduktion durch sogenannte Aufstockungszahlungen teilweise kompensiert. Frühestmöglicher Zeitpunkt für den Beginn der Altersteilzeit ist dabei die Vollendung des 55. Lebensjahres. Es existieren zwei Altersteilzeitmodelle – das Teilzeitmodell und das Blockmodell. Im Teilzeitmodell wird die Arbeitszeit für die gesamte Dauer der Altersteilzeit um 50 % reduziert. Im Blockmodell bleibt die Arbeitszeit dagegen für die Hälfte des Zeitraums („Aktivphase") bei 100 % und wird anschließend in der zweiten Hälfte („Passivphase") auf 0 % reduziert. In beiden Phasen wird das Gehalt auf 50 % zzgl. Aufstockungszahlungen reduziert. Zusätzlich ist der Arbeitgeber auch verpflichtet die Beiträge an die gesetzliche Rentenversicherung aufzustocken. Der Arbeitgeber muss je nach Modell Rückstellungen bilden für:

- Aufstockungen des Gehalts und der Rentenversicherungsbeiträge (beide Modelle)
- Den sogenannten Erfüllungsrückstand im Blockmodell – also für die Gehaltszahlungen (inkl. SV-Beiträge) die in der Freistellungsphase fällig werden
- Kapitalabfindungen, sofern diese vereinbart wurden

b) *[3 Punkte]* In der Steuerbilanz ist lediglich die Bildung einer Rückstellung für Leistungen in der Freistellungsphase zulässig. Da es beim Teilzeitmodell keine Freistellungsphase gibt, scheidet beim Teilzeitmodell eine Rückstellungsbildung somit aus. In der Handelsbilanz sind auch Rückstellungen für Aufstockungszahlungen in der Arbeitsphase zu bilden.

c) *[6 Punkte]* Aufstockungszahlungen werden in der Handelsbilanz unterschiedlich bewertet, je nachdem ob es sich um Aufstockungszahlungen mit Entgeltcharakter oder mit Abfindungscharakter handelt.

Bei Aufstockungszahlungen mit Entgeltcharakter erfolgt eine ratierliche Ansammlung der Rückstellung, bei Aufstockungszahlungen mit Abfindungscharakter ist dagegen eine Rückstellung in Höhe des Barwerts der zukünftigen Zahlungen zu bilden.

Aufstockungszahlungen haben Entgeltcharakter, wenn sich der Arbeitnehmer diese individuell oder kollektiv erdient – etwa durch Erfüllung von bestimmten Voraussetzungen (z.B. Mindestbetriebszugehörigkeit) oder durch einen Beitrag zur Finanzierung (Verzicht der Arbeitnehmer auf Gehaltserhöhungen im Rahmen der Tarifverhandlungen).

d) *[3 Punkte]* Der Kollege hat beim Erfüllungsrückstand offenbar die auf den Arbeitgeber entfallenden Sozialversicherungsbeiträge nicht berücksichtigt, dadurch ist die Rückstellung um fast 20 % zu niedrig. Bei der Rückstellung für Aufstockungszahlungen fehlt die RV-Aufstockung komplett. Insgesamt ist die Rückstellung also deutlich zu niedrig – der Kollege wird nochmal neu rechnen müssen.

e) *[4 Punkte]* Die linear ratierliche Methode ist zulässig, wenn die Unverfallbarkeit der Aufstockungszahlungen bereits mit Fälligkeit der Zahlung eintritt. Sieht die Altersteilzeitvereinbarung im Störfall dagegen eine Rückzahlung bzw. Verrechnung der geleisteten Aufstockungszahlungen vor, ist die linear ratierliche Methode dagegen unzulässig, in diesem Fall sind FiFo- oder Prepaidmethode anzuwenden.

f) *[9 Punkte]* Bei der linear ratierlichen Methode wird jede Zahlung bis zu Ihrer Fälligkeit finanziert, spätestens jedoch bis zum Ende der Aktivphase. Der Finanzierungszeitraum beträgt somit zwischen zwei und fünf Jahren.

Es ergibt sich somit folgender Rückstellungsverlauf:

Jahr	Zahlung	RST 31.12.2026	RST 31.12.2027	RST 31.12.2028	RST 31.12.2029	RST 31.12.2030	RST 31.12.2031	RST 31.12.2032	RST 31.12.2033
2026	0 €	0	0	0	0	0	0	0	0
2027	0 €	0	0	0	0	0	0	0	0
2028	30.000 €	10.000	20.000	0	0	0	0	0	0
2029	30.000 €	7.500	15.000	22.500	0	0	0	0	0
2030	30.000 €	6.000	12.000	18.000	24.000	0	0	0	0
2031	30.000 €	6.000	12.000	18.000	24.000	30.000	0	0	0
2032	30.000 €	6.000	12.000	18.000	24.000	30.000	30.000	0	0
2033	30.000 €	6.000	12.000	18.000	24.000	30.000	30.000	30.000	0
Summe RST		41.500	83.000	94.500	96.000	90.000	60.000	30.000	0