IVS
INSTITUT DER
VERSICHERUNGSMATHEMATISCHEN
SACHVERSTÄNDIGEN
FÜR ALTERSVERSORGUNG e.V.

Schriftliche Prüfung im Fach

Pensionen 1

gemäß Prüfungsordnung 5
der Deutschen Aktuarvereinigung e. V.
und des IVS – Institut der Versicherungsmathematischen
Sachverständigen für Alterversorgung e. V.

am 25.05.2024

Hinweise:

- Als Hilfsmittel ist ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 180 Punkte. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens 90 Punkte erreicht werden.
- Bitte prüfen Sie die Ihnen vorliegende Prüfungsklausur auf Vollständigkeit. Die Klausur besteht aus 9 Seiten.
- Alle Antworten sind zu begründen und bei Rechenaufgaben muss der Lösungsweg ersichtlich sein.
- Bitte vermeiden Sie bei der Lösungserstellung die nicht zusammenhängende Streuung der Lösungen zu den einzelnen Aufgabenteilen.

Mitglieder der Prüfungskommission:

Dr. Rainer Berntzen, Daniel Fröhn, Korbinian Meindl

Aufgabe 1. *[Allgemeines Modell, Bevölkerungsmodell und Ausscheideordnung] [34 Punkte]*

Wir betrachten im Rahmen des im Spezialwissenseminar vorgestellten Bevölkerungsmodells der Pensionsversicherungsmathematik das Modell einer zusammengesetzten Ausscheideordnung mit der Hauptgesamtheit der Aktiven und den beiden vorzeitigen Ausscheideursachen Invalidität und Tod. Auf der Basis eines geeigneten Wahrscheinlichkeitsraumes $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ seien bei einem Aktiven des Alters x und mit Geburtsjahrgang G die beiden Zufallsvariablen X_1 und X_2 wie folgt definiert:

X_1: Alter bei Eintritt der Invalidität
X_2: Alter bei Eintritt des Todes

Bekanntlich werden im Rahmen dieses Bevölkerungsmodells neben der Hauptgesamtheit der Aktiven auch die Nebengesamtheit der Invaliden sowie der Gesamtbestand betrachtet.

Wir betrachten die folgenden Wahrscheinlichkeiten

- q_x^a: Wahrscheinlichkeit eines Aktiven des Alters x innerhalb eines Jahres zu sterben
- i_x: Wahrscheinlichkeit eines Aktiven des Alters x innerhalb eines Jahres invalide zu werden
- q_x^g: Wahrscheinlichkeit einer x-jährigen Person des Gesamtbestandes innerhalb eines Jahres zu sterben
- q_x^i: Wahrscheinlichkeit eines Invaliden des Alters x innerhalb eines Jahres zu sterben
- l_x^a: Wahrscheinlichkeit einer x-jährigen Person zum Aktivenbestand zu gehören
- l_x^g: Wahrscheinlichkeit einer x-jährigen Person zum Gesamtbestand zu gehören

(a) *[10 Punkte]* Drücken Sie diese Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Zufallsvariablen X_1 und X_2 aus.

(b) *[4 Punkte]* In dem Bevölkerungsmodell wird auch die Wahrscheinlichkeit q_x^{aa} betrachtet. Drücken Sie auch diese Wahrscheinlichkeit mit Hilfe der Zufallsvariablen X_1 und X_2 aus und erläutern Sie, worin der Unterschied zwischen q_x^a und q_x^{aa} besteht.

(c) *[8 Punkte]* Zeigen Sie mit Hilfe der Darstellung aus (a) die erste Konsistenzgleichung:

$$q_x^g = \frac{l_x^a}{l_x^g} \cdot q_x^a + \frac{l_x^g - l_x^a}{l_x^g} \cdot q_x^i$$

(d) *[6 Punkte]* Zeigen Sie, dass sich die erste Konsistenzgleichung in der üblichen Darstellung der Heubeck Richttafeln 2018 G wie folgt formulieren lässt:

$$q_x^g = q_x^i - \frac{l_x^a}{l_x^g} \cdot \left(q_x^i - q_x^{aa} - i_x \cdot {}_{\frac{1}{2}}q_{x+\frac{1}{2}}^i \right)$$

Erläutern Sie kurz, welche Auswirkung die 1. Konsistenzgleichung auf das Vorgehen bei der Modifikation von Ausscheidewahrscheinlichkeiten eines Aktiven in den Richttafeln 2018 G hat.

(e) *[3 Punkte]* Erläutern Sie, welcher Zusammenhang auf Grundlage des im Spezialwissenseminar vorgestellten Axiomensystems der Pensionsversicherungsmathematik zwischen dem Zeitpunkt des Eintritts der Invalidität und dem Zeitpunkt des anschließenden Todes als Invalider im gleichen Jahr gilt.

(f) *[3 Punkte]* In der Darstellung $i_x \cdot {}_{\frac{1}{2}}q_{x+\frac{1}{2}}^i$ wird eine in den Richttafeln 2018 G getroffene Zusatzannahme zum Zeitpunkt des Übergangs innerhalb des Jahres sichtbar. Erläutern Sie, welche Zusatzannahme die Richttafeln 2018 G in diesem Zusammenhang treffen und wann somit nach dem Modell der Richttafeln 2018 G der Eintritt des Todes bei vorherigem Eintritt der Invalidität im gleichen Jahr stattfindet.

Aufgabe 2. *[Allgemeines Model, Prämien und Reserven] [26 Punkte]*

Wir betrachten einen internen Anwärter, dem durch seinen Arbeitgeber bei Eintritt in das Unternehmen eine arbeitgeberfinanzierte Pensionszusage in Form einer klassischen Leistungszusage mit Alters-, Invaliden- und Todesfallleistungen zugesagt wurde. Zum Bilanzstichtag 31.12.2023 des Arbeitgebers sei der interne Anwärter $x+m$ Jahre alt (m : Jahre seit Eintritt in das Unternehmen).

(a) *[10 Punkte]* Das Unternehmen erstellt auch einen Jahresabschluss nach IFRS und benötigt hierfür eine Bewertung der Pensionsverpflichtung des internen Anwärters nach IAS 19. Bekanntlich gilt bei der Bewertung von Pensionsverpflichtungen nach IAS 19 (und auch US-GAAP) folgender rechnungsmäßiger Zusammenhang:

$$DBO + SC + IC - EBP = EDBO$$

Führen Sie kurz aus, wofür die Abkürzungen stehen und was diese Größen jeweils bedeuten. Geben Sie dabei auch an, zu welchem Zeitpunkt bzw. für welches Wirtschaftsjahr die Größen ermittelt werden (bezogen auf den 31.12.2023).

(b) *[4 Punkte]* Für die Bewertung der arbeitgeberfinanzierten Leistungszusage nach IAS 19 findet die Projected Unit Credit Methode Anwendung. Geben Sie die Formeln für die Reserven ${}_mV_x$ des internen Anwärters zum Bilanzstichtag 31.12.2023 sowie ${}_{m+1}V_x$ des internen Anwärters zum Bilanzstichtag 31.12.2024 nach der Projected Unit Credit Methode an.

(c) *[12 Punkte]* Wie im Seminar vorgestellt gilt für den internen Anwärter des Alters $x+m$ auch folgender versicherungsmathematischer Zusammenhang:

$$i\,{}_mV_x - (r\,{}^0_m\hat{L}_x - EBP) + r\,{}_m\hat{P}_x - EBP + {}_mV_x \quad = \quad EDBO$$

(i) *[2 Punkte]* Geben Sie die für die Herleitung dieses Zusammenhangs verwendete sogenannte „versicherungsmathematische Bilanzgleichung“ zum Alter $x+m$ wieder.

(ii) *[6 Punkte]* Welche versicherungsmathematische Interpretation kann man aus dem in (c) angegebenen Zusammenhang für die Größen DBO, SC und IC aus Teilaufgabe (a) gewinnen?

(iii) *[4 Punkte]* Erläutern Sie die Bedeutung der Größe ${}^0_m\hat{L}_x$. Beschreiben Sie ferner, worin sich diese Größe von EBP unterscheidet.

(iv) *[Bonusfrage: 3 Zusatzpunkte möglich, wobei dadurch in der Aufgabe 2 insgesamt nicht mehr als 26 Punkte erreicht werden können]*

Was stellt somit die Differenz $r\,{}^0_m\hat{L}_x - EBP$ dar?

Aufgabe 3. *[Biometrie] [43 Punkte]*

(a) *[2 Punkte]* Im Rahmen von biometrischen Untersuchungen zeigen sich immer wieder Unterschiede zwischen verschiedenen Bestandsgruppen hinsichtlich der Wahrscheinlichkeiten, wie z.B. zwischen Männern und Frauen.
Nennen Sie zwei weitere Beispiele für Personengruppe, die i.d.R. unterschiedliche Sterblichkeiten aufzeigen.

(b) *[24 Punkte]* Wir betrachten die Erstellung von Unisex-Rechnungsgrundlagen.

(i) *[10 Punkte]* Bei Unisex-Rechnungsgrundlagen tauchen die Begriffe „natürliche Entmischung“ und „Vermischung“ auf.

1.) *[6 Punkte]* Was versteht man unter diesen beiden Begriffen?

2.) *[4 Punkte]* Bzgl. welcher Bestandsgruppen innerhalb des Standard-Richttafeln-Modells von Heubeck (d.h. ohne Fluktuationen) treten die beiden Effekte jeweils auf?

(ii) *[14 Punkte]* Im Rahmen der Modellierung von Unisex-Rechnungsgrundlagen im Heubeck-Modell sei m der Männeranteil im Startalter $x_0 = y_0 = u_0 = 20$.

1.) *[2 Punkte]* Wie errechnet sich allgemein der Männeranteil m_x im Alter x basierend auf den standardisierten Anzahlen der männlichen bzw. weiblichen Lebenden l_x und l_y?

2.) *[10 Punkte]* Zeigen Sie, dass der allgemeine Männeranteil m_x sich wie folgt auf den Männeranteil $m_x^{50\,\%}$ bei einem anfänglichen Männeranteil von 50 % zurückführen lässt („50-50-Joker“):

$$m_x = \frac{m \cdot m_x^{50\,\%}}{m \cdot m_x^{50\,\%} + (1-m) \cdot \left(1 - m_x^{50\,\%}\right)}$$

3.) *[2 Punkte]* Von welcher weiteren Größe außer dem Alter x hängt der Männeranteil im Heubeck-Richttafel-Model eigentlich noch ab?

(c) *[8 Punkte]* Für die Firma „Vet&Care GmbH & Co. KG“, die mehrere Tierkliniken betreibt, sollen Sie für eine Zusage ohne Hinterbliebenenversorgung eine Unisex-Bewertung durchführen. Sie stellen fest, dass der Geschlechtermix der Begünstigten annähernd bei 50 : 50 liegt.
Welche Umstände könnten dazu führen, dass bei einem Unisex-Bewertungsansatz mit einem anfänglichen Männeranteil von $m = 50\,\%$ im Gegensatz zur geschlechtsspezifischen Bewertung eine deutliche Überbewertung vorliegt, obwohl es bisher kaum Rentner im Bestand gibt? Nennen Sie mindestens zwei mögliche Gründe!

(d) *[9 Punkte]* Rechnungsgrundlagen 1. und 2. Ordnung

(i) *[4 Punkte]* Was versteht man unter Rechnungsgrundlagen 1. Ordnung bzw. Rechnungsgrundlagen 2. Ordnung?

(ii) *[3 Punkte]* Welche drei im Rahmen von (biometrischen) Rechnungsgrundlagen sich ergebenden Arten von Risiken werden bei einem der beiden berücksichtigt, und bei welchem?

(iii) *[2 Punkte]* Welche der Rechnungsgrundlagen ist bei Pensionsverpflichtungen zu verwenden, und welche Rechnungsgrundlagen kommen bei versicherungsförmigen Durchführungswegen zum Tragen?

Aufgabe 4. *[Gutachten] [17 Punkte]*

(a) *[8 Punkte]* Im Rahmen der Erstellung eines Gutachtens sind *allgemeine Grundsätze* zu beachten.

(i) *[4 Punkte]* Zu den allgemeinen Grundsätzen gehört die Offenlegung. Was versteht man darunter im Rahmen eines versicherungsmathematischen Gutachtens?

(ii) *[4 Punkte]* Welche weiteren allgemeinen Grundsätze für versichungsmathematische Gutachten gibt es? Nennen Sie wenigstens zwei im Skript dargestellte Grundsätze.

(b) *[9 Punkte]* Ein HGB-Gutachten eines Versicherungsmathematikers, der nicht Mitglied in der DAV ist, sieht wie folgt aus:

- Firma: Billigheimer GmbH & Co. KG
- Inhalt: Pensionsrückstellung nach HGB
- Ergebnis: 2.534.255 €
- Datum: 15.11.2023

Welche *grundlegenden Angaben* bzgl.

- des Anwendungsbereiches,
- der verwendeten Informationen und
- der verwendeten Annahmen und Methoden

fehlen hier? Nennen Sie insgesamt 9 Angaben aus dem Skript, dabei für jeden der drei Punkte jedoch mindestens 2 Angaben.

Aufgabe 5. *[36 Punkte]*

Um zusätzliches Kapital zu beschaffen will sich die Pütz GmbH in eine Aktiengesellschaft umwandeln. Die Aktien der Pütz AG sollen zukünftig öffentlich an der Börse gehandelt werden. Entsprechend muss die Firma zukünftig auch einen Jahresabschluss nach IFRS aufstellen.

Die Firma hat ihren Mitarbeitern Leistungen aus betrieblicher Altersversorgung zugesagt. Zu der Bilanzierung dieser Verpflichtungen hat die Firma einige Fragen an Sie:

a) [6 Punkte] Worin unterscheiden sich die Bewertung der Pensionsverpflichtungen nach IFRS und die Bewertung nach HGB? Stellen Sie kurz (soweit vorhanden) die Unterschiede in Bewertungsverfahren und Bewertungsparametern dar.

b) [11 Punkte] Welche drei Ergebniskomponenten gibt es nach IFRS? Wie werden sie jeweils ermittelt? Worin unterscheidet sich die bilanzielle Behandlung?

c) [8 Punkte] Was versteht man nach IFRS unter „Planvermögen"? Erfüllt Deckungsvermögen nach HGB automatisch auch die Anforderungen an Planvermögen? (Antwort begründen!)

d) [11 Punkte] Die Firma bittet Sie für das abgelaufene Geschäftsjahr 2023 die Überleitungsrechnungen für DBO, Planvermögen und Nettorückstellung zu erstellen. Hierfür haben Sie zunächst folgende Zahlen ermittelt:

	31.12.2022	**31.12.2023**
DBO	5.050.000 €	4.500.000 €
DBO mit Zins des VJ	4.500.000 €	5.200.000 €
CSC (Barwert)	400.000 €	300.000 €
Zinssatz	2,00%	4,00%
Planvermögen ("PV")	1.050.000 €	1.300.000 €

	2023	**2024**
Rentenzahlungen nicht aus PV	0 €	0 €
Rentenzahlungen aus PV	100.000 €	100.000 €
Beiträge PV	250.000 €	
Zinsaufwand	100.000 €	
Zinsertrag	20.000 €	

Erstellen Sie auf Basis der gegebenen Informationen die Überleitungsrechnungen.

Aufgabe 6. *[24 Punkte]*

Die Pütz AG hat einen neuen Tarifabschluss mit ihren Arbeitnehmern erzielt. Dieser sieht unter anderem eine Nullrunde bei den Gehältern vor. Im Gegenzug haben Mitarbeiter zukünftig die Möglichkeit ab Vollendung des 57. Lebensjahres ihre Arbeitszeit für die Dauer von sechs Jahren auf 50 % zu reduzieren. Die Firma stockt während diesen sechs Jahren die Teilzeitgehälter der Mitarbeiter um 30 % auf. Mitarbeiter, die diese Möglichkeit in Anspruch nehmen, scheiden nach Ablauf der sechs Jahre aus den Diensten der Firma aus und beziehen gesetzliche Rente.

a) [2 Punkte] Um welche Art von Verpflichtungen handelt es sich?

b) [3 Punkte] Wie sind diese Verpflichtungen in der Steuerbilanz zu bilanzieren?

c) [11 Punkte] Wie sind diese Verpflichtungen in der Handelsbilanz zu bilanzieren? Gehen Sie u.a. auf Bewertungsverfahren und Bewertungsparameter ein.

d) [3 Punkte] Die Firma fragt sich, warum Sie überhaupt Rückstellungen bilden muss. Aus ihrer Sicht handelt es sich um Gehaltszahlungen, für die keine Rückstellungsbildung erforderlich ist. Nehmen Sie kurz Stellung.

e) [5 Punkte] Muss die Firma in der Handelsbilanz Rückstellungen für sogenannte potentielle Verpflichtungen bilden? Wie ermittelt sich die Höhe der Rückstellungen für potentielle Verpflichtungen?

Lösungshinweise

Aufgabe 1

(a)

$$\begin{aligned}
q_x^a &= \mathbb{P}\left[X_2 \leq x+1 \,|X_1 > x, X_2 > x\right] \\
i_x &= \mathbb{P}\left[X_1 \leq x+1, X_1 \leq X_2 \,|X_1 > x, X_2 > x\right] \\
q_x^g &= \mathbb{P}\left[X_2 \leq x+1 \,|X_2 > x\right] \\
q_x^i &= \mathbb{P}\left[X_2 \leq x+1 \,|X_1 \leq x, X_2 > x\right] \\
l_x^a &= \mathbb{P}\left[X_1 > x, X_2 > x\right] \\
l_x^g &= \mathbb{P}\left[X_2 > x\right]
\end{aligned}$$

(b) $q_x^{aa} = \mathbb{P}\left[X_2 \leq x+1, X_2 < X_1 | X_1 > x, X_2 > x\right]$ beschreibt die Wahrscheinlichkeit eines x-jährigen Aktiven innerhalb eines Jahres wegen Todes aus der Aktivengesamtheit auszuscheiden.

q_x^a hingegen beschreibt die Wahrscheinlichkeit des x-jährigen Aktiven, innerhalb eines Jahres zu sterben. Der Unterschied liegt also darin, dass bei q_x^a auch Todesfälle eines zu Beginn des Jahres Aktiven erfasst sind, die innerhalb eines Jahres nach vorherigem Eintritt der Invalidität eintreten.

(c)

$$\begin{aligned}
q_x^g &= \mathbb{P}\left[X_2 \leq x+1 \,|X_2 > x\right] \\
&= \mathbb{P}\left[X_2 \leq x+1, X_1 > x \,|X_2 > x\right] \quad + \quad \mathbb{P}\left[X_2 \leq x+1, X_1 \leq x \,|X_2 > x\right] \\
&= \mathbb{P}\left[X_2 \leq x+1 | X_1 > x, X_2 > x\right] \cdot \mathbb{P}\left[X_1 > x | X_2 > x\right] \\
&\quad + \quad \mathbb{P}\left[X_2 \leq x+1 | X_1 \leq x, X_2 > x\right] \cdot \mathbb{P}\left[X_1 \leq x | X_2 > x\right] \\
&= q_x^a \cdot \frac{\mathbb{P}\left[X_1 > x, X_2 > x\right]}{\mathbb{P}\left[X_2 > x\right]} \quad + \quad q_x^i \cdot \frac{\mathbb{P}\left[X_1 \leq x, X_2 > x\right]}{\mathbb{P}\left[X_2 > x\right]} \\
&= q_x^a \cdot \frac{l_x^a}{l_x^g} \quad + \quad q_x^i \cdot \frac{l_x^g - l_x^a}{l_x^g}
\end{aligned}$$

(d) Mit $q_x^a = q_x^{aa} + i_x \cdot {}_{\frac{1}{2}}q^i_{x+\frac{1}{2}}$ folgt:

$$\begin{aligned} q_x^g &= q_x^a \cdot \frac{l_x^a}{l_x^g} + q_x^i \cdot \frac{l_x^g - l_x^a}{l_x^g} \\ &= \frac{l_x^a}{l_x^g} \cdot (q_x^{aa} + i_x \cdot {}_{\frac{1}{2}}q^i_{x+\frac{1}{2}}) + \frac{l_x^g - l_x^a}{l_x^g} \cdot q_x^i \\ &= q_x^i - \frac{l_x^a}{l_x^g} \cdot (q_x^i - q_x^{aa} - i_x \cdot {}_{\frac{1}{2}}q^i_{x+\frac{1}{2}}) \end{aligned}$$

Erläuterung: Durch die 1. Konsistenzgleichung besteht ein Zusammenhang zwischen q_x^{aa}, q_x^i, q_x^g und i_x. Eine isolierte Modifikation einer dieser Wahrscheinlichkeiten ist daher im Richttafelmodell nicht modellkonform, es muss mindestens eine weitere Wahrscheinlichkeit modifiziert werden, so dass die Konsistenzgleichung erfüllt bleibt.

(e) Auf Grundlage des Axiomensystems der Pensionsversicherungsmathematik fällt beim Doppelübergang Aktiver → Invalider → Tod innerhalb eines Jahres der Zeitpunkt des Eintritts der Invalidität fast sicher mit dem Zeitpunkt des anschließenden Todes im gleichen Jahr zusammen.

(f) In der Darstellung $i_x \cdot {}_{\frac{1}{2}}q^i_{x+\frac{1}{2}}$ wird der Ansatz der RT 2018 G sichtbar, dass der Übergang vom Aktivenbestand zum Invalidenbestand rechnungsmäßig, d.h. zur Mitte des Jahres stattfindet. Für den Übergang Aktiver → Invalider → Tod innerhalb eines Jahres bedeutet das, dass dieser f.s. in einem und demselben Augenblick und zwar Mitte des Jahres stattfindet.

Aufgabe 2.

(a) Die Bezeichnungen stehen für:

DBO :	*Defined Benefit Obligation*: Rückstellung zum Stichtag 31.12.2023 nach der Projected Unit Credit (PUC) Methode
IC :	*Interest Cost*: Zinsaufwand des nächsten Wirtschaftsjahres (2024)
SC :	*(Current) Service Cost* (Laufender Dienstzeitaufwand): Der Barwert des im nächsten Wirtschaftsjahr nach der PUC-Methode zu erdienenden Pensionsanspruchs des Berechtigten (Wertstellung zum Ende des nächsten Wirtschaftsjahres, also zum 31.12.2024)
EBP :	*Expected Benefit Payments*: Die im nächsten Wirtschaftsjahr (2024) erwarteten Rentenzahlungen
EDBO:	*Expected DBO*: Erwartete DBO zum nächsten Bilanzstichtag (31.12.2024)

(b) Es gilt

$$ {}_mV_x = \sum_{k=0}^{n-m} v^k \, {}_kp_{x+m}^a \;\; \tfrac{m}{m+k} \;\; {}_{m+k}\hat{L}_x $$

sowie

$$ {}_{m+1}V_x = \sum_{k=0}^{n-m-1} v^k \, {}_kp_{x+m+1}^a \;\; \tfrac{m+1}{m+k+1} \;\; {}_{m+k+1}\hat{L}_x $$

Zur Erläuterung aber nicht gefordert: Dabei stellt ${}_{m+k}\hat{L}_x$ den Erwartungswert der gesamten Leistung dar, die durch Erreichen des Altersintervalls $]x+m+k, x+m+k+1]$ ausgelöst werden kann, diskontiert auf den Beginn dieses Jahres (${}_{m+k+1}\hat{L}_x$ analog).

(c) (i) Die versicherungsmathematische Bilanzgleichung lautet

$$ {}_mV_x + {}_m\hat{P}_x \;\; = \;\; {}_m\hat{L}_x + v \, p_{x+m}^a \, {}_{m+1}V_x $$

(ii) Man erhält folgende Interpretation der Größen

$$ \begin{aligned} DBO &= {}_mV_x \\ IC &= i \, {}_mV_x - (r \, {}_m^0\hat{L}_x - EBP) \\ SC &= r \, {}_m\hat{P}_x \end{aligned} $$

(iii) ${}^{0}_{m}\hat{L}_x$ entspricht dem Erwartungswert der in $]x+m, x+m+1]$ fälligen Leistung, die durch das Erreichen des Intervalls $]x+m, x+m+1]$ verursacht werden kann, diskontiert auf das Alter $x+m$.

Damit ist der Unterschied zu EBP, dass die Zahlungen bei ${}^{0}_{m}\hat{L}_x$ auf den Beginn des Jahres, also das Alter $x+m$, diskontiert werden, während EBP den undiskontierten Erwartungswert der Zahlungen wiederspiegelt.

(iv) *[Bonusfrage]* $r\,{}^{0}_{m}\hat{L}_x$ stellt also die zunächst auf den Beginn des Jahres 2024 (also das Alter $x+m$), diskontierten Zahlungen des Intervalls $]x+m, x+m+1]$ dar, die dann auf das Ende des Jahres (also den 31.12.2024) aufgezinst werden. Hiervon wird EBP, also der Erwartungswert der Zahlungen des Intervalls $]x+m, x+m+1]$ (also des Jahres 2024) abgezogen. Damit stellt $r\,{}^{0}_{m}\hat{L}_x - EBP$ den Zinsanteil auf die während des Intervalls $]x+m, x+m+1]$ erwarteten Zahlungen (mit Wertstellung zum Ende des Jahres) dar.

Aufgabe 3. *[Biometrie]*

(a) Die im Skript genannten weiteren Beispiele sind:

höhere Sterblichkeitswahrscheinlichkeiten	niedrigere Sterblichkeitswahrscheinlichkeiten
gewerbliche Arbeitnehmer	angestellte Arbeitnehmer
Belegschaft	Vorstand

(b) (i) i. Bei der „natürlichen Entmischung“ ändert sich mit zunehmendem Alter das Mischungsverhältnis hin zur Bestandsgruppe mit der niedrigeren Sterblichkeit.
Die „Vermischung“ ist der Effekt auf das Mischungsverhältnis im Bestand durch ein ggfs. vom Bestand abweichendes Mischungsverhältnis im Zugang

ii. Da die Bestandsgruppen „Aktive“ und „Altersrentner“ keine Zugänge aufweisen (Letztere starten bewertungstechnisch i.d.R. mit dem Pensionsalter) ergibt sich das folgende Bild:

Bestands-gruppe	natürliche Entmischung	Vermischung
Aktive	✓	✗
Invalide	✓	✓
Altersrentner	✓	✗
Witwen/Witwer	✓	✓

(ii) 1.)

$$m_x = \frac{m \cdot l_x}{m \cdot l_x + (1-m) \cdot l_y}$$

2.)

$$\begin{aligned}
& \frac{m \cdot m_x^{50\,\%}}{m \cdot m_x^{50\,\%} + (1-m) \cdot \left(1 - m_x^{50\,\%}\right)} \\
= \; & \frac{m \cdot \frac{50\,\% \cdot l_x}{50\,\% \cdot l_x + 50\,\% \cdot l_y}}{m \cdot \frac{50\,\% \cdot l_x}{50\,\% \cdot l_x + 50\,\% \cdot l_y} + (1-m) \cdot \left(1 - \frac{50\,\% \cdot l_x}{50\,\% \cdot l_x + 50\,\% \cdot l_y}\right)} && \textit{durch Einsetzen für } m_x^{50\,\%} \\
= \; & \frac{m \cdot \frac{50\,\% \cdot l_x}{50\,\% \cdot l_x + 50\,\% \cdot l_y}}{m \cdot \frac{50\,\% \cdot l_x}{50\,\% \cdot l_x + 50\,\% \cdot l_y} + (1-m) \cdot \left(\frac{50\,\% \cdot l_y}{50\,\% \cdot l_x + 50\,\% \cdot l_y}\right)} && \textit{durch Umformung des letzten Terms} \\
& && \textit{im Nenner} \\
= \; & \frac{\frac{50\,\%}{50\,\% \cdot l_x + 50\,\% \cdot l_y} \cdot m \cdot l_x}{\frac{50\,\%}{50\,\% \cdot l_x + 50\,\% \cdot l_y} \cdot \left(m \cdot l_x + (1-m) \cdot l_y\right)} && \textit{durch Ausklammern} \\
= \; & \frac{m \cdot l_x}{m \cdot l_x + (1-m) \cdot l_y} && \textit{durch Kürzen} \\
= \; & m_x && \textit{Definition von } m_x
\end{aligned}$$

3.) Der Männeranteil m_x hängt neben dem Alter x noch vom Jahrgang ab, da auch die Sterbenswahrscheinlichkeiten vom Jahrgang abhängen

(c) Eine mögliche Ursache könnte darin liegen, dass die Zusagehöhe für Männer insgesamt höher ist als für Frauen. Damit läge der höhengewichtete Männeranteil höher als 50 %. Bedingt durch die für Frauen prinzipiell aufgrund der niedrigeren Sterblichkeit höheren Rückstellungen würde damit bei einem Männeranteil von $m = 50\,\%$ eine Überbewertung vorliegen.
Eine weitere Ursache könnte in der Alterstruktur liegen. Liegt der Männeranteil in jüngeren Altern niedriger und in höheren Altern höher als 50 %, so wäre rückstellungsgewichtet der Männeranteil höher als 50 %, da sich die Rückstellung mit der Zeit erst aufbaut, so dass sie in jüngeren Altern niedriger und in höheren Altern höher ausfällt. Damit ergäbe sich dann dadurch bei einem Männeranteil von $m = 50\,\%$ ebenfalls eine Überbewertung.

(d) (i) Bei Rechnungsgrundlagen 1. Ordnung werden Wahrscheinlichkeiten verwendet, die über Sicherheiten verfügen, d.h. so dass sich eine höhere Rückstellung ergibt als ohne SIcherheiten.
Bei Rechnungsgrundlagen 2. Ordnung werden best-estimate-Wahrscheinlichkeiten verwendet.

(ii) Bei den Rechnungsgrundlagen 1. Ordnung, d.h. mit Sicherheiten, werden i.d.R. die drei Risiken „Irrtumsrisiko“, „Änderungsrisiko“ und „Schwankungsrisiko“ angemessen berücksichtigt

(iii) Bei Pensionsverpflichtungen sind die Rechnungsgrundlagen 2. Ordnung, d.h. ohne Sicherheiten zu verwenden, bei versicherungsförmigen Durchführungswegen kommen i.d.R. Rechnungsgrundlagen 1. Ordnung zum Tragen.

Aufgabe 4. *[Gutachten]*

(a) (i) Zur Offenlegung im Rahmen eines versicherungsmathematischen Gutachtens gehören u.a.

- wesentliche Angaben zur Nachvollziehbarkeit durch sachverständige Dritte
- Verantwortlichkeiten und Urheberschaften zu
  - verwendete Daten und Informationen
  - zugrunde gelegte Annahmen
  - verwendete Methoden
- Angaben zu Modifizierung und Validierung von Angaben oder zu Vorgaben Dritter

(ii) Die allgemeinen Grundsätze für versichungsmathematische Gutachten umfassen neben der Offenlegung (2 der 3 waren nur gefordert):

- Fokus auf Zweckbestimmung und vorgesehene Nutzer
- Klarheit mit Trennung von wesentlichen Aussagen von Hintergrundinformationen
- Identifikation des/der beteiligten Aktuars/Aktuare

(b) Es fehlen die folgenden grundlegenden Angaben (insgesamt 9 waren gefordert) bzgl.

- des Anwendungsbereiches (mindestens 2 waren zu nennen):
  - Arbeitsumfang, insbes. Art der Verpflichtung und der angewendete Rechnungsgrundlagen: Angabe zu Pensionsrückstellung vorhanden, aber die zu den Rechnungsgrundlagen fehlt
  - Zweckbestimmung (Bilanzierung, Vorausberechnung oder Prognose): fehlt vollständig
  - Grenzen der Beauftragung, insbes. möglicher Begrenzung hinsichtlich Personengruppen und/oder Versorgungsregelungen: es fehlt der Hinweis, ob alle Pensionsverpflichtungen abgedeckt sind
  - Auftraggeber: es fehlt die Angabe, ob der Auftraggeber die GmbH & Co. KG selber ist oder wer sonst den Auftrag erteilt hat

  - Datum: ist angegeben

- der verwendeten Informationen (mindestens zwei waren zu nennen):
  - Quelle und Stichtag für verwendete Bestandsgruppen oder sonstige bewertungsrelevante Informationen: fehlt vollständig
  - Kurzerläuterung zu vorgenommenen Validierungen und nachträglichen Modifikationen: fehlt vollständig
  - Angabe der leistungsbestimmenden Größen: fehlt vollständig
  - Zuordnung der Berechtigten zu einzelnen Versorgungsregelungen: fehlt vollständig
- der verwendeten Annahmen und Methoden (mindestens zwei waren zu nennen):
  - relevante Rechnungslegungsvorschriften bzw. sonstige relevante Regelungen: nur allgemeiner Verweis auf HGB
  - verwendete Bewertungsmethode: fehlt vollständig (PUC, Teilwert, modifizierter Teilwert)
  - ausgeübte Wahlrechte sowie vom Standard abweichende Vorgehensweisen: fehlt vollständig
  - bewertungsrelevante Annahmen wie z.B. Rechnungszins, FInanzierungsendalter, Trendannahmen: fehlen vollständig
  - Formelwerk oder Verweis auf ein unter sachverständigen Dritten als bekannt vorausgesetztes Formelwerk: fehlt vollständig

Aufgabe 5

a) [6 Punkte] Da beide Bilanzierungsvorschriften eine realistische Bewertung der Pensionsverpflichtungen fordern, sollten in beiden Fällen grundsätzlich die gleichen Annahmen getroffen werden, die meisten Bewertungsparameter also identisch sein. Einzige Ausnahme ist der Rechnungszins, der nach HGB als Durchschnittszins der letzten 10 bzw. 7 Jahre festgelegt wird und für den pauschal eine Laufzeit der Verpflichtungen von 15 Jahren angesetzt werden kann. Nach IFRS ist der tatsächliche Zins zum Stichtag zu verwenden und muss entsprechend der Laufzeit der Verpflichtungen bestimmt werden.
Nach IFRS muss als Bewertungsverfahren zwingend die PUC-Methode verwendet werden. Diese ist nach HGB ebenfalls zulässig, es sind aber mit dem modifizierten Teilwertverfahren und ggf. mit dem unmodifizierten Teilwertverfahren noch weitere Bewertungsverfahren zulässig. Entscheidend nach HGB ist, dass das Verfahren eine periodengerechte Zuordnung des Aufwands gewährleistet.

b) [11 Punkte] Es gibt drei Ergebniskomponenten: Dienstzeitaufwand, Nettozinsen und Neubewertungen. Der Dienstzeitaufwand ergibt sich aus dem aktuellen Dienstzeitaufwand (CSC) und Dienstzeitaufwand aus Planänderungen und Plankürzungen (Past Sevice Cost). Die Nettozinsen ergeben sich als Differenz aus dem Zinsaufwand der DBO und dem Zinsertrag von Planvermögen und Erstattungsansprüchen. Die Neubewertungen ergeben sich als Summe der versicherungsmathematischen Gewinne und Verluste aus der DBO sowie sonstiger Gewinne und Erträge aus Planvermögen und Erstattungsansprüchen.
Dienstzeitaufwand und Nettozinsen sind ergebniswirksam zu erfassen, Neubewertungen dagegen erfolgsneutral im OCI.

c) [8 Punkte] Planvermögen sind Vermögenswerte, die der Arbeitgeber zur Finanzierung und Abwicklung seiner Versorgungsverpflichtungen einsetzt. Sie dürfen ausschließlich der Erfüllung der Versorgungsverpflichtungen dienen und müssen dem Zugriff von Gläubigern entzogen sein. Sie müssen von einer vom Trägerunternehmen rechtlich selbstständigen Einheit gehalten werden. Sofern die Mittel noch zur Erfüllung der Verpflichtung benötigt werden darf ein Rückfluss an den Arbeitgeber nur als Erstattung von Leistungszahlungen erfolgen können.
Deckungsvermögen nach HGB hat ähnliche Anforderungen zu erfüllen, Bedarf aber nicht der Haltung durch eine rechtlich selbstständige Einheit. Somit erfüllt Deckungsvermögen nicht automatisch alle Anforderungen an Planvermögen.

d) [11 Punkte] Die Auflösung der DBO aufgrund der Rechnungszinsänderung beträgt zum 31.12.2023 700.000 €. Die Current Service Cost erhöht sich durch die Zinskomponente auf 408.000 €. Damit ergibt sich folgende Überleitung für die DBO:

DBO 1.1.	5.050.000
Dienstzeitaufwand	408.000
Zinsaufwand	100.000
Rentenzahlungen	-100.000
Annahmenbedingte GuV	-700.000
Erfahrungsbedingte GuV	-258.000
DBO 31.12.	4.500.000

Für das Planvermögen ergibt sich folgende Überleitung:

PV 1.1.	1.050.000
Beiträge	250.000
Zins	20.000
Rentenzahlungen	-100.000
Sonstiger Ertrag	80.000
PV 31.12.	1.300.000

Damit ergibt sich als Überleitung für die Nettoschuld:

Nettoschuld 1.1.	4.000.000
Nettozinsaufwand	80.000
Dienstzeitaufwand	408.000
Neubewertungen	-1.038.000
Beiträge	-250.000
Rentenzahlungen	0
Nettoschuld 31.12.	3.200.000

Aufgabe 6

a) [2 Punkte] Es handelt sich um Altersteilzeitverpflichtungen im Teilzeitmodell.

b) [3 Punkte] In der Steuerbilanz sind nur Rückstellungen für Zahlungen während der Freistellungsphase zulässig. Diese gibt es im Teilzeitmodell allerdings nicht, daher ist in diesem Fall keine Rückstellungsbildung zulässig.

c) [11 Punkte] HGB: Es sind Rückstellungen für die Aufstockungszahlungen zu bilden. Da sich die Arbeitnehmer an der Finanzierung beteiligt haben, handelt es sich um Verpflichtungen mit Entgeltcharakter. Die Rückstellung ist daher bis zur Zahlung anzusammeln. Finanzierungsbeginn ist der Abschluss des Tarifvertrags. Ein konkretes Verfahren ist nicht vorgeschrieben, denkbar wäre zum Beispiel die Verwendung der Projected Unit Credit Methode.
Die Bewertung erfolgt mit dem 7-Jahres-Durchschnittszins. Der Ansatz des Zinses mit Laufzeit von 15 Jahre ist zulässig, aber mit Blick auf die kurze Duration der Verpflichtungen nicht sachgerecht. Besser wäre der Ansatz eines Zinses mit Laufzeit entsprechend der Duration der Verpflichtungen. Bei weniger als einem Jahr Restlaufzeit entfällt die Abzinsung. Zudem sind zukünftige Gehaltsanpassungen in Form eines Gehaltstrends zu berücksichtigen. Als biometrische Rechnungsgrundlagen sind die Richttafeln 2018 G anzusetzen. Fluktuation ist grundsätzlich auch zu berücksichtigen, allerdings mit geringer Wahrscheinlichkeit, in der Regel mit 0 %.

d) [3 Punkte] Die Mitarbeiter erdienen sich ihren Anspruch auf Altersteilzeit bzw. auf die Gehaltsaufstockungen durch ihre Arbeitsleistung ab Abschluss des Tarifvertrages. Ab diesem Moment verzichten sie laufend auf einen Teil ihres Entgelts (die ausgebliebene Gehaltsanpassung) zugunsten der späteren Altersteilzeit. Entsprechend sind Rückstellungen zu bilden um den Aufwand periodengerecht zuzuordnen.

e) [5 Punkte] Für potentielle Verpflichtungen sind Rückstellungen zu bilden sofern sich der Arbeitgeber diesen nicht mehr entziehen kann. Das trifft im vorliegenden Fall zu.
Zum Stichtag ist zu prüfen, welche Mitarbeiter die Voraussetzungen für die Inanspruchnahme der Altersteilzeit erfüllt haben (d.h. Alter 57 vollendet haben). Für diese Mitarbeiter wird eine fiktive Rückstellung ermittelt unter der Fiktion, dass diese die Altersteilzeit in Anspruch nehmen werden. Anschließend wird die so ermittelte fiktive Rückstellung mit der geschätzten Wahrscheinlichkeit der Inanspruchnahme gewichtet.