IVS
INSTITUT DER
VERSICHERUNGSMATHEMATISCHEN
SACHVERSTÄNDIGEN
FÜR ALTERSVERSORGUNG e.V.

Schriftliche Prüfung im Fach

Pensionen 1

gemäß Prüfungsordnung 4
der Deutschen Aktuarvereinigung e. V.
und des IVS – Institut der Versicherungsmathematischen
Sachverständigen für Alterversorgung e. V.

am 21.05.2022

Hinweise:

- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 180 Punkte. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens 90 Punkte erreicht werden.
- Bitte prüfen Sie die Ihnen vorliegende Prüfungsklausur auf Vollständigkeit. Die Unterlagen bestehen aus 13 Seiten (inkl. Deckblatt).
- Alle Antworten sind zu begründen und bei Rechenaufgaben muss der Lösungsweg ersichtlich sein.
- Wie in den Seminaren Versicherungsmathematik und Spezialwissen Pensionen I wird im Folgenden die Bezeichnung $\ddot{a}$ für einen vorschüssigen Barwert verwendet. Es kann jedoch auch die Bezeichnung a verwendet werden.

Mitglieder der Prüfungskommission:

Dr. Rainer Berntzen, Daniel Fröhn, Korbinian Meindl

Aufgabe 1. [36 Punkte]

Wir betrachten die im Spezialwissenseminar vorgestellte Gesamtheit der internen Anwärter mit den 3 vorzeitigen Ausscheideursachen:

1. Fluktuation
2. Invalidität
3. Tod

Es seien, wie behandelt, auf einem geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ die folgenden Zufallsvariablen definiert:

X_1: Alter bei Eintritt der Fluktuation
X_2: Alter bei Eintritt der Invalidität
X_3: Alter bei Eintritt des Todes

(a) *[10 Punkte]* Drücken Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Zufallsvariablen X_1, X_2 und X_3 aus:

- q_x^1: Wahrscheinlichkeit eines internen Anwärters des Alters x innerhalb eines Jahres aus dem Bestand der internen Anwärter durch Invalidität auszuscheiden
- q_x^2: Wahrscheinlichkeit eines internen Anwärters des Alters x innerhalb eines Jahres aus dem Bestand der internen Anwärter durch Fluktuation auszuscheiden und noch im gleichen Jahr invalide zu werden
- q_x^3: Wahrscheinlichkeit eines internen Anwärters des Alters x innerhalb eines Jahres invalide zu werden
- q_x^4: Wahrscheinlichkeit eines externen Anwärters des Alters x innerhalb eines Jahres invalide zu werden
- q_x^5: Wahrscheinlichkeit eines Aktiven des Alters x innerhalb eines Jahres invalide zu werden

(b) *[8 Punkte]* Zeigen Sie, dass für beliebige Ereignisse $A, B, C \in \mathcal{A}$ gilt:

$$\mathbb{P}[A \mid B \cap C] = \mathbb{P}[A \mid C] \Rightarrow \mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C] = \mathbb{P}[A \mid C]$$

(c) *[10 Punkte]* Bekanntlich wird in diesem Modell vorausgesetzt: $q_x^4 = q_x^5$. Zeigen Sie, dass unter dieser Voraussetzung folgt:

$$q_x^5 = q_x^1 + q_x^2$$

(d) *[8 Punkte]* Stellen Sie q_x^2 in der üblichen Darstellung der Heubeck-Richttafeln 2018 G so dar, dass nur noch 1- jährige Ausscheidewahrscheinlichkeiten bezogen auf $x \in \mathbb{N}_0$ in der Darstellung verwendet werden. Ermitteln Sie mit Hilfe dieser Darstellung ein $c_x \in \mathbb{R}$, so dass gilt:

$$q_x^1 = q_x^5 \cdot c_x$$

Aufgabe 2. [24 Punkte]

Wir betrachten - wie im Spezialwissenseminar vorgestellt - eine einfache Ausscheideordnung mit der Hauptgesamtheit der Lebenden und der einzigen Ausscheideursache "Tod". Für einen x-jährigen Mann und eine y-jährige Frau der Hauptgesamtheit bedeuten auf einem geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, P)$:

M: Anzahl der vollendeten Jahre bis zum Tod des x-jährigen Mannes,
N: Anzahl der vollendeten Jahre bis zum Tod der y-jährigen Frau,

mit M, N unabhängig. Seien ferner

$B_1 = v^{\min(M,N)+1}$
$B_2 = \ddot{a}_{\overline{min(M,N)+1}|}$
$B_3 = v^{M+1}\, \ddot{a}_{\overline{N-M}|}\, 1_{\{N>M\}}$

die Erfüllungsbeträge von ungewissen Verpflichtungen.

(a) *[9 Punkte]* Beschreiben Sie, um welche Art von Verpflichtungen es sich bei B_1, B_2, B_3 handelt (insbesondere unter Angabe, welche Zahlungen zu leisten sind, wann diese beginnen und wann diese enden).

(b) *[3 Punkte]* Sei q_x die einjährige Sterbewahrscheinlichkeit eines x-jährigen Mannes. Drücken Sie für $m \in \mathbb{N}_0$ die Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}[M = m]$ versicherungsmathematisch mit Hilfe der q_x und daraus abgeleiteten Wahrscheinlichkeiten aus.

(c) *[2 Punkte]* Sei q_y die einjährige Sterbewahrscheinlichkeit einer y-jährigen Frau. Drücken Sie für $n \in \mathbb{N}_0$ die Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}[N \geq n]$ versicherungsmathematisch mit Hilfe der q_y bzw. daraus abgeleiteten Wahrscheinlichkeiten aus.
Bem.: Es wird nicht zwischen der Sterblichkeit einer Frau und einer Witwe unterschieden.

(d) *[10 Punkte]* Stellen Sie den Erwartungswert $\mathbb{E}[B_3]$ mittels der Wahrscheinlichkeiten $\mathbb{P}[M = m, N = n]$, $m, n = 0, 1, \ldots$, dar und zeigen Sie, dass gilt:

$$\mathbb{E}[B_3] = \sum_{m \geq 0} v^{m+1}\, {}_m p_x\, q_{x+m}\, {}_{m+1} p_y\, \ddot{a}_{y+m+1}$$

Hinweis: Beachten Sie, dass gilt

$$\sum_{i \geq 0} \sum_{j=0}^{i} b_{ij} = \sum_{j \geq 0} \sum_{i \geq j} b_{ij}.$$

Aufgabe 3. *[Markov-Prozesse] [21 Punkte]*

Sie wollen versuchen, den Sachverhalt „verbundene Leben" über einen (inhomogenen) Markov-Prozess auf Basis der Sterblichkeitswahrscheinlichkeiten der HEUBECK-RICHTTAFELN 2018 G zu modellieren.

Wie im Seminar vorgestellt ist ein Markov-Prozess ein stochastischer Prozess $(Z_k)_{k\geq 0}$ mit Werten in einem endlichen Zustandsraum $S = \{0, \dots, n\}$, so dass für $P(Z_k = j_k, \dots, Z_0 = j_0) > 0$ gilt: $P(Z_{k+1} = j_{k+1} \mid Z_k = j_k, \dots, Z_0 = j_0) = P(Z_{k+1} = j_{k+1} \mid Z_k = j_k)$.

Die beiden versicherten Personen sind ein x-jähriger Mann sowie seine y-jährige Frau (mit $y = x - d$ mit d der Altersdifferenz). Es besteht Anspruch auf eine jährlich vorschüssig zahlbare Rente in Höhe von R_{x+k}, die zahlbar ist, sofern mindestens einer der beiden Versicherten lebt.

Hierzu seien X und Y die unabhängigen Zufallsgrößen, die den Zeitpunkt des Todes des Mannes bzw. der Frau beschreiben.

(a) *[4 Punkte]* Zur Beschreibung der Verpflichtung soll als Zustandsraum die Menge $S = \{0,1,2,3\}$ verwendet werden mit

- 0: beide Versicherten leben
- 1: der Mann lebt, die Frau ist verstorben
- 2: die Frau lebt, der Mann ist verstorben
- 3: beide Versicherten sind verstorben

Beschreiben Sie mit Hilfe der Zufallsgrößen X und Y die Zustände $(Z_k)_k$ nach k Jahren für $k \geq 0$.

(b) *[4 Punkte]* Zeigen Sie, dass für unabhängige Zufallsgrößen X_1 und X_2 gilt: $P(X_1 \in S_1, X_2 \in S_2 \mid X_1 \in T_1, X_2 \in T_2) = P(X_1 \in S_1 \mid X_1 \in T_1) \cdot P(X_2 \in S_2 \mid X_2 \in T_2)$, sofern $P(X_1 \in T_1, X_2 \in T_2) > 0$.

(c) *[10 Punkte]* Stellen Sie für die drei Übergänge $0 \to 2, 1 \to 3$ und $2 \to 2$ die Übergangswahrscheinlichkeiten $p_k^{i \to j} = P\big(Z_{k+1} = j \,|Z_k = i\big)$ unter Anwendung von (b) als Produkt aus bekannten und einfachen Übergangswahrscheinlichkeiten der HEUBECK-RICHTTAFELN 2018 G dar.
Wie lassen sich die anderen Übergangswahrscheinlichkeiten analog darstellen (hier ist keine explizite Herleitung gefordert)?

(d) *[3 Punkte]* Bei Markov-Prozessen spielen zeilenstochastische Matrizen eine wichtige Rolle.

(i) Welche beiden Eigenschaften definieren eine zeilenstochastische Matrix?

(ii) Zeige allgemein, dass die Übergangsmatrizen $Q_k = \left(p_k^{i \to j}\right)_{i,j}$ in einem Markov-Prozess zeilenstochastische Matrizen sind.

Aufgabe 4. *[Biometrische Rechnungsgrundlage] [21 Punkte]*

Im Rahmen des 5-jährigen Turnus sollen Sie die Angemessenheit der biometrischen Rechnungsgrundlagen beim Konzern „Klein aber fein AG" anhand eines statistischen Testverfahrens überprüfen und ggf. modifizieren.

(a) *[4 Punkte]* Beschreiben Sie grundsätzlich das Vorgehen bei der Überprüfung der Angemessenheit durch statistische Tests.

(b) *[6 Punkte]* Im Seminar wurden verschiedene Testverfahren im Zusammenhang mit der Überprüfung auf Angemessenheit vorgestellt.

(i) Nennen Sie die dort genannten vier Testverfahren.

(ii) Nach welchen beiden Kriterien lassen sich die Testverfahren einteilen? Ordnen Sie die vier Testverfahren zu.

(c) *[6 Punkte] Es ist die folgende Situation gegeben:*

$j = 1, \dots, N$	betrachtete Altersklassen
n_j	Anzahl der Lebenden der Altersklasse j
q_j	rechnungsmäßige Ausscheidewahrscheinlichkeit in der Altersklasse j
$Z_{ij} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	Indikator, ob Person i im Alter j ausscheidet
$Z_j = \sum_i Z_{ij}$	Anzahl der Ausgeschiedenen der Altersklasse j
$E_j = n_j \cdot q_j$	rechnungsmäßig erwartete Anzahl der Ausgeschiedenen in der Altersklasse j

Sie haben sich für den Poisson-Test entschieden.

(i) Wie lautet die Teststatistik?

(ii) Welche Eigenschaften hat die Verteilung der Teststatistik näherungsweise?

(iii) Stellen Sie dar, inwieweit die Näherung Auswirkungen auf den tatsächlichen Fehler 1. Art hat.

(d) *[5 Punkte]* Da die Bestände relativ klein sind, haben Sie nur die Gesamtsterblichkeit genauer untersucht. Bei der Überprüfung zeigte sich, dass die angesetzte Gesamtsterblichkeit als angemessen angesehen werden kann. Der Wirtschaftsprüfer stellt nun grundsätzlich Ihr Ergebnis in Frage, da er bei den anderen drei Testverfahren, die er im Anschluss an Ihre Untersuchung zur Kontrolle durchgeführt hat, jeweils zu einer Ablehnung der angesetzten Gesamtsterblichkeiten kommt. Damit würden 3 von 4 Tests negativ ausfallen. Er wäre der Meinung, dass bei einer Ablehnung von mindestens der Hälfte der Tests die Biometrie zu modifizieren wäre.

Nehmen Sie auch hier Stellung und begründen Sie Ihre Meinung. Welche grundlegende Kritik gegenüber dem Vorgehen des Wirtschaftsprüfers können Sie äußern.

Aufgabe 5. *[Beratung] [18 Punkte]*

Sie werden von der Geschäftsführung der Firma NewFood GmbH, die vegane Fertiggerichte entwickelt und produziert, beauftragt, bei der Einführung einer betrieblichen Altersversorgung beratend zu unterstützen.

a) *[3 Punkte]* Welche unterschiedlichen Betrachtungsebenen spielen bei der betrieblichen Altersversorgung eine Rolle? Nennen Sie für jede Ebene jeweils mindestens einen Stichpunkt aus der betrieblichen Altersversorgung, die diese Ebene betrifft.

b) *[5 Punkte]* Stellen Sie grundsätzliche Unterschiede aus rein betriebswirtschaftlicher Sicht bei der Durchführung als Direktzusage oder über einen externen Versorgungsträger dar. Gehen Sie dabei insbesondere auf die Aufwandssicht näher ein.

c) *[5 Punkte]* Welche grundsätzlichen Entscheidungen sind bei der Einführung der betrieblichen Altersversorgung zu treffen? Wobei besteht ein Mitbestimmungsrecht durch die Arbeitnehmer?

d) *[5 Punkte]* Sie sollen einen Entwurf für eine Präsentation der Ergebnisse im Rahmen einer Belegschaftssitzung vorbereiten. Nennen Sie aus Kommunikationssicht wenigstens 5 Punkte, die Sie beachten sollten.

Aufgabe 6. *[24 Punkte]*

Die Firma Pütz (Inhaber Erwin Pütz) hat Sie mit der Bewertung ihrer Pensionsrückstellungen nach steuerrechtlichen und handelsrechtlichen Bewertungsgrundsätzen zum 31.12.2021 beauftragt. Sie konnten sich dank ihres günstigen Angebots gegen den bisherigen Gutachter durchsetzen.

Es bestehen Pensionsverpflichtungen gegenüber Firmengründer und -inhaber Erwin Pütz (2.000 € mtl. Altersrente ab Alter 65, 2.000 € mtl. Invalidenrente, 1.200 € mtl. Hinterbliebenenrentenanwartschaft) und seinen fünf MitarbeiterInnen (jeweils 1.500 € mtl. Altersrente ab Alter 67, 1500 € mtl. Invalidenrente, 900 € mtl. Hinterbliebenenrentenanwartschaft).

Erwin ist seit Gründung der Firma vor 25 Jahren alleiniger Geschäftsführer der Firma und hat seitdem die oben genannte Pensionszusage. Seine MitarbeiterInnen sind bereits seit mehreren Jahren bei der Firma beschäftigt.

Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass alle Pensionsverpflichtungen schriftlich erteilt wurden, keine steuerschädlichen Vorbehalte bestehen, keine steuerlichen Fehlbeträge vorliegen und dass alle Pensionszusagen zum 31.12.2021 die gesetzlichen Unverfallbarkeitsfristen erfüllen.

a) [2 Punkte] Welche Informationen benötigen Sie über die MitarbeiterInnen um die Pensionsrückstellung zum 31.12.2021 ermitteln zu können?

b) [10 Punkte] Welche Bewertungsparameter müssen im Vorfeld der Bewertungen festgelegt werden? Welche Vorschriften oder Grundsätze sind bei der Festlegung der Parameter zu beachten?

c) [3 Punkte] Der Vorgutachter hatte für die Bewertungen bei allen Pensionsverpflichtungen ein Pensionsalter von 65 angesetzt. Ist dies zulässig? (begründen Sie Ihre Antwort)

c) [6 Punkte] Ermitteln Sie die steuerliche Pensionsrückstellung gegenüber Erwin Pütz zum Stichtag 31.12.2021. Gehen Sie davon aus, dass er zum Stichtag (bürgerlich und versicherungsmathematisch) 54 Jahre alt ist. Verwenden Sie die beiliegenden Barwerttabelle.

d) [3 Punkte] Sie haben für die Firma eine steuerliche Pensionsrückstellung in Höhe von 832.432 € und eine handelsbilanzielle Pensionsrückstellung in Höhe von 1.088.113 € ermittelt. Sie sollen nun zudem ein Kurztestat über die Höhe der Beitragsbemessungsgrundlage für den PSVaG erstellen. Wie hoch ist die Beitragsbemessungsgrundlage und warum?

x	D_x^a	$a_{x\|\overline{65-x}}^a$	$^{(12)}a_x^i$	a_x^w	$^{(12)}a_x^{aiA}$	a_x^{aw}
20	31180,473	15,862	7,716	16,150	1,049	0,300
21	29383,889	15,770	9,291	16,124	1,111	0,318
22	27691,710	15,673	10,534	16,095	1,176	0,337
23	26096,902	15,569	11,400	16,062	1,245	0,356
24	24593,130	15,460	11,952	16,026	1,317	0,377
25	23174,756	15,345	12,284	15,987	1,392	0,399
26	21836,589	15,224	12,483	15,945	1,471	0,421
27	20573,981	15,097	12,604	15,900	1,554	0,444
28	19382,767	14,964	12,686	15,852	1,640	0,468
29	18258,950	14,823	12,747	15,801	1,731	0,493
30	17198,829	14,675	12,795	15,746	1,827	0,518
31	16198,879	14,519	12,832	15,688	1,927	0,544
32	15255,676	14,355	12,858	15,627	2,033	0,571
33	14365,896	14,183	12,869	15,562	2,144	0,598
34	13526,210	14,001	12,866	15,493	2,261	0,627
35	12733,255	13,811	12,849	15,419	2,383	0,656
36	11983,578	13,612	12,818	15,341	2,510	0,687
37	11273,992	13,406	12,775	15,258	2,642	0,718
38	10601,935	13,192	12,725	15,169	2,778	0,749
39	9965,759	12,970	12,667	15,076	2,919	0,781
40	9364,616	12,739	12,603	14,976	3,067	0,815
41	8797,766	12,495	12,534	14,872	3,222	0,849
42	8264,057	12,238	12,460	14,761	3,387	0,885
43	7761,805	11,965	12,383	14,646	3,563	0,922
44	7289,008	11,676	12,304	14,526	3,749	0,961
45	6843,629	11,371	12,224	14,400	3,947	1,001
46	6423,643	11,049	12,143	14,271	4,158	1,042
47	6027,111	10,710	12,063	14,139	4,380	1,085
48	5652,190	10,354	11,982	14,003	4,615	1,128
49	5297,222	9,981	11,901	13,865	4,863	1,172
50	4960,784	9,590	11,818	13,725	5,124	1,216
51	4641,782	9,180	11,735	13,585	5,400	1,260
52	4339,413	8,750	11,655	13,443	5,692	1,305
53	4052,697	8,299	11,581	13,302	6,000	1,349
54	3780,608	7,824	11,518	13,161	6,326	1,393
55	3522,253	7,324	11,470	13,020	6,671	1,437
56	3276,982	6,798	11,441	12,879	7,037	1,482
57	3044,511	6,240	11,433	12,738	7,425	1,527
58	2824,973	5,648	11,447	12,596	7,839	1,574
59	2618,904	5,013	11,481	12,453	8,284	1,623
60	2427,065	4,331	11,532	12,306	8,764	1,674
61	2250,052	3,593	11,595	12,156	9,286	1,730
62	2087,914	2,794	11,666	12,002	9,856	1,788
63	1940,058	1,931	11,740	11,841	10,477	1,849
64	1805,363	1,000	11,815	11,674	11,154	1,911
65	1683,493	0,000	11,890	11,500	11,890	1,972

Aufgabe 7. *[21 Punkte]*

Nach Abschluss der versicherungsmathematischen Bewertungen der Pensionsverpflichtungen der Global Energy AG zum 31.12.2021 erstellen Sie nun die Gutachten. Für das Bilanzgutachten nach IFRS liegen Ihnen die folgenden Informationen vor:

	31.12.2020	**31.12.2021**
DBO	10.000.000 €	10.100.000 €
DBO mit Zins des VJ	9.600.000 €	9.800.000 €
CSC	500.000 €	550.000 €
Zins	1,50%	1,30%
Planvermögen ("PV")	4.000.000 €	4.200.000 €

	2021	**2022**
Rentenzahlungen nicht-PV	200.000 €	200.000 €
Rentenzahlungen PV	100.000 €	100.000 €
Beiträge PV	250.000 €	
Zinsaufwand	147.750 €	
Zinsertrag	59.250 €	

a) [10 Punkte] Erstellen Sie aus den gegebenen Informationen Überleitungsrechnungen für die DBO, das Planvermögen und die Nettoschuld.

b) [3 Punkte] Was fällt bei der Überleitungsrechnung der DBO auf? Welche möglichen Ursachen gibt es?

c) [5 Punkte] Wie hoch sind die beiden erfolgswirksamen Ergebniskomponenten des Folgejahres 2022? Stehen die Werte der Höhe nach fest oder können sie sich im Laufe des Jahres noch ändern (inkl. Begründung)?

d) [3 Punkte] Welche weiteren Angaben sollte das IFRS Gutachten noch bezüglich der Pensionsverpflichtungen enthalten? (Nennen Sie mindestens drei weitere Angaben)

Aufgabe 8. *[15 Punkte]*

Für die Global Energy AG sollen auch Jubiläumsgeldverpflichtungen nach steuerlichen, handelsbilanziellen und internationalen Bewertungsvorschriften bewertet werden.

Die Jubiläumsgeldverordnung der Firma sieht dabei folgende Regelungen vor:

10 Jahre Betriebszugehörigkeit: 500 € Einmalzahlung

25 Jahre Betriebszugehörigkeit: 1.500 € Einmalzahlung

35 Jahre Betriebszugehörigkeit: 2.500 € Einmalzahlung

Zudem erhalten alle Mitarbeiter im Jahr ihres 25- und 35- jährigen Dienstjubiläums zwei Tage Sonderurlaub.

a) [6 Punkte] Worin unterscheiden sich die drei Bewertungsvorschriften hinsichtlich der Bewertung von Jubiläumsgeldverpflichtungen?

b) [4 Punkte] Benötigen Sie für die Bewertung Angaben über die Gehälter der Mitarbeiter (inkl. Begründung)?

c) [5 Punkte] Warum muss die Firma überhaupt Rückstellungen für die Jubiläumsgeldzahlungen bilden während sie z.B. für Gehaltszahlungen an dieselben Arbeitnehmer keine Rückstellungen bildet?

Lösungshinweise zu Aufgabe 1

(a) $q_x^1 = \mathbb{P}[X_2 \leq x+1, X_2 < X_1, X_2 \leq X_3 \mid X_1 > x, X_2 > x, X_3 > x]$
$q_x^2 = \mathbb{P}[X_1 \leq X_2 \leq X_3, X_2 \leq x+1 \mid X_1 > x, X_2 > x, X_3 > x]$
$q_x^3 = \mathbb{P}[X_2 \leq min(x+1, X_3) \mid X_1 > x, X_2 > x, X_3 > x]$
$q_x^4 = \mathbb{P}[X_2 \leq min(x+1, X_3) \mid X_1 \leq x, X_2 > x, X_3 > x]$
$q_x^5 = \mathbb{P}[X_2 \leq min(x+1, X_3) \mid X_2 > x, X_3 > x]$

(b) Anmerkung: Aufgrund der Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C]$ gilt $\mathbb{P}[\overline{B} \mid C] \neq 0$.

$$\begin{aligned}\mathbb{P}[A \mid C] &= \mathbb{P}[A \cap B \mid C] + \mathbb{P}[A \cap \overline{B} \mid C] \\ &= \underbrace{\mathbb{P}[A \mid B \cap C]}_{=\mathbb{P}[A|C]} \cdot \mathbb{P}[B \mid C] + \mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C] \cdot \mathbb{P}[\overline{B} \mid C] \\ &= \mathbb{P}[A \mid C] \cdot \mathbb{P}[B \mid C] + \mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C] \cdot \mathbb{P}[\overline{B} \mid C]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\Rightarrow \mathbb{P}[A \mid C] \cdot (1 - \mathbb{P}[B \mid C]) = \mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C] \cdot \mathbb{P}[\overline{B} \mid C] \\ &\Rightarrow \mathbb{P}[A \mid C] \cdot \mathbb{P}[\overline{B} \mid C] = \mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C] \cdot \mathbb{P}[\overline{B} \mid C] \\ &\Rightarrow \mathbb{P}[A \mid C] = \mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C]\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}q_x^1 &= \mathbb{P}[X_2 \leq x+1, X_2 < X_1, X_2 \leq X_3 \mid X_1 > x, X_2 > x, X_3 > x] \\ q_x^2 &= \mathbb{P}[X_1 \leq X_2 \leq X_3, X_2 \leq x+1 \mid X_1 > x, X_2 > x, X_3 > x]\end{aligned}$$

$$\Rightarrow q_x^1 + q_x^2 = P[X_2 \leq x+1, X_2 \leq X_3 \mid X_1 > x, X_2 > x, X_3 > x] = q_x^3$$

Sei $q_x^4 = q_x^5$. Dann gilt:

$$\begin{aligned}q_x^5 &= \mathbb{P}[\underbrace{X_2 \leq min(x+1, X_3)}_{:=A} \mid \underbrace{X_2 > x, X_3 > x}_{:=C}] \\ &= \mathbb{P}[X_2 \leq min(x+1, X_3) \mid \underbrace{X_1 \leq x}_{:=B}, X_2 > x, X_3 > x] = q_x^4\end{aligned}$$

Und somit nach (b):

$$\begin{aligned}q_x^5 &= \mathbb{P}[A \mid C] = \mathbb{P}[A \mid \overline{B} \cap C] \\ &= \mathbb{P}[X_2 \leq min(x+1, X_3) \mid X_1 > x, X_2 > x, X_3 > x] = q_x^3\end{aligned}$$

Also insgesamt $q_x^1 + q_x^2 = q_x^3 = q_x^5$.

(d) Die übliche Darstellung der Richttafeln für q_x^2 lautet: $q_x^2 = s_x \cdot {}_{\frac{1}{2}}i_{x+\frac{1}{2}}$

Ferner gilt: $i_x = {}_{\frac{1}{2}}i_x + {}_{\frac{1}{2}}p_x^a \cdot {}_{\frac{1}{2}}i_{x+\frac{1}{2}}$

und damit folgt: ${}_{\frac{1}{2}}i_{x+\frac{1}{2}} = \frac{{}_{\frac{1}{2}}i_x}{{}_{\frac{1}{2}}p_x^a} = \frac{{}_{\frac{1}{2}}i_x}{1-\frac{1}{2}\cdot(i_x+q_x^{aa})}$

Nach (c) gilt $q_x^5 = q_x^1 + q_x^2$, wobei die übliche Notation der Richttafeln lautet: $q_x^1 = \hat{i}_x$ und $q_x^5 = i_x$.

Also gilt

$$\begin{aligned} i_x &= \hat{i}_x + s_x \cdot {}_{\frac{1}{2}}i_{x+\frac{1}{2}} \\ \Rightarrow \hat{i}_x &= i_x - s_x \cdot {}_{\frac{1}{2}}i_{x+\frac{1}{2}} \\ &= i_x - s_x \cdot \frac{\frac{1}{2}\cdot i_x}{1-\frac{1}{2}\cdot(i_x+q_x^{aa})} \\ &= i_x \cdot \underbrace{\left(1 - \frac{\frac{1}{2}\cdot s_x}{1-\frac{1}{2}\cdot(i_x+q_x^{aa})}\right)}_{:=c_x} \end{aligned}$$

Lösungshinweise zu Aufgabe 2

(a) B_1 stellt den Erfüllungsbetrag einer Todesfallversicherung dar, bei der die Versicherungssumme 1 zum Ende des Jahres des Todes des Erstversterbenden des betrachteten Paares von Mann und Frau gezahlt wird.

B_2 stellt den Erfüllungsbetrag einer jährlich vorschüssig zahlbaren Rente vom Betrag 1 dar, die solange zu zahlen ist solange beide, Mann und Frau, leben.

B_3 stellt den Erfüllungsbetrag einer Anwartschaft auf eine lebenslänglich jährlich vorschüssig zu zahlenden Witwenrente ab Ende des Jahres des Todes des Mannes dar.

(b)

$$\mathbb{P}[M = m] = {}_m p_x \; q_{x+m}$$

mit

$${}_m p_x = \prod_{j=0}^{m-1} p_{x+j} = \prod_{j=0}^{m-1} (1 - q_{x+j})$$

(c)

$$\mathbb{P}[N \geq n] = {}_n p_y$$

mit

$${}_n p_y = \prod_{j=0}^{n-1} p_{y+j} = \prod_{j=0}^{n-1} (1 - q_{y+j})$$

(d) Es gilt $\mathbb{E}[B_3] = \sum_{m,n \geq 0} b^{(3)}_{mn} \, \mathbb{P}[M = m, N = n]$, wobei

$$\begin{aligned} b^{(3)}_{mn} &= v^{m+1} \, \ddot{a}_{\overline{n-m}|} \quad \text{f.} \quad n > m \\ &= 0 \quad \text{f.} \quad n \leq m \end{aligned}$$

die Realisierungen von B_3 sind.

Und somit

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[B_3] &= \sum_{m \geq 0} \sum_{n > m} v^{m+1} \, \ddot{a}_{\overline{n-m}|} \, \mathbb{P}[M = m, N = n] \\ &= \sum_{m \geq 0} \sum_{n > m} v^{m+1} \, \ddot{a}_{\overline{n-m}|} \, \mathbb{P}[N = n] \mathbb{P}[M = m], \text{ da M,N unabhängig} \\ &= \sum_{m \geq 0} v^{m+1} \, \mathbb{P}[M = m] \left(\sum_{n > m} \ddot{a}_{\overline{n-m}|} \, \mathbb{P}[N = n] \right) \end{aligned}$$

Nun gilt $\mathbb{P}[M = m] = {}_{m}p_x \; q_{x+m}$ und ferner:

$$\begin{aligned}
\sum_{n>m} \ddot{a}_{\overline{n-m|}} \, \mathbb{P}[N = n] &= \sum_{n>m} \sum_{k=0}^{n-m-1} v^k \, \mathbb{P}[N = n] \\
&= \sum_{k\geq 0} v^k \sum_{n\geq m+k+1} \mathbb{P}[N = n] \text{ lt. Hinweis} \\
&= \sum_{k\geq 0} v^k \underbrace{\mathbb{P}[N \geq m+k+1]}_{= {}_{m+k+1}p_y = {}_{m+1}p_y \, {}_{k}p_{y+m+1}} \\
&= {}_{m+1}p_y \sum_{k\geq 0} v^k \, {}_{k}p_{y+m+1} \\
&= {}_{m+1}p_y \, \ddot{a}_{y+m+1}
\end{aligned}$$

Also insgesamt:

$$\mathbb{E}[B_3] = \sum_{m\geq 0} v^{m+1} \, {}_{m}p_x \; q_{x+m} \; {}_{m+1}p_y \; \ddot{a}_{y+m+1}$$

Lösungshinweise zu Aufgabe 3. *[Markov-Prozesse] [21 Punkte]*

(a) $$Z_k = \begin{cases} 0 & ,falls\ X > x+k\ und\ Y > y+k \\ 1 & ,falls\ X > x+k\ und\ Y \leq y+k \\ 2 & ,falls\ X \leq x+k\ und\ Y > y+k \\ 3 & ,falls\ X \leq x+k\ und\ Y \leq y+k \end{cases}$$

(b) Es gilt:

$$\begin{aligned} & P(X_1 \in S_1, X_2 \in S_2 \mid X_1 \in T_1, X_2 \in T_2) \\ &= \frac{P(X_1 \in S_1, X_2 \in S_2, X_1 \in T_1, X_2 \in T_2)}{P(X_1 \in T_1, X_2 \in T_2)} && \text{(Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit)} \\ &= \frac{P(X_1 \in S_1 \cap T_1, X_2 \in S_2 \cap T_2)}{P(X_1 \in T_1, X_2 \in T_2)} && \text{(Zusammenfassung nach Zufallsvariablen)} \\ &= \frac{P(X_1 \in S_1 \cap T_1) \cdot P(X_2 \in S_2 \cap T_2)}{P(X_1 \in T_1) \cdot P(X_2 \in T_2)} && \text{(Unabhängigkeit)} \\ &= P(X_1 \in S_1 \mid X_1 \in T_1) \cdot P(X_2 \in S_2 \mid X_2 \in T_2) && \text{(Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit)} \end{aligned}$$

(c) Nach Teil (b) gilt damit insbesondere

$$\begin{aligned} p_k^{0\to 2} = P\left(Z_{k+1} = 2 \mid Z_k = 0\right) &= P(X \leq x+k+1, Y > y+k+1 \mid X > x+k, Y > y+k) \\ &= P(X \leq x+k+1 \mid X > x+k) \cdot P(Y > y+k+1 \mid Y > y+k) \\ &= \left(1 - p_{x+k}^r\right) \cdot p_{y+k}^r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_k^{1\to 3} = P\left(Z_{k+1} = 3 \mid Z_k = 1\right) &= P(X \leq x+k+1, Y \leq y+k+1 \mid X > x+k, Y \leq y+k) \\ &= P(X \leq x+k+1 \mid X > x+k) \cdot P(Y \leq y+k+1 \mid Y \leq y+k) \\ &= \left(1 - p_{x+k}^r\right) \cdot 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_k^{2\to 2} = P\left(Z_{k+1} = 2 \mid Z_k = 2\right) &= P(X \leq x+k+1, Y > y+k+1 \mid X \leq x+k, Y > y+k) \\ &= P(X \leq x+k+1 \mid X \leq x+k) \cdot P(Y > y+k+1 \mid Y > y+k) = 1 \cdot p_{y+k}^r \end{aligned}$$

Insgesamt ergibt sich

$$p_k^{0\to j} = P\left(Z_{k+1} = j \mid Z_k = i\right) = \begin{cases} p_{x+k}^r \cdot p_{y+k}^r & ,falls\ j = 0 \\ p_{x+k}^r \cdot \left(1 - p_{y+k}^r\right) & ,falls\ j = 1 \\ \left(1 - p_{x+k}^r\right) \cdot p_{y+k}^r & ,falls\ j = 2 \\ \left(1 - p_{x+k}^r\right) \cdot \left(1 - p_{y+k}^r\right) & ,falls\ j = 3 \end{cases}$$

$$p_k^{1\to j} = P\left(Z_{k+1} = j \mid Z_k = i\right) = \begin{cases} 0 & ,falls\ j = 0 \\ p_{x+k}^r & ,falls\ j = 1 \\ 0 & ,falls\ j = 2 \\ \left(1 - p_{x+k}^r\right) & ,falls\ j = 3 \end{cases}$$

$$p_k^{2\to j} = P\big(Z_{k+1} = j \,|Z_k = i\big) = \begin{cases} 0 & ,falls\ j = 0 \\ 0 & ,falls\ j = 1 \\ p_{y+k}^r & ,falls\ j = 2 \\ \big(1 - p_{y+k}^r\big) & ,falls\ j = 3 \end{cases}$$

$$p_k^{3\to j} = P\big(Z_{k+1} = j \,|Z_k = i\big) = \begin{cases} 0 & ,falls\ j = 0 \\ 0 & ,falls\ j = 1 \\ 0 & ,falls\ j = 2 \\ 1 & ,falls\ j = 3 \end{cases}$$

bzw. alternativ als Matrix $Q_k = \big(p_k^{i\to j}\big)_{i,j}$:

$$Q_k = \begin{pmatrix} p_{x+k}^r \cdot p_{y+k}^r & p_{x+k}^r \cdot \big(1 - p_{y+k}^r\big) & \big(1 - p_{x+k}^r\big) \cdot p_{y+k}^r & \big(1 - p_{x+k}^r\big) \cdot \big(1 - p_{y+k}^r\big) \\ 0 & p_{x+k}^r & 0 & \big(1 - p_{x+k}^r\big) \\ 0 & 0 & p_{y+k}^r & \big(1 - p_{y+k}^r\big) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(d) Es gilt:

(i) Eine zeilenstochastische Matrix ist eine Matrix, die aus nicht-negativen Einträgen besteht und deren Zeilensummen 1 ergeben.

(ii) Die Zeilensummen A_i einer Übergangsmatrize $Q_k = \big(p_k^{i\to j}\big)_{i,j}$ sind gegeben durch

$$A_i = \sum_j p_k^{i\to j} = \sum_{j\in S} P(Z_{k+1} = j \mid Z_k = i) = P(Z_{k+1} \in S \mid Z_k = i) = 1.$$

Zudem sind alle Einträge als bedingte Wahrscheinlichkeiten nicht-negativ ($\in [0;1]$).

Lösungshinweise zu Aufgabe 4. *[Biometrische Rechnungsgrundlage] [21 Punkte]*

(a) Das Vorgehen besteht aus den folgenden Schritten:

- Aufstellung Null-Hypothese H_0 und alternative Hypothese H_1
- Festlegung des Signifikanzniveaus α
- Auswahl der Teststatistik T (plus zugehöriger Testverteilung)
- Ablehnungs- bzw. Annahmebereich für Null-Hypothese anhand der Testverteilung bestimmen
- Stichprobe auswerten
- Ablehnung anhand des Ablehnungsbereichs prüfen

(b) *Testverfahren*:
Vorzeichentest, Iterationstest, Poisson-Test und Chi-Quadrat-Test

Einteilungen:
Zähltest (Vorzeichentest, Iterationstest) vs. Verteilungstest (Poisson-Test, Chi-Quadrat-Test)

einseitiger Test (Iterationstest, Chi-Quadrat-Test) vs. zweiseitiger Test (Vorzeichentest, Poisson-Test)

(c) (i) Die Teststatistik lautet $T = \sum_j E_j$.

(ii) Der Poisson-Test beruht auf der Approximation der $B(n_i, p_i)$-Verteilung in jedem Altersbereich durch eine Poisson-Verteilung mit Parameter $\lambda_i = \mathrm{n}_i \cdot \mathrm{p}_i$.
Die Summenverteilung von unabhängigen Poisson-Verteilungen ist wieder eine Poisson-Verteilung mit Parameter $\lambda = \sum_i \lambda_i = \sum_i \mathrm{n}_i \cdot \mathrm{p}_i$.

(iii) Der Parameter der Poisson-Verteilung ist gleichzeitig die Varianz. Durch die Näherung der Binomialverteilungen wird damit deren Varianz überschätzt, da diese nur $\mathrm{n}_i \cdot \mathrm{p}_i \cdot (1 - \mathrm{p}_i) < \mathrm{n}_i \cdot \mathrm{p}_i$ betragen, so dass auch insgesamt die Varianz der Teststatistik überschätzt wird.

Dies führt dazu, dass der Annahmebereich zu groß gewählt ist, d.h. der Fehler 1. Art ist kleiner als das vorgegebene Signifikanzniveau α.

(d) Zunächst einmal muss man grundsätzlich vor der Prüfung der Angemessenheit das Testverfahren festlegen, damit das Ergebnis der Prüfung nicht von der Auswahl des Tests anhand der Testergebnisse beeinflusst ist.

Insofern führt eine nachträgliche Anwendung von (weiteren) Tests zu einer unzulässigen Verzerrung des Ergebnisses

Wendet man von vorneherein mehrere Tests gleichzeitig an (multipler Test), so ist das Signifikanzniveau

- höher, wenn für eine Ablehnung gefordert wird, dass alle Tests negativ ausfallen (Alphafehler-Inflation),
- niedriger, wenn für eine Ablehnung gefordert wird, dass nicht alle Tests positiv ausfallen,
- höher oder niedriger, wenn man eine Art „Mehrheitsregelung" einführt.

Damit genügt das Testverfahren nicht mehr dem Signifikanzniveau α. Im Fall der Alphafehler-Inflation kann man das Signifikanzniveau auf $\frac{1}{m} \cdot \alpha$ für jeden einzelnen Test reduzieren, um zu gewährleisten, dass das Signifikanzniveau insgesamt (nicht mehr als) α beträgt (Stichwort: Bonferroni-Korrektur).

Lösungshinweise zu Aufgabe 5. *[Beratung] [18 Punkte]*

a) Die Ebenen sind:

- die juristische Ebene, z.B. Pensionszusage, persönliche Daten, Prämissen
- die mathematische Ebene, z.B. die Bewertungsvorschrift, die Biometrie, die Bewertungsprämissen
- die betriebswirtschaftliche Ebene, z.B. Bilanzierung, Dienstzeitaufwand, Zinsaufwand

b) Der *Aufwand* ist gegeben als Veränderung der Deckungsrückstellung in der Bilanz zzgl. der Zahlungen (Renten, Raten, Kapital):

$A_t = (V_t - V_{t-1}) + R_t$ mit V_t der Deckungsrückstellung zum Zeitpunkt t sowie R_t den Zahlungen

Die *rechnungsmäßige Entwicklung des Verpflichtungsumfangs* stellt sich dar als

$V_t = V_{t-1} + P_t + Z_t - R_t$ mit P_t der Prämienaufwand und Z_t dem Zinsaufwand.

Zusammen zerlegt sich damit der Aufwand als

$A_t = (V_t - V_{t-1}) + R_t = P_t + Z_t$

Bei einer Zusage über einen externen Versorgungsträger besteht der Prämienaufwand in den an den externen Versorgungsträger gezahlten Prämien. Der Zinsaufwand ist hier 0, da keine Rückstellung gebildet wird. Der Zinsaufwand entsteht damit nur beim externen Versorgungsträger.

Bei einer Direktzusage entsteht hingegen Zinsaufwand. Der Prämienaufwand in Form eines Personal-/Dienstzeitaufwandes entsteht implizit in dem Aufbau der Deckungsrückstellung.

Der Zinsaufwand wird oft vereinfacht angesetzt als

$A_t = (V_t - R_t) \cdot i.$

c) Die *grundsätzlichen Entscheidungen* bei Einführung einer betrieblichen Altersversorgung sind:

- Finanzierung: durch Arbeitgeber oder durch Arbeitnehmer
- Durchführungsweg
- Dotierungsrahmen
- Begünstigter Personenkreis
- Gestaltung des Leistungsplans (mitbestimmungspflichtig)

d) *Stichpunkte* u.a.:

- Beachtung der Vorkenntnisse der Adressaten (hier: Belegschaft!), d.h. insbesondere keine (unnötigen) Fachbegriffe
- Beschränkung auf wesentliche Punkte (zwecks Vermeidung von Verwirrung)
- Erläuterung von Zusammenhängen (steigert Akzeptanz und Verständnis)
- Klarheit in den Aussagen (zwecks Vermeidung von Missverständnissen)
- Bedeutung für die Adressaten (steigert Akzeptanz)
- KISS-Prinzip – keep it short and simple (einfach, übersichtlich, bildlich)
- Benutzung möglichst aller Sinneskanäle in der Sprache (VAKOG) – (hier: besonderes „olfaktorisch" und „gustatorisch" wg. Adressatenkreis!)

Lösungshinweise zu Aufgabe 6

a) [2 Punkte] Für die versicherungsmathematische Bewertung benötigt werden Angaben über:
   a. Geschlecht
   b. Geburtsdatum
   c. Eintrittsdatum
   d. Datum der Zusageerteilung

b) [10 Punkte] Für die Bewertung sind folgende Bewertungsparameter festzulegen:
   a. Rechnungszins: 6 % gemäß § 6a EStG für die steuerbilanzielle Bewertung, 10-Jahres-Zins und 7-Jahres-Zins (pauschal 15 Jahre oder entsprechend der Duration der Verpflichtungen) gemäß Veröffentlichung der deutschen Bundesbank für die handelsbilanzielle Bewertung.
   b. Biometrische Rechnungsgrundlagen: Gemäß § 6a EStG sind für die steuerliche Bewertung die „anerkannten Regeln der Versicherungsmathematik anzuwenden", was in der Praxis gleichgesetzt wird mit den vom BMF anerkannten Richttafeln 2018 G. Die Formulierung in § 253 HGB des „nach vernünftiger kaufmännischer Beurteilung notwendigen Erfüllungsbetrages" impliziert die Verwendung unternehmensindividueller biometrischer Rechnungsgrundlagen. In der Regel sind die Bestände der Unternehmen allerdings zu klein, um verlässliche individuelle Rechnungsgrundlagen herzuleiten. Daher werden auch bei der handelsbilanziellen Bewertung in der Regel die aktuellen Richttafeln 2018 G verwendet. Es ist möglich, sowohl bei der steuerlichen als auch bei der handelsbilanziellen Bewertung an die Gegebenheiten beim Unternehmen angepasste modifizierte Richttafeln zu verwenden. Von dieser Möglichkeit wird in der Praxis nur selten Gebrauch gemacht.
   c. Pensionsalter: Gemäß R6a Abs. 11 EStR bestehen bei der steuerbilanziellen Bewertung von Pensionsverpflichtungen grundsätzlich drei Möglichkeiten für die Festlegung des Pensionsalters (feste Altersgrenze der Versorgungsordnung, späteres Pensionsalter, frühestmögliche Altersgrenze gRV). Aus dem in § 253 HGB verwendeten Begriff „Erfüllungsbetrag" ergibt sich, dass sich das bei der handelsbilanziellen Bewertung angesetzte Pensionsalter an den Gegebenheiten beim Unternehmen orientieren soll.
   d. Trends: Aus dem in § 253 HGB verwendeten Begriff „Erfüllungsbetrag" ergibt sich, dass bei der handelsbilanziellen Bewertung künftige Renten- und Gehaltsanpassungen entsprechend ihrer voraussichtlichen Höhe zu berücksichtigen sind. In der Steuerbilanz dürfen

gemäß § 6a EStG nur bereits feststehende Anpassungen berücksichtigt werden.

e. Fluktuationswahrscheinlichkeit: Aus dem in § 253 HGB verwendeten Begriff „Erfüllungsbetrag" ergibt sich, dass die Fluktuationswahrscheinlichkeit bei der handelsbilanziellen Bewertung entsprechend der Gegebenheiten beim Unternehmen zu berücksichtigen ist. Gemäß § 6a EStG dürfen in der Steuerbilanz nur bereits feststehende Sachverhalte berücksichtigt werden. Die in § 6a EStG vorgegebenen Mindestalter für den Finanzierungsbeginn stellen eine Art pauschale Berücksichtigung der Fluktuation dar.

c) [3 Punkte] Wie unter b bereits erläutert, sehen die Einkommenssteuerrichtlinie drei mögliche Pensionsalter vor: die feste Altersgrenze der Versorgungsordnung, ein späteres Pensionsalter oder die frühestmögliche Altersgrenze in der gRV. Letztere beträgt aktuell 63 Jahre, die Versorgungsordnung der MitarbeiterInnen sieht eine Altersgrenze von 67 Jahren vor. Das Pensionsalter 65 ist also steuerlich nicht zulässig. Handelsrechtlich ist gegen 65 nichts einzuwenden, sofern dies den realistischen Erwartungen entspricht.

d) [6 Punkte] Finanzierungsbeginn ist Alter 30, da seine Pensionszusage vor dem 1.1.2001 erteilt wurde.

Teilwertprämie:

$$P = \frac{a_{30}^{aiA} + 0{,}6a_{30}^{aw}}{a_{30\,\overline{65-30|}}^{a}} \times 24.000 = \frac{1{,}827 + 0{,}6 \times 0{,}518}{14{,}675} \times 24.000 = 3.496$$

Rückstellung:

$$_{24}V_{54} = (a_{54}^{aiA} + 0{,}6a_{54}^{aw}) \times 24.000 - a_{54\,\overline{65-54|}}^{a} \times P$$

$$= (6{,}326 + 0{,}6 \times 1{,}393) \times 24.000 - 7{,}824 \times 3.496 = 144.530$$

e) [3 Punkte] Die Pensionszusage gegenüber Erwin ist nicht PSV geschützt da es sich bei Erwin um einen beherrschenden Gesellschafter Geschäftsführer handelt. Sie fließt daher nicht in die Beitragsbemessungsgrundlage ein. Ansonsten entspricht die Beitragsbemessungsgrundlage für den PSVaG der steuerlichen Pensionsrückstellung und beträgt daher zum 31.12.2021:
832.432 € - 144.530 € = 687.902 €.

Lösungshinweise zu Aufgabe 7

a) [10 Punkte] Die Zuführung zur DBO aufgrund der Rechnungszinsänderung beträgt 300.000 € zum 31.12.2021. Damit ergibt sich folgende DBO Überleitung:

DBO 1.1.	10.000.000
CSC	507.500
IC	147.750
Rentenzahlungen	-300.000
Annahmenbedingte GuV	300.000
Erfahrungsbedingte GuV	-555.250
DBO 31.12.	10.100.000

Die Planvermögensüberleitung ergibt sich zu:

PV 1.1.	4.000.000
Beiträge	250.000
Zins	59.250
Rentenzahlungen	-100.000
GL	-9.250
PV 31.12.	4.200.000

Damit ergibt sich als Überleitung für die Nettoschuld:

Nettoschuld 1.1.	6.000.000
Nettozinsaufwand	88.500
Dienstzeitaufwand	507.500
Neubewertungen	-246.000
Beiträge	-250.000
Rentenzahlungen	-200.000
Nettoschuld 31.12.	5.900.000

b) [3 Punkte] Die erfahrungsbedingten Gewinne sind ungewöhnlich hoch. Mögliche Ursachen sind:
   a. Überrechnungsmäßige Todesfälle
   b. Unterrechnungsmäßige Gehalts- bzw. Rentenanpassungen
   c. Sonstige Abweichungen von den Annahmen
   d. Berechnungs- oder Datenfehler zum 31.12.2021 oder 31.12.2020

c) [5 Punkte] Der Dienstzeitaufwand 2022 beträgt 550.000 € x 1,013 = 557.150 €.
Der Zinsaufwand beträgt (10.100.000 € – 0,5 x 300.000 €) x 1,3% = 129.350 €

Der Zinsertrag beträgt (4.200.000 € - 0,5 x 100.000 €) x 1,3 % = 53.950 €
Im Saldo ergibt sich somit ein Nettozinsaufwand von 75.400 €.
Die Werte stehen prinzipiell der Höhe nach zum Anfang des Jahres bereits fest, können sich aber durch Sonderereignisse, wie z.B. Planänderungen, während des Jahres noch ändern.

d) [3 Punkte] Das Gutachten sollte noch Angaben enthalten über
   a. die Bewertungsparameter und –Methoden
   b. die Duration der Verpflichtungen
   c. die Höhe zukünftiger Leistungszahlungen, z.B. der nächsten 10 Jahre
   d. Sensitivitäten der DBO und CSC gegenüber Rechnungszins, Trendannahmen und Lebenserwartung

Lösungshinweise zu Aufgabe 8

a) [6 Punkte] EStG:
   a. 5,5 % Rechnungszins
   b. Teilwertverfahren
   c. Keine Bewertung des 10-jährigen Dienstjubiläums
   d. Keine Berücksichtigung von Trends oder Fluktuation

   HGB:

   a. 7-Jahresdurchschnittszins (15 Jahre oder laufzeitadäquat)
   b. Angemessenes Verfahren (mod. Teilwert oder PUC-Methode)
   c. Berücksichtigung aller drei Jubiläen
   d. Berücksichtigung von Trends und Fluktuation

   IFRS:
   a. Stichtagsaktueller Marktzins (laufzeitadäquat)
   b. PUC-Methode
   c. Berücksichtigung aller drei Jubiläen
   d. Berücksichtigung von Trends und Fluktuation

b) [4 Punkte] Die Gehälter werden aus zwei Gründen benötigt:
   a. Der Wertansatz für die zwei Tage Sonderurlaub wird in der Regel auf Basis der Gehälter ermittelt, z.B. 2/21-tel des Monatsgehaltes
   b. Die Firma muss neben den zugesagten Leistungen auch Rückstellungen für die anfallenden Sozialversicherungsabgaben bilden. Für eine möglichst genaue Ermittlung werden hierfür Angaben über die Gehälter benötigt.

c) [5 Punkte] Das Periodisierungsprinzip nach § 252 Abs. 1 Nr. 5 HGB schreibt vor, dass Aufwendungen unabhängig von den Zeitpunkten der entsprechenden Zahlungen im Jahresabschluss zu berücksichtigen sind. Die Jubiläumsgeldzahlungen stellen eine Entlohnung für die bis zum Jubiläum entrichtete Arbeit dar, hier also über die Arbeit von 10, 25 oder 35 Dienstjahren. Entsprechend ist der Aufwand auch auf diese Jahre zu verteilen. Gehaltszahlungen stellen dagegen üblicherweise eine Entlohnung für die Arbeit eines Monats dar. Eine Verteilung des Aufwands über mehrere Geschäftsjahre ist daher nicht notwendig.