DAV
Deutsche
Aktuarvereinigung e.V.

Schriftliche Prüfung im Fach

Spezialwissen Lebensversicherung 1

gemäß Prüfungsordnung **6**
der Deutschen Aktuarvereinigung e. V.

am 29. Mai 2026

Hinweise:

- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 180 Punkte. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens 90 Punkte erreicht werden.
- Bitte prüfen Sie die Ihnen vorliegende Prüfungsklausur auf Vollständigkeit. Die Klausur besteht aus 12 Seiten.
- Alle Antworten sind zu begründen und bei Rechenaufgaben muss der Lösungsweg ersichtlich sein.
- Bitte vermeiden Sie bei der Lösungserstellung die nicht zusammenhängende Streuung der Lösungen zu den einzelnen Aufgabenteilen.
- Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird auf die gleichzeitige Verwendung der Sprachformen männlich, weiblich und divers (m/w/d) verzichtet.
- Alle Antworten sind in deutscher Sprache zu erstellen (fremdsprachige Fachbegriffe ausgenommen).

Mitglieder der Prüfungskommission:

Hanno Reich, Tanja Sanne, Dr. Olaf Schmitz, Dr. Marco Schnurr

Aufgabe 1. *[Verständnisfragen zur Bilanzierung nach HGB und IFRS] [20 Punkte]*

(a) *[1 Punkt]* Welcher Paragraf des HGB regelt, dass die Beitragsüberträge und die RfB versicherungstechnische Rückstellungen sind?

(b) *[2 Punkte]* Was sind die Besonderheiten des Altbestandes gemäß § 336 VAG in der Lebensversicherung?

(c) *[3 Punkte]* Das Bundesministerium der Finanzen hat im Juli 2024 die Deckungsrückstellungsverordnung geändert. Der Höchstrechnungszins für ab dem 1. Januar 2025 neu abgeschlossene Lebensversicherungsverträge beträgt nach der Änderung 1 %. Die Pfefferminzia Lebensversicherungs AG kann ihr Tarifwerk bis zum 1. Januar nicht mehr umstellen und hat bis zum 15. März 2025 noch Versicherungen mit einem Garantiezins von 0,25 % in der Beitragskalkulation angeboten. Die Deckungsrückstellung soll mit dem Höchstrechnungszins berechnet werden.

  (i) *[1 Punkt]* Wie hoch ist die mit 0,25 % Garantiezins im Beitrag berechnete Deckungsrückstellung im Vergleich zur mit 1 % Garantiezins im Beitrag berechneten Deckungsrückstellung?

  (ii) *[1 Punkt]* Welchen Beitrag muss der Verantwortliche Aktuar bei der Berechnung der Deckungsrückstellung für den Jahresabschluss ansetzen?

  (iii) *[1 Punkt]* Bitte begründen Sie Ihre Antwort zu (ii).

(d) *[1 Punkt]* Ein Lebensversicherungsunternehmen plant, die Beiträge für seinen neue Rentenversicherung mit 40 ‰ der Beitragssumme zu zillmern. Was muss es bei der Berechnung der Deckungsrückstellung beachten?

(e) *[2 Punkte]* Welche zwei Voraussetzungen müssen erfüllt sein, damit ein Lebensversicherungsunternehmen die Deckungsrückstellung nach einem vereinfachten Verfahren ermitteln darf?

(f) *[2 Punkte]* Was ist ein bekannter Spätschaden? Wann muss der Schaden eingetreten sein und wann muss er gemeldet worden sein, relativ zum Bestandsstopp, zum Bilanzstichtag und zur Schließung des Schadenregisters?

Anmerkung: Bei der Erläuterung dürfen Sie davon ausgehen, dass der Schaden vor der Meldung eingetreten sein muss, um Schreibarbeit zu sparen. Sie können die Antwort auch auf dem Zeitstrahl grafisch darstellen.

(g) *[2 Punkte]* Nach welcher Methode muss die Deckungsrückstellung in der Lebensversicherung berechnet werden? Bitte schreiben Sie die Methode in einer Gleichung auf.

(h) *[4 Punkte]* Welches sind die vier Building Blocks der v.t. Rückstellungen unter IFRS 17? Nehmen Sie an, dass die Verträge nicht verlustbringend sind.

(i) *[3 Punkte]* Ein Unternehmen ermittelt im IFRS Abschluss für eine Gruppe von Verträgen gegen Einmalbeitrag, die nach IFRS 17 zu bilanzieren sind, folgende Werte (in Mio. €): Barwert der Fulfilment Cash Flows 1.000, Risikoanpassung 175. Der Einmalbeitrag beträgt 1.100. Was sind die Komponenten der Liability for Remaining Coverage? Der Zeitwert des Geldes ist nicht gesondert zu berücksichtigen.

Lösungsvorschlag:

(a) § 341e HGB

(b) Für den Altbestand gelten gemäß § 336 VAG die genehmigten technischen Berechnungsgrundlagen fort. Änderungen müssen von der BaFin genehmigt werden.

(c)

(i) Die Deckungsrückstellung mit dem Beitrag mit dem Garantiezins von 0,25 % ist kleiner als die mit 1 % Garantiezins im Beitrag.

(ii) Er muss einen Beitrag mit einem Garantiezins von 1 % ansetzen. Die Deckungsrückstellung mit einem Beitrag, der mit 0,25 % Garantiezins berechnet wurde, ist kleiner als die mit einem Garantiezins von 1 % im Beitrag (Normbeitrag) berechnete Deckungsrückstellung. Bei Vertragsbeginn wäre die ungezillmerte Deckungsrückstellung bereits kleiner als Null. Das entspricht der Aktivierung zukünftiger Beitragsteile, die nicht zulässig ist.

(iii) Der Ansatz der niedrigeren Deckungsrückstellung wäre ein Verstoß gegen das Realisationsprinzip nach HGB, denn wie in (ii) dargestellt, würde bei Ansatz von 0,25 % Rechnungszins im Beitrag der Barwert der zukünftigen über den Normbeitrag hinausgehenden Beitragsteile aktiviert. Gewinne dürfen wegen des Realisationsprinzips jedoch erst in der GuV auswiesen werden wenn sie realisiert sind, hier, wenn der höher Beitrag entrichtet wurde.

(d) Das Unternehmen darf bei der Ermittlung der Deckungsrückstellung maximal 25 ‰ der Beitragssumme als rechnungsmäßig gedeckte Abschlusskosen im Zillmerverfahren ansetzen.

(e) Die Einzelbewertung oder Gruppenbewertung gemäß § 252 Abs. 1 Nr. 3 oder § 240 Abs.

(i) ist nicht möglich oder der damit verbundene Aufwand wäre unverhältnismäßig und

(ii) wenn anzunehmen ist, dass diese (vereinfachten Verfahren) zu annähernd gleichen Ergebnissen wie Einzelberechnungen führen.

(f) Ein bekannter Spätschaden muss vor dem Bilanzstichtag eingetreten sein. Er muss nach dem Bestandsstopp aber vor der Schließung des Schadenregisters gemeldet werden.

(g) Prospektive Methode *[1 Punkt]*
${}_mV_x = A_{x+m} - P_x * a_{x+m[}$ *[1 Punkt]*

(h) Zukünftige Cash Flows, Zeitwert des Geldes, Risikoanpassung, Contractual Service Margin *[je 1 Punkt pro Begriff]*

(i) Barwert Fulfilment Cash-Flows 1.000, Risikoanpassung 175, Loss Component 75 [*3 Punkte, davon 2 für die Loss Component]*

Aufgabe 2. *[Aufgabe zur Ermittlung der Schadenrückstellung] [10 Punkte]*

Herr Dokic hat bei der Sicher Leben Versicherungs-AG eine Berufsunfähigkeitsversicherung abgeschlossen. Die versicherte Jahresrente beträgt € 12.000. Zum 31.12.2024 (= 01.01.2025) betrug die Aktiven-Deckungsrückstellung € 4.000. Die Aktiven-Deckungsrückstellung zum 31.12.2025 beträgt € 5.000. Die Deckungsrückstellung für die Invalidenrente für Herrn Dokic zum 31.12.2025 beträgt € 180.000.

(a) *[5 Punkte]* Herr Dokic meldet sich am 18.12.2025 berufsunfähig ab dem 01.05.2025. Der Bestandsschluss der Sicher Leben Versicherungs-AG war der 16.12.2025. Berechnen Sie die Schadenrückstellung zum 31.12.2025. Die Wahrscheinlichkeit der Anerkennung beträgt 100%.

(b) *[5 Punkte]* Die Berufsunfähigkeit von Herrn Dokic wird am 30.04.2026 anerkannt. Berechnen Sie das buchhalterische Abwicklungsergebnis im Geschäftsjahr 2026. Wenn Sie Teil 1 nicht gelöst haben, gehen Sie von einer Schadenrückstellung von € 170.000 am 31.12.2025 aus.

Lösungsvorschlag:

(a)

(i) Zum 31.12.2025 stehen acht Rentenzahlungen aus. Diese müssen zurückgestellt werden. Das ergibt 8 * € 1.000 = € 8.000. *[2 Punkte]*

(ii) Die Invaliden-Deckungsrückstellung zum 31.12.2025 beträgt € 180.000. Da der Versicherungsfall nach dem Bestandsschluss gemeldet wurde, sind in der Deckungsrückstellung bereits € 5.000 enthalten. Die Differenz ist in der Schadenrückstellung zu bilanzieren, also € 175.000. Insgesamt beträgt die Schadenrückstellung zum 31.12.2025 € 183.000. *[3 Punkte]*

(b) Am 31.12. 2025 bzw. 01.01.2026 sind in der Schadenrückstellung € 183.000 reserviert. Nach der Anerkennung der BU sind acht Rentenzahlungen aus dem Jahr 2025 und vier Rentenzahlungen aus dem Jahr 2026 zu zahlen. Insgesamt sind dies € 12.000. *[3 Punkte]*

Das Abwicklungsergebnis beträgt € 183.000 – € 12.000 = € 171.000. *[2 Punkte]*

Aufgabe 3. *[Aufgabe zur Ermittlung der Deckungsrückstellung] [15 Punkte]*

(a) *[10 Punkte]* Die Long Life Lebensversicherung a.G bietet ein neues indexgebundenes Lebensversicherungsprodukt gegen Einmalbeitrag an. Sowohl als Todes- als auch als Erlebensfallleistung sowie als Rückkaufswert ist das mit der Wertentwicklung des Index (bis zur jeweiligen Fälligkeit der Leistung) fortentwickelte Vertragsguthaben vereinbart. Darüber hinaus wird eine Mindesterlebensfallleistung garantiert, die dem Einmalbeitrag, aufgezinst mit 1 % p.a. für jedes Jahr der Versicherungsdauer, entspricht. Als einjährige Sterbewahrscheinlichkeiten sind altersunabhängig 0,02 angesetzt. Der Einfachheit halber wird angenommen, dass keine Kosten anfallen und keine Kosten kalkuliert sind. Des Weiteren hat die Long Life als Rechnungszins für die Reservierung den bei Abschluss des Vertrages gültigen Höchstrechnungszins festgelegt.

Herr Schmitz hat einen solchen Vertrag zum 1. Januar 2025 abgeschlossen. Die Laufzeit des Versicherungsvertrages beträgt 5 Jahre. Der Einmalbeitrag betrug € 250.000. Der Index hatte zu diesem Zeitpunkt einen Kurswert von € 100. Der Kurswert des Index zum 31.12.2025 beträgt € 90.

Bitte berechnen Sie die Deckungsrückstellung zum 31.12.2025 und geben Sie die Buchungssätze an. Buchen Sie nur die Deckungsrückstellung zum 31.12.2025 ein, nicht die Ausgangsrückstellung am 1.1.2025.

(b) *[5 Punkte]* Die Pfefferminzia Lebensversicherung AG hat zum Jahresabschluss des Jahres 2024 (auch Startwert zum 01.01.2025) folgende Werte ermittelt:

Positive gezillmerte Deckungsrückstellungen: € 5.000.000

Negative Deckungsrückstellungen aufgrund von Zillmerung: € 40.000.000

Die zum 31.12.2025 ermittelten Zahlen sind:

Positive gezillmerte Deckungsrückstellungen: € 20.000.000

Es gibt gesetzliche vorgeschriebene Mindestrückkaufswerte. Die Deckungsrückstellung unter Berücksichtigung der Mindestrückkaufswerte zum 31.12.2025 beträgt € 25.000.000

Negative Deckungsrückstellungen aufgrund von Zillmerung: € 20.000.000

Bitte geben Sie die Buchungssätze für den Jahresabschluss zum 31.12.2025 an.

Lösungsvorschlag:

(a) Der Einmalbeitrag von Herrn Schmitz wird in 2.500 Anteilen am Index von € 100 angelegt. Der Wert der Anteile am Index sinkt auf € 90. Damit beträgt die Deckungsrückstellung soweit das Anlagerisiko von den Versicherungsnehmern getragen wird zum 31.12.2025 € 90 * 2.500 = € 225.000. *[1 Punkt]*

Für die Todesfallleistung ist keine darüber hinaus gehende Deckungsrückstellung erforderlich, weil sie dieser „Deckungsrückstellung, soweit das Anlagerisiko von den

Versicherungsnehmern getragen wird“ entspricht. Gleiches gilt für die Rückkaufsleistung. *[1 Punkt]*

Die Mindesterlebensfallleistung zum Ablauf des Versicherungsvertrages nach fünf Jahren beträgt $€\ 250.000 \times (1 + 0{,}01)^5$ = € 262.752,51. *[2 Punkte]*

Zur Berechnung der Mindestdeckungsrückstellung ist dieser Betrag mit dem bei Abschluss des Lebensversicherungsvertrages gültigen Höchstrechnungszins von 1,0 % vier Jahre zu diskontieren (da am 31.12.2025) und die Überlebenswahrscheinlichkeit zu berücksichtigen:

$(1\text{-}0{,}02)^4 * \frac{€\ 262.752{,}51}{(1+0{,}01)^4}$ = € 232.897,96 *[3 Punkte]*

Die Differenz zur fondsgebundenen Deckungsrückstellung in Höhe von € 7.897,96 ist als konventionelle Deckungsrückstellung zu buchen. *[1 Punkt]*

Veränderung Deckungsrückstellung an Versicherungstechnische Rückstellungen im Bereich der Lebensversicherung, soweit das Anlagerisiko von den Versicherungsnehmern getragen wird I. Deckungsrückstellung € 225.000,00. *[1 Punkt]*

Veränderung Deckungsrückstellung an Deckungsrückstellung € 7.897,96. *[1 Punkt]*

(b) Veränderung der Deckungsrückstellung an Deckungsrückstellung € 20.000.000. Es muss die Deckungsrückstellung mit Mindestrückkaufswert bilanziert werden. Deswegen erhöht ich die Deckungsrückstellung von € 5.000.000 auf € 25.000.000. *[2 Punkte]*

Sonstiger versicherungstechnischer Aufwand an Forderungen an Versicherungsnehmer, noch nicht fällige Ansprüche € 15.000.000. Die Forderungen an Versicherungsnehmer vermindert sich um € 20.000.000, aber der Aufwand darf um die Erhöhung der Deckungsrückstellung aufgrund der Mindestrückkaufswerte um € 5.000.000 gekürzt werden. *[3 Punkte]*

Aufgabe 4. *[Beteiligung am Überschuss] [41 Punkte]*

Sie hospitieren in der Beschwerdeabteilung der Pfefferminzia Lebensversicherung AG. Auf Ihrem Schreibtisch liegt eine Beschwerde des Kunden Herbert Meier, der für seinen konventionellen Rentenversicherungsvertrag mit Todesfallschutz gegen Einmalbeitrag kürzlich das Kapitalwahlrecht ausgeübt hat. Herr Meier findet, er habe zu wenig Überschussbeteiligung erhalten.

(a) *[18 Punkte]* Im Vertrag ist als Überschussverwendungsform die Verzinsliche Ansammlung vereinbart. Rechnen Sie aus, wie hoch das korrekte Ansammlungsguthaben am Ende der Aufschubzeit ausfiel.

Hinweis: Die dafür notwendigen Informationen zum Vertrag, zur Überschussdeklaration und zu weiteren Bestandswerten finden Sie auf den nachfolgenden Seiten unter „Weitere Informationen zu Aufgabe 4.“.

(b) *[3 Punkte]* Welche Bestandteile hat die Zuteilung von endfälligen Überschüssen dem Grunde nach?

(c) *[19 Punkte]* Welche Höhe hatte die korrekte Zuteilung von endfälligen Überschüssen?

(d) *[1 Punkt]* Welcher Gesamtbetrag aus der Überschussbeteiligung steht Herrn Meier zu?

Weitere Informationen zu Aufgabe 4.

Aus Ihrem Verwaltungssystem konnten Sie folgende Vertragswerte abfragen:

- Technischer Versicherungsbeginn: 1.1.2023 (Versicherungsjahr = Kalenderjahr)
- Planmäßiger Rentenbeginn: 1.1.2026 (Ausübung Kapitalwahlrecht zum 31.12.2025)

[Werte in EUR]	1.1.2023	1.1.2024	1.1.2025	31.12.2025
garantiertes Vertragsguthaben	92.100,00	91.905,25	91.702,01	91.931,27
natürlicher Risikobeitrag	400,00	425,00	433,00	

- Die natürlichen Risikobeiträge werden dem Vertrag vorschüssig je Versicherungsjahr entnommen.
- Die Zuteilung von Überschüssen erfolgt jährlich zum Ende des Versicherungsjahres.
- Die garantierte Verzinsung des Guthabens aus Verzinslicher Ansammlung beträgt 0%.
- Die Bewertungszahl (Z) für den Vertrag von Herrn Meier betrug zum Stichtag 275.707,26 EUR.

Außerdem erfahren Sie, dass der Stand der Bewertungsreserven auf alle Kapitalanlagen zum relevanten Stichtag negativ war.

Aus den Anhängen zum Geschäftsbericht für die Jahre 2023 bis 2025 haben Sie für den hier relevanten Gewinnverband REN24 folgende Tabelle erstellt:

Zuteilungen in…	2023	2024	2025	Bemessungsgröße
ZinsÜA-Satz	1,75%	2,0%	2,5%	konventionelles Vertragsguthaben zu Beginn des Versicherungsjahres
Verzinsung Ansammlungsguthaben	2,0%	2,25%	2,75%	Ansammlungsguthaben
Verzinsung Anwartschaft für SÜ*)	2,0%	2,25%	2,75%	Anwartschaft für SÜ
Zuführung Anwartschaft für SÜ*)	0,5%	0,5%	0,25%	berechtigtes Vertragsguthaben**)
konventioneller SÜ-Satz*)	50%	50%	50%	Anwartschaft für SÜ (nach Verzinsung und Zuführung)
Sockel-SÜ-Satz*)	50%	20%	20%	Anwartschaft für SÜ (nach Verzinsung und Zuführung)
RisikoÜA-Satz	25%	25%	25%	natürlicher Risikobeitrag für das Versicherungsjahr
KostenÜA-Satz	0,8%	0,8%	0,8%	garantiertes Vertragsguthaben

*) SÜ:= Schlussüberschussanteil

**) konventionelles Vertragsguthaben zzgl. Ansammlungsguthaben zum Beginn des Versicherungsjahres

Lösungsvorschlag:

(a) Am Ende des Jahres 2023, also zum Ende des ersten Versicherungsjahres, erhält der Vertrag folgenden laufenden Überschussanteil unwiderruflich gutgeschrieben:

- ZinsÜA auf konventionelles Vertragsguthaben = 1,75% * 92.100 EUR
  = 1.611,75 EUR
- RisikoÜA = 25% * 400 EUR
  = 100 EUR
- KostenÜA = 0,8% * 92.100 EUR
  = 736,80 EUR

Damit ergibt sich

LÜA_1 = 1.611,75 EUR +100 EUR + 736,80 EUR
= 2.448,55 EUR.

Für das zweite Versicherungsjahr, also das Jahr 2024 ergibt sich analog

LÜA_2 = 2% * 91.905,25 EUR + 25% * 425 EUR + 0,8% * 91.905,25 EUR
= 2.679,60 EUR

und für das dritte Versicherungsjahr (2025) entsprechend

LÜA_3 = 2,5% * 91.702,01 EUR + 25% * 433 EUR + 0,8% * 91.702,01 EUR
= 3.134,42 EUR.

Das Ansammlungsguthaben VZA_t entwickelt sich somit wie folgt:

VZA_t [in EUR]	2023	2024	2025
Stand zu Periodenbeginn (1.1.)	-	2.448,55	5.183,24
Zins auf Ansammlungsguthaben	-	55,09	142,54
laufende Zuteilung (LÜA_t)	2.448,55	2.679,60	3.134,42
Stand zu Periodenende (31.12.)	**2.448,55**	**5.183,24**	**8.460,19**

[Dabei ermittelt sich der Zins auf das Ansammlungsguthaben für das Jahr 2023 als Produkt aus dem Stand des Ansammlungsguthabens zu Periodenbeginn (hier: 0 EUR) und dem Verzinsungssatz für das Ansammlungsguthaben für das Jahr 2023 (hier: 2%). Entsprechend ergibt sich der Zins für das Jahr 2024 aus 2,25% * 2.448,55 EUR zu 55,09 EUR und für das Jahr 2025 aus 2,75% * 5.183,24 EUR zu 142,54 EUR.]

Die korrekte **Höhe des Guthabens aus Verzinslicher Ansammlung** betrug also zum Ende der Aufschubzeit des Vertrags von Herrn Meier **8.460,19 EUR**.

(b) Die endfällige Überschussbeteiligung setzt sich zusammen aus

- der „konventionellen“ Schlussüberschussbeteiligung
- der Mindestbeteiligung an den Bewertungsreserven („Sockelbeteiligung“)
- über die Sockelbeteiligung hinausgehende Beteiligung an den Bewertungsreserven („Spitzenbeteiligung“)

(c) Für die Ermittlung der konventionellen Schlussüberschussbeteiligung, sowie der Sockelbeteiligung an den Bewertungsreserven wird die Höhe der Anwartschaft für den Schlussüberschuss zum 31.12.2025 benötigt.

Dazu wird zunächst die Höhe der Zuführung zur Anwartschaft je Versicherungsjahr (ZufSÜ_t) ermittelt:

ZufSÜ_1 = 0,5% * (92.100 EUR + 0 EUR) **= 460,50 EUR**

[Überschussanteilsatz für die Zuführung zur Anwartschaft für den Schlussüberschuss für das Jahr 2023 * Bezugsgröße; Bezugsgröße ist die Summe aus konventionellem Vertragsguthaben und Ansammlungsguthaben zum Periodenbeginn, also hier per 1.1.2023.]

ZufSÜ_2 = 0,5% * (91.905,25 EUR + 2.448,55 EUR) = **471,77 EUR**

ZufSÜ_3 = 0,25% * (91.702,01 EUR + 5.183,24 EUR) = **242,21 EUR**.

Mit diesen Werten für die Zuführung ermittelt sich der Stand der Anwartschaft für den Schlussüberschuss (SÜ_t) analog zum Guthaben aus Verzinslicher Ansammlung wie folgt:

SÜ_t [in EUR]	2023	2024	2025
Stand zu Periodenbeginn (1.1.)	-	460,50	942,63
Zins auf die Anwartschaft	-	10,36	25,92
Zuführung (ZufSÜ_t)	460,50	471,77	242,21
Stand zu Periodenende (31.12.)	**460,50**	**942,63**	**1.210,77**

[Dabei ermittelt sich der Zins auf die Anwartschaft für das Jahr 2023 als Produkt aus dem Stand der Anwartschaft zu Periodenbeginn (hier: 0 EUR) und dem Verzinsungssatz für die Anwartschaft für das Jahr 2023 (hier: 2%). Entsprechend ergibt sich der Zins für das Jahr 2024 aus 2,25% * 460,50 EUR zu 10,36 EUR und für das Jahr 2025 aus 2,75% * 942,63 EUR zu 25,92 EUR.]

Die Höhe der Anwartschaft für den Schlussüberschuss betrug zum Zeitpunkt der Ausübung des Kapitalwahlrechts also 1.210,77 EUR.

Damit betrug der **konventionelle Schlussüberschuss** zu diesem Zeitpunkt 50% * 1.210,77 EUR = **605,38 EUR**.

Entsprechend betrug die **Sockelbeteiligung** an den Bewertungsreserven 20% * 1.210,77 EUR = **242,15 EUR**.

Da der Stand der Bewertungsreserven auf alle Kapitalanlagen negativ war, erhält Herr Meier keine über die Sockelbeteiligung hinausgehende Beteiligung an den Bewertungsreserven.

Die **endfällige Beteiligung** beträgt somit per 31.12.2025 **insgesamt** 605,38 EUR + 242,15 EUR + 0 EUR = **847,54 EUR**.

(d) Der Gesamtbetrag der Kapitalabfindungsleistung aus Überschussbeteiligung setzt sich zusammen aus den Ergebnissen der Teilaufgaben a) und c):

Die korrekte **Höhe des Guthabens aus Verzinslicher Ansammlung** betrug zum Ende der Aufschubzeit des Vertrags von Herrn Meier **8.460,19 EUR**.

Die **endfällige Beteiligung** beträgt somit per 31.12.2025 **insgesamt** 605,38 EUR + 242,15 EUR + 0 EUR = **847,54 EUR**.

Insgesamt stand dem Vertrag also eine Leistung aus der Überschussbeteiligung in Höhe von 9.307,73 EUR zu.

Aufgabe 5. *[ALM und Unternehmenssteuerung] [4 Punkte]*

Mit welchen Kennzahlen können Sie sich einen ersten groben Überblick über den Ertrags-Bedarf für die Erfüllung von Zinsgarantien und die tatsächliche Ertragskraft der Kapitalanlagen bilden? Nennen Sie je 2 Kennzahlen für den Bedarf und die tatsächliche Ertragskraft.

Lösungsvorschlag:

Ertragsbedarf:

- mittlerer tariflicher Rechnungszins
- mittlerer bilanzieller Rechnungszins

Ertragskraft:

- (bereinigte) laufende Durchschnittsverzinsung
- Nettoverzinsung

Aufgabe 6. *[Mindestzuführung] [37 Punkte]*

Die Eukalyptus AG weist zu den Bilanzstichtagen 31.12.2024 und 31.12.2025 folgende Bilanzstruktur auf (jeweils in GE = Geldeinheiten):

<table>
<tr><th colspan="2">31.12.2024</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Kapitalanlagen
= 4500</td><td>Eigenkapital
= 350</td></tr>
<tr><td>Deckungsrückstellung
= 3700

(davon Altbestand 700, Neubestand 3000)</td></tr>
<tr><td>RfB = 450

(davon Altbestand 100, Neubestand 350)</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">31.12.2025</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Kapitalanlagen
= 5500</td><td>Eigenkapital
= 450</td></tr>
<tr><td>Deckungsrückstellung
= 4500

(davon Altbestand 500, Neubestand 4000)</td></tr>
<tr><td>RfB = 550

(davon Altbestand 100, Neubestand 450)</td></tr>
</table>

Anmerkung: Es gibt keine kollektive RfB und keinen extern finanzierten Rückstellungsteil.

Sie sind beauftragt, die Berechnung zur RfB-Mindestzuführung zum 31.12.2025 durchzuführen. Hierzu haben Sie folgende Informationen zu den Ergebnisquellen im Geschäftsjahr 2025:

- Die Nettokapitalerträge KE_{Ges} betragen $150\ GE$.
- Der Zinsaufwand (inkl. ZZR) beträgt $RZ_{Alt} = 50\ GE$ und $RZ_{Neu} = 80\ GE$.
- Das Risikoergebnis beträgt im Altbestand $RE_{Alt} = 20\ GE$ und im Neubestand $RE_{Neu} = 70\ GE$.
- Das übrige Ergebnis beträgt im Altbestand $\text{ü}E_{Alt} = 10\ GE$ und im Neubestand $\text{ü}E_{Neu} = -20\ GE$.

(a) *[5 Punkte]* Berechnen Sie die anzurechnenden Kapitalerträge aKE_{Alt} und aKE_{Neu}.

(b) *[14 Punkte]* Berechnen Sie für das Geschäftsjahr 2025 die Mindestzuführung zur RfB und den maximalen Jahresüberschuss.

Hinweis: Sollten Sie Teilaufgabe (a) nicht gelöst haben, dann verwenden Sie $\mathrm{aKE}_{\mathrm{Alt}} = 21$ und $\mathrm{aKE}_{\mathrm{Neu}} = 117$.

(c) *[6 Punkte]* Im Rahmen eines potentiellen Bürokratieabbaus wird u.a. über eine gemeinsame Abrechnung von Alt- und Neubestand diskutiert.

Berechnen Sie für das Geschäftsfahr 2025 die Mindestzuführung zur RfB und den maximalen Jahresüberschuss für den Fall, dass Alt- und Neubestand gemeinsam abgerechnet (d.h. rechnerisch zusammengelegt) würden.

(d) *[4 Punkte]* In Teilaufgabe (c) ergebe sich bei gemeinsamer Abrechnung von Alt- und Neubestand ein Rückgang der Mindestzuführung zur RfB um 7,3 GE. Diskutieren Sie, ob dies Auswirkungen auf die aktuelle und künftige Überschussbeteiligung hat bzw. haben kann.

(e) *[2 Punkte]* Nennen Sie einen potentiellen Vorteil, den eine gemeinsame Abrechnung von Alt- und Neubestand für die Kunden haben könnte.

(f) *[6 Punkte]* Durch die gemeinsame Abrechnung von Alt- und Neubestand verringert sich die Mindestzuführung zur RfB nicht zwangsläufig. Zeigen Sie dies anhand eines Gegenbeispiels, in dem sich durch die gemeinsame Abrechnung eine Erhöhung der Mindestzuführung zur RfB ergibt.

Hinweis: Gehen Sie dazu von den Ergebnissen aus Teilaufgabe (b) und (c) aus und variieren Sie dabei lediglich RZ_{Neu}.

Lösungsvorschlag:

(a) Die mittleren zinstragenden Passiva („MZP“) im Altbestand und Neubestand betragen

$$\begin{aligned} MZP_{Alt} &= 0{,}5 * \left(DR_{Alt;2024} + RfB_{Alt;2024} + DR_{Alt;2025} + RfB_{Alt;2025}\right) \\ &= 0{,}5 * 1400 \;=\; 700 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} MZP_{Neu} &= 0{,}5 * (DR_{Neu;2024} + RfB_{Neu;2024} + DR_{Neu;2025} + RfB_{Neu;2025}) \\ &= 0{,}5 * 7800 \;=\; 3900. \end{aligned}$$

Die mittleren Passiva („MP“) betragen

$$\begin{aligned} MP_{Ges} &= 0{,}5 * (EK_{2024} + DR_{2024} + RfB_{2024} + EK_{2025} + DR_{2025} + RfB_{2025}) \\ &= 0{,}5 * (4500 + 5500) = 5000. \end{aligned}$$

Damit ergibt sich

$$aKE_{Alt} = KE_{Ges} * \frac{MZP_{Alt}}{MP_{Ges}} = 21 \text{ und } aKE_{Neu} = KE_{Ges} * \frac{MZP_{Neu}}{MP_{Ges}} = 117.$$

(b) Die Mindestzuführung für den Gesamtbestand beträgt

$$MindZuf_{Ges} = MindZuf_{Alt} + MindZuf_{Neu}$$

mit $MindZuf_{Alt} = \max(0; MindZuf_{KA;Alt} + MindZuf_{RE;Alt} + MindZuf_{\text{üE};Alt})$ und analog $MindZuf_{Neu}$.

Es ist

$$MindZuf_{\text{RE};Alt} = \max(0; 0{,}9 * 20) = 18$$

$$MindZuf_{\text{RE};Neu} = \max(0; 0{,}9 * 70) = 63$$

$$MindZuf_{\text{üE};Alt} = \max(0; 0{,}5 * 10) = 5$$

$$MindZuf_{\text{üE};Neu} = \max(0; 0{,}5 * (-20)) = 0$$

sowie

$$\begin{aligned} MindZuf_{KA;Alt} &= \max(\min(0; aKE_{Alt} - RZ_{Alt}) ; 0{,}9 * aKE_{Alt} - RZ_{Alt}) \\ &= \max(\min(0; 21 - 50) ; 0{,}9 * 21 - 50) \\ &= \max(\min(0; -29) ; -31{,}1) \\ &= -29 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MindZuf_{KA;Neu} &= \max(\min(0; aKE_{Neu} - RZ_{Neu}) ; 0{,}9 * aKE_{Neu} - RZ_{Neu}) \\ &= \max(\min(0; 117 - 80) ; 0{,}9 * 117 - 80) \\ &= \max(\min(0; 37) ; 25{,}3) \\ &= 25{,}3 \end{aligned}$$

Somit ergibt sich

$$\begin{aligned} MindZuf_{Alt} &= \max(0; -29 + 18 + 5) = 0 \\ MindZuf_{Neu} &= \max(0; 25{,}3 + 63 + 0) = 88{,}3 \end{aligned}$$

und somit $MindZuf_{Ges} = 88{,}3$.

Der Rohüberschuss ergibt sich zu

$$\begin{aligned} R\ddot{U} &= KE_{Ges} - (RZ_{Alt} + RZ_{Neu}) + RE_{Alt} + RE_{Neu} + \ddot{u}E_{Alt} + \ddot{u}E_{Neu} \\ &= 150 - 130 + 20 + 70 + 10 - 20 \\ &= 100. \end{aligned}$$

Der maximale Jahresüberschuss beträgt damit

$$J\ddot{U}_{max} = R\ddot{U} - MindZuf_{Ges} = 11{,}7.$$

(c) Bei einer gemeinsamen Abrechnung von Alt- und Neubestand beträgt die Mindestzuführung zur RfB im Gesamtbestand

$$MindZuf_{Ges;Zus} = \max\left(0; MindZuf_{KA;Zus} + MindZuf_{RE;Zus} + MindZuf_{\ddot{u}E;Zus}\right).$$

wobei in den einzelnen Ergebnisquellen jeweils Alt- und Neubestand summiert werden. Somit ist

$$MindZuf_{\mathrm{RE};Zus} = \max\left(0; 0{,}9 * (20 + 70)\right) = 81$$

$$MindZuf_{\ddot{u}E;Zus} = \max\left(0; 0{,}5 * (10 - 20)\right) = 0$$

und

$$aKE_{Zus} = KE_{Ges} * \frac{MZP_{Zus}}{MP_{Zus}} = 150 * \frac{4600}{5000} = 138$$

$$\begin{aligned} MindZuf_{KA;Zus} &= \max(\min(0; aKE_{Zus} - RZ_{Zus}); 0{,}9 * aKE_{Zus} - RZ_{Zus}) \\ &= \max(\min(0; 138 - 130); 0{,}9 * 138 - 130) \\ &= \max(\min(0; 8); -5{,}8) \\ &= 0. \end{aligned}$$

Dies ergibt schließlich

$$MindZuf_{Ges;Zus} = \max(0; 0 + 81 + 0) = 81$$

und

$$J\ddot{U}_{max} = R\ddot{U} - MindZuf_{Ges;Zus} = 19.$$

(d) Die verringerte Mindestzuführung unter den Voraussetzungen von Teilaufgabe (c) führt nicht zwangsläufig zu einer Reduktion der Überschussbeteiligung:

- Die tatsächliche Zuführung zur RfB liegt in der Regel über der Mindestzuführung. Die Eukalyptus AG könnte somit eine (im Vergleich zur Planung mit getrennter Abrechnung von Alt- und Neubestand) unveränderte RfB-Zuführung festlegen. Somit würden sich auch die RfB-Dotierung als Voraussetzung für die Überschussdeklaration nicht verändern.

  Anmerkung: Zum Zeitpunkt der Berechnung ist die Überschussdeklaration für das Jahr 2026 in der Regel bereits erfolgt und speist sich (in der Regel) aus der RfB zum Stand 31.12.2025.

- Sofern das Unternehmen jetzt oder in künftigen Jahren eine verringerte RfB-Zuführung (im Vergleich zum Stand mit getrennter Abrechnung von Alt- und Neubestand) festlegt, so würden sich entsprechend die Mittel für die künftige Überschussbeteiligung verringern, was somit Auswirkungen auf künftige Überschussdeklarationen hätte.

(e) Durch die gemeinsame Abrechnung ergeben sich (ggfs. kleine) Vereinfachungen in der Verwaltung der Eukalyptus AG. Verringerte Verwaltungsaufwände führen zu künftigen Erträgen des Unternehmens und damit potentiell höheren Überschüssen für die Kunden.

(f) Durch eine Erhöhung von RZ_{Neu} verringert sich für die ersten Geldeinheiten $MindZuf_{KA;Neu}$ in gleicher Höhe („Normalregime“). Im Gegensatz dazu bleibt $MindZuf_{KA;Zus}$ unverändert bei der Erhöhung von RZ_{Zus} um bis zu 8 Geldeinheiten.

Konkret bedeutet dies bei einer Erhöhung von RZ_{Neu} auf $\widetilde{RZ_{Neu}} = 88$

$$\widetilde{MindZuf_{KA;Neu}} = 25{,}3 - 8 = 17{,}3$$

und somit

$$\widetilde{MindZuf_{Ges}} = MindZuf_{Alt} + MindZuf_{Neu} - 8 = 80{,}3$$

Gleichzeitig ist

$$\widetilde{MindZuf_{KA;Zus}} = MindZuf_{KA;Zus} = 0$$

und somit

$$\widetilde{MindZuf_{Ges;Zus}} = MindZuf_{Ges;Zus} = 81.$$

Die gemeinsame Abrechnung von Alt- und Neubestand führt also unter Veränderung von $RZ_{neu} = 80$ auf $\widetilde{RZ_{Neu}} = 88$ zu einer Erhöhung der Mindestzuführung.

Aufgabe 7. *[Überprüfung Garantiezins] [8 Punkte]*

Beschreiben Sie ein mögliches Vorgehen zur Überprüfung des Garantiezinses im Neugeschäft.

Lösungsvorschlag:

Die Überprüfung des Garantiezinses im Neugeschäft kann durch Betrachtung und Einbeziehung der folgenden Dimensionen erfolgen:

- Kapitalanlagen: Betrachtung der unternehmensindividuellen Ertragskraft der Kapitalanlagen, z.B. durch Übertragung der Methodik aus dem Zinsbericht auf die unternehmensindividuelle Situation.

- Garantieanforderungen der Produkte im Neugeschäft: Ermittlung der Garantieanforderungen der Produkte im Neugeschäft und Vergleich mit der Ertragskraft der Kapitalanlagen.

- HGB-Planungsrechnungen: Übertragung der Methodik zur mittelfristigen Erfüllbarkeit der Verpflichtungen unter Berücksichtigung der Garantieanforderungen aus dem Neugeschäft.

- Solvency-II-Werte / Risikomodelle: Ermittlung der Auswirkungen der Garantien im Neugeschäft auf die Solvency-II-Werte / die Risikotragfähigkeit des Unternehmens.

Aufgabe 8. *[Biometrische Rechnungsgrundlagen] [15 Punkte]*

(a) *[5 Punkte]* Beschreiben Sie jeweils knapp was im Kontext der Lebensversicherung unter den folgenden Begriffen zu verstehen ist.

(i) *[2 Punkte]* Biometrisches Risiko

(ii) *[2 Punkte]* Biometrische Rechnungsgrundlagen

(iii) *[1 Punkte]* Ausscheideordnung

(b) *[3 Punkte]* Nennen Sie die zwei zentralen Risikofaktoren von biometrischen Rechnungsgrundlagen. Welcher Risikofaktor ist zudem Standard bei der Kalkulation von Berufsunfähigkeitsversicherungen?

(c) *[3 Punkte]* Erläutern Sie wie sich Todesfalltafeln 1. Ordnung von Rententafeln 1. Ordnung unterscheiden.

(d) *[4 Punkte]* Erläutern Sie den Unterschied zwischen Perioden- und Generationensterbetafeln. Welche der beiden Tafeln ist für die Bewertung der Langlebigkeit geeignet?

Lösungsvorschlag:

(a)

(i) Ein biometrisches Risiko ist ein Ereignis, welches mit grundlegenden Veränderungen der biologisch bedingten Lebensverhältnisse einhergeht, also z.B. Geburt, Auftreten einer (bestimmten) Erkrankung, Invalidität bzw. Berufsunfähigkeit oder Erwerbsunfähigkeit, Eintritt von Pflegebedürftigkeit, Tod.

(ii) Biometrische Rechnungsgrundlagen beschreiben Risiken wie Sterblichkeit, Langlebigkeit, Berufsunfähigkeit oder Pflegebedürftigkeit anhand von einjährigen Ausscheidewahrscheinlichkeiten, welche die Änderung des biometrischen Zustands angeben.

(iii) Eine Ausscheideordnung beschreibt die Verkleinerung eines Ausgangskollektivs von z.B. 100.000 Nulljährigen mit steigendem Alter. Berechnet wird die Ausscheideordnung mit Hilfe von Ausscheidewahrscheinlichkeiten.

(b) Die beiden zentralen Risikofaktoren von biometrischen Rechnungsgrundlagen sind Geschlecht und Alter. Bei Berufsunfähigkeitsversicherungen spielt der Risikofaktor Beruf eine wichtige Rolle.

(c) Todesfall- und Rententafeln 1. Ordnung unterscheiden sich mit Blick auf die Sicherheitspuffer. Bei Todesfalltafeln 1. Ordnung werden Sicherheitszuschläge angesetzt, da das Risiko des Ablebens bewertet wird und deswegen mit erhöhten Sterblichkeiten

kalkuliert wird. Bei Rententafeln 1. Ordnung werden im Gegensatz Sicherheitsabschläge verwendet, da das Risiko der Langlebigkeit abgesichert wird und deshalb mit geringeren Sterblichkeiten bewertet wird.

(d) Eine Periodensterbetafel stellt die Sterblichkeitsverhältnisse eines Kollektivs aus einem oder mehreren Kalenderjahren dar und bezieht damit alle in dieser Periode gleichzeitig lebenden Geburtsjahrgänge ein.

Eine Generationensterbetafel dient der Betrachtung der Sterblichkeit und der Lebenserwartung von Geburtsjahrgängen. Eine Generationensterbetafel bildet den Sterblichkeitsverlauf der Angehörigen des entsprechenden Geburtsjahrgangs von der Geburt bis zum Tod ab und zeigt so die spezifischen Merkmale dieses Geburtsjahrgangs auf. Damit handelt es sich bei der Generationensterbetafel um eine Längsschnittbetrachtung, die von der Querschnittsbetrachtung einer Periodensterbetafel unterschieden werden muss.

Wegen der Steigerung der Lebenserwartung in den letzten Jahrzehnten ist es wichtig das Risiko der Langlebigkeit mit einer Generationensterbetafel zu bewerten. Eine Periodensterbetafel bildet qua Konstruktion den Trend der Sterblichkeitsverbesserung nicht ab.

Aufgabe 9. *[Todesfallrisiko] [15 Punkte]*

Sie nehmen an einer Verkaufsschulung für die Vermittler Ihres Unternehmens teil. Es geht um die neue Risikolebensversicherung. Zur Unterstützung des Vertriebs enthält das Marketingmaterial die Aussage „Eine Absicherung gegen den Todesfall ist wichtig, mehr als einer von zehn Männern in Deutschland verstirbt vor Rentenbeginn." Eine Fußnote spezifiziert, dass diese Aussage nach der Sterbetafel 2022/2024 des Statistischen Bundesamts für alle Männer unter 59 Jahren gilt bei einem Rentenbeginn mit 67 Jahren.

Ein Vermittler findet die Werbebotschaft unseriös und behauptet, dass 95 % aller 20-jährigen Männer das Alter 60 erleben. Nur das Risiko ab Alter 60 sei relevant und müsse abgesichert werden.

(a) *[3 Punkte]* Geben Sie eine Formel für die Sterbewahrscheinlichkeit ${}_{n-x}q_x$ eines x-jährigen Mannes vor Alter n zu versterben an (mit $x < n$), so dass Sie die Sterbewahrscheinlichkeit aus 1-jährigen Überlebenswahrscheinlichkeiten ermitteln können.

(b) *[10 Punkte]* Um die Aussage des Vermittlers zu überprüfen, bestimmen Sie die Sterbewahrscheinlichkeit ${}_{40}q_{20}$ eines 20-jährigen Mannes vor Alter 60 zu versterben auf Basis des folgenden Auszugs aus der Sterbetafel 2022/2024 des Statistischen Bundesamts. Nutzen Sie dazu die Information, dass die Sterbewahrscheinlichkeit ${}_{47}q_{20}$ eines 20-jährigen Mannes vor Alter 67 zu versterben gegeben ist durch ${}_{47}q_{20} = 16{,}2339\,\%$. Runden Sie die Ergebnisse in Aufgabenteil (i) und (iii) auf 6 Nachkommastellen.

(i) *[2 Punkte]* Bestimmen Sie in einem ersten Schritt die Sterbewahrscheinlichkeit ${}_{7}q_{60}$ eines 60-jährigen Mannes vor Alter 67 zu versterben.

(ii) *[6 Punkte]* Leiten Sie nun eine Formel her mit der Sie anhand der Sterbewahrscheinlichkeiten ${}_{47}q_{20}$ und ${}_{7}q_{60}$ die gesuchte Sterbewahrscheinlichkeit ${}_{40}q_{20}$ bestimmen können.

(iii) *[2 Punkte]* Berechnen Sie nun die Sterbewahrscheinlichkeit ${}_{40}q_{20}$.

x	60	61	62	63	64	65	66	67
q_x	0,009273	0,010233	0,011428	0,012712	0,014224	0,015430	0,016801	0,018499
p_x	0,990727	0,989767	0,988572	0,987288	0,985776	0,984570	0,983199	0,981501

(c) *[2 Punkte]* Kommentieren Sie das Ergebnis aus Aufgabenteil (b). Hat der Vermittler recht?

Lösungsvorschlag:

(a) Die Sterbewahrscheinlichkeit ${}_{n-x}q_x$ lässt sich schreiben als

$$ {}_{n-x}q_x = 1 - {}_{n-x}p_x = 1 - \prod_{k=0}^{n-x-1} p_{x+k}. $$

(b)

(i) Aus den Informationen in der Tabelle ergibt sich

$$ {}_7q_{60} = 1 - \prod_{k=0}^{6} p_{60+k} = 0{,}086717. $$

(ii) Mit Hilfe der bekannten Formeln ${}_nq_x = 1 - {}_np_x$ und ${}_np_x = {}_kp_x \, {}_{n-k}p_{x+k}$ ergibt sich

$$ {}_{47}q_{20} = 1 - {}_{47}p_{20} = 1 - {}_{40}p_{20} \, {}_7p_{60} = 1 - \left(1 - {}_{40}q_{20}\right)\left(1 - {}_7q_{60}\right), $$

was sich umformen lässt zu

$$ \left(1 - {}_{40}q_{20}\right)\left(1 - {}_7q_{60}\right) = 1 - {}_{47}q_{20} $$

oder

$$ {}_{40}q_{20} = 1 - \frac{1 - {}_{47}q_{20}}{1 - {}_7q_{60}} = \frac{{}_{47}q_{20} - {}_7q_{60}}{1 - {}_7q_{60}}. $$

(iii) Anhand der Formel in (ii) ergibt sich ${}_{40}q_{20} = 0{,}082802$.

(c) Die Aussage des Vermittlers stimmt auf Basis der Sterbetafel 2022/2024 des Statistischen Bundesamts nicht. Nach dieser Tafel erleben nur knapp 92 % aller 20-jährigen Männer das Alter 60.

Aufgabe 10. *[Risikolebensversicherung mit partieller Beitragsrückgewähr] [15 Punkte]*

Als Aktuar in der Produktentwicklung unterstützen Sie bei der Entwicklung eines neuen Risikolebensversicherungstarifs, der nach Rauchverhalten differenziert. Da der bisherige Tarif bei Rauchern wenig Anklang fand, überlegen Sie wie Sie diesen attraktiver gestalten können. Ihre Idee ist eine partielle Beitragsrückgewähr einzukalkulieren. Die Differenz der Risikoprämien von Rauchern und Nichtrauchern soll Rauchern zurückerstattet werden, sofern der Todesfall nicht vor Versicherungsende eintritt.

Nehmen Sie im Folgenden der Einfachheit halber an, dass der Rechnungszins durch $i = 0\,\%$ gegeben ist.

(a) *[5 Punkte]* Leiten Sie zunächst ein Formelwerk her, mit dem Sie aus der Aggregatsterbewahrscheinlichkeit q_x einer x-jährigen Person auf die Sterbewahrscheinlichkeiten q_x^R bzw. q_x^{NR} von Rauchern (R) bzw. Nichtrauchern (NR) schließen können. Welche Informationen benötigen Sie neben der Aggregatsterbewahrscheinlichkeit?

(b) *[1 Punkt]* Bestimmen Sie die einjährige Risikoprämie RP_x^j für x-jährige Raucher, $j = R$, bzw. Nichtraucher, $j = NR$, für eine zum Periodenende fällige Versicherungssumme VS.

(c) *[4 Punkte]* Ermitteln Sie nun eine einjährige Risikoprämie $RP_x^{R,BRG}$ für x-jährige Raucher, wenn neben (i) der Leistung der Versicherungssumme im Todesfall (ii) bei Erleben des Periodenendes die Differenz zur Risikoprämie von Nichtrauchern, also die Mehrrisikoprämie von Rauchern, vollständig zurückerstattet wird.

(d) *[3 Punkte]* Berechnen Sie für $q_{35}^R = 0{,}001$ und $q_{35}^{NR} = 0{,}0005$ sowie $VS = 100.000$ die drei Risikoprämien RP_{35}^R, RP_{35}^{NR} und $RP_{35}^{R,BRG}$. Erwarten Sie auf Basis des Ergebnisses, dass ein Tarif mit partieller Beitragsrückgewähr attraktiv(er) für Raucher ist?

(e) *[2 Punkte]* Die Leistung setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Mit welcher Art von Sterbetafel wäre das jeweilige Risiko zu bewerten?

Lösungsvorschlag:

(a) Die Aggregatsterbewahrscheinlichkeit lässt sich schreiben als Konvexkombination der Sterbewahrscheinlichkeiten von Rauchern und Nichtrauchern, d.h.

$$q_x = ANT_x^R q_x^R + ANT_x^{NR} q_x^{NR},$$

wobei ANT_x^j den Anteil und q_x^j die Sterbewahrscheinlichkeit von Rauchern, $j = R$, bzw. Nichtrauchern, $j = NR$, bezeichnet und $ANT_x^R + ANT_x^{NR} = 1$ gilt.

Wenn $\ddot{U}ST_x := q_x^R / q_x^{NR}$ die Übersterblichkeit von Rauchern bezeichnet, so ergibt sich durch Umformen und Einsetzen

$$q_x^{NR} = \frac{q_x}{(1 - ANT_x^{NR})\ddot{U}ST_x + ANT_x^{NR}}$$

und

$$q_x^R = \ddot{U}ST_x q_x^{NR}.$$

Zur Berechnung der Sterbewahrscheinlichkeiten von Rauchern und Nichtrauchern wird neben der Aggregatsterbewahrscheinlichkeit der Anteil an Nichtrauchern und die Übersterblichkeit der Raucher für jedes Alter benötigt.

(b) Im Todesfall wird die Versicherungssumme VS am Periodenende fällig. Damit lässt sich die einjährige Risikoprämie RP_x^j schreiben als

$$RP_x^j = q_x^j \, VS$$

für Raucher, $j = R$, bzw. Nichtraucher, $j = NR$.

(c) Die Leistung setzt sich zusammen aus der Todesfallleistung wie in Aufgabenteil (b) und einer Leistung bei Erleben des Periodenendes in Höhe der Differenz zwischen Risikoprämie $RP_x^{R,BRG}$ und der Risikoprämie von Nichtrauchern RP_x^{NR}. D.h.

$$RP_x^{R,BRG} = RP_x^R + (1 - q_x^R)\left[RP_x^{R,BRG} - RP_x^{NR}\right],$$

was sich nach der Lösung von Aufgabenteil (b) schreiben lässt als

$$RP_x^{R,BRG} = \left[1 - \frac{1 - q_x^R}{q_x^R} q_x^{NR}\right] VS.$$

(d) Nach den Aufgabenteilen (b) und (c) ergibt sich $RP_{35}^R = 100$, $RP_{35}^{NR} = 50$ und $RP_{35}^{R,BRG} = 50.050$. Die partielle Beitragsrückgewähr erhöht die Risikoprämie um fast die halbe Versicherungssumme. Bei diesem Betrag ist nicht davon auszugehen, dass ein Tarif mit partieller Beitragsrückgewähr für Raucher attraktiv ist.

(e) Für die Todesfallleistung ist ein Tafel mit Todesfallcharakter die richtige Wahl wie sie üblicherweise bei Risikolebensversicherungen verwendet wird. Für die Erlebensfallleistung in Höhe der Mehrrisikoprämie der Raucher ist dagegen eine Tafel mit Erlebensfallcharakter angemessen.