DAV

DEUTSCHE
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Schriftliche Prüfung im Spezialwissen

Finanzmathematik und Investment II

gemäß Prüfungsordnung 5
der Deutschen Aktuarvereinigung e. V.

am 18. Oktober 2024

Hinweise:

- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 180 Punkte. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens 90 Punkte erreicht werden.
- Bitte prüfen Sie die Ihnen vorliegende Prüfungsklausur auf Vollständigkeit. Die Klausur besteht aus 25 Seiten.
- Alle Antworten sind zu begründen und bei Rechenaufgaben muss der Lösungsweg ersichtlich sein.
- Bitte vermeiden Sie bei der Lösungserstellung die nicht zusammenhängende Streuung der Lösungen zu den einzelnen Aufgabenteilen.
- Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird auf die gleichzeitige Verwendung der Sprachformen männlich, weiblich und divers (m/w/d) verzichtet.

Mitglieder der Prüfungskommission:

Carolin Apfel, Dr. Mario Hörig,
Prof. Dr. Thomas Knispel, Dr. Marcus Scheffer,
Philipp Wolters, Dr. Mario Zacharias

Aufgabe 1. *[Performance Measurement] [20 Punkte]*

Die SozialInvest (SI) sei eine Stiftung mit dem Schwerpunkt, den sozialen Wohnungsbau im Ruhrgebiet zu fördern. Das Stiftungsvermögen ist in einem breit diversifizierten Portfolio angelegt. In der jüngsten Vergangenheit sorgt sich der Finanzvorstand um das Aktiensegment des Stiftungsvermögens. Dieses besteht aus insgesamt vier Fonds. Die Rendite der vergangenen Jahre erfüllte die Erwartungen des Managements nicht und auch die Schwankung des Segments war sehr hoch. Die SI beauftragt Sie als Berater*in, eine Performanceanalyse durchzuführen. Hierzu haben Sie die in Tabelle 1 dargestellten empirischen Kennzahlen zusammengetragen:

Fonds	**Durchschnittliche Rendite**	**Standard-abweichung**	**Semistandard-abweichung**	**Beta**
Global Invest	15%	**???**	**???**	1,6
Risk Return	4%	8%	1,7%	0,7
Premium	12%	20%	3,5%	1,0
Sustainable	7%	10%	**???**	1,3

Tabelle 1: historische Rendite- und Risikokennzahlen der Aktien-Zielfonds der SI

Für das Marktportfolio beträgt die durchschnittliche Rendite 8% bei einer Standardabweichung von 14%. Der risikofreie Zins sei 4%.

(a) *[4 Punkte]* Sie ordnen die Fonds zunächst nach ihrer Performance relativ zu ihrem systematischen Risiko. Welcher der vier Fonds schneidet nach diesem risikoadjustierten Performancemaß am schlechtesten ab?

(b) *[3 Punkte]* Da Ihnen die Kennzahl der Standardabweichung zum Fonds *Global Invest* fehlt, fragen Sie bei der SI nach. Diese gibt Ihnen aber lediglich die Auskunft, dass die Sharpe Ratio des Fonds gleich der Sharpe Ratio des Marktportfolios ist. Finden Sie eine Schätzung für die Standardabweichung des Fonds *Global Invest*.

(c) *[3 Punkte]* Welche der folgenden Aussagen sind unter der Annahme, dass das Marktportfolio eine geeignete Benchmark für das Portfolio *Premium* darstellt, korrekt?

A) *Premiums* Sharpe Ratio ist schlechter als die des Marktes.

B) *Premiums* Information Ratio ist positiv.

C) Der Korrelationskoeffizient $\rho_{\text{Premium,Marktportfolio}}$ zwischen dem Fonds *Premium* und dem Marktportfolio beträgt 0,6.

(d) *[5 Punkte]* Der Fonds *Premium* investiert ausschließlich in Unternehmen mit Sitz in lateinamerikanischen Schwellenländern, die den Branchen Technologie oder Gesundheit angehören.

(i) *[3 Punkte]* Ist das Marktportfolio als Benchmark eine geeignete Wahl?

(ii) *[2 Punkte]* Wann kann eine Benchmark als geeignet angesehen werden? Geben Sie mit kurzer Erläuterung zwei Kriterien zur Auswahl einer geeigneten Benchmark an.

(e) *[5 Punkte]* Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen korrekt bzw. falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort *kurz*.

I) *Sustainables* Sortino Ratio ist größer als 0,30.

II) *Risk Return* hat eine höhere Sortino Ratio als *Premium*.

III) Da *Global Invest* hauptsächlich Optionen schreibt, ist für diesen Fonds die Sharpe Ratio ein sinnvolleres Performancemaß als die Sortino Ratio.

Lösungsskizze:

(a) Das Performancemaß, um Rendite in Bezug zum systematischen Risiko zu messen, ist die Treynor-Ratio:

$$\begin{aligned} \text{TR}_{\text{Global Invest}} &= \tfrac{15-4}{1,6} = 6,88, \quad \text{TR}_{\text{Risk Return}} = \tfrac{4-4}{0,7} = 0,00 \\ \text{TR}_{\text{Premium}} &= \tfrac{12-4}{1,0} = 8,00, \quad \text{TR}_{\text{Sustainable}} = \tfrac{7-4}{1,3} = 2,31 \end{aligned}$$

Damit schneidet der Fonds *Risk Return* am schlechtesten ab.

(b) Zunächst muss die Sharpe Ratio des Marktportfolios berechnet werden:

$$\text{SR}_{\text{Marktportfolio}} = \tfrac{8-4}{14} = 0,2857.$$

Es gilt also

$$\text{SR}_{\text{Global Invest}} = \frac{15-4}{\sigma_{\text{Global Invest}}} = 0,2857.$$

Auflösen liefert $\sigma_{\text{Global Invest}} = 38,50\%$.

(c) A) falsch:

$$\text{SR}_{\text{Premium}} = \tfrac{12-4}{20} = 0,4 > 0,2857 = \text{SR}_{\text{Marktportfolio}}$$

B) richtig: Premiums Information Ratio (IR) muss positiv sein, da der Tracking Error im Nenner der IR stets positiv ausfällt und der Zähler ist mit 12%-8% = 4% ebenfalls positiv ist.

C) falsch:

$$\rho_{\text{Premium,Marktportfolio}} = \frac{\beta \cdot \sigma_{\text{Marktportfolio}}}{\sigma_{\text{Premium}}} = \frac{1 \cdot 14}{20} = 0,7$$

(d) (i) Das Marktportfolio besteht aus allen gelisteten Aktien aller Regionen und aller Branchen und ist nach deren Marktwert gewichtet. Das Aktienuniversum des Fonds Premium investiert nur in die Branchen IT und Gesundheit und beschränkt sich auch in der Region ausschließlich auf Schwellenländer. Es kann also mit einem regionalen Index oder einem Branchenindex eine *angemessenere* Benchmark gefunden werden.

(ii)

Investierbar	Die gewählte Benchmark muss replizierbar sein.
Messbar	Es muss möglich sein, den Benchmark-Return in einer gewissen Häufigkeit und zeitgerecht zu berechnen.
Eindeutig	Die in der Benchmark enthaltenen Einzeltitel und deren Gewichte müssen eindeutig feststellbar sein.
Im Vorfeld festgelegt	Die Benchmark des Portfolios muss im Vorfeld des Auswertungszeitraums spezifiziert werden.
Angemessen	Die Benchmark muss konsistent zum Investmentstiel / zu den Portfolio-Charakteristika sein.

(e) I) richtig: Die Semistandardabweichung des Fonds lässt sich nach oben abschätzen. Die Standardabweichung um den durchschnittlichen Ertrag von 7% beträgt 10%. Damit muss die Semistandardabweichung deutlich geringer als 10% ausfallen. Es gilt

$$\mathrm{SR}_D^{\text{Sustainable}} > \frac{7-4}{10} = 0{,}30.$$

II) falsch:

$$\mathrm{SR}_D^{\text{Risk Return}} = \frac{4-4}{1{,}7} = 0 < \frac{12-4}{3{,}5} = 2{,}29 = \mathrm{SR}_D^{\text{Premium}}$$

III) falsch: Wenn der Fonds Global Invest hauptsächlich Optionen schreibt, ist seine Renditeverteilung asymmetrisch und damit wäre die Sortino Ratio als risikoadjustiertes Performancemaß besser geeignet als die Sharpe Ratio.

Aufgabe 2. *[Portfoliotheorie und -management] [20 Punkte]*

Ihr Kollege Fabian Findus und Sie bereiten sich gemeinsam auf Ihre letzten Prüfungen im Rahmen der DAV-Ausbildung vor. Sie gehen dabei Ihre Mitschriften zum Webinar „Finanzmathematik und Investment II“ durch.

(a) *[7 Punkte]* Zum Thema *Strategische Asset Allokation (SAA) vs. Taktische Asset Allokation (TAA)* hat sich Fabian Findus das Folgende notiert:

- **Notiz A:** Die SAA hat eine langfristige Sicht auf Kapitalmärkte und Portfolien und umfasst einen langen Zeithorizont von 10 Jahren und mehr.
- **Notiz B:** Die Inputdaten der SAA-Optimierung sollten deren langfristige Sichtweise widerspiegeln, aber gleichzeitig auch die aktuellen Kapitalmarktbedingungen berücksichtigen.
- **Notiz C:** Die TAA beschreibt die kurzfristigen Abweichungen von der SAA und umfasst grundsätzlich denselben Zeithorizont wie die SAA.
- **Notiz D:** Erwartungen des Investors an die Kapitalmarktentwicklung dürfen auf die TAA keinen Einfluss haben, die aktuellen Marktpreise beinhalten bereits alle relevanten Informationen.

Sind die Notizen A, B, C und D von Fabian Findus zum Thema SAA vs. TAA korrekt? Falls Sie Notizen als falsch identifizieren, erklären Sie *kurz* warum.

(b) *[5 Punkte]* Zum Thema *mehrperiodige Optimierung* haben Sie sich die folgenden Notizen gemacht:

- **Absatz E:** Im Gegensatz zum Einperiodenmodell ergibt sich bei der mehrperiodigen Optimierung eine fundamentale Änderung: Die Portfoliooptimierung kann nicht allein auf Renditeebene durchgeführt werden; der im Zeitablauf variable Portfoliowert ist bei den Investitionsentscheidungen zu berücksichtigen.
- **Notiz F:** Optimiert man im Mehrperiodenkontext, so ist der Risikoaversionsparameter im Präferenzfunktional auf Renditeebene vom Portfoliowert am jeweiligen Periodenanfang abhängig.
- **Notiz G:** Falls das Anfangsvermögen in Periode 1 jenem in Periode 0 entspricht, liefert die mehrperiodige Optimierung die selben Portfoliogewichte wie die iterierte Einperioden-EV-Optimierung. Die Investitionsentscheidungen sind in diesem Spezialfall bei beiden Vorgehensweisen gleich.
- **Notiz H:** Empirische Studien zeigen, dass Portfolioheuristiken im Vergleich zu einer mehrperiodigen Markowitz-Optimierung Portfolien mit besseren Risiko-Return-Eigenschaften erzeugen können.

Sind Ihre Notizen E, F, G und H zum Thema mehrperiodige Optimierung korrekt? Falls Sie Notizen ex post als falsch identifizieren, erklären Sie *kurz* warum.

(c) *[6 Punkte]* Die Inhalte im Webinar zum Thema *Hedging* haben Sie aufgrund eines dringenden Termins verpasst. Um dieses Manko wett zu machen, haben Sie eine ausführliche Internetrecherche unternommen und dabei folgende Punkte notiert.

- **Notiz I:** Das Hedging mit Aktienindex-Futures unterstellt einen linearen Zusammenhang zwischen Portfolio und Absicherungsinstrument; nichtlineare Bewegungen werden nicht erfasst.
- **Notiz J:** Je höher das Bestimmtheitsmaß R^2, desto geringer sind Stabilität und Verlässlichkeit der Hedge Ratio.
- **Notiz K:** Bei einem Fixed Hedge werden zu Beginn der Absicherung pro gehaltener Aktie eine fixe Anzahl an Puts gekauft; bis zu deren Verfall wird die Anzahl an Puts in regelmäßigen Abständen überprüft und angepasst.
- **Aussage L:** Je niedriger der Basispreis für einen Fixed Hedge gewählt wird, desto geringer fallen die Absicherungskosten, aber auch die Absicherungswirkung aus.

Sind die Informationen, die Sie in Ihrer Internetrecherche gefunden haben, korrekt? Falls Sie Notizen als falsch identifizieren, erklären Sie *kurz* warum.

(d) *[2 Punkte]* Mit welchen Instrumenten kann der Protective Put laut Put-Call-Parität nachgebildet werden? Argumentieren Sie ausgehend von der Formel der Put-Call-Parität.

Lösungsskizze:

(a)
- Notiz A ist korrekt.
- Notiz B ist falsch. Die aktuellen Kapitalmarktbedingungen gehen nicht in die SAA-Optimierung ein.
- Notiz C ist falsch. Der Zeithorizont ist kürzer und umfasst einige Monate, Quartale oder ein Jahr.
- Notiz D ist falsch. In die TAA fließen die kurzfristigen Erwartungen des Investors an den Kapitalmarkt mit ein.

(b)
- Die Notizen E, F und H sind richtig.
- Notiz G ist nicht korrekt. Die mehrperiodige Optimierung liefert auch bei identischen Vermögen in $t = 1$ und $t = 0$ andere Portfoliogewichte als die iterierte Einperioden-EV-Optimierung.

(c)
- Die Notizen I und L sind richtig.
- Notiz J ist nicht korrekt. Je niedriger das Bestimmtheitsmaß R^2, desto geringer sind Stabilität und Verlässlichkeit der Hedge Ratio.
- Notiz K ist nicht korrekt. Die Anzahl an Puts wird bis zu deren Verfall nicht verändert.

(d) Die Put-Call-Parität beschreibt die Beziehung zwischen dem Preis C_0 eines europäischen Calls und dem Preis P_0 eines europäischen Puts, die beide den gleichen Basispreis K und identische Fälligkeit T haben:

$$S_0 + P_0 = Ke^{-rT} + C_0.$$

Hierbei bezeichnet S_0 den aktuellen Preis des zugrunde liegenden Finanztitels. Das Payoff-Profil des Protective Put kann somit durch die Investition in die risikolose Anlage kombiniert mit einem long Call nachgebildet werden.

Aufgabe 3. *[Management von Zinsrisiken und Zinstiteln] [20 Punkte]*

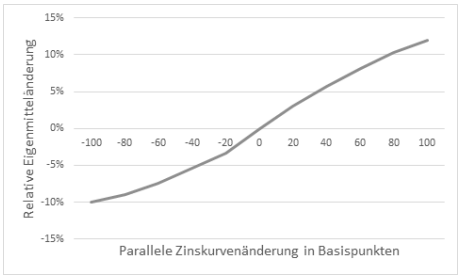
(a) *[8 Punkte]* Sie möchten die Eigenmittel Ihres Versicherungsunternehmens bezüglich paralleler Verschiebungen der Zinskurve hedgen. Dabei stehen Ihnen die folgenden Typen von Finanztiteln zum Kauf zur Verfügung:

1) Payer Swap
2) Receiver Swap
3) Plain Vanilla Bond
4) CMS-Floater mit Floor und Multiplikator
5) CMS-Floater mit Cap
6) Callable Bond
7) Putable Bond

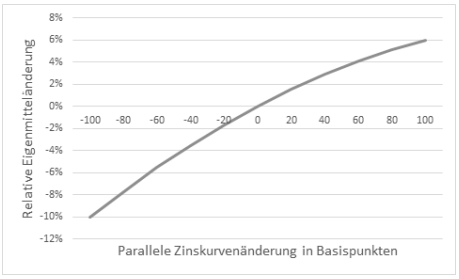
Wählen Sie zu jeder nachfolgenden Funktion, die die Eigenmitteländerung bezüglich einer parallelen Zinskurvenänderung beschreibt, den oben genannten Finanztitel, der besonders gut für das Hedging geeignet ist. Begründen Sie jeweils *kurz* Ihre Entscheidung.

Hinweis: Gehen Sie vereinfachend davon aus, dass die Passiva nicht auf Änderungen der Aktiva reagieren.

(i) *[2 Punkte]*

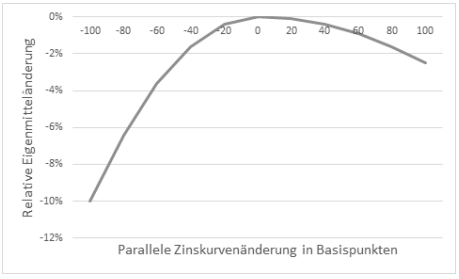


(ii) *[2 Punkte]*



(iii) *[2 Punkte]*

(iv) *[2 Punkte]*



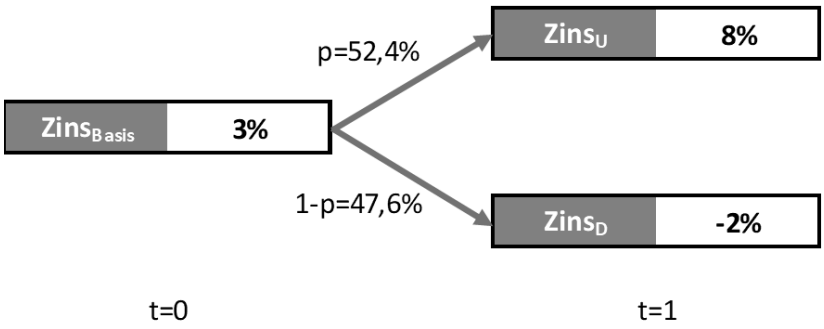
(b) *[6 Punkte]*

(i) *[5 Punkte]* Es sei der unten stehende Binomialbaum für diskrete Zinsen gegeben. Bestimmen Sie den Marktwert eines Single-Callable Bonds mit folgenden Eigenschaften:

Laufzeit = zwei Jahre (d. h. Rückzahlung in $t = 2$)
Kupon (jährlich) = 5%

Kündigungs-Option im 1. Jahr ($t = 1$) zu 303
Nominal = 300

Gehen Sie von einer flachen Zinsstruktur aus. Es seien die *risikoneutralen* Wahrscheinlichkeiten für einen Zinsanstieg bei 52,4% und für einen Rückgang des Zinses bei 47,6% von $t = 0$ auf $t = 1$ gegeben. Der heutige Zins ($t = 0$) sei 3%.



(ii) *[1 Punkt]* Berechnen Sie den Marktwert des unter (i) genannten Finanztitels, wenn dieser keine Kündigungsoption besitzen, es sich also um einen Plain Vanilla Bond handeln würde, und die restlichen Parameter identisch sein würden.

(c) *[6 Punkte]* Begründen Sie mit jeweils zwei Stichpunkten, warum die folgenden Aussagen nicht korrekt sind:

(i) *[2 Punkte]* Ist das Zins-Duration-Gap eines Unternehmens gleich 0, so besitzt dieses kein Zinsrisiko.

(ii) *[2 Punkte]* Die strategische Asset Allokation (SAA) legt fest, wie die momentane Marktsituation kurzfristig genutzt werden soll, um schnelle Gewinne zu generieren und macht genaue Vorgaben mithilfe welcher Finanztitel dies geschehen soll.

(iii) *[2 Punkte]* Ein Single-Callable Bond gibt dem Käufer eines Bonds das Recht, diesen zu einem speziellen Zeitpunkt durch den Verkäufer zurückzahlen zu lassen.

Lösungsskizze:

(a) Es müssen Finanzprodukte gefunden werden, die grob einen an der x-Achse gespiegelten Verlauf der Eigenmitteländerung erzeugen.

(i) Hedging mit 6) Callable Bond: Verlauf ähnlich Plain Vanilla Bond, nur linker Bereich krümmt sich leicht entgegengesetzt

(ii) Hedging mit 3) Plain Vanilla Bond oder 2) Receiver Swap: typischer konvexer Marktwertverlauf

(iii) Hedging mit 1) Payer Swap: etwas gekrümmter als linear steigend, da für steigende Zinssätze der Diskonteffekt größer wird

(iv) Hedging mit 4) CMS-Floater mit Floor und Multiplikator: Linker Bereich Floor ähnlich Plain Vanilla Bond, rechter Bereich leicht steigend, wenn Multiplikator geeignet gewählt ist

(b) (i) Bewertung durch Rückwärtseinsetzen, mit analoger Bezeichnung des Marktwertes im Szenario und Zeitschritt wie beim Zins.

In $t = 2$:

Zahlung nach 2 Jahren=300+15=315
Strike=303

Marktwerte in $t = 1$:

$$\mathrm{MW}_U = 15 + \min\left\{\tfrac{300+15}{1+8\%}, 303\right\} = 306{,}67$$
$$\mathrm{MW}_D = 15 + \min\left\{\tfrac{300+15}{1-2\%}, 303\right\} \approx 318{,}00$$

Marktwert in $t = 0$:

$$\mathrm{MW}_{Callable} = \tfrac{0{,}524\cdot \mathrm{MW}_U + 0{,}476\cdot \mathrm{MW}_D}{1+3\%} \approx \underline{302{,}97}$$

(ii) Marktwert in $t = 0$ (die momentane Zinskurve beträgt für alle Laufzeiten gleich 3%, eine stochastische Bewertung ist nicht notwendig):

$$\mathrm{MW}_{Bond} = \tfrac{15}{1+3\%} + \tfrac{300+15}{(1+3\%)^2} \approx \underline{311{,}48}$$

(c) (i) i. Die effektive Duration, damit auch das Duration-Gap, stellt lediglich eine Sensitivität bzgl. einer kleinen parallelen Änderung der Zinskurve, ausgehend von einer speziellen Zinskurvenrealisierung, dar. Selbst parallele aber größere Zinskurvenänderungen könnten die Eigenmittel des Unternehmens verändern.

ii. Weiterhin könnten nicht-parallele Zinskurvenänderungen den Wert der Eigenmittel verändern.

(ii) i. Die Aussage ist nicht korrekt, da die SAA eine Orientierung gibt wie das Kapitalanlageportfolio zum einen in grobe Klassen und zum anderen eher mittel- bis langfristig allokiert werden sollte.

(iii) i. Bei einem Single-Callable Bond besitzt der Verkäufer die Option, nicht der Käufer.

ii. Laut Beschreibung handelt es sich um einen Single-Putable Bond.

Aufgabe 4. *[Ökonomische Szenariogeneratoren: Szenariokonstruktion] [34 Punkte]*

(a) *[5 Punkte]* Ökonomische Szenariogeneratoren (ESGs) existieren in zwei verschiedenen Ausprägungen, als *risikoneutrale* und als *real-world* Modellierung. Grenzen Sie zunächst allgemein, ausgehend vom Grundgedanken der Risikoneutralität, die beiden Ansätze gegeneinander ab und beschreiben Sie die Unterscheidung der Anwendungsfälle.

(b) *[6 Punkte]* Begründen Sie in den folgenden Anwendungsfällen, ob ein risikoneutraler oder ein real-world ESG zu verwenden ist.

(i) *[2 Punkte]* In Ihrem Unternehmen wird derzeit diskutiert, chancenreichere Investments durch eine Erhöhung des Kreditrisikos in der Neuanlage des Corporate Bond Portfolios zu tätigen um der erhöhten Inflation zu begegnen. Sie werden gebeten, die zu erwartende Überrendite für eine solche Portfolioanpassung zu bestimmen.

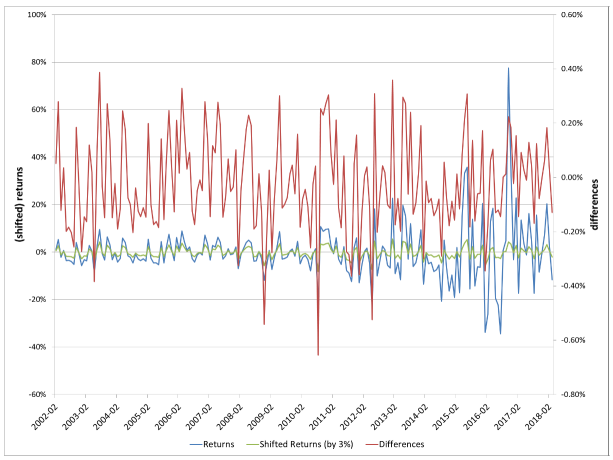
(ii) *[2 Punkte]* Der Zinsanstieg im Euroraum wirkt sich auf die Zinszusatzreserve (ZZR) aus, indem die zukünftigen Rückstellungen für die ZZR verringert werden. Zur Steuerung der Kapitalanlage soll die Verteilung der zukünftigen ZZR ermittelt werden.

(iii) *[2 Punkte]* Sie unterstützen bei einer Versicherungsübernahme ein Runoff Unternehmen, das als Bieter auftritt, und sollen einen angemessenen Angebotsvorschlag abgeben.

(c) *[23 Punkte]* Das Kernstück eines ESGs stellt typischerweise das Zinsmodell dar, das im Folgenden im real-world Kontext betrachtet werden soll.

(i) *[6 Punkte]* Eine besondere Herausforderung besteht in der Modellierung einer realistischen Form der Zinsstrukturkurve. Beschreiben Sie die beiden Ansätze, die dazu im Seminar vorgestellt wurden.

(ii) *[7 Punkte]* Die folgende Graphik zeigt die historischen monatlichen Änderungen des Risikofaktors „10-jährige EUR-Swaprate“ anhand der Größen *Returns*, *Shifted Returns* und *Differenzen*.



Beschreiben Sie *kurz* diese drei Größen zur Modellierung der realistischen Änderung des Risikofaktors „10-jährige EUR-Swaprate“ vom Zeitpunkt t zu $t+\Delta$ formal. Begründen Sie anschließend anhand Ihrer Beobachtungen in der Graphik, mit welcher der drei Größen Sie die realistische Änderung des Risikofaktors „10-jährige EUR-Swaprate“ modellieren würden.

(iii) *[10 Punkte]* Angenommen, Sie sollen die einjährige realistische Entwicklung der 10-jährigen EUR-Spotrate über einen Zeithorizont von einem Jahr modellieren. Dazu sollen Sie zum einen *jährliche Differenzen* und zum anderen *jährliche shifted Log-Returns* mit einem Shift-Parameter $\delta = 5\%$ verwenden, wobei für beide Größen eine Normalverteilungsannahme getroffen wird. Die normalverteilten Größen besitzen jeweils den Erwartungswert 0 sowie die folgenden annualisierten Volatilitäten:

- Differenzen: 0,6%,
- Shifted Log-Returns: 7,36%.

Ermitteln Sie zunächst für beide Modelle das 0,5%-Quantil der Verteilung der 10-jährigen EUR-Spotrate nach einem Jahr, wenn der Stichtagswert 2,8% beträgt. Vergleichen Sie diese Ergebnisse mit denen für einen Stichtagswert von 0,5% und erklären Sie, worauf die Unterschiede zurückzuführen sind.

Hinweis: Das 0,5%-Quantil der Standardnormalverteilung beträgt -2,57583.

Lösungsskizze:

(a) Bei der risikoneutralen Bewertung werden Preise von Finanzderivaten formal als Erwartungswert der diskontierten Auszahlungen unter einem risikoneutralen Maß bzw. Martingalmaß berechnet, d. h. als ob Investoren risikoneutral wären und ihre Entscheidungen ausschließlich anhand des Erwartungswerts treffen würden.[1] In einem risikoneutralen ESG ist die Risikoprämie gleich Null. Somit verdienen im Erwartungswert alle möglichen Anlagen und Strategien denselben Return.

In der Realität sind Investoren im Allgemeinen allerdings risikoavers und verlangen eine Kompensation für die Risikoübernahme. Dieser Realität wird in einem real-world ESG Rechnung getragen, in dem risikoreichere Anlageklassen einen positiven Drift des erwarteten Returns haben.

Genutzt werden risikoneutrale ESGs für die faire Bewertung komplexer derivativer Zahlungsströme. Unter der Voraussetzung der Existenz einer dynamischen Hedgestrategie, mit der das Derivat risikofrei gestellt werden kann, ist

[1] Obwohl als „risikoneutral“ bezeichnet aufgrund der formalen Struktur, ist dieser Ansatz vollständig konsistent mit risikoaversen Marktakteuren. Risikoaversion spiegelt sich marktkonsistent im Martingalmaß wider.

die Bewertung unabhängig von der tatsächlichen Höhe der Risikoprämie und der Fall von Null ist am einfachsten zu handhaben. Auf der anderen Seite ist für die Ermittlung von Chancen und Risiken die Risikoneigung der Marktteilnehmer essentiell und daher eine realistische Modellierung durch einen real-world ESG zu verwenden.

(b) (i) Die Ermittlung der erwartbaren Überrendite erfordert eine realistische Betrachtung des Chancen-Risiko-Profils. Diese wird durch die Nutzung eines real-world ESGs vermittelt.

(ii) Die Ermittlung der zu erwartenden Rückstellungen für die ZZR fußt auf einer realistischen Abschätzung zukünftiger Marktentwicklungen. Daher wird hier ein real-world ESG benötigt.

(iii) Das Angebot soll einen fairen Preis für das Gesamtportfolio des Versicherungsunternehmens darstellen. Daher handelt es sich um eine Bewertungsaufgabe, für die ein risikoneutraler ESG erforderlich ist.

(c) (i) Eine Variante ist die direkte Modellierung einzelner Punkte der Zinskurve. Die vollständige Zinskurve wird dann durch Interpolation und ggf. Extrapolation erzeugt. Alternativ kann auch eine Hauptkomponentenanalyse (PCA) angewandt werden. Dabei wird die Zinskurve durch eine Überlagerung verschiedener Kurven, den Hauptkomponenten, dargestellt. Simuliert werden hierbei die Gewichte der verschiedenen Hauptkomponenten.

(ii) Für den Risikofaktor (rf) „10-jährige EUR-Swaprate“ sind die folgenden Größen dargestellt:

1. *Returns*:
   - Zielgröße ist $\text{ret}(t) = \frac{\text{rf}(t+\Delta)}{\text{rf}(t)} - 1$
   - Anwendung: $\text{rf}(t+\Delta) = \text{rf}(t) \cdot (1 + \text{ret}(t))$
   - Einschätzung: Man beobachtet in jüngster Zeit stark wachsende Returns, da das Level weiter abgefallen ist. Eine Modellierung mit statischen Parametern ist nicht empfehlenswert.
2. *Shifted Returns*:
   - Zielgröße ist $\text{shifted.ret}(t) = \frac{\text{rf}(t+\Delta)+\delta}{\text{rf}(t)+\delta} - 1$
   - Anwendung: $\text{rf}(t+\Delta) = (\text{rf}(t) + \delta) \cdot (1 + \text{shifted.ret}(t)) - \delta$
   - Einschätzung: Das Verhalten der Shifted Returns gleicht dem der Returns zu Beginn der Historie und zeigt keine starke Zeitabhängigkeit oder extremen Ausschläge. Eine Modellierung durch Shifted Returns ist denkbar.

3. *Differenzen*:
   - Zielgröße ist $\text{diff}(t) = \text{rf}(t+\Delta) - \text{rf}(t)$
   - Anwendung: $\text{rf}(t+\Delta) = \text{rf}(t) + \text{diff}(t)$
   - Einschätzung: Differenzen zeigen ein homogenes Verhalten über die komplette Zeitperiode. Teilweise sehr tiefe Ausschläge deuten auf eine Linksschiefe der Verteilung hin. Eine Modellierung durch Shifted Returns ist aber denkbar.

(iii) Für Differenzen $r_{10}(t+1) = r_{10}(t) + \text{diff}(1) = 0{,}028 + \text{diff}(1)$ mit $\text{diff}(1) \sim \mathcal{N}(0; (0{,}006)^2)$ gilt für das 0,5%-Quantil

$$\begin{aligned} q_{0,5\%}(r_{10}(t+1)) &= q_{0,5\%}(-0{,}0025 + \text{diff}(1)) = 0{,}028 + q_{0,5\%}(\text{diff}(1)) \\ &= 0{,}028 - 0{,}006 \cdot 2{,}57583 = \underline{1{,}25\%}. \end{aligned}$$

Für shifted Log-Returns gilt

$$\begin{aligned} r_{10}(t+1) &= (r_{10}(t) + \delta) e^{\text{shifted.log.ret}(1)} - \delta \\ &= (0{,}028 + 0{,}05) e^{\text{shifted.log.ret}(1)} - 0{,}05 \end{aligned}$$

mit $\text{shifted.log.ret}(1) \sim \mathcal{N}(0, (0{,}0736)^2)$ und damit für das 0,5%-Quantil

$$\begin{aligned} q_{0,5\%}(r_{10}(t+1)) &= q_{0,5\%}((0{,}028 + 0{,}05) e^{\text{shifted.log.ret}(1)} - 0{,}05) \\ &= (0{,}028 + 0{,}05) e^{q_{0,5\%}(\text{shifted.log.ret}(1))} - 0{,}05 \\ &= (0{,}028 + 0{,}05) e^{-0{,}0736 \cdot 2{,}57583} - 0{,}05 = \underline{1{,}45\%}. \end{aligned}$$

Analog folgt für einen Startzins von 0,5% für Differenzen

$$q_{0,5\%}(r_{10}(t+1)) = \underline{\text{-}1{,}05\%}.$$

Für shifted Log-Returns gilt

$$q_{0,5\%}(r_{10}(t+1)) = \underline{\text{-}0{,}45\%}.$$

Bei aktuell hohem Zins weisen shifted Log-Returns und Differenzen ein ähnliches Level für das 0,5%-Quantil auf. Fallen die Zinsen auf ein niedrigeres Level, führen Differenzen zu einem deutlich niedrigeren Quantilswert als die shifted Log-Returns. Die Stresshöhe bei Differenzen bleibt stets dieselbe und hängt nicht vom Stichtagswert des Risikofaktors ab, wie es bei shifted Log-Returns der Fall ist. Bei einem relativ niedrigen Ausgangswert von 0,5% fällt der Stress bei shifted Log-Returns daher deutlich geringer aus (-95 bp) als bei Differenzen (-155 bp), aber steigt bei dem höheren Ausgangswert von 2.8% an (-135 bp). Dies ist eine Konsequenz der Eigenschaften der shifted Log-Returns und wird auch als „Elastizität“ bezeichnet.

Aufgabe 5. *[Monte-Carlo-Methoden & Martingaltest] [12 Punkte]*

Die Bewertung von Finanzderivaten basiert auf der *risikoneutralen Bewertungsformel*, d. h. arbitrage-freie Preise ergeben sich als (bedingte) Erwartungswerte der diskontierten Auszahlungen unter einem geeignet kalibrierten risikoneutralen Maß $\mathbb{Q}$. In der Praxis müssen diese Erwartungswerte jedoch in der Regel mithilfe von *Monte-Carlo-Simulationen* bestimmt werden.

Die beiden folgenden Gaphiken stellen die Ergebnisse des Martingaltests für einen 10-jährigen Bond und einen Aktienrisikofaktor für zwei verschiedene Seeds in der Monte-Carlo-Simulation dar.

(a) *[4 Punkte]* Erläutern Sie allgemein die Zielsetzung und die Funktionsweise eines Martingaltests.

(b) *[3 Punkte]* Beschreiben Sie *kurz*, was der Monte-Carlo-Fehler ist, und erläutern Sie *speziell*, warum verschiedene Seeds zu unterschiedlichen Ergebnissen des Martingaltests führen können. Schlagen Sie Maßnahmen vor, die diesen Effekt reduzieren können.

(c) *[5 Punkte]* Beschreiben und diskutieren Sie die beiden oben dargestellten Ergebnisse. Wägen Sie ab, unter welchen Bedingungen Sie den einen oder den anderen Seed bevorzugen würden.

Lösungsskizze:

(a) Der Martingaltest prüft im risikoneutralen Kontext auf Ebene eines simulierten Szenarios das Vorliegen der Martingaleigenschaft von diskontierten Preisprozessen. Formal wird hierzu für das zugrunde liegende Finanzinstrument mit Preisprozess $(P_t)_{t\geq 0}$ und einen Numéraire $(B_t)_{t\geq 0}$ (z. B. Geldmarktfonds) in jedem Zeitpunkt t die für die Martingaleigenschaft des diskontierten Preisprozesses notwendige (aber nicht hinreichende) Bedingung

$$\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left[\frac{P_t}{B_t}\right] = \frac{P_0}{B_0} \quad \Leftrightarrow \quad 1 = \frac{B_0}{P_0}\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left[\frac{P_t}{B_t}\right]$$

geprüft. Der Erwartungswert bezieht sich dabei auf das risikoneutrale Maß bzw. Martingalmaß $\mathbb{Q}$ und wird als Mittelwert aus dem per Monte-Carlo-Simulation erzeugten Szenario ermittelt.

Der Martingaltest ist erfüllt, wenn die aus der Simulation geschätzten Werte für $\frac{B_0}{P_0}\mathbb{E}_{\mathbb{Q}}\left[\frac{P_t}{B_t}\right]$ „hinreichend nahe“ bei 1 liegen.

(b) Der Monte-Carlo-Ansatz wird durch das Gesetz der großen Zahlen gerechtfertigt und liefert bei einer endlichen Anzahl von Pfaden grundsätzlich nur eine Approximation des Erwartungswerts und damit der gewünschten Martingaleigenschaft. Da in Bewertungsmodellen die Anzahl der simulierten Pfade endlich (und oft der Rechengeschwindigkeit geschuldet zu klein) ist, kann eine bemerkenswerte Abweichung bzw. Instabilität in Abhängigkeit des Seeds der Zufallszahlen vorliegen.

Verschiedene Seeds bedeuten, dass der deterministische Algorithmus, der zur Erzeugung der Pseudozufallszahlen genutzt wird, unterschiedlich initialisiert wird. Daher ist die Folge der Zufallszahlen, die generiert wird, anders, was zu einer unterschiedlichen Realisierung der simulierten Größen auf den einzelnen Pfaden führt. Aufgrund der begrenzten Anzahl der Realisierungen folgen daraus unter anderem unterschiedliche (diskontierte) Mittelwerte und dementsprechend unterschiedliche Ergebnisse im Martingaltest.

Eine Erhöhung der Pfadanzahl führt zu einem geringeren Einfluss des Monte-Carlo-Fehlers; dies ist allerdings aufgrund begrenzter Ressourcen nicht immer möglich. Hilfreich sind in diesem Fall Maßnahmen zur Varianzreduktion wie zum Beispiel die Nutzung antithetischer Zufallszahlen oder (falls möglich) von Kontrollvariablen.

(c) Für Seed 1 ist die Anleihe etwa beim optimalen Wert von 1; die Martingaleigenschaft kann als erfüllt gelten. Für den Aktienwert hingegen ist eine systematische negative Abweichung zu erkennen, die zu Werten unter 80% führt. Für Seed 2 schwankt der Aktienrisikofaktor hingegen eng um den optimalen Wert, allerdings ist die Abweichung der 10-jährige Anleihe hier recht hoch.

Das erste Szenarios kann genutzt werden, falls zum Beispiel das Exposure hinsichtlich dem Aktienrisikofaktor relativ klein ist, und eine Abweichung vom Erwartungswert entsprechend wenig Einfluss auf die Bewertung nimmt. Für das zweite Szenario spricht die fast optimale Evolution der Aktien, allerdings sind die steigenden Anleihenwerte ein relativ großes Problem. Für kurze Zeithorizonte und kurzlaufende Verbindlichkeiten kann der Szenariensatz zu Seed 2 möglicherweise noch verwendbar sein. Es bleibt aber zu beachten, dass aufgrund der hohen Korrelation zwischen Zinsen unterschiedlicher Laufzeit auch kurzfristige Zinsen und insbesondere der Diskontfaktor selbst einen schlechten Martingaltest zeigen können. Weitere Tests wären in diesem Fall notwendig.

Aufgabe 6. *[Nachhaltigkeit: ESG-Kriterien bei Kapitalanlagen] [14 Punkte]*

Das Thema Nachhaltigkeit ist auch für Versicherungsunternehmen von steigender Bedeutung.

(a) *[6 Punkte]* Nennen Sie die drei Säulen der Nachhaltigkeitsbewertungen für Unternehmen und geben Sie für jeden Bereich ein thematisches Beispiel an.

(b) *[8 Punkte]* Versicherungsunternehmen sind angehalten, im Rahmen des ORSA insbesondere Klimawandelrisiken zu betrachten. In dieser Betrachtung werden zwei Kategorien von Risiken unterschieden, deren Auswirkungen über verschiedene Transmissionskanäle erfolgen. Spezifizieren und beschreiben Sie die Kategorisierung und nennen Sie je zwei Transmissionskanäle, für die Sie die Realisierung der Risikokategorie jeweils an einem Beispiel beschreiben.

Lösungsskizze:

(a) Die drei Säulen sind die ESG-Kriterien mit den drei Bereichen Umwelt (E für Environment), Soziales (S) und Unternehmensführung (G für Governance).

- Umweltkriterien sind z. B. Naturschutzkriterien oder Wasser-/Ressourcenverbrauch.
- Soziale Kriterien beinhalten Beschäftigungsbedingungen wie Arbeitsschutz inklusive Arbeitsumgebung sowie den Umgang mit Partnern, Lieferanten und gesellschaftliches Engagement.
- Kriterien der Unternehmensführung sind z. B. ethische Standards und Compliance-Regeln oder strukturelle Aspekte wie die Balance zwischen Management und Vorstand.

Hinweis: Jeweils ein Beispiel ist ausreichend.

(b) Klimawandelrisiken werden kategorisiert in physische Risiken (Schäden aufgrund veränderter klimatischer Bedingungen) und transitorische Risiken (Schäden aufgrund von Veränderungen im gesellschaftlichen und ökonomischen Umfeld).

Beispiele für Transmissionskanäle sind:

- versicherungstechnisches Risiko (physisch): höhere Schadenentwicklung durch erhöhte Eintrittswahrscheinlichkeit von Extremwetterereignissen
- Marktrisiko (physisch): Wertminderung von Immobilieninvestitionen durch Flutschäden
- Marktrisiko (transitorisch): Wertminderung von Investments in energieintensive Unternehmen durch CO_2-Preisschocks
- Rechts-/Reputationsrisiko (transitorisch): Nicht-Einhalten von erweiterten regulatorischen Veröffentlichungspflichten

Aufgabe 7. *[Projektion von Kapitalanlagen] [20 Punkte]*

(a) *[6 Punkte]* Für die Fortschreibung der Buchwerte ist die zugrunde gelegte Bilanzierungsmethode maßgebend. Ergänzen Sie die folgende Tabelle:

	Umlaufvermögen	**Anlagevermögen**
Bewertungsmethode		
außerordentliche Abschreibungen, falls		
außerordentliche Zuschreibungen, falls		
Höchstwert		

(b) *[7 Punkte]* Die Vermögenswerte der GutVersorgt Pensionskasse bestehen unter anderem aus einer eigengenutzten Immobilie.

(i) *[3 Punkte]* Wie schätzen Sie die eigengenutzte Immobilie bezüglich ihrer Fungibilität ein? Begründen Sie Ihre Einschätzung.

(ii) *[2 Punkte]* Den Startwert der Immobilie entnehmen Sie dem aktuellen Geschäftsbericht. Wie könnte man diesen Vermögenswert in die Zukunft projizieren (2 Möglichkeiten)?

(iii) *[2 Punkte]* Welche Besonderheiten sollten bei nicht oder wenig fungiblen Vermögenswerten im ALM-Kontext berücksichtigt werden?

(c) *[7 Punkte]* Weiterhin hat die GutVersorgt Pensionskasse eine am Sekundärmarkt gehandelte Unternehmensanleihe und ein nicht am Markt gehandeltes Darlehen mit gleicher Laufzeit im Bestand. Beide Vermögenswerte sind in ihrer Kreditqualität vergleichbar und in Euro denominiert.

(i) *[3 Punkte]* Können beide Vermögenswerte in einem Projektionsmodell gleich modelliert werden? Welche Unterschiede gibt es eventuell bei der Ermittlung von Startwerten und der Fortschreibung der Zeitwerte zu beachten?

(ii) *[4 Punkte]* Für welches der beiden Instrumente muss eine Kalibrierung des Modellwerts auf den am Markt beobachtbaren Wert vorgenommen werden und warum? Wie könnte diese Kalibrierung aussehen?

Lösungsskizze:

(a)

	Umlaufvermögen	**Anlagevermögen**
Bewertungsmethode	Strenges Niederstwertprinzip	Gemildertes Niederstwertprinzip
außerordentliche Abschreibungen, falls	zwingend bei niedrigerem Zeitwert	bei voraussichtlich dauernder Wertminderung
außerordentliche Zuschreibungen, falls	Ein durch außerordentliche Abschreibungen erfolgter niedrigerer Wertansatz darf nicht beibehalten werden, wenn die Gründe dafür nicht mehr bestehen.	
Höchstwert	Gemäß §253 Abs. 1 HGB können Vermögensgegenstände höchstens mit den Anschaffungskosten bewertet werden.	

(b) (i) Eine eigengenutzte Immobilie ist nicht oder wenig fungibel. Eine wenig fungible Anlageklasse zeichnet sich dadurch aus, dass für sie häufig kein oder nur ein sehr eingeschränkter Markt existiert. Vermögenswerte sind nicht jederzeit handelbar oder ihr Handel ist mit erhöhten Kosten (z. B. Transaktionskosten, bid-ask Spreads) verbunden.

(ii) 1) Fortschreibung anhand Benchmark/Index (eventuell individuelle Anpassungen)

2) Verwendung von Planungsdaten (Achtung: Konsistenz zur Kapitalmarktsimulation)

(iii) Um der Illiquidität dieser Vermögenswerte Rechnung zu tragen, könnten im ALM erhöhte Handelskosten oder eine entsprechende Managementregel implementiert werden („nicht handeln“).

(c) (i) Für die Unternehmensanleihe gibt es in $t = 0$ einen beobachtbaren Zeitwert. Da das Darlehen nicht am Sekundärmarkt gehandelt wird, existiert kein aktueller Marktpreis. Der Zeitwert in $t = 0$ muss also anhand eines Modells ermittelt werden (Mark-to-Model).

In der Projektion wird die Unternehmensanleihe mittels einer Diskontkurve (Zinskurve + Creditspread) bewertet. Sollten für Darlehen und Bond dieselbe Zins- und Spreadkurve verwendet werden (was die Aufgabenstellung nahelegt), dann wäre es sinnvoll, zusätzlich eine Illiquiditätsprämie auf die Diskontkurve des Darlehens aufzuschlagen.

(ii) Eine Kalibrierung der Modellwerte an den am Markt beobachtbaren Wert entfällt logischerweise für das Darlehen, da der Modellwert in $t = 0$ den fehlenden Marktwert ersetzt.

Bei der Unternehmensanleihe unterscheiden sich Marktwert und Modellwert in $t = 0$ für gewöhnlich. Mögliche Vorgehensweisen:

- Berechnung eines individuellen Spreads
- Anpassung des Cashflow Profils (Nominalwert)
- Modellierung der theoretischen Zeitwerte und Skalierung der Veränderungen auf die tatsächlichen Zeitwerte

Aufgabe 8. *[Investmentrisiken unter Solvency II (Standardformel)] [20 Punkte]*

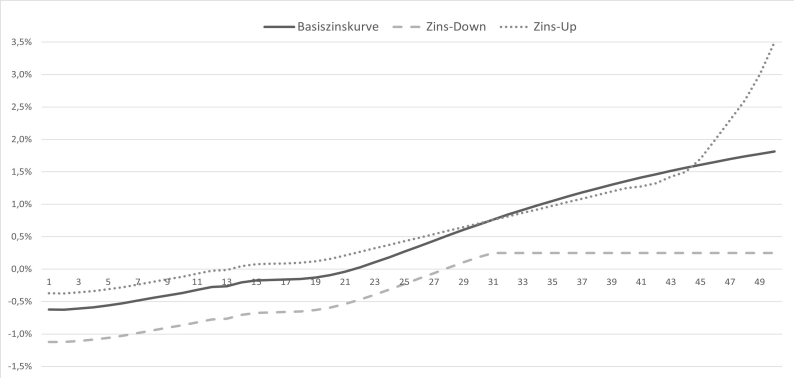
(a) *[7 Punkte]* [SCR von Investmentrisiken im Solvency II Standardmodell]

(i) *[5 Punkte]* Erläutern Sie das grundsätzliche Prinzip der Ermittlung der Solvenzkapitalanforderungen von Investmentrisiken im Solvency II Standardmodell.

(ii) *[2 Punkte]* Wie werden dabei Kapitalanlage- bzw. Investmentrisiken in Submodule eingeteilt?

(b) *[9 Punkte]* [Zinsrisikomodul]

(i) *[6 Punkte]* Die nachfolgende Abbildung zeigt zum einen die von EIOPA zu einem Zeitpunkt veröffentlichte risikolose Basiszinsstrukturkurve. Zum anderen hat ein Mitarbeiter der Versicherungs-AG anhand der Basiszinsstrukturkurve entsprechende Zinsschocks für das Zinsmodul der Standardformel ermittelt, woraus die beiden Zinskurven für das Zinsrückgangsszenario (Zins-Down) und Zinsanstiegsszenario (Zins-Up) resultieren.



Nennen Sie anhand des Kurvenverlaufs des Zins-Down- und Zins-Up-Szenarios drei Merkmale bzw. Gründe, warum dem Mitarbeiter bei der Bestimmung dieser Kurven Fehler unterlaufen sind und beschreiben Sie diese prägnant.

(ii) *[3 Punkte]* Im Rahmen des sogenannten Solvency II Reviews hat die EIOPA Vorschläge zur Anpassung des Solvency II Standardmodells veröffentlicht. Nennen Sie drei der geplanten Änderungen.

(c) *[4 Punkte]* [Optimierung der Solvabilitätsquote] Ihr Vorstand möchte die Solvabilitätsquote Ihres Lebensversicherungsunternehmens (LVU) zum Stichtag 31.12.2024 verbessern und beschließt hierzu im Dezember 2024 folgende vier Maßnahmen, um die jeweils zugrunde liegenden Stressfaktoren zu reduzieren. Bitte beurteilen und begründen Sie *kurz*, ob diese Maßnahmen zielführend sind.

Hinweis: Betrachten Sie dabei nur das jeweilig angegebene Modul, d. h. vernachlässigen Sie etwaige Effekte, die auf andere Module wirken.

1. Zinsmodul: Tausch 5-jähriger Bundesanleihen in 10-jährige Bundesanleihen, um den starken Unterschied in der Duration von Aktiv- und Passivseite zu reduzieren. Nehmen Sie dabei an, dass das Zinsrückgangsszenario das dominierende Risiko für das Unternehmen darstellt.

2. Aktienmodul: Umschichtungen innerhalb des europäischen Aktienportfolios in Aktien mit geringerer Volatilität.

3. Spreadmodul: Umschichtung von einer französischen Staatsanleihe mit einem S&P Rating von *AA* hin zu einer deutschen Staatsanleihe mit einem S&P-Rating von *AAA*.

4. Immobilienmodul: Reduktion des Fremdkapitaleinsatzes in den Immobilienfonds.

Lösungsskizze:

(a) SCR von Investmentrisiken im Solvency II Standardmodell:

(i) Verlust an Eigenmitteln, der in einem Stress-Szenario auftritt. Die Eigenmittel werden jeweils vor und nach Stress in einer Marktwertbilanz ermittelt. Jede Risikokategorie wird isoliert einem (instantanen) Stress unterzogen und somit ein isoliertes SCR_i ermittelt. Da der Solvabilität unter SII der Gedanke zugrunde liegt, dass die Eigenmittel auch im sog. „200-Jahres Ereignis“ noch positiv sind, wurden die Stress-Szenarien für die einzelnen Risikokategorien auf den jeweiligen VaR (99,5%; 1 Jahr) kalibriert (vorrangig auf Basis rollierender historischer Jahresänderungen). Die Aggregation der Risiken erfolgt über vorgegebene Korrelationsmatrizen und die „Wurzelformel“ (mehrstufig, erst einzelne Marktrisiken, dann gesamte Marktrisiken mit übrigen Risikokategorien). Die Wurzelformel liefert eine mathematisch korrekte Aggregation für gemeinsam normalverteilte Risiken (bzw. allgemeiner elliptische Verteilungen). Der Verlust an Eigenmitteln nach einem Kapitalmarktstress wird bei LVU und KVU dadurch gemildert, dass die VN einen Teil dieser Verluste durch eine verringerte Überschussbeteiligung tragen.

(ii) Das Marktrisikomodul ist in 6 Submodule differenziert: Zins, Spread, Equity, Immobilien, Währungen und Konzentration, wobei diese Module teilweise weiter in Submodule untergliedert sind. Zusätzlich enthält das Ausfallrisikomodul ebenfalls Investmentrisiken wie den Ausfall von Derivaten, Einlagen bei Kreditinstituten oder private Hypothekendarlehen.

(b) Zinsrisikomodul:

(i) Merkmale bzw. Gründe, warum die abgeleiteten Stressfaktoren bzw. -kurven Fehler aufweisen:

- Negative Zinsen wurden beim Zins-Down-Szenario mit gestresst.
- Am langen Ende des Zins-Down-Szenarios ist ein flacher Verlauf zu erkennen, der durch den Verlauf der Basis-ZSK und der Ableitung der Stressfaktoren nicht resultieren kann.
- Für kurze bzw. mittlere Laufzeiten ist der Verlauf der Zins-Up-Kurve zu gering; der Anstieg müsste gemäß Formel mind. 1% betragen.
- Der Verlauf der Zins-Up-Kurve unterhalb der Basis-ZSK ist nicht möglich.
- Der exponentielle Anstieg am langen Ende der Zins-Up-Kurve ist fehlerhaft.

(ii) SII-Review:

- Herleitung der risikofreien Zinskurve, die im Vergleich zum bisherigen Verfahren jenseits des Last Liquid Points zu niedrigeren Zinssätzen führt.
- Änderung der Berechnung des Zinsstresses: Bei einer Zinssenkung werden negative Zinsen gestresst, die Verschiebung der Kurve ist auch bei positiven Zinsen ausgeprägter.
- Anpassung von Korrelationen (z. B. Senkung der Korrelation zwischen Zinssenkungsrisiko und Spreadrisiko auf 0,25).

(c) Maßnahmen, um die SII-Quote zu verbessern:

1. Ja, eine Verringerung des Durationgaps reduziert das Zins-SCR bei einer Zinssenkung.
2. Nein, der Aktienstress unterscheidet jeweils innerhalb der Aktien vom Typ I und Typ II, nicht nach der Volatilität der einzelnen Werte.
3. Nein, der Stressfaktor ist sowohl für die französische Staatsanleihe als auch die deutsche Staatsanleihe 0, da Staatsanleihen der Mitgliedsstaaten in einheimischer Währung im Spreadmodul vom Stress ausgenommen sind.
4. Ja, da der Fremdkapitaleinsatz den Stressfaktor für das (Netto-)Immobilienexposure erhöht.

Aufgabe 9. *[Kapital- und Renditegarantien in Versicherungsprodukten] [20 Punkte]*

Gegeben sei im Folgenden ein dynamisches Hybridprodukt mit Garantiefonds, der mittels CPPI dargestellt wird.

(a) *[10 Punkte]* Beschreiben Sie die Funktionsweise des dynamischen Hybridprodukts. Gehen Sie dabei auch auf die Unterschiede zwischen 2- und 3-Topf-Hybriden ein und erläutern Sie, welche Vorteile dynamische gegenüber statischen Hybridprodukten haben.

(b) *[5 Punkte]* Beschreiben Sie *kurz*, was man bei dem vorliegenden dynamischen Hybridprodukt unter dem Gap-Risiko versteht. Welche drei Faktoren bestimmen die Höhe des Gap-Risikos?

(c) *[5 Punkte]* Ein dynamisches 2-Topf-Hybrid investiert in einen Garantiefonds mit monatlicher Wertuntergrenze von 80%. Das riskante Asset des Fonds besitzt einen maximalen Overnight-Verlust von 20%. Am 1. Juli hatte der Fonds einen Marktwert von 100 Euro, am 1. August einen Marktwert in Höhe von 80 Euro. Der Versicherungsnehmer ist über die Fonds-Performance enttäuscht, stellt aber erfreut fest, dass der Mechanismus der Wertuntergrenze funktioniert hat, und geht davon aus, dass der Fondswert am Ende des Jahres aufgrund der Wertuntergrenze ebenfalls mindestens 80 Euro sein wird. Am 1. September stellt der Versicherungsnehmer irritiert fest, dass der Wert des Fonds nur noch 70 Euro beträgt.

Beurteilen Sie die Einschätzung des Versicherungsnehmers hinsichtlich der Wertuntergrenze. Gehen Sie insbesondere darauf ein, bei welcher Annahme er sich irrt, und erläutern Sie, wie tief der Fonds bis zum Jahresende noch fallen könnte!

Lösungsskizze:

(a) Hybridprodukte:

- Hybridprodukte kombinieren die Kapitalanlage in das konventionelle SV mit dem Investment in Fonds (externe Fonds oder interne Anlagelösung des VU). Es sind statische und dynamische Hybridprodukte und bei letzteren 2-Topf und 3-Topf-Hybride zu unterscheiden.
- Funktionsweise dynamischer Hybridprodukte:
  - Im Gegensatz zu den statischen wird bei den dynamischen Hybridprodukten die Garantie über das konventionelle SV und die Fonds abgebildet.
  - Die Aufteilung auf das konventionelle SV und die Fonds erfolgt derart, dass auch nach einem maximal unterstellten Verlust für die Fonds in einer Periode, konventionelles SV und Wert der Fonds den Wert der Garantie am Ende der Periode bedecken.

  - Um sicherzustellen, dass die Fonds den maximalen Verlust nicht überschreiten, werden Garantiefonds verwendet. Der maximal zulässige Verlust des Garantiefonds in einer Periode (i. d. R. 1 Monat) beträgt meist 10% oder 20%. Diese Verlustgrenze gilt für jede Periode neu.
  - In Abhängigkeit der Fondsperformance wird am Ende jeder Periode das Vermögen (einschließlich neuer Beiträge) neu auf konv. SV und Fonds aufgeteilt (dynamische Umschichtung, individuelle für jeden Versicherungsvertrag).
  - Die Steuerung der Garantie erfolgt auf somit 3 Ebenen: Kapitalanlagesteuerung im Garantiefonds (CPPI + Crash Put); Umschichtungen zwischen Garantiefonds und konventionellem SV (versicherungsvertragsspezifisches CPPI = iCCPI); Kapitalanlagesteuerung des konventionellen SV.

- Unterschiede zwischen 2- und 3-Topf-Hybridprodukten:
  - Besteht ein Puffer für die Bedeckung der Garantie durch das konventionelle SV und den Garantiefonds, kann das restliche Guthaben zur Verbesserung der Renditechancen in freie Fonds (3. Topf) investiert werden.
  - Dabei gibt es 3-Topf-Hybride, die gleichzeitig in Garantie- und freie Fonds oder nur jeweils in eine der beiden Fondsarten investieren.
- Vorteile gegenüber statischen Hybridprodukten:
  - Bei dynamischen Hybridprodukten wird der Wert der Fonds bei der Garantie mit berücksichtigt. Bei statischen Hybridprodukten wird die Werthaltigkeit der Fonds bei der Bedeckung der Garantie dagegen nicht berücksichtigt.
  - Ein niedriger Höchstrechnungszins ermöglicht bei statischen Hybridprodukten nur geringen Anteil des Vermögens in Fonds zu investieren. Auch bei niedrigem Höchstrechnungszins kann bei dynamischen Hybridprodukten ein hoher Anteil in Fonds investiert werden

(b) Gap-Risiko:

Dynamische Hybridprodukte nutzen zur Darstellung der zugesagten Garantien Wertsicherungsfonds. Das Gap-Risiko beschreibt den Fall, dass in einer Zeitphase, in der nicht im Rahmen des CPPI umgeschichtet werden kann, das riskante Asset mehr verliert als der für die Berechnung des Multiplikators unterstellte maximale Verlust. Der Wert des Fonds fällt dann unter die Wertuntergrenze. Drei Faktoren, die die Höhe des Gap-Risikos beeinflussen:

- Wahrscheinlichkeit, dass ein höherer als der unterstellte Maximalverlust eintritt,
- tatsächlich in diesem Fall im Mittel zu erwartender Marktwertverlust des riskanten Assets,
- Entwicklung des Fonds innerhalb des Monats und damit einhergehend Anteil des riskanten Assets an der Gesamtallokation. Je niedriger die Allokation, desto geringer ist der absolute Verlust bei einem Gap-Event. Ist bei positiver Entwicklung der Fonds zu 100% im riskanten Asset investiert, der Multiplikator dabei aber nicht voll ausgeschöpft, steigt der mögliche Maximalverlust, der zu einem Gap-Event führt.

(c) Hybridprodukt/CPPI:

Der Versicherungsnehmer (VN) irrt sich, weil es sich um eine *monatliche* Wertuntergrenze handelt. D. h. für den Monat August beträgt die Wertuntergrenze 64 Euro, insofern ist ein Kurs von 70 Euro möglich. Der maximal zulässige Verlust gilt für jede Periode neu, d. h. bis zum Ende des Jahres könnte der Fondswert noch deutlich tiefer sein. In diesem Fall könnte der Fonds im schlechtesten Fall noch auf 28,67 Euro ($= 70 \cdot 0{,}8^4$) absinken.