CERA
Certified Enterprise Risk Actuary

DAV
DEUTSCHE
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Schriftliche Prüfung im CERA-Modul B

Klassifizierung und Modellierung und Transfer von Risiken

gemäß Prüfungsordnung 2.0
der Deutschen Aktuarvereinigung e. V.
zum Erwerb der Zusatzqualifikation CERA

am 29.10.2021

Hinweise:

- Als Hilfsmittel sind ein Taschenrechner sowie Kurs- und Lehrmaterialien zugelassen.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 180 Punkte. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens 90 Punkte erreicht werden.
- Bitte prüfen Sie die Ihnen vorliegende Prüfungsklausur auf Vollständigkeit. Die Klausur besteht aus 21 Seiten.
- Alle Antworten sind zu begründen und bei Rechenaufgaben muss der Lösungsweg ersichtlich sein.
- Zwischen dem persönlichen Login zum Download der Prüfungsaufgaben und dem Abschluss des Uploads der Lösungen ist jeglicher Kontakt zu anderen Personen (mit Ausnahme des Support-Teams) bezüglich der Prüfungsaufgaben untersagt.

Mitglieder der Prüfungskommission:

Prof. Dr. Hubert Bornhorn, Dr. Steve Brüske, Dr. Nora Gürtler,
Dr. Peter Henseler, Dr. Ingo Kraus, Dr. Frank Schiller

Aufgabe 1. *Liquiditätsrisiko [17 Punkte]*

Eine Versicherung hält eine Position von V=50 Mio. Stück einer gewissen Aktie und möchte diese Position in zwei Tagen abwickeln. Am ersten Tag verkauft die Versicherung q Mio. Stück der Aktie, am zweiten Tag 50-q Mio. Stück (d.h. den Rest). Die Verkäufe werden beide gleich am Morgen des jeweiligen Tages getätigt. Der Bestand (in Mio. Stück) nach dem Verkauf am ersten Tag werde mit x bezeichnet.

Die Versicherung möchte den Bestand so abwickeln, dass der liquiditätsangepasste Value at Risk zum Niveau 95% minimiert wird. Dabei sieht sich die Versicherung folgenden Marktgegebenheiten gegenüber:

- Die (absolute) tägliche Änderung des mittleren Marktpreises werde als normalverteilt angenommen.
- Die zugehörige Standardabweichung betrage σ=0,1 EUR. Der zugehörige Erwartungswert werde aufgrund der Kürze des betrachteten Zeitraums als Null angenommen.
- Die Geld-Brief-Spanne p der Aktie (in EUR) ergibt sich durch

  $$p(q) = 0{,}1 + 0{,}05 \cdot q.$$

  Dabei bezeichnet q die pro Tag gehandelte Menge der Aktie (in Mio. Stück).

(a) (6 Punkte) Berechnen Sie q_{min} so, dass der liquiditätsangepasste Value at Risk für diese Bestandsabwicklung zum Niveau 95% minimiert wird!

(b) (5 Punkte) Wenn die Versicherung nur an den Kosten der Abwicklung interessiert ist und nicht an deren Standardabweichung, was ist dann der optimale Wert q_{min}? Berechnen Sie!

(c) (6 Punkte) Vergleichen Sie die Ergebnisse aus a) und b)! Was fällt Ihnen auf? Wie kann man die Beobachtung ökonomisch erklären?

Hinweise:

1) $\Phi^{-1}(0{,}95) \approx 1{,}6449$. Dabei bezeichnet Φ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung.
2) Kfm. Rundung von q_{min} auf eine Nachkommastelle.

Lösungsvorschlag

Wie im Skript behandelt, ergibt sich der liquiditätsangepasste Value at Risk zum Niveau α als

$$\text{liquiditätsangepasster } VaR_\alpha = VaR_\alpha + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} q_i \cdot p(q_i)$$

$$= \mu_{mid} + \sigma_{mid}\, \Phi^{-1}(\alpha) + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} q_i \cdot p(q_i) = \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma^2 \cdot x_i^2} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} q_i \cdot p(q_i)$$

Dabei finden die folgenden Bezeichnungen Anwendung:

- n die Länge des Abwicklungszeitraums in Tagen.
- q_i die Stückzahl, die am i-ten Tag (morgens) gehandelt wird ($1 \le i \le n$).
- $x_i = x_{i-1} - q_i$ die Positionsgröße nach Handel am i-ten Tag ($1 \le i \le n$). Dabei ist $x_0 = V$ die anfängliche Positionsgröße.
- μ_{mid} der Erwartungswert des Verlusts der Position zu mittleren Marktpreisen (=0 aufgrund der Annahmen).
- σ_{mid} die Standardabweichung des Verlusts der Position zu mittleren Marktpreisen.

(a) In der Situation der Aufgabe reduziert sich dies zu

$$x = x_1 = V - q_1 = 50 - q$$
$$x_2 = 0$$

und der liquiditätsangepasste Value at Risk zum Niveau 95% damit zu

$$\Phi^{-1}(0{,}95) \cdot \sigma \cdot x + \frac{1}{2}(50 - x) \cdot p(50 - x) + \frac{1}{2} x \cdot p(x)$$
$$\approx 1{,}6449 \cdot 0{,}1 \cdot x + \frac{1}{2}(50 - x) \cdot \{0{,}1 + 0{,}05 \cdot (50 - x)\} + \frac{1}{2} x \cdot \{0{,}1 + 0{,}05 \cdot x\}$$
$$= 65 - 2{,}33551 \cdot x + 0{,}05 \cdot x^2$$

Ableiten und gleich Null setzen ergibt x_{min}=23,4 Mio. Stück und damit q_{min}=26,6 Mio. Stück.

(b) Unter der Annahme aus der Aufgabe ist jetzt

$$\frac{1}{2}(50-x)\cdot p(50-x)+\frac{1}{2}x\cdot p(x)$$
$$=\frac{1}{2}(50-x)\cdot\{0{,}1+0{,}05\cdot(50-x)\}+\frac{1}{2}x\cdot\{0{,}1+0{,}05\cdot x\}$$
$$=65-2{,}5\cdot x+0{,}05\cdot x^2$$

zu minimieren. Es ergibt sich x_{min}=25 Mio. Stück und damit q_{min}=25 Mio. Stück.

(c) Beobachtung: Der optimale Wert q_{min} ist in Teil a) größer als 1/2·V = 25 Mio. In Teil b) ist q_{min} = 1/2·V = 25 Mio. optimal.

Erklärung: Berücksichtigt man in der Optimierung das Risiko einer adversen Marktbewegung (über die Standardabweichung σ_{mid}), dann ist das Risiko einer solchen Marktbewegung umso höher, je länger man Teile der Position hält. In a) ist es also optimal, sich gleich am ersten Tag von mehr als 50% des Bestands zu trennen.
In b) wird das Risiko einer adversen Marktbewegung während der Abwicklung des Bestands vernachlässigt. Hier ist es also nur wichtig, dass die Stückzahlen der beiden Trades nicht zu groß werden, da man sonst schlechte Geld-Brief-Spannen erhält. Das führt auf eine hälftige Aufteilung des Anfangsbestands auf die beiden Tage.

Aufgabe 2. *Kreditrisiko [16 Punkte]*

(a) (4 Punkte) Erläutern Sie mit einer kurzen Begründung, welcher der beiden festverzinslichen Bonds in einem Bond-Paar ein höheres Kreditrisiko darstellt:

i. Bond 1 und Bond 2 haben die gleiche Duration, dabei hat Bond 1 ein besseres Rating als Bond 2

ii. Bond 3 und Bond 4 haben das gleiche Rating, jedoch hat Bond 3 eine höhere Duration als Bond 4

iii. Bond 5 hat ein besseres Rating und eine höhere Duration als Bond 6.

(b) (6 Punkte) Ihr Unternehmen möchte die (additiven) 1-in 200 Jahren-Spread-Up-Stresses wie folgt modellieren:

*StressFinalUp = Skalar1 * Skalar2 * StressEntwurfUp,*

wobei folgendes gilt:

- StressEntwurfUp variiert je nach Duration und Rating zwischen 2% und 30%
- Skalar 1 variiert je nach Duration, Rating und Bond-Typ (etwa Munizipal, Emerging Market etc.) zwischen 1 und 1.25
- Skalar 2 variiert je nach Duration, Rating und Sektor (etwa Financials, Non-Financials) zwischen 1 und 2.

Die additiven 1-in 200 Jahren-Spread-Down-Stresses sollen als (-1) mal entsprechende 1-in 200 Jahren-Spread-Up-Stresses definiert werden:

*StressFinalDown = - Skalar1 * Skalar2 * StressEntwurfUp.*

Bitte beschreiben Sie mit einer kurzen Begründung und einem einfachen stilisierten Rechenbeispiel, was an der obigen Methodik **besonders bedenklich** ist.

(c) (6 Punkte) In Ihrem Unternehmen wird qualitativ diskutiert, welche Anleihen im Kontext einer 40-jährigen Modellprojektion höhere bzw. geringere Kreditrisiken darstellen sollten.

Erläutern Sie mit einer kurzen Begründung, welcher der beiden Bonds in einem Bond-Paar ein höheres Kreditrisiko darstellt:

i. Bond A ist ein risikofreier Bond eines Eurozonen-Landes mit Restlaufzeit von 15 Jahren. Bond B ist eine Unternehmensanleihe bester Bonität (AAA), emittiert von einem EuroStoxx-Konzern, ansässig im selben Eurozonen-Land, ebenfalls mit Restlaufzeit von 15 Jahren.

ii. Bond C ist eine Unternehmensanleihe mit Rating A und Restlaufzeit von 20 Jahren, emittiert durch einen US-Ölfracking-Konzern. Bond D ist ebenfalls eine Unternehmensanleihe mit Rating A und Restlaufzeit von 20 Jahren, emittiert durch einen US-Softwarekonzern.

Lösungsvorschlag

(a)

i. Bond 2 hat ein höheres Kreditrisiko, da schlechteres Rating.

ii. Bond 3 hat ein höheres Kreditrisiko, da höhere Duration („bis zum Ablauf kann mehr passieren")

iii. Das ist nicht entscheidbar: Besseres Rating von Bond 5 spricht für ein niedrigeres Kreditrisiko, höhere Duration spricht für ein höheres Kreditrisiko.

(b) Gemäß der Aufgabenstellung kann ein 1 in 200 Jahren - Spread-Up-Stress – vor Skalierungen - bis zu 30% betragen. Die höchstmögliche Werte dürften dabei für Anleihen niedriger Bonität anwendbar sein. Nach Skalierungen kann dieser Stress dann bis zu 30% x 1.25 x 2 = 75% betragen.

Ein Spread-Up-Stress dieser Größenordnung wäre an und für sich – auch für Anleihen niedriger Bonitäten – recht extrem. Das größte Problem stellt jedoch die **Definition des 1 in 200 Jahren – Spread-Down-Stresses** als (-1) x 1-in-200 Jahren Spread-Up-Stress = -75% dar. Dieses Problem können wir anhand eines einfachen stilisierten Beispiels darlegen:

- Sei die risikofreie Zinskurve aus Einfachheitsgründen mit 0% flach angenommen

- Betrachten wir eine simple CCC-Unternehmensanleihe mit 5% Kupon und 3 Jahren Restlaufzeit, die 5 GE nach einem Jahr, 5 GE nach zwei Jahren und 105 GE nach drei Jahren auszahlen soll.

- Der Marktwert dieser Anleihe unter dem 1 in 200 Jahren – Spread-Down-Stress beträgt:

  5 / (1 + 0 – 0.75)^1 + 5 / (1 + 0 – 0.75)^2 + 105 / (1 + 0 – 0.75)^3 = 6820 GE.

  Diese "Marktwert-Explosion" ergibt keinerlei ökonomischen Sinn für eine Anleihe mit einem Nominal von 100 GE.

(c)

i. Bond A wird als risikofrei klassifiziert und unterliegt somit, zumindest im Modell, keinem Kreditrisiko. Bond B ist hingegen durchaus kreditrisikobehaftet – man beachte dabei, dass sich die sehr gute AAA-Bonität im Laufe der Projektion durchaus verschlechtern kann.

ii. Die in der Aufgabe angegebenen numerischen Kennzahlen von Bond C und Bond D sind identisch. Allerdings dürfte es unklar sein, inwieweit das Geschäftsmodell des Öl-Fracking-Konzerns in den kommenden 20 Jahren tragfähig sein wird – nicht zuletzt unter dem Gesichtspunkt ökologischer Nachhaltigkeit. Von daher erscheint das Kreditrisiko bei Bond C höher.

Aufgabe 3. *Versicherungstechnik Leben [17 Punkte]*

Ein Lebensversicherungsunternehmen hat einen Bestand von Risikolebensversicherungen im Portfolio (das Geschlecht der versicherten Personen soll für diese Aufgabe keine Rolle spielen):

1. 1.000 einjährige Risikolebensversicherungen als Teil von kaum risikogeprüften Konsumentenkrediten. Die versicherten Personen sind alle im Alter von 40 Jahren und die Versicherungssumme ist jeweils 1.000€.

2. 10 Risikolebensversicherungen mit umfangreicher Risikoprüfung mit einer Restlaufzeit von 3 Jahren. Auch hier sind die versicherten Personen alle im Alter von 40 Jahren und die Versicherungssumme ist jeweils 100.000€.

Die Kunden zahlen als Risikoprämien jährlich 120% der Best Estimates. Eine Reserve wird nicht gebildet. Ein möglicher Gewinn bleibt vollständig beim Unternehmen.

Folgende Parameter sind für die weitere Bearbeitung der Aufgabe hilfreich:

- Parameter der Standardformel: 15% für Tod, 0,15% für Katastrophe, 25% Korrelation zwischen Tod und Katastrophe

- Best Estimate Sterblichkeiten nach Alter: 40 mit 0,20%, 41 mit 0,22%, 42 mit 0,25%

- Als Diskontfaktor wird konstant 1 angenommen.

Das Unternehmen will für seinen Bestand die versicherungstechnischen Risiken nach Standardformel berechnen und diskutiert:

(a) (6 Punkte) Berechnen Sie das SCR für das Versicherungstechnik Leben Modul und ignorieren Sie dabei Storno und Kosten.

(b) (4 Punkte) Beschreiben Sie das Sterblichkeitsrisiko allgemein und seine vier relevanten Komponenten für die Erstellung eines internen Modells.

(c) (7 Punkte) Diskutieren Sie für alle vier Komponenten aus Teilaufgabe (b), Bezug nehmend auf die Ergebnisse aus Teilaufgabe (a) inwiefern die Standardformel zu einer Fehlsteuerung zur Annahme von Risiken zwischen den beiden Portfolien führen kann.

Lösungsvorschlag

(a) Komponente Tod (mehrjähriges Szenario mit relativem Stress von 15% Abweichung von Best Estimte): Anzahl * Versicherungssumme * Best Estimates * 15%

Bestand 1: 1.000 * 1.000€ * 0,2% * 15% = 300€

Bestand 2: 10 * 100.000€ * 0,2% * 15% +
+ 10*(1-0,2%*115%) * 100.000€ * 0,22% * 15% +
+ 10*(1-0,2%*115%)*(1-0,22%*115%) * 100.000€ *
* 0,25% * 15% = 1.002,43€

Komponente Katastrophe (einjähriges Szenario mit additivem Stress von 0,15%): Anzahl * Versicherungssumme * 0,15%

Bestand 1: 1.000 * 1.000€ * 0,15% = 1.500€

Bestand 2: 10 * 100.000€ * 0,15% = 1.500€

Aggregation über Korrelationsmatrix mit Korrelationskoeffizient 25%:

$SCR_{Leben} = (1.302{,}43^2 + 3.000^2 + 2*0{,}25*1.302*3.000)^{1/2}€ = 3.557{,}52€$

(b) Sterblichkeitsrisiko: Verträge führen bei Tod zu Zahlungen, die höher als die dann verfügbaren versicherungstechnischen Rückstellungen sind.

Zufällige Schwankung: Personen sterben zufällig und anders als erwartet was zu geänderten Auszahlungen führt.

Katastrophe: Bedingt durch Extremereignisse wie z.B. Pandemie, Terror, Naturkatastrophe oder Unfall sterben deutlich mehr Personen als in den Kalkulationen erwartet.

Irrtum: Die für die Beitragskalkulation verwendete Sterbetafel geht von einer niedrigeren Sterblichkeit aus als tatsächlich eintritt.

Änderung oder Trend: Die Sterblichkeit nimmt stärker zu oder weniger stark ab als für die Kalkulation angenommen.

(c) Zufällige Schwankungen: Bestand 2 ist wesentlich kleiner und weist höhere Versicherungssummen auf als Bestand 1. Daher ist er in dieser Komponente deutlich risikoreicher. Das höhere SCR in der Standardformel für den Bestand 2 kommt allerdings nur aus der längeren Laufzeit. Relativ zu Bestand 1 wird daher Bestand 2 als zu wenig risikoreich eingestuft.

Katastrophe: Beide Bestände haben das gleiche SCR, da auch beide Male das Exposure gleich ist. Da es sich um gleich alte Bestände handelt, kann die Einschätzung passend sein. Allerdings wird außer Acht gelassen, ob die Personen nicht durch andere Faktoren (sozialer Status, berufliche Exponierung etc.) ein unterschiedliches Risiko tragen müssten.

Irrtum: Auf der vorhandenen Informationslage schwer zu entscheiden, da zwar der Bestand 1 wegen der unzureichenden Risikoprüfung schlechter eingeschätzt werden kann und damit ein größeres Irrtumsrisiko besteht, dafür aber Bestand 2 mit dem kleinen Portfolio insgesamt eine schlechtere Datenlage für die Ableitung von Best Estimates aufweist. Die Bewertung der längeren Laufzeit von Bestand 2 ist sinnvoll modelliert und führt nicht zu einer Fehlsteuerung.

Änderung oder Trend: Für Bestand 1 besteht kein Änderungsrisiko, der Bestand 2 ist noch für 2 weitere Jahre zu gleichen Konditionen versichert. Daher ist hier klar Bestand 2 risikoreicher, was auch implizit über den Irrtumszuschlag berücksichtigt ist. Gerade für die kurze Laufzeit können die 15% konstant für alle drei Jahre angemessen für die Gesamtrisikosicht Irrtum und Änderung sein.

Aufgabe 4. *Risikoaggregation [16 Punkte]*

Eine Versicherungsgruppe bestehe aus drei Versicherungsunternehmen (VU). Zur SCR-Berechnung gemäß Solvency II auf Solo- und auf Gruppenebene wurde ein Gruppensimulationsmodell zertifiziert. Eines der VU sei noch nicht Teil des internen Modells, sondern berechne das SCR mittels Standardformel, so dass sich das SCR der Versicherungsgruppe aus der Summe der aggregierten SCR-Beiträge der beiden VU im internem Modell und dem Standardformel-SCR des dritten VU ergebe. Die Kapitalanlagen aller VU seien ausschließlich in EUR-Anleihen investiert. Die nachfolgende Tabelle enthält die aktuellen SCR-Ergebnisse gemäß internem Modell, wobei die diversifizierten Einzelrisiken mittels einer Euler-Allokation bestimmt wurden.

	VU_1		VU_2		VU_3		Gruppe	
SCR in Mio. €	Undiv.	Div.	Undiv.	Div.	Undiv.	Div.	Undiv.	Div.
Marktrisiken (Summe)	**1350**	**810**	**300**	**110**	**0**	**0**	**1400**	**850**
Spreadrisiko	450	225	200	120	0	0	600	300
Zinsrisiko	900	585	100	-10	0	0	800	550
Ausfallrisiko	**250**	**125**	**30**	**40**	**0**	**0**	**265**	**140**
Vt. Risiken (Summe)	**1200**	**600**	**350**	**200**	**0**	**0**	**1350**	**650**
Operationelles Risiko	**150**	**75**	**65**	**35**	**0**	**0**	**180**	**80**
Nicht-Linearität & Diversifikation	**-1320**	**20**	**-355**	**5**	**0**	**0**	**-1460**	**15**
Standardformelbeitrag	**0**	**0**	**0**	**0**	**200**	**200**	**200**	**200**
SCR Gesamt	**1630**	**1630**	**390**	**390**	**200**	**200**	**1935**	**1935**

(a) (5 Punkte) Zur Risikoaggregation wird eine Gaußkopula mit zugehöriger Korrelationsmatrix verwendet. Die einzelnen Korrelationsparameter lassen sich hierfür nicht eindeutig aus (Markt-)Daten herleiten, sondern nur auf Bereiche einschränken, z.B. [25%, 50%], aus denen die endgültigen Werte mittels Expertenschätzung ausgewählt werden. Die Gruppe verfolgt einen vorsichtigen Ansatz und wählte stets diejenige Intervallgrenze, die zum höheren SCR führen sollte, um eine Unterschätzung des SCR zu vermeiden. Warum lässt sich dieser Ansatz in einem Gruppenmodell nicht strikt anwenden und wo könnten Schwierigkeiten auftreten? Nennen Sie eine Möglichkeit, mit der sich das Vorsichtsprinzip ggf. dennoch umsetzen ließe.

(b) (4 Punkte) Die Gruppe möchte auch VU_3 ins interne Modell aufnehmen und führt im Rahmen des Modelländerungsprozesses eine Auswirkungsanalyse durch. Die nachfolgende Tabelle enthält die Gegenüberstellung der SCR-Ergebnisse zum selben Stichtag vor und nach Modellerweiterung. Was er-

klärt die Änderung des Gruppen-SCR? Warum könnten sich die SCR-Ergebnisse der bereits im internen Modell enthaltenen VU_1 und VU_2 geändert haben? Nennen Sie jeweils zwei mögliche Gründe.

	VU_1	**VU_2**	**VU_3**	**Gruppe**
SCR vor Modellerweiterung	1630	390	200	1935
SCR nach Modellerweiterung	1646	382	170	1800

(c) (7 Punkte) Das Ausfallrisiko von VU_2 wird durch die Rückversicherungsverträge dominiert und weist eine Auffälligkeit auf. Die Erklärung ist, dass die Gegenpartei ein sehr gutes Rating habe.

Um diese Aussage zu analysieren, betrachten Sie zwei unabhängige Zufallsvariablen X und Y. X sei gleichmäßig auf [0,1] verteilt, Y habe eine Zweipunkt-Verteilung mit p(Y=0)=99.6% und p(Y=0.5)=0.4%. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichten f_X von X, f_Y von Y und f_{X+Y} von X+Y. Beachten Sie hierbei, dass f_{X+Y} die Faltung von f_X und f_Y ist, d.h.

$$f_{X+Y}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x-y) * f_Y(y)\, dy.$$

Was sind die 99.5%-Quantile q_X, q_Y und q_{X+Y} der drei Verteilungen?

Bestimmen Sie nun den allokierten Beitrag von Y, d.h.

$$\mathrm{SCR}_{\text{diversifiziert}}(Y) = \iint_{-\infty}^{\infty} y * f_X(x) * f_Y(y) * \delta(q_{X+Y} - x - y)\, dy\, dx.$$

Erläutern Sie anhand der Ergebnisse die obige Aussage zum Ausfallrisiko von VU_2.

Bei Konvergenzanalysen mit verschiedenen Realisierungen der Monte Carlo-Stichprobe des internen Modells fällt auf, dass der allokierte Beitrag des Ausfallrisikos von VU_2 recht hohe Veränderungen zeigt. Woran könnte das liegen?

Lösungsvorschlag

(a) Da das Gruppensimulationsmodell eine gemeinsame Kopula für alle VU verwendet, kann das Prinzip nur dann strikt angewendet werden, wenn die gewählten Parameter für alle VU zu einem höheren SCR führen. Bei Risiken deren Ausprägungen unterschiedlich auf die VU wirken, gelingt dies nicht. Insbesondere das Zinsrisiko ist hierfür zu beachten. Man sieht

anhand der SCR-Tabelle der Gruppe, dass das Zinsrisiko von VU_1 und VU_2 entgegengesetzt wirken, d.h. eine Gesellschaft hat ein Zinsanstiegs- und eine ein Zinsrückgangsrisiko. Für eine von beiden Gesellschaften werden die Zinskorrelationen bei diesem Ansatz nicht vorsichtig gewählt worden sein. Dies erklärt auch den negativen, diversifizierten Zinsbeitrag bei VU_2. Wollte man das Prinzip für alle VU strikt anwenden, müssten die Soloergebnisse von VU_2 mit einer von der Gruppenkalibrierung abweichenden Korrelationsmatrix berechnet werden.

(b) Für die Änderung der SCR-Ergebnisse von VU_1 und VU_2 könnten u.a. folgende Effekte verantwortlich sein: *(zwei Gründen sind ausreichend)*

a. Risikokalibrierungen könnten sich geändert haben, wenn diese auf dem im Modell abgebildeten Gesamtportfolio beruhten.

b. Die Korrelationsmatrix musste um weitere Risikofaktoren erweitert werden. Aufgrund von PSD-Korrekturen könnte dies auch die bereits zuvor vorhandenen Korrelationsparameter verändert haben.

c. Die Neuberechnung basiert auf einer neuen Monte Carlo-Simulation. Dies führt zu statistischen Schwankungen bei allen Gesellschaften.

Das Gruppen-SCR ändert sich deutlich stärker als das SCR der VU. Daher müssen zusätzliche Effekte auftreten: Zum einen sinkt das SCR von VU_3 durch die Aufnahme ins interne Modell und trägt daher vermutlich auch zusätzlich weniger stark zum Gruppen-SCR bei. Zum anderen erhöht sich die Gruppendiversifikation, da das Standardformelergebnis von VU_3 bislang undiversifiziert ins Gruppen-SCR einging.

(c) X ist gleichverteilt auf [0,1]. Daher ist das Quantil 0.995. Die zugehörige Dichte ist

$$f_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x \le 1 \\ 0, & sonst \end{cases}$$

Y nimmt mit 99.6% Wahrscheinlichkeit den Wert 0 an, und mit 0.4% den Wert 0.5. Daher ist das Quantil 0. Die Dichte ist

$$f_Y(x) = 99.6\% * \delta(x) + 0.4\% * \delta(x - 0.5)$$

Die Dichte der Summe X+Y ergibt sich als Faltung aus den beiden Einzeldichten

$$f_{X+Y}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x-y) * f_Y(y)\, dy = 99.6\% * f_X(x) + 0.4\% * f_X(x-0.5)$$

$$= \begin{cases} 0.996, & 0 \le x \le 0.5 \\ 1, & 0.5 \le x \le 1 \\ 0.004, & 1 \le x \le 1.5 \\ 0, & sonst \end{cases}$$

Als Quantil ergibt sich

$$0.995 = 0.996 * 0.5 + (q - 0.5) * 1 \quad => \quad q = 0.997$$

Y verschiebt einen Teil der ursprünglichen Wahrscheinlichkeitsverteilung zu höheren Werten / Verlusten und erhöht dadurch das Quantil, obwohl die Eintrittswahrscheinlichkeit von Y geringer als 0.5% ist. Der allokierte Beitrag folgt gemäß der angegebenen Formel und entspricht in diesem Fall der Erhöhung des Gesamtrisikos durch Y:

$$\mathrm{SCR}_{\text{diversifiziert}}(Y) = \iint_{-\infty}^{\infty} y * f_X(x) * f_Y(y) * \delta(0.997 - x - y)\, dx\, dy$$

$$= \int_0^1 (0.997 - x) * f_Y(0.997 - x)\ dx$$

$$= \int_0^1 (0.997 - x) * (0.996 * \delta(0.997 - x) + 0.004 * \delta(0.497 - x))\ dx$$

$$= 0.5 * 0.004 = 0.002$$

In der Aufgabenstellung war angenommen, dass die Gegenpartei ein sehr gutes Rating besitzt. Resultiert dies in einer Ausfallwahrscheinlichkeit von weniger als 0.5%, entspricht dies qualitativ der betrachten Zweipunktverteilung Y. X beschreibt in diesem Fall die restliche Gesamtschadenverteilung. Abhängig von der Ausfallwahrscheinlichkeit, der Schadenhöhe und der Abhängigkeitsstruktur der einzelnen Risiken kann der allokierte Beitrag den VaR des Einzelrisikos, d.h. das undiversifizierte Risiko, übertreffen.

Bei der numerischen Euler-Allokation werden im relevanten Intervall die meisten Pfade keinen hohen Ausfälle verzeichnen und aufgrund der geringen Ausfallwahrscheinlichkeit nur wenige Ausfallereignisse auftreten, so dass die Mittelwertbildung relativ deutlichen Schwankungen unterliegt, so dass das allokierte SCR numerisch nur langsam konvergiert.

Aufgabe 5. *Vergleichsstudie NLCS / Schaden- Unfallversicherung [16 Punkte]*

EIOPA startet in diesem Jahr eine weitere Vergleichsstudie (Non-Life Underwriting Risk Comparative Study in Internal Models - NLCS), um die versicherungstechnischen Risiken in den internen Modellen von Schaden-/ Unfallversicherern im Markt miteinander zu vergleichen.

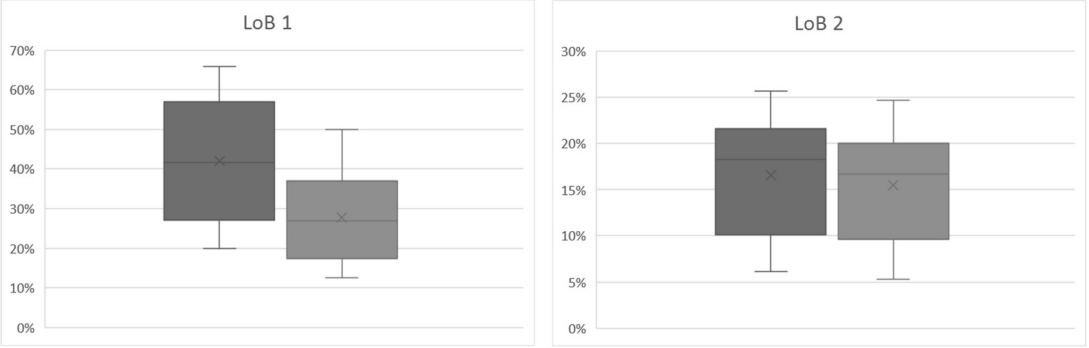
(a) (8 Punkte) Die Feldafinger Brandkasse (FFBK) wurde auch gebeten, an dieser Studie teilzunehmen. Als Vorbereitung sollen Sie sich das Brutto Prämienrisiko der Sparte Kraftfahrt-Haftpflicht in den Jahren 2015 bis 2020 genauer anschauen (siehe folgende Tabelle). Nennen Sie mindestens vier Auffälligkeiten des Risikos über die Zeit und beschreiben Sie, was jeweils die Ursache sein könnte.

	2015	2016	2017	2018	2019	2020
earned premiums	94	98	100	102	120	122
total expenses	15	15	16	16	18	18

premium risk regarding	2015	2016	2017	2018	2019	2020
… attritional losses	3	6	6	4	6	6
… large losses	21	25	25	27	30	40
… total losses	23	30	28	28	32	42

values in mio. €

(b) (8 Punkte) Nun arbeiten Sie für die EIOPA und sollen die Ergebnisse des Brutto Reserverisikos für unterschiedliche Gesellschaften analysieren. Ihnen liegen die zugehörigen Risikofaktoren (Risiko/Volumen) der Gesellschaften vor, welche als Boxplots jeweils für die Solvency II LoBs „Fire and other property damage" und „Third-party liability" und für das ultimative und das einjährige Reserverisiko dargestellt sind. Die Boxplots zeigen also die Streuung der Ergebnisse der Gesellschaften bzgl. des Reserverisikos auf. Leider ist Ihnen entfallen, welches Diagramm zu welcher LoB gehört und welcher Boxplot das einjährige und welcher das ultimative Risiko darstellt.



Ordnen Sie anhand der Ergebnisse die LoBs und den Risikohorizont zu. Begründen Sie Ihre Zuordnung.

Geben Sie außerdem vier mögliche Gründe an, warum die Risiken der einzelnen Gesellschaften voneinander abweichen können.

Lösungsvorschlag

(a) Mögliche Veränderungen sind:

- Überproportionaler Anstieg des Risikos im Vergleich zur Prämie von 2015 nach 2016

  Möglicher Grund: Gesunkene Prämie pro Exposure

- Rückgang von 2016 nach 2017 trotz gestiegener Prämie

  Möglicher Grund: Rückgang der Diversifikation durch geringere Abhängigkeit zwischen Basis und Großschäden

- Anstieg des Risikos aus Großschäden, Rückgang des Risikos aus Basisschäden und gleichbleibendes Gesamtrisiko von 2017 nach 2018

  Möglicher Grund: Reduzierung der Großschadengrenze

- Anstieg um mehr als 10% von 2018 nach 2019

  Möglicher Grund: Prämienerhöhung legt starkes Exposure Wachstum nahe – Risikofaktor bleibt gleich

- Starker Anstieg um fast 1/3 von 2019 nach 2020

  Möglicher Grund: Neuer Höchstschaden in der Historie führt zu einer gefährlicheren Schadenhöhenverteilung

(b) Die Boxplot sind wie folgt zugeordnet:

- Dunkler Boxplot: Ultimatives Risiko; Heller Boxplot: Einjähriges Risiko

  Begründung: Das Ultimative Risiko beschreibt die Unsicherheit der Rückstellung für den gesamten Run-Off. Das einjährige Risiko die Volatilität des nächsten Jahres. Hierdurch ist in der Regel das einjährige Risiko geringer als das Ultimative Risiko, welches man an den Boxplots erkennen kann.

- LoB1: „Third-party liability"; LoB2: „Fire and other property damage"

  Begründung: Die Abwicklung der Schäden in der Sparte „Fire and other property damage" ist im Vergleich zur Sparte „Third-party liability" deutlich kürzer. Daher ist der Unterschied zwischen Ultimativem und einjährigem Risiko hier geringer.

Mögliche Begründung für Unterschiede zwischen den Gesellschaften sind:

- Retail Geschäft statt Industriellem Geschäft
- Spezielle Versicherung z.B. Heilwesen oder Pharmarisiken
- Gesellschaft befindet sich schon länger im Run-off und hat daher „nur" ältere Anfalljahre
- Gesellschaft hat Reserven nur in den jüngsten Anfalljahren (geringe Diversifikation)
- Eine Gesellschaft ist stärker Naturkatastrophen exponiert als eine andere (höhere Unsicherheit in der Abwicklung der ersten Periode)
- Methodik der Reserveaktuare und deren Abbildung im Internen Modell können unterschiedlich sein

Aufgabe 6. *Vergleichsstudie NLCS / Schaden- Unfallversicherung Risikotransfer [17 Punkte]*

Auch der Risikotransfer spielt bei der NLCS eine wichtige Rolle.

(a) (9 Punkte) Als Verantwortlicher des Internen Modells der FFBK sollen Sie sich nun auch die Veränderung der Rückversicherungsstruktur insbesondere vor dem Hintergrund der Effektivität über die Zeit anschauen. Bestimmen Sie hierzu anhand der folgenden Tabelle die capital cost ratio. Hierbei bedeutet „gross" vor Rückversicherung und „net" nach Rückversicherung.

In welchem Jahr war der Risikotransfer am effektivsten? Was sind möglich Gründe hierfür?

	2016		2018		2020	
	gross	net	gross	net	gross	net
earned premiums	60	40	64	52	84	65
total expenses	12	10	16	16	20	20
expected loss	45	30	43	34	60	55
SCR	105	70	114	31	317	42

values in mio. €

(b) (8 Punkte) Sie werden nun auf der Seite der EIOPA gebeten, die Rückversicherungswirkungsauswirkung von vier unterschiedlichen Unternehmen anhand der Ergebnisse des Internen Modells zu untersuchen. Sie wissen, dass jedes Unternehmen genau einen obligatorischen Rückversicherungsvertrag hat, so dass es keine Mischverträge gibt. Benennen Sie pro Gesellschaft (Comp 1 bis Comp 4) den Rückversicherungsvertrag und erläutern Sie Ihre Zuordnung.

	Comp 1		Comp 2		Comp 3		Comp 4	
	gross	net	Gross	net	gross	net	gross	Net
earned premiums	1200	830	480	320	750	520	395	245
premium risk regarding								
… attritional losses	50	50	60	40	100	100	50	25
… large losses	400	400	90	60	250	50	50	25
… natcat losses	600	200	150	100	150	150	150	75
… total losses	900	500	300	200	400	250	200	100

values in mio. €

Lösungsvorschlag

(a) Die capital cost ratio berechnet in den einzelnen Jahren zu:

	2016	2018	2020
SCR relief	35	83	275
Cost of R/I	3	3	14
Capital cost ratio	8,6%	3,6%	5,1%

Der im Jahr 2018 geschlossene Vertrag scheint am effektivsten zu sein, da er die geringste capital cost ratio aufweist.

Der Vertrag in 2016 scheint ein Quotenvertrag zu sein, welcher aufgrund der Struktur die höchste capital cost ratio aufweist. Die beiden anderen Verträge sind höchst wahrscheinlich Schadenexzendentenverträge. Auffällig ist, dass trotz der großen SCR Reduktion in 2020 die Effektivität im Vergleich zu 2018 geringer ist. Hier scheinen neue Spitzenrisiken hinzugekommen zu sein, wodurch auch der Vertrag deutlich teurer ist.

(b) Folgende Zuordnung ist denkbar:

- Company 1 hat höchst wahrscheinlich einen pro Event Schadenexzedentenvertrag für Naturkatastrophenschäden gezeichnet, da sich nur das Risiko für diese Schadenart reduziert
- Company 2 hat höchst wahrscheinlich einen Quotenvertrag gezeichnet. Hier sieht man, dass sich alle Risiken proportional zur Prämie reduzieren.
- Company 3 hat höchst wahrscheinlich einen pro Risiko Schadenexzedentenvertrag gezeichnet. Nur die Schadenklasse der Großschäden reagiert mit einer Risikoreduktion.
- Company 4 scheint einen Stop Loss Vertrag gezeichnet zu haben, da sich auch alle Schadenklassen im Risiko reduzieren, aber nicht proportional zur Prämie.

Aufgabe 7: *Garantieprodukte und Hedging [16 Punkte]*

Hinweis: Eventuell notwendige Berechnungsformeln bzw. Wertetabellen befinden sich am Ende der Aufgabenstellung.

Sie haben in der Vergangenheit ein Variable Annuity-Produkt verkauft, dass noch eine Restlaufzeit von 5 Jahren besitzt. Die Garantiesumme über alle Verträge beträgt 500.000.000,00 €. Der Marktwert des Indexinvestments, das dem Produkt zu Grunde liegt, steht bei 600.000.000,00 €. Der Versicherungsnehmer erhält am Ende der Laufzeit das Maximum aus Indexstand und Garantiesumme. Ihr Gesamtportfolio soll von Ihnen mittels marktgängiger Optionen delta neutral gehedget werden. Betrachtet man die Passivseite als Kombination aus Short Underlying plus einen Short Put, so ergeben sich die Charakteristika der Absicherung Ihres Verpflichtungsportfolios (Short Put) zu:

Delta: 1.770.000

Gamma: - 48.000

Vega: - 3.500.000

Der theoretische Marktwert der Garantie liegt bei ca. 14.000.000,00 €

Ihr aktivseitiges Portfolio besteht aktuell aus 600.000.000 € Index-Investment und 40.000.000,00 € Kasse. Ihr Kapitalanleger bietet Ihnen die beiden nachstehenden Portfolien zum Hedge an. Die Instrumente sind marktgängig und können beliebig nach oben und unten skaliert werden.

	Laufzeit in Jahren	Delta	Gamma	Vega	Preis
PF 1	2,5	- 540.000,00	49.000,00	1.800.000,00	5.400.000,00
PF 2	2,0	- 430.000,00	46.000,00	1.400.000,00	3.600.000,00

Der risikofreie Zins sei zu allen Zeitpunkten in der Berechnung zu vernachlässigen (Null-Zins Annahme)

(a) (2 Punkte) Um welche Art von Kapitalmarktinstrument handelt es sich bei PF 1? Begründen Sie Ihre Antwort.

(b) (6 Punkte) Grundsätzlich haben Sie die Vorgabe, das Gesamtportfolio Delta- und Gamma-neutral zu positionieren. Die aktuelle Volatilität im Markt für den Index liegt bei niedrigen 12%. Für welches der beiden Portfolien entscheiden Sie sich, wenn Sie steigende Volatilitäten erwarten? Begründen Sie Ihre Antwort mittels Überschlagsrechnung.

(c) (2 Punkte) Wie würde die Antwort von b) sich verändern, wenn man nur einen vollständigen Deltahedge verlangen würde?

(d) (1 Punkte) Der Kapitalanleger bietet Ihnen nun zusätzlich die Möglichkeit an, beide Portfolien (auch nur teilweise) zu kaufen und auch eine Shortposition darin einzugehen. Unter welcher Bedingung ist es möglich das Gesamtportfolio vollständig Delta-, Gamma- und Vega- neutral zu positionieren?

(e) (3 Punkte) Sie haben sich entschieden PF 1 zu 100% zu kaufen. Das verbleibende Gamma-Exposure wurde als nicht materiell angenommen. Das verbleibende Delta wurde mittels geeigneter Forward Transaktionen gehedged. Am nächsten Tag fällt der Index von 120 auf 110, bei gleichbleibender impliziter Volatilität. Ihr Marktwertverlust auf dem Gesamtportfolio liegt bei etwa 10.000 EUR. Erläutern Sie, warum ihr Hedge nicht ausreichend war, um einen Verlust zu vermeiden. Hätte es zusätzliche Hedgemöglichkeiten gegeben?

(f) (2 Punkte) Das obige Produkt erscheint ihrem Vorstand zu riskant und er hat eine legale Möglichkeit gefunden die Auszahlung an den VN zum Ende der Laufzeit auf einen Indexmaximalstand von 130 zu begrenzen. Wie würde sich die Portfoliozusammensetzung der Passivseite hierdurch ändern?

Formelsammlung zu Aufgabe 7

Preis des Underlyings: S

Strikepreis: X

Zeit bis zum Verfallstag: T

Risikofreier Zins: r

Implizite Volatilität: σ

Preis eines Calls: $c = SN(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$

Preis eines Puts: $p = -SN(-d_1) + Xe^{-rT}N(-d_2)$

Delta eines Calls: $\Delta_c = N(d_1)$

Delta eines Puts: $\Delta_p = N(d_1) - 1$

Gamma: $\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}}$

Vega: $Vega = S\sqrt{T}N'(d_1)$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Anpassungen für Hedging in diskreter Zeit: $\hat{\sigma} = \sigma\left(1 + \frac{\Delta t}{2\sigma^2}(\mu - r)(r - \mu - \sigma^2)\right)$

Hedgefehler: $\sigma_{Err} \approx \sqrt{\frac{\pi}{4}} Sn(d_1)\sqrt{T}\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\pi}{4}} Vega\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

n = Anzahl der äquidistanten Hedgezeitpunkte

$\pi \approx 3.14$

Preistabelle für Puts mit Volatilität 10% und 0% Zins

	Time to maturity								
Asset price	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00
150.00	**0.0001**	**0.0018**	**0.0105**	**0.0317**	**0.0686**	**0.1224**	**0.1925**	**0.2776**	**0.3763**
145.00	**0.0003**	**0.0050**	**0.0228**	**0.0600**	**0.1186**	**0.1978**	**0.2957**	**0.4098**	**0.5378**
140.00	**0.0012**	**0.0131**	**0.0484**	**0.1117**	**0.2021**	**0.3161**	**0.4500**	**0.6002**	**0.7636**
135.00	**0.0044**	**0.0332**	**0.0998**	**0.2036**	**0.3388**	**0.4987**	**0.6778**	**0.8714**	**1.0761**
130.00	**0.0155**	**0.0802**	**0.1997**	**0.3629**	**0.5580**	**0.7756**	**1.0089**	**1.2529**	**1.5041**
125.00	**0.0499**	**0.1847**	**0.3864**	**0.6309**	**0.9014**	**1.1875**	**1.4824**	**1.7818**	**2.0828**
120.00	**0.1473**	**0.4029**	**0.7204**	**1.0667**	**1.4252**	**1.7869**	**2.1473**	**2.5038**	**2.8549**
115.00	**0.3949**	**0.8293**	**1.2900**	**1.7503**	**2.2008**	**2.6383**	**3.0619**	**3.4721**	**3.8693**
110.00	**0.9539**	**1.6025**	**2.2112**	**2.7797**	**3.3129**	**3.8156**	**4.2920**	**4.7457**	**5.1794**
105.00	**2.0640**	**2.8964**	**3.6180**	**4.2632**	**4.8518**	**5.3965**	**5.9056**	**6.3853**	**6.8400**
100.00	**3.9878**	**4.8830**	**5.6372**	**6.3013**	**6.9013**	**7.4527**	**7.9656**	**8.4470**	**8.9021**
95.00	**6.8881**	**7.6718**	**8.3532**	**8.9635**	**9.5208**	**10.0369**	**10.5195**	**10.9745**	**11.4059**
90.00	**10.7124**	**11.2529**	**11.7725**	**12.2640**	**12.7288**	**13.1696**	**13.5891**	**13.9898**	**14.3739**
85.00	**15.2017**	**15.4847**	**15.8097**	**16.1491**	**16.4908**	**16.8290**	**17.1613**	**17.4865**	**17.8041**
80.00	**20.0399**	**20.1477**	**20.3091**	**20.5047**	**20.7211**	**20.9500**	**21.1859**	**21.4254**	**21.6663**
75.00	**25.0051**	**25.0336**	**25.0946**	**25.1857**	**25.3007**	**25.4341**	**25.5812**	**25.7385**	**25.9033**
70.00	**30.0004**	**30.0053**	**30.0221**	**30.0549**	**30.1045**	**30.1695**	**30.2481**	**30.3382**	**30.4378**
65.00	**35.0000**	**35.0005**	**35.0037**	**35.0124**	**35.0290**	**35.0546**	**35.0894**	**35.1331**	**35.1851**
60.00	**40.0000**	**40.0000**	**40.0004**	**40.0020**	**40.0061**	**40.0138**	**40.0261**	**40.0434**	**40.0660**
55.00	**45.0000**	**45.0000**	**45.0000**	**45.0002**	**45.0009**	**45.0026**	**45.0059**	**45.0112**	**45.0191**
50.00	**50.0000**	**50.0000**	**50.0000**	**50.0000**	**50.0001**	**50.0003**	**50.0009**	**50.0021**	**50.0042**

Preistabelle für Calls mit Volatilität 10% und 0% Zins

	Time to maturity								
Asset price	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00
150.00	**50.0001**	**50.0018**	**50.0105**	**50.0317**	**50.0686**	**50.1224**	**50.1925**	**50.2776**	**50.3763**
145.00	**45.0003**	**45.0050**	**45.0228**	**45.0600**	**45.1186**	**45.1978**	**45.2957**	**45.4098**	**45.5378**
140.00	**40.0012**	**40.0131**	**40.0484**	**40.1117**	**40.2021**	**40.3161**	**40.4500**	**40.6002**	**40.7636**
135.00	**35.0044**	**35.0332**	**35.0998**	**35.2036**	**35.3388**	**35.4987**	**35.6778**	**35.8714**	**36.0761**
130.00	**30.0155**	**30.0802**	**30.1997**	**30.3629**	**30.5580**	**30.7756**	**31.0089**	**31.2529**	**31.5041**
125.00	**25.0499**	**25.1847**	**25.3864**	**25.6309**	**25.9014**	**26.1875**	**26.4824**	**26.7818**	**27.0828**
120.00	**20.1473**	**20.4029**	**20.7204**	**21.0667**	**21.4252**	**21.7869**	**22.1473**	**22.5038**	**22.8549**
115.00	**15.3949**	**15.8293**	**16.2900**	**16.7503**	**17.2008**	**17.6383**	**18.0619**	**18.4721**	**18.8693**
110.00	**10.9539**	**11.6025**	**12.2112**	**12.7797**	**13.3129**	**13.8156**	**14.2920**	**14.7457**	**15.1794**
105.00	**7.0640**	**7.8964**	**8.6180**	**9.2632**	**9.8518**	**10.3965**	**10.9056**	**11.3853**	**11.8400**
100.00	**3.9878**	**4.8830**	**5.6372**	**6.3013**	**6.9013**	**7.4527**	**7.9656**	**8.4470**	**8.9021**
95.00	**1.8881**	**2.6718**	**3.3532**	**3.9635**	**4.5208**	**5.0369**	**5.5195**	**5.9745**	**6.4059**
90.00	**0.7124**	**1.2529**	**1.7725**	**2.2640**	**2.7288**	**3.1696**	**3.5891**	**3.9898**	**4.3739**
85.00	**0.2017**	**0.4847**	**0.8097**	**1.1491**	**1.4908**	**1.8290**	**2.1613**	**2.4865**	**2.8041**
80.00	**0.0399**	**0.1477**	**0.3091**	**0.5047**	**0.7211**	**0.9500**	**1.1859**	**1.4254**	**1.6663**
75.00	**0.0051**	**0.0336**	**0.0946**	**0.1857**	**0.3007**	**0.4341**	**0.5812**	**0.7385**	**0.9033**
70.00	**0.0004**	**0.0053**	**0.0221**	**0.0549**	**0.1045**	**0.1695**	**0.2481**	**0.3382**	**0.4378**
65.00	**0.0000**	**0.0005**	**0.0037**	**0.0124**	**0.0290**	**0.0546**	**0.0894**	**0.1331**	**0.1851**
60.00	**0.0000**	**0.0000**	**0.0004**	**0.0020**	**0.0061**	**0.0138**	**0.0261**	**0.0434**	**0.0660**
55.00	**0.0000**	**0.0000**	**0.0000**	**0.0002**	**0.0009**	**0.0026**	**0.0059**	**0.0112**	**0.0191**
50.00	**0.0000**	**0.0000**	**0.0000**	**0.0000**	**0.0001**	**0.0003**	**0.0009**	**0.0021**	**0.0042**

Lösungsvorschlag

(a) Es handelt sich hierbei um einen Put. Negatives Delta, bei positivem Gamma und Vega

(b) Durch die Vorgabe der Gammaneutralität ergeben sich für PF1 und PF2 die nachstehenden skalierten Vegas (Die Delta-neutralität kann mittels dem Underlying gesteuert werden):

PF 1 wird zu ca 99% gekauft (97.000/98.000). Das Vega ergibt sich zu ca 3.500.000.

PF 2 wird zu ca 104% gekauft (97.000/93.000). Das Vega ergibt sich zu ca. 2.800.000

Vega Gesamt PF 1: 3.500.000 – 6.965.000 ≈ -3.465.000

Vega Gesamt PF 2: 2.800.000 – 6.965.000 ≈ -4.165.000

Bei einem Deltahedge mit PF1 wäre bei steigenden Volatilitätsumfeld ein geringerer Vega-Verlust als mit PF2 zu erwarten. Somit wäre PF 1 vorzuziehen

(c) Hier gäbe es nur aus der Forderung der Delta-Neutralität keine eindeutige Antwort für eine Präferenz. Theoretisch kann man mit beiden Portfolien das Vega-Risiko auf Null reduzieren, und anschließend die Deltaneutralität durch den Kauf oder Verkauf des Index herstellen.

(d) Die Vega-Gamma Vektoren der beiden Portfolien dürfen nicht linear abhängig voneinander sein.

(e) Deltahedging dient als Hedge für sehr kleine Marktänderungen. Ein Preisverfall von knapp 8% wird durch den Deltahedge nicht gedeckt. Das Gamma fängt zusätzlich weitere Änderungen ab, aber bei Änderungen in diesen Größenordnungen wären höhere Momente des Hedges notwendig oder aber andere Hebel in der Zusammenstellung des Hedgeportfolios.

(f) Die Einfügung einer Gewinnbegrenzung bei 130 entspricht einem short call für den VN und somit einem long call für das VU.

Aufgabe 8. *Rückversicherung und Verbriefung [16 Punkte]*

Der CRO eines Lebensversicherungsunternehmens überlegt für verschiedene Risikotransferlösungen, ob sie grundsätzlich unter Solvency II sinnvoll für seinen Bestand von Risikolebensversicherungen mit langer Restlaufzeit sein können. Bewerten Sie die folgenden Aussagen auf ihre Richtigkeit, begründen Sie Ihre Einschätzung ausführlich und bringen sie jeweils dafür ein Beispiel oder Gegenbeispiel:

(a) (6 Punkte) Der Transfer von Sterblichkeitsrisiken über einen Mortality Bond an den Kapitalmarkt führt immer zu einer Kapitalentlastung.

(b) (5 Punkte) Non-Cash-Finanzierungen sind in diesem Fall nicht sinnvoll für einen Risikotransfer.

(c) (5 Punkte) Eine unstrukturierte Quote ist grundsätzlich in dieser Situation geeignet Risiken unter Solvency II zu transferieren

Lösungsvorschlag

(a) Falsch

Begründung: Erstens können Preise teilweise sehr hoch sein und zweitens werden gerade an den Kapitalmarkt Risiken oft nur über Indizes transferiert und Basisrisiko muss dafür angemessen berücksichtigt werden. Außerdem ist die Deckung häufig nur für wenige Jahre, sodass effektiv nur das Katastrophenrisiko transferiert wird. Insgesamt können daher die Kosten den Nutzen deutlich übersteigen.

Gegenbeispiel: In der Standardformel wird nur der 15% Schock für Sterblichkeit für die kurze Laufzeit des Mortality Bonds und die 0,15% Sterblichkeitserhöhung der Katastrophe mitigiert. Wenn die Kosten diese Werte übersteigen, ist kein Transfer sinnvoll.

(b) Richtig

Begründung: Non-Cash-Finanzierungen werden typischerweise so strukturiert, dass nur mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit versicherungstechnische Risiken transferiert werden. Die Kosten übersteigen dabei oft den Gegenwert der SCR-Reduktion

Beispiel: Durch eine Non-Cash-Finanzierung wird das SCR Leben kaum gesenkt. Die Risikomarge bleibt deswegen auch nahezu unverändert. Durch die Finanzierung entstehen aber Kosten, die die Own Funds belasten. Insgesamt sinkt dadurch das SCR Ratio.

(c) Richtig

Begründung: Eine unstrukturierte Quote ist genau so gestaltet, dass sich Versicherer und Rückversicherer die Risiken entsprechend der Quote teilen.

Beispiel: Im extremsten Fall einer 100% Quote gehen alle Risiken vollständig auf den Rückversicherer über und der Risikotransfer ist vollständig und ohne Einschränkungen von z.B. Basisrisiken in der Standardformel anrechenbar.

Aufgabe 9. *Traditionelles Lebensversicherungsgeschäft [16 Punkte]*

Ein Lebensversicherer investiert die Einmalbeiträge der Versicherten in gewöhnliche festverzinsliche, risikolose Kapitalanlagen, die er frei wählen kann, und zahlt am Ende der Vertragslaufzeit das vorhandene Kapital aus. Es gibt weder eine garantierte Ablaufleistung noch eine Gewinnbeteiligung. Er garantiert jedoch zum Ende des ersten, zweiten und dritten Versicherungsjahres (und nur dann) einen Mindestrückkaufswert in Höhe des Einmalbeitrags unabhängig vom Wert des angesparten Kapitals.

Der Einfachheit halber nehmen wir im Folgenden an, dass es nur einen Versicherungsnehmer gibt, der gerade 600€ Einmalbeitrag investiert hat. Wir vernachlässigen Kosten und eine Absicherung gegen biometrische Risiken. Der Vertrag läuft 10 Jahre.

Der Lebensversicherer investiert den Einmalbeitrag wie folgt:

- 3-jähriger risikoloser Standard-Bond mit Kupon 1% und Nominalwert 100
- 5-jähriger risikoloser Standard-Bond mit Kupon 1% und Nominalwert 200
- 10-jähriger risikoloser Standard-Bond mit Kupon 1% und Nominalwert 300

Die risikolose Zinskurve sei flach bei 1%.

(a) (3 Punkte) Welchem Risiko ist der Versicherer vor allem ausgesetzt bzw. welches Kapitalmarktszenario ist schmerzhaft?

(b) (9 Punkte) Welche Finanzinstrumente könnte der Versicherer erwerben, um sich gegen dieses Risiko abzusichern?

(c) (2 Punkte) Wie hätte man das Produkt anders gestalten können, um das Risiko zu begrenzen?

(d) (2 Punkte) Der Versicherungsnehmer könnte sich rational oder irrational im Sinne der Finanzmarkttheorie verhalten. Beschreiben Sie anhand des in a) identifizierten kritischen Szenarios wie irrationales" Verhalten aussehen könnte. Welchen Einfluss hätte angenommenes irrationales Verhalten auf die Risikominderungsstrategie in (b)?

Lösungsvorschlag

(a) Stornorisiko aufgrund des garantierten Rückkaufswerts. Szenario steigender Zinsen, weil dann der Marktwert unterhalb des Rückkaufswerts fallen könnte.

(b)

	RKW Ende Jahr 1	**RKW Ende Jahr 2**	**RKW Ende Jahr 3**
Instrument	Payer Swaption	Payer Swaption	
Optionslaufzeit	1	2	
Swap Term	2	1	
Strike	1%	1%	

Instrument	Payer Swaption	Payer Swaption	Payer Swaption
Optionslaufzeit	1	2	3
Swap Term	4	3	2
Strike	1%	1%	1%

Instrument	Payer Swaption	Payer Swaption	Payer Swaption
Optionslaufzeit	1	2	3
Swap Term	9	8	7
Strike	1%	1%	1%

(c) Den Rückkaufswert auf die Höhe des vorhandenen Kapitals beschränken

(d) „Irrational" wäre, im Falle steigender Zinsen nicht zu stornieren. Man benötigt unter der Annahme keinen Hedge

Aufgabe 10. *Zinsrisiko [17 Punkte]*

(a) (6 Punkte) Benchmarkreform

i. Erklären Sie die Bedeutung von Benchmarks für den Kapitalmarkt.

ii. Was versteht man unter einem Overnight-Zinsindex? Nennen Sie konkrete Overnight-Indizes und auch solche, die keine Overnight-Indizes sind.

iii. Warum wird EONIA weiterhin veröffentlicht, obwohl seit Ende 2019 EONIA = €STR + 8,5bp festgelegt ist?

(b) (5 Punkte) Konsequenzen der Benchmarkreform für die EIOPA Kurve

i. Beschreiben Sie, wie aus einem Overnight-Zinsindex eine Zinsstrukturkurve konstruiert wird.

ii. Was ist die größte Herausforderung bei der geplanten Umstellung der EIOPA Kurve auf die €STR Swapkurve?

(c) (6 Punkte) LTG Maßnahmen im SII 2020 Review

i. Beschreiben Sie die Motivation und den Inhalt der vorgeschlagenen Änderungen in der Extrapolationsmethode. Gehen Sie dabei insbesondere auf die Größen LLP, FSP und LLFR ein.

ii. Diskutieren Sie die möglichen Auswirkungen der neuen Extrapolationsmethode auf die Bewertung und das Risikomanagement von langlaufenden Versicherungsverträgen in der Eurozone.

Lösungsvorschlag

(a) Benchmarkreform

i. Viele Verträge am Kapitalmarkt beziehen sich auf Benchmarks. Diese müssen deshalb transparent und vertrauenswürdig sein, andererseits ermöglichen diese Benchmarks erst solche Verträge, d.h. sie tragen zur Produktvielfalt bei.

ii. Laufzeit des Referenzzinssatzes nur ein Tag ("overnight"). Bsp: EONIA, €STR, Gegenbeispiel: EURIBOR Zinssätze, sie haben Laufzeiten 1 Woche sowie 1, 3, 6 und 12 Monate.

iii. Viele Finanzverträge beziehen sich auf EONIA. Sie müssen alle umgeschrieben werden, bevor die Veröffentlichung des EONIA eingestellt wird. Das braucht Zeit.

(b) Konsequenzen der Benchmarkreform für die EIOPA Kurve

i. Auf einem Zinsindex können Swap Verträge konstruiert werden, indem sich das „floating leg" auf den Zinsindex bezieht. Das „fixed leg" ist dann ein konstanter Zinssatz, der Swapsatz, dessen Laufzeit die Swaplaufzeit ist. Auf diese Weise entstehen Swapsätze für alle möglichen Laufzeiten. Aus diesen können Zinsstrukturkurven konstruiert werden, wobei die Swapsätze erst in Zerozinssätze umgerechnet werden sollten.

ii. Die der EIOPA Kurve zugrundeliegenden Marktdaten müssen aus DLT-Märkten kommen, also aus Märkten, die „deep, liquid and transparent" sind. Ob jedoch ein Markt diese Eigenschaft hat, entzieht sich der Einflussmöglichkeit der Aufsicht. Bei einer neuen Instrumentenklasse wie €STR-Swaps kann es lang dauern, bis der entsprechende Markt diese Eigenschaft entwickelt hat.

(c) LTG Maßnahmen im SII 2020 Review

i. Die aktuelle Smith-Wilson-Extrapolation verwendet keinerlei Marktdaten nach dem LLP („last liquid point"). Der LLP für den EUR liegt bei 20 Jahren, obwohl die Swapmärkte auch in längeren Laufzeiten die DLT-Eigenschaft erfüllen. Deshalb wurde von EIOPA eine „marktkonsistentere Methode" gesucht. Das neu vorgeschlagene Verfahren extrapoliert ab dem FSP („first smoothing point") und verwendet unter anderem die aus Marktdaten abgeleitete LLFR („last liquid forward rate"). Dadurch wird die Extrapolationsphase marktkonsistenter. Der FSP ersetzt also den LLP, er liegt ebenso bei 20 Jahren. Im aktuellen Verfahren wird die UFR nach der Konvergenzperiode von 40 Jahren (nach dem LLP) erreicht, im neuen Verfahren fällt diese Periode weg und die UFR wird erst im Grenzübergang (in unendlicher Zeit) erreicht. Die Konvergenzgeschwindigkeit soll jedoch reduziert werden.

ii. Die stabilisierende Wirkung der UFR wird abgeschwächt und der Einfluss der Marktdaten wird gestärkt. Dadurch steigt die Schwankung der Barwerte langlaufender Verträge. Für Unternehmen mit signifikantem langlaufenden Geschäft wird die Volatilität der SII Rückstellungen daher zunehmen. Außerdem führen drei Faktoren zu niedrigeren Zinssätzen in relevanten extrapolierten Bereichen: (i) die aktuellen niedrigen langfristigen Zinsen, (ii) die geringere Konvergenzgeschwindigkeit und (iii) die unendliche Konvergenzperiode.

Aufgabe 11. *Cyber-Risiko, Risikoklassifikation [16 Punkte]*

Die folgenden Ausschnitte aus Zeitungen/Fachzeitschriften beschäftigen sich mit dem Cyber-Risiko:

Wer steckt hinter dem Ransomware-Angriff auf Kaseya – und warum ist dieser so gefährlich?

[…]

Hacker infiltrierten letzte Woche ein in Florida ansässiges IT-Unternehmen und setzten dabei einen Ransomware-Angriff ein. Sie beschlagnahmten Datenbestände und forderten 70 Millionen US-Dollar für deren Rückgabe.

The Guardian, 07.07.2021

Cyber-Attacken auf Atomkraftwerke

Amerikanische Betreiber von Atomkraftwerken sind einem Medienbericht zufolge Ziel von Cyber-Attacken geworden. Handelt es sich um Industriespionage oder um den Versuch, die Atomkraftwerke zu beschädigen?

Frankfurter Allgemeine Zeitung, 07.07.2017

Cybercrime: Führungskräfte geduldig ausspionieren und dann ausnehmen

Über Man-in-the-Middle-Attacken greift die "Florentiner Bankengruppe" gezielt Entscheidungsträger an – ein erfolgreiches Spiel auf Zeit.

iX Magazin, 28.04.2020

Cyberangriffe sollen 2021 gezielter werden

Mehr unbeabsichtigte Bedrohungen durch Insider aufgrund geschwächter organisatorischer Sicherheit

[…]

Die plötzliche Einführung von Remote-Arbeit führte zu Problemen, an die wir vorher noch nicht einmal gedacht hatten. Es sieht so aus, als ob das Arbeiten von zu Hause im Jahr 2021 weiterhin Herausforderungen mit sich bringt.

UK Tech News, 22.01.2021

(a) (8 Punkte) Erstellen Sie mit Hilfe der obigen Texte eine Risikoklassifikation für das Cyber-Risiko. Ihre Klassifikation sollte anhand von vier verschiedenen Merkmalen erfolgen. Definieren Sie Ihre Merkmale kurz!

Hinweis zur Bearbeitung: die Risikoklassifikation des operationellen Risikos gemäß Basel III z.B. kennt im Wesentlichen nur zwei Merkmale: Ursachenkomplexe (mit vier Ausprägungen) und Verlustereigniskategorien (mit sieben Ausprägungen). Ihre Klassifikation soll vier Merkmale haben!

(b) (8 Punkte) Geben Sie für die vier Merkmale Ihrer Risikoklassifikation je zwei mögliche Ausprägungen an. Wo notwendig, definieren Sie die genannten Ausprägungen bitte kurz!

Lösungsvorschlag

(a) Man könnte z.B. die folgenden vier Merkmale zur Klassifikation des Cyber-Risikos nehmen:

- **Motiv**: welche Absicht steckt hinter dem Verlustereignis?
  Hier sollte man mindestens „beabsichtigt" (d.h. Cyber-Kriminalität) und „unbeabsichtigt" unterscheiden. Weitere Unterscheidung s. b).
- **Ursache**: wodurch wurde das Verlustereignis überhaupt erst ermöglicht? Bei Cyber-Attacken könnte hier die verwendete Methode stehen (Beispiele s. b)).
- **Akteur**: wer hat das Verlustereignis durch seine Handlungen herbeigeführt? Bei Cyber-Attacken ist dies der Täter oder die Tätergruppe.
- **Folgen**: welche Folgen hat das Verlustereignis für das Unternehmen?

(b) Für das Merkmal **„Motiv"** z.B. zwei aus …
Unbeabsichtigt, Geld, Erwerb von Daten/Know-How/Technologie, geopolitische Motive, Unzufriedenheit mit politischen oder sozialen Umständen.

Für das Merkmal „**Ursache**" z.B. zwei aus …

Implementierungsfehler IT, Mangelnde IT-Ausstattung (z.B. im Home-Office), Denial-of-Service, Man-in-the-Middle, Ransomware.

Denial-of-Service: Ein Denial-of-Service-Angriff überflutet Systeme, Server oder Netzwerke mit unnützem Datenverkehr, um deren Ressourcen zu erschöpfen. Das angegriffene System ist infolgedessen nicht mehr in der Lage, legitime Anfragen/Aufgaben zu erfüllen.

Man-in-the-Middle: Ein Man-in-the-Middle-Angriff ist eine Art Lauschangriff. Der Angreifer schleicht sich in eine Transaktion zwischen zwei Parteien ein und kann so evtl. sensible Daten filtern und stehlen.

Ransomware: Ransomware ist eine Art von Malware, die die persönlichen Daten des Opfers mit fortgeschrittenen, kryptografischen Verfahren verschlüsselt und damit letztlich unzugänglich macht. Für die Entschlüsselung wird eine Lösegeldzahlung (meist in Kryptowährung) verlangt.

Für das Merkmal „**Akteur**" z.B. zwei aus …
Kriminelle Organisationen, Industriespione, staatliche oder staatlich unterstützte Gruppen, Hacktivisten, Insider, Terroristen.

Für das Merkmal „**Folgen**" z.B. zwei aus …
Verlust von Geld, Verlust von Daten/Know-How/Technologie, Verlust von Zahlungsdaten (Kontodaten, Kreditkarten), Geschäftsunterbrechung, Reputationsschaden, rechtliche Konsequenzen (Verstoß gegen Datenschutzregelungen), Kosten für Beratung/IT (betroffene Systeme/ Netzwerke/Geräte wiederherstellen und sichern).

CERA
Certified Enterprise Risk Actuary

DAV
DEUTSCHE
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Written Examination CERA Module B

Taxonomy and Modelling and Transfer of Risks

pursuant to Examination Regulations 2.0
of the *Deutsche Aktuarvereinigung* e. V.
for the additional qualification as a CERA

Date 29.10.2021

Please Note:

- You may use a calculator and your course notes and teaching materials.
- The examination has a total of 180 marks. The pass mark is 90 marks.
- Please check that your examination paper is complete. It consists of 20 pages.
- Give reasons for your answers. You must show your working out for any questions that involve calculations.
- Between logging in to download the examination questions and uploading your answers you must not contact any other person (with the exception of the support team) about this examination.

Members of the Examinations Committee:

Prof. Dr Hubert Bornhorn, Dr Steve Brüske, Dr Nora Gürtler,
Dr Peter Henseler, Dr Ingo Kraus, Dr Frank Schiller

Question 1. *Liquidity risk [17 marks]*

An insurer has a position of V=50 million units of a particular share and wishes to close this position in two days. On the first day the insurer sells q million units of the share, on the second day 50-q million units (i.e., the remainder). The sales are made on the morning of the day in question. The portfolio (in million units) following the sale on the first day is denoted x.

The insurer wishes to manage the portfolio in such a way that the liquidity-adjusted Value at Risk at a level of 95% is minimised. The insurer is exposed to the following market conditions:

- The (absolute) daily change of the median market price is assumed to to normally distributed.
- The corresponding standard deviation is σ=0.1 EUR. Because of the short duration of the period under observation the corresponding expected value is assumed to be zero.
- The bid-ask spread p of the share (in EUR) is calculated by

  $$p(q) = 0.1 + 0.05 \cdot q.$$

  where q denotes the daily traded number of shares (in million units).

(a) (6 marks) Calculate q_{min} so that the liquidity-adjusted Value at Risk for processing this position is minimised to 95%!

(b) (5 marks) If the insurer is only interested in the costs of the transaction and not in its standard deviation calculate the optimum value of q_{min}?

(c) (6 marks) Compare your results from questions 1 a) and b) above. What do you notice? How can this observation be explained from an economic perspective?

Please Note:

1) $\Phi^{-1}(0.95) \approx 1.6449$. Φ denotes the distribution function of the standard normal distribution.
2) Round q_{min} to one decimal place.

Question 2. *Credit risk [16 marks]*

(a) (4 marks) Briefly explain which of these two fixed-interest bonds in a bond pair represents a higher credit risk:

i. Bond 1 and Bond 2 have the same duration though Bond 1 has a better rating than Bond 2

ii. Bond 3 and Bond 4 have the same rating but Bond 3 has a longer duration than Bond 4

iii. Bond 5 has a better rating and a higher duration than Bond 6.

(b) (6 marks) Your company wants to model the (additive) 1-in 200 year spread-up stresses as follows:

*StressFinalUp = Skalar1 * Skalar2 * StressDraftUp,*

with the following rules applying:

- StressDraftUp varies according to duration and rating between 2% and 30%
- Skalar 1 varies according to duration, rating and bond type (for example Municipal, Emerging Market etc.) between 1 and 1.25
- Skalar 2 varies according to duration, rating and sector (for example Financials, Non-Financials) between 1 and 2.

The additive 1-in 200 year spread-down stresses should be defined as (-1) times the corresponding 1-in 200 year spread-up stresses:

*StressFinalDown = - Skalar1 * Skalar2 * StressDraftUp.*

Describe with a brief explanation and a simple calculation what is **particularly concerning** about the above methodology.

(c) (6 marks) Your company is discussing which bonds should represent higher or lower credit risks in the context of a 40-year model projection.

Briefly explain which of these two bonds in a bond pair represents a higher credit risk:

i. Bond A is a risk-free bond from a Eurozone country with a residual maturity of 15 years. Bond B is a corporate bond with an excellent

rating (AAA) issued by a EuroStoxx company headquartered in the same Eurozone country, also with a residual maturity of 15 years.

ii. Bond C is a corporate bond with an A rating and a residual maturity of 20 year, issued by an American fracking company. Bond D is also a corporate bond with an A rating and a residual maturity of 20 years issued by an American software company.

Question 3. *Underwriting Life [17 marks]*

A life insurance company has a portfolio of term insurance policies (in this question the gender of the insured persons is immaterial):

1. 1000 one-year term policies as part of consumer credit agreements that have had minimal underwriting. The insured persons are all aged 40 and the sum insured in each case is €1000.

2. 10 term policies with comprehensive underwriting that have a remaining term of 3 years. Here, too, the insured persons are all aged 40 but the sum insured in each case is €100,000.

The customers pay a risk premium of 120% of the Best Estimate. No reserve is created. Any profit will be retained wholly by the company.

The following parameters will be helpful for answering this question:

- Parameters from the Standard Formula: 15% for death, 0.15% für catastrophe, 25% correlation between death and catastrophe

- Best Estimate mortality by age: 40 with 0.20%, 41 with 0.22%, 42 with 0.25%

- A discount factor of 1 is constantly assumed.

The company wants to calculate the underwriting risks for its portfolio using the Standard Formula and is discussing:

(a) (6 marks) Calculate the SCR for the Life Underwriting module and ignore lapse and costs.

(b) (4 marks) Give a general description of mortality risk and the four components of mortality risk that are relevant for producing an internal model.

(c) (7 marks) For all four components from Question 3 (b) above, discuss, with reference to the results from Question 3(a) to what extent the Standard Formula could lead to errors in accepting risks between the two portfolios.

Question 4. *Risk aggregation [16 marks]*

An insurance group consists of three insurance companies. To calculate the SCR in line with Solvency II at single company and Group level a Group simulation model has been certified. One of the insurers is not yet included in the internal model but calculates the SCR using the Standard Formula meaning that the SCR of the Insurance Group is derived from the sum of aggregated SCR contributions of the two insurance companies in the internal model and the Standard Formula SCR of the third insurance company. The investments of all insurance companies (IC) are invested exclusively in Euro-denominated bonds. The table below contains the current SCR results in line with the internal model with the diversified single risks being determined using an Euler allocation.

	IC_1		IC_2		IC_3		Group	
SCR in € mln.	Undiv.	Div.	Undiv.	Div.	Undiv.	Div.	Undiv.	Div.
Market risks (sum)	**1350**	**810**	**300**	**110**	**0**	**0**	**1400**	**850**
Spread risk	450	225	200	120	0	0	600	300
Interest rate risk	900	585	100	-10	0	0	800	550
Default risk	**250**	**125**	**30**	**40**	**0**	**0**	**265**	**140**
U/W risks (sum)	**1200**	**600**	**350**	**200**	**0**	**0**	**1350**	**650**
Operational risk	**150**	**75**	**65**	**35**	**0**	**0**	**180**	**80**
Non-Linearity & diversification	**-1320**	**20**	**-355**	**5**	**0**	**0**	**-1460**	**15**
Standard formula contribution	**0**	**0**	**0**	**0**	**200**	**200**	**200**	**200**
SCR Total	**1630**	**1630**	**390**	**390**	**200**	**200**	**1935**	**1935**

(a) (5 marks) For the purposes of risk aggregation a Gauss copula with corresponding correlation matrix is used. The single correlation parameters cannot be clearly derived from (market) data but are restricted to ranges, e.g., [25%, 50%], from which the ultimate values are selected by means of expert assessment. The Group pursues a prudent approach and has always selected interval thresholds that should result in a higher SCR in order to avoid underestimating the SCR. Why can this approach not be used in a Group model and where could difficulties arise? State one possibility where the prudence principle could nevertheless be implemented.

(b) (4 marks) The Group wishes to include the third insurer (IC_3) in the internal model and, as part of the model change process, carries out an impact assessment. The table below contains the comparison of the SCR results on the same cut-off date before and after the extension of the model. What is the explanation for the change in the Group SCR? Why could the SCR results of the insurers that were already included in the internal model (IC_1 and IC_2) have changed? Give two possible reasons.

	IC_1	IC_2	IC_3	Group
SCR before model extension	1630	390	200	1935
SCR after model extension	1646	382	170	1800

(c) (7 marks) The default risk of IC_2 is dominated by reinsurance treaties and shows an anomaly. The explanation is that the counterparty has a very good rating.

In order to analyse this statement consider the two independent random variables X and Y. X is uniformly distributed to [0.1], Y has a two-point distribution with p(Y=0)=99.6% and p(Y=0.5)=0.4%. Determine the probability densities f_X of X, f_Y of Y and f_{X+Y} of X+Y. Consider that f_{X+Y} is the convolution of f_X and f_Y, i.e.,

$$f_{X+Y}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x-y) * f_Y(y)\, dy.$$

What are the 99.5% quantiles q_X, q_Y and q_{X+Y} of the three distributions?

Now determine the allocated contribution of Y, i.e.,

$$\mathrm{SCR}_{\mathrm{diversified}}(Y) = \iint_{-\infty}^{\infty} y * f_X(x) * f_Y(y) * \delta(q_{X+Y} - x - y)\, dy\, dx.$$

Explain the above statement about the default risk of IC_2 on the basis of these results.

In the course of convergence analyses using different Monte Carlo random tests on the internal model, it is observed that the allocated contribution of the default risk of IC_2 shows very high changes. What could be the reason for this?

Question 5. *Comparative study NLCS / Property / Casualty insurance [16 marks]*

This year EIOPA is launching a further comparative study (Non-Life Underwriting Risk Comparative Study in Internal Models - NLCS) in order to compare underwriting risks in the internal models of non-life insurers on the market.

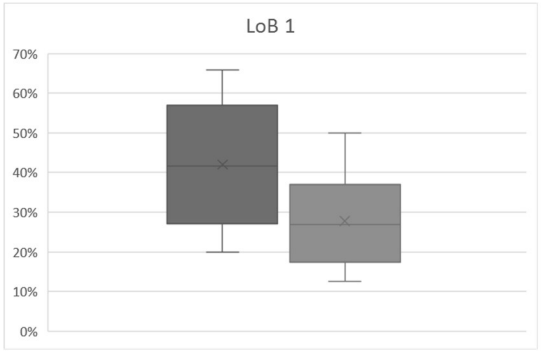
(a) (8 marks) Insurer *Feldafinger Brandkasse* (FFBK) has also been asked to take part in this study. In preparation you have been asked to examine the gross premium risk for Motor Liability for the years 2015 to 2020 in greater detail (see table below). List at least four anomalies relating to this risk during this period and describe what the cause could be in each case.

	2015	2016	2017	2018	2019	2020
earned premiums	94	98	100	102	120	122
total expenses	15	15	16	16	18	18

premium risk regarding	2015	2016	2017	2018	2019	2020
... attritional losses	3	6	6	4	6	6
... large losses	21	25	25	27	30	40
... total losses	23	30	28	28	32	42

values in €m

(b) (8 marks) Now you are working for EIOPA and have been asked to analyse the results of the gross reserving risk for various companies. You have the corresponding risk factors (risk / volumes) for the companies which are represented as box plots for the Solvency II LoBs fire and other property damage and third-party liability and for the ultimate and one-year reserving risk. The box plots show the spread of the companies' reserving risks results. Unfortunately, you no longer know which diagram refers to which LoB and which box plot shows the one-year and which the ultimate reserving risk.



Using the results allocate the LOBs and risk horizon correctly. Give reasons for your allocation.

Additionally, state four possible reasons why the risks of the individual companies may differ from one another.

Question 6. *Comparative study NLCS / Property / Casualty insurance Risk transfer [17 marks]*

Rist transfer is also important for the NLCS.

(a) (9 marks) As the person responsible for FFBK's internal model you have now been tasked with taking a look at the changes to the reinsurance arrangements, particularly concerning its effectiveness over time. Using the table below, determine the capital cost ratio. In this context "gross" means before reinsurance and "net" after reinsurance.

In which year was the risk transfer most effective? What are possible reasons for this?

	2016		2018		2020	
	gross	net	gross	net	gross	net
earned premiums	60	40	64	52	84	65
total expenses	12	10	16	16	20	20
expected loss	45	30	43	34	60	55
SCR	105	70	114	31	317	42

Values in €m

(b) (8 marks) EIOPA has now asked you to examine the impact of reinsurance for four different companies using the results of the internal model. You know that each company has precisely one obligatory reinsurance treaty so that there are no hybrid treaties. For each company (Comp 1 to Comp 4) name the reinsurance treaty and explain how you have reached your conclusion.

	Comp 1		Comp 2		Comp 3		Comp 4	
	gross	net	gross	net	gross	net	gross	net
Earned premiums	1200	830	480	320	750	520	395	245
Premium risk regarding								
… attritional losses	50	50	60	40	100	100	50	25
… large losses	400	400	90	60	250	50	50	25
… nat cat losses	600	200	150	100	150	150	150	75
… total losses	900	500	300	200	400	250	200	100

Values in €m

Question 7: *Guaranteed Products and Hedging [16 marks]*

Note: Any formulae or tables of values that you may need for your calculations can be found at the end of this question.

In the past you have sold a variable annuity product that still has a time to maturity of 5 years. The guaranteed sum over all contracts is €500,000,000. 00. The market value of the index investment underlying the product is €600,000,000. At the end of the term the policyholder receives the maximum from the index value and the guaranteed sum. Your entire portfolio is to be delta neutral hedged using marketable options. If one considers the liabilities as a combination of short underlying plus a short put, the characteristics of the hedging of your liabilities portfolio (short put) are:

Delta: 1,770,000

Gamma: - 48,000

Vega: - 3,500,000

The theoretical market value of the guarantee is approx. €14,000,000.00

Your assets portfolio currently consists of €600,000,000 index investment and €40,000.000.00 cash. Your investment manager offers you the two portfolios to hedge. The instruments are marketable and can both be scaled up and down arbitrarily.

	Term in Years	Delta	Gamma	Vega	Price
PF 1	2.5	- 540,000.00	49,000.00	1,800,000.00	5,400,000.00
PF 2	2.0	- 430,000.00	46,000.00	1,400,000.00	3,600,000.00

The risk-free interest can be ignored in the calculation at all times (zero interest assumption)

(a) (2 marks) What type of capital market instrument is PF 1? Give reasons for your answer.

(b) (6 marks) Essentially, you have been instructed to adopt a delta and gamma-neutral position for the entire portfolio. The current volatility on the market for the index is low at 12%. Which of the two portfolios do you choose if you expect rising volatility? Give reasons for your answer using a rough calculation.

(c) (2 marks) How would the answer to (b) change if only a complete delta hedge were required?

(d) (1 marks) The investor now offers you the option, for both portfolios, (also partially) to buy and also adopt a short position. Under what condition is it possible to position the entire portfolio completely delta, gamma and vega-neutral?

(e) (3 marks) You have decided to buy 100% of PF 1. The remaining gamma exposure has been assumed to be not material. The remaining delta has been hedged using appropriate forward transactions. The following day the index drops from 120 to 110, with the implicit volatility remaining the same. Your market value loss on the entire portfolio is around €10,000. Explain why your hedge was not sufficient to avoid a loss. Would you have had additional hedging options?

(f) (2 marks) Your board considers the above product to be too risky and has found a legal way of limiting the payout to the policyholder at the end of the term to a maximum index level of 130. How would the composition of the liabilities portfolio change as a result?

Formulae for Question 7

Price of the underlying: S

Strike price: X

Time to expiry date: T

Risk free interest: r

Implicit volatility: σ

Price of a Call: $c = SN(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$

Price of a Put: $p = -SN(-d_1) + Xe^{-rT}N(-d_2)$

Delta of a Call: $\Delta_c = N(d_1)$

Delta of a Put: $\Delta_p = N(d_1) - 1$

Gamma: $\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}}$

Vega: $Vega = S\sqrt{T}N'(d_1)$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Adjustment for Hedging in discrete time: $\hat{\sigma} = \sigma\left(1 + \frac{\Delta t}{2\sigma^2}(\mu - r)(r - \mu - \sigma^2)\right)$

Hedge error: $\sigma_{Err} \approx \sqrt{\frac{\pi}{4}} Sn(d_1)\sqrt{T}\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\pi}{4}} Vega\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

n = number of equidistant hedge dates

$\pi \approx 3.14$

Price Table for Puts with 10% Volatility and 0% Interest

	Time to maturity								
Asset price	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00
150.00	**0.0001**	**0.0018**	**0.0105**	**0.0317**	**0.0686**	**0.1224**	**0.1925**	**0.2776**	**0.3763**
145.00	**0.0003**	**0.0050**	**0.0228**	**0.0600**	**0.1186**	**0.1978**	**0.2957**	**0.4098**	**0.5378**
140.00	**0.0012**	**0.0131**	**0.0484**	**0.1117**	**0.2021**	**0.3161**	**0.4500**	**0.6002**	**0.7636**
135.00	**0.0044**	**0.0332**	**0.0998**	**0.2036**	**0.3388**	**0.4987**	**0.6778**	**0.8714**	**1.0761**
130.00	**0.0155**	**0.0802**	**0.1997**	**0.3629**	**0.5580**	**0.7756**	**1.0089**	**1.2529**	**1.5041**
125.00	**0.0499**	**0.1847**	**0.3864**	**0.6309**	**0.9014**	**1.1875**	**1.4824**	**1.7818**	**2.0828**
120.00	**0.1473**	**0.4029**	**0.7204**	**1.0667**	**1.4252**	**1.7869**	**2.1473**	**2.5038**	**2.8549**
115.00	**0.3949**	**0.8293**	**1.2900**	**1.7503**	**2.2008**	**2.6383**	**3.0619**	**3.4721**	**3.8693**
110.00	**0.9539**	**1.6025**	**2.2112**	**2.7797**	**3.3129**	**3.8156**	**4.2920**	**4.7457**	**5.1794**
105.00	**2.0640**	**2.8964**	**3.6180**	**4.2632**	**4.8518**	**5.3965**	**5.9056**	**6.3853**	**6.8400**
100.00	**3.9878**	**4.8830**	**5.6372**	**6.3013**	**6.9013**	**7.4527**	**7.9656**	**8.4470**	**8.9021**
95.00	**6.8881**	**7.6718**	**8.3532**	**8.9635**	**9.5208**	**10.0369**	**10.5195**	**10.9745**	**11.4059**
90.00	**10.7124**	**11.2529**	**11.7725**	**12.2640**	**12.7288**	**13.1696**	**13.5891**	**13.9898**	**14.3739**
85.00	**15.2017**	**15.4847**	**15.8097**	**16.1491**	**16.4908**	**16.8290**	**17.1613**	**17.4865**	**17.8041**
80.00	**20.0399**	**20.1477**	**20.3091**	**20.5047**	**20.7211**	**20.9500**	**21.1859**	**21.4254**	**21.6663**
75.00	**25.0051**	**25.0336**	**25.0946**	**25.1857**	**25.3007**	**25.4341**	**25.5812**	**25.7385**	**25.9033**
70.00	**30.0004**	**30.0053**	**30.0221**	**30.0549**	**30.1045**	**30.1695**	**30.2481**	**30.3382**	**30.4378**
65.00	**35.0000**	**35.0005**	**35.0037**	**35.0124**	**35.0290**	**35.0546**	**35.0894**	**35.1331**	**35.1851**
60.00	**40.0000**	**40.0000**	**40.0004**	**40.0020**	**40.0061**	**40.0138**	**40.0261**	**40.0434**	**40.0660**
55.00	**45.0000**	**45.0000**	**45.0000**	**45.0002**	**45.0009**	**45.0026**	**45.0059**	**45.0112**	**45.0191**
50.00	**50.0000**	**50.0000**	**50.0000**	**50.0000**	**50.0001**	**50.0003**	**50.0009**	**50.0021**	**50.0042**

Price Table for Calls with 10% Volatility and 0% Interest

	Time to maturity								
Asset price	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00
150.00	**50.0001**	**50.0018**	**50.0105**	**50.0317**	**50.0686**	**50.1224**	**50.1925**	**50.2776**	**50.3763**
145.00	**45.0003**	**45.0050**	**45.0228**	**45.0600**	**45.1186**	**45.1978**	**45.2957**	**45.4098**	**45.5378**
140.00	**40.0012**	**40.0131**	**40.0484**	**40.1117**	**40.2021**	**40.3161**	**40.4500**	**40.6002**	**40.7636**
135.00	**35.0044**	**35.0332**	**35.0998**	**35.2036**	**35.3388**	**35.4987**	**35.6778**	**35.8714**	**36.0761**
130.00	**30.0155**	**30.0802**	**30.1997**	**30.3629**	**30.5580**	**30.7756**	**31.0089**	**31.2529**	**31.5041**
125.00	**25.0499**	**25.1847**	**25.3864**	**25.6309**	**25.9014**	**26.1875**	**26.4824**	**26.7818**	**27.0828**
120.00	**20.1473**	**20.4029**	**20.7204**	**21.0667**	**21.4252**	**21.7869**	**22.1473**	**22.5038**	**22.8549**
115.00	**15.3949**	**15.8293**	**16.2900**	**16.7503**	**17.2008**	**17.6383**	**18.0619**	**18.4721**	**18.8693**
110.00	**10.9539**	**11.6025**	**12.2112**	**12.7797**	**13.3129**	**13.8156**	**14.2920**	**14.7457**	**15.1794**
105.00	**7.0640**	**7.8964**	**8.6180**	**9.2632**	**9.8518**	**10.3965**	**10.9056**	**11.3853**	**11.8400**
100.00	**3.9878**	**4.8830**	**5.6372**	**6.3013**	**6.9013**	**7.4527**	**7.9656**	**8.4470**	**8.9021**
95.00	**1.8881**	**2.6718**	**3.3532**	**3.9635**	**4.5208**	**5.0369**	**5.5195**	**5.9745**	**6.4059**
90.00	**0.7124**	**1.2529**	**1.7725**	**2.2640**	**2.7288**	**3.1696**	**3.5891**	**3.9898**	**4.3739**
85.00	**0.2017**	**0.4847**	**0.8097**	**1.1491**	**1.4908**	**1.8290**	**2.1613**	**2.4865**	**2.8041**
80.00	**0.0399**	**0.1477**	**0.3091**	**0.5047**	**0.7211**	**0.9500**	**1.1859**	**1.4254**	**1.6663**
75.00	**0.0051**	**0.0336**	**0.0946**	**0.1857**	**0.3007**	**0.4341**	**0.5812**	**0.7385**	**0.9033**
70.00	**0.0004**	**0.0053**	**0.0221**	**0.0549**	**0.1045**	**0.1695**	**0.2481**	**0.3382**	**0.4378**
65.00	**0.0000**	**0.0005**	**0.0037**	**0.0124**	**0.0290**	**0.0546**	**0.0894**	**0.1331**	**0.1851**
60.00	**0.0000**	**0.0000**	**0.0004**	**0.0020**	**0.0061**	**0.0138**	**0.0261**	**0.0434**	**0.0660**
55.00	**0.0000**	**0.0000**	**0.0000**	**0.0002**	**0.0009**	**0.0026**	**0.0059**	**0.0112**	**0.0191**
50.00	**0.0000**	**0.0000**	**0.0000**	**0.0000**	**0.0001**	**0.0003**	**0.0009**	**0.0021**	**0.0042**

Question 8. *Reinsurance and Securitisation [16 marks]*

The CRO of a life insurance company is considering, for various risk transfer solutions, whether under Solvency II they could be useful for the company's portfolio of term life policies with long residual terms. Assess whether the following statements are correct, give detailed reasons for your assessment and, in each case, give an example or a counterexample:

(a) (6 marks) The transfer of mortality risks to the capital market via a mortality bond always results in capital relief.

(b) (5 marks) Non-cash financing is not useful for transferring risk in this case.

(c) (5 marks) In this situation, an unstructured quota share is essentially suitable for transferring risks under Solvency II.

Question 9. *Traditional Life Insurance Business [16 marks]*

A life insurer invests the single premiums of its policyholders in conventional fixed-interest risk-free investments, which it can freely select, and pays the available capital out at the end of the policy term. There is neither a guaranteed maturity value nor any form of surplus sharing. However, at the end of the first, second and third policy year (and only then), it guarantees a minimum surrender value equal to the single premium irrespective of the value of the capital saved.

For the sake of simplicity, let us assume in the following that there is only one policyholder who has just invested a single premium of €600. Costs and cover for biometric risks can be ignored. The policy term is 10 years.

The life insurer invests the single premium as follows:

- 3-year risk-free standard bond with a 1% coupon and a nominal value of 100
- 5-year risk-free standard bond with a 1% coupon and a nominal value of 200
- 10-year risk-free standard bond with a 1% coupon and a nominal value of 300

The risk-free yield curve is flat at 1%.

(a) (3 marks) To what risk is the insurer primarily exposed and which capital market scenario will hurt it?

(b) (9 marks) Which financial instruments could the insurer purchase in order to protect itself against / mitigate this risk?

(c) (2 marks) How could the product have been modified in order to limit this risk?

(d) (2 marks) The policyholder could behave rationally or irrationally in the sense of financial market theory. Using the critical scenario identified in Question 9 (a) above, describe what form "irrational behaviour" could take. What impact would assumed irrational behaviour have on the risk mitigation strategy in Question 3 (b)?

Question 10. *Interest Rate Risk [17 marks]*

(a) (6 marks) Benchmark reform

i. Explain the importance of benchmarks for the capital market.

ii. What is meant by an overnight interest index? List some concrete overnight indices and some that are not overnight indices.

iii. Why does EONIA rate continue to be published despite the fact that, since the end of 2019, the EONIA rate has been fixed at EONIA = €STR + 8,5bp?

(b) (5 marks) Consequences of benchmark reform for the EIOPA curve

i. Describe how a yield curve is constructed from an overnight interest index.

ii. What is the greatest challenge for the planned transition of the EIOPA curve to the €STR swap curve?

(c) (6 marks) LTG measures in the SII 2020 review

i. Describe the rationale behind and the content of the proposed changes to the extrapolation method. Make particular reference to LLP, FSP and LLFR.

ii. Discuss the potential impact of the new extrapolation method on the valuation and risk management of long-tailed insurance contracts in the Eurozone.

Question 11. *Cyber-Risk, Taxonomy of Risks [16 marks]*

The following extracts from newspapers / specialist journals deal with cyber-risk:

> **Who's behind the Kaseya ransomware attack– and why is it so dangerous?**
>
> […]
>
> Hackers last week infiltrated a Florida-based information technology firm and deployed a ransomware attack, seizing troves of data and demanding $70m in payment for its return.
>
> The Guardian, 07.07.2021

> **Cyber attacks on nuclear power stations**
>
> Media are reporting that American operators of nuclear power stations have been the targets of cyber attacks. Is it industrial espionage or an attempt to damage the nuclear power stations?
>
> *Frankfurter Allgemeine Zeitung*, 07.07.2017

> **Cyber crime: Patiently spy on executives and then hit them where it hurts**
>
> Using Man-in-the-Middle attacks the Florentine Banker Group targets decision-makers -- a successful long-term game.
>
> iX Magazine, 28.04.2020

> **Cyber attacks set to become more targeted in 2021**
>
> *More Unintentional Insider Threats Due to Weakened Organisational Security*
>
> […]
>
> *The sudden introduction of remote work generated issues that we hadn't even thought about before. It looks like in 2021, working from home will continue to create challenges.*

UK Tech News, 22.01.2021

(a) (8 marks) Using the above texts create a risk taxonomy for cyber risk. Your taxonomy should use four different characteristics. Briefly define the characteristics you select!

Note: the risk taxonomy of operational risk under Basel III, for example, only recognises two characteristics*: classification according to sources (with four broad sub-categories) and loss events (with seven broad sub-categories). Your taxonomy should have four* characteristics*!*

(b) (8 marks) For the four characteristics in your risk taxonomy, state two possible categories. Where necessary, briefly define the categories.

CERA
Certified Enterprise Risk Actuary

DAV
DEUTSCHE
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Written Examination CERA Module B

Taxonomy and Modelling and Transfer of Risks

pursuant to Examination Regulations 2.0
of the *Deutsche Aktuarvereinigung* e. V.
for the additional qualification as a CERA

Date 29.10.2021

Model Answers

Please Note:

- You may use a calculator and your course notes and teaching materials.
- The examination has a total of 176 marks. The pass mark is 88 marks.
- Please check that your examination paper is complete. It consists of 18 pages.
- Give reasons for your answers. You must show your working out for any questions that involve calculations.
- Between logging in to download the examination questions and uploading your answers you must not contact any other person (with the exception of the support team) about this examination.

Members of the Examinations Committee:

Prof. Dr Hubert Bornhorn, Dr Steve Brüske, Dr Nora Gürtler,
Dr Peter Henseler, Dr Ingo Kraus, Dr Frank Schiller

Question 1. *Liquidity risk [16 marks]*

Model Answer

As stated in the lecture notes, the liquidity-adjusted Value at Risk α is

$$\text{liquiditätsangepasster } VaR_\alpha = VaR_\alpha + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} q_i \cdot p(q_i)$$

$$= \mu_{mid} + \sigma_{mid}\, \Phi^{-1}(\alpha) + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} q_i \cdot p(q_i) = \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma^2 \cdot x_i^2} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} q_i \cdot p(q_i)$$

The following notations apply:

- n is the duration of the settlement period in days.
- q_i is the number of units that are traded on the i-th day (in the morning) ($1 \le i \le n$).
- $x_i = x_{i-1} - q_i$ the size of the position after trading on the i-th day ($1 \le i \le n$). Note that $x_0 = V$ is the initial size of the position.
- μ_{mid} is the expected value of the loss of the position at the median market price (=0 because of the assumptions).
- σ_{mid} is the standard variation of the loss of the position at the median market price.

(a) In the situation described in the question, this is reduced to

$$x = x_1 = V - q_1 = 50 - q$$
$$x_2 = 0$$

and the liquidity-adjusted Value at Risk 95% is thus reduced to

$$\Phi^{-1}(0{,}95) \cdot \sigma \cdot x + \frac{1}{2}(50 - x) \cdot p(50 - x) + \frac{1}{2} x \cdot p(x)$$
$$\approx 1{,}6449 \cdot 0{,}1 \cdot x + \frac{1}{2}(50 - x) \cdot \{0{,}1 + 0{,}05 \cdot (50 - x)\} + \frac{1}{2} x \cdot \{0{,}1 + 0{,}05 \cdot x\}$$
$$= 65 - 2{,}33551 \cdot x + 0{,}05 \cdot x^2$$

Derived and set at zero x_{min}=23.4 million units and thus q_{min}=26.6 million units.

(b) Using the assumptions in the question

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}(50-x)\cdot p(50-x)+\frac{1}{2}x\cdot p(x)\\&=\frac{1}{2}(50-x)\cdot\{0{,}1+0{,}05\cdot(50-x)\}+\frac{1}{2}x\cdot\{0{,}1+0{,}05\cdot x\}\\&=65-2{,}5\cdot x+0{,}05\cdot x^2\end{aligned}$$

must now be minimised. We arrive at x_{min}=25 million units and thus q_{min}=25 million units.

(c) Note: In Question 1 a) the optimum value q_{min} is greater than 1/2·V = 25 million In Question 1 b) q_{min} = 1/2·V = 25 million is optimum.

Explanation: If one considers an adverse market movement when optimising the risk (via the standard deviation σ_{mid}), then the risk of such a movement is higher the longer one holds parts of the position. Thus in Question 1 a), the optimum action is to dispose of more than half of the portfolio on the first day.
In Question 1 b), the risk of an adverse movement in the market while the portfolio is being settled is negligible. In this case, it is only important that the number of units in both trades does not become too large since this would otherwise lead to unfavourable bid-ask spreads. This leads to a 50% split of the initial portfolio on both days.

Question 2. *Credit risk [16 marks]*

Model Answer:

(a) (4 marks)

i. Bond 2 has a higher credit risk because it has a worse rating.

ii. Bond 3 has a higher credit risk because it has a longer duration ("more can happen until maturity").

iii. This is impossible to decide: Bond 5's better rating implies a lower credit risk, a longer duration implies a higher credit risk.

(b) (6 marks) According to the question a 1-in-200 year - spread-up-stress – before scaling - can be up to 30%. The highest possible values should

therefore be applicable to bonds with a lower quality (creditworthiness). After scaling, this stress can be up to 30% x 1.25 x 2 = 75%.

A spread-up stress of this magnitude would be very extreme -- even for lower quality bonds. The greatest problem though is the **definition of the 1-in-200 year – spread-down stress** as (-1) x 1-in-200 year spread-Up stress = -75%. This problem can be explained using a simple stylised example:

- Assume that the risk-free yield curve is flat at 0% for simplicity's sake
- Consider a simple CCC corporate bond with a 5% coupon and three years to maturity that will pay out 5 GEs after one year, 5 GEs after two years and 105 GEs after three years.
- The market value of this bond under the 1-in-200 year – spread-down stress is:

  5 / (1 + 0 – 0.75)^1 + 5 / (1 + 0 – 0.75)^2 + 105 / (1 + 0 – 0.75)^3 = 6820 GEs.

  This "explosion in the market value " makes absolutely no economic sense for a bond with a nominal of 100 GEs.

(c) (6 marks)

i. Bond A is classified as risk-free and thus has no credit risk exposure -- at least in the model. Bond B, on the other hand, ***does*** have credit risk exposure – consider that the very good AAA-rating could certainly worsen over the course of the projection.

ii. The indicators for bond C and bond D stated in the question are identical. However, the viability of the business model of the fracking company over the next 20 years may not be clear – especially from an environmental sustainability point of view. Therefore the credit risk of bond C seems higher.

Question 3. *Underwriting Life [16 marks]*

Model Answer

(a) Death component (multi-year scenario with relative stress of 15% deviation from Best Estimate): Number * sum insured * Best Estimate * 15%

Portfolio 1: 1,000 * €1,000 * 0.2% * 15% = €300

Portfolio 2: 10 * €100,000 * 0.2% * 15% +
+ 10*(1-0.2%*1.15%) * €100,000 * 0.22% * 15% +
+ 10*(1-0.2%*1.15%)*(1-0.22%*1.15%) * €100,000 *
* 0.25% * 15% = €1,004.97

Catastrophe component (one-year scenario with additive stress of 0.15%): Number * sum insured * 0.15%

Portfolio 1: 1,000 * €1,000 * 0.15% = €1,500

Portfolio 2: 10 * €100,000 * 0.15% = €1,500

Aggregation using correlation matrix with correlation coefficient 25%:

$SCR_{Leben} = (1{,}304.97^2 + 3{,}000^2 + 2*0.25*1{,}305*3{,}000)^{1/2}€ = €3{,}558.15$

(b) Mortality risk: Policies pay out sums upon death that are higher than available technical reserves.

Random fluctuations: People die at random points in time and differently to expectations, which leads to changed payouts.

Catastrophe: Extreme events such as, for example, pandemics, terror, natural catastrophes or accidents mean that many more people die than expected in the calculations.

Error: The mortality table used to calculate the premiums assumes a lower mortality than actually occurs.

Change or trend: The mortality increases more significantly or decreases less significantly than assumed in the calculation.

(c) Random fluctuations (2 marks): Portfolio 2 is much smaller and has higher sums insured than portfolio 1. Thus, in this component it is much riskier. The higher SCR in the standard formula for portfolio 2 only comes from the longer term, however. Relative to portfolio 1, portfolio 2 is categorised as too low risk.

Catastrophe (1 mark): Both portfolios have the same SCR since both have the same exposure. Because the portfolios are both old, this assessment may be appropriate. However, this does not consider whether the people would have different risk profiles due to other factors (social status, job-related exposure etc.).

Error (2 marks): Difficult to decide based on the information given since, while portfolio 1 can be given a worse assessment due to the inadequate underwriting, meaning a greater error risk, portfolio 2, with a smaller portfolio, has worse data for the purposes of deriving a Best Estimate. The valuation of the longer term for portfolio 2 is modelled logically and will not lead to any mismanagement.

Change or trend (2 marks): There is no change risk for portfolio 1; portfolio 2 is still insured for 2 further years with the same conditions. Thus, portfolio 2 is obviously riskier, something which is also implicitly considered by the error loading. Especially given the short policy term, the constant 15% for all three years may be appropriate for the error and change risk from an overall risk view.

Question 4. *Risk aggregation [16 marks]*

Model Answer

(a) Because the Group simulation model uses the same copula for all insurance companies the principle can only be strictly applied if the parameters selected for all insurance companies result in a higher SCR. In the case of risks that have a different impact on the insurance companies this will not work. Particular attention must be paid to interest rate risk in this case. The Group SCR table shows that the interest rate risks of VU_1 and VU_2 impact in opposite ways, i.e., one company is exposed to a risk of rising interest rates and the other to a risk of falling interest rates. For one of the two companies, the interest correlation in this approach has not been selected carefully enough. This also explains the negative, diversified interest contribution in the case of VU_2. If one wanted to apply the principle strictly for all insurance companies then the individual results of VU_2 would have to be calculated with a correlation matrix that differs from the Group calibration.

(b) The following effects could be responsible for the change to the SCR results of VU_1 and VU_2: *(two reasons are sufficient)*

a. Risk calibrations may have changed if these were based on the entire portfolio represented in the model.

b. The correlation matrix had to be extended to include further risk factors. Due to PSD corrections, this could have already changed the correlation parameters that were already in place.

c. The new calculation is based on a new Monte Carlo simulation. This results in statistical fluctuations for all companies.

The Group SCR changes much more significantly than the SCRs of the insurance companies. Therefore, there must be additional effects: on the one hand, the SCR of VU_3 falls because of its inclusion in the internal model and thus, in addition, probably makes a less significant contribution to the Group SCR. On the other hand, the Group diversification increases since the standard formula result of VU_3 has hitherto been included -- undiversified -- in the Group SCR.

(c) X is equally distributed to [0.1]. Therefore the quantile is 0.995. The corresponding density is

$$f_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x \le 1 \\ 0, sonst \end{cases}$$

Y assumes with 99.6% probability the value 0, and with 0.4% the value 0.5. Therefore the quantile is 0. The density is

$$f_Y(x) = 99.6\% * \delta(x) + 0.4\% * \delta(x - 0.5)$$

The density of the sum X+Y turns out to be a convolution of the two individual densities

$$f_{X+Y}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x-y) * f_Y(y)\, dy = 99.6\% * f_X(x) + 0.4\% * f_X(x - 0.5)$$

$$= \begin{cases} 0.996, & 0 \le x \le 0.5 \\ 1, & 0.5 \le x \le 1 \\ 0.004, & 1 \le x \le 1.5 \\ 0, sonst \end{cases}$$

The quantile is

$$0.995 = 0.996 * 0.5 + (q - 0.5) * 1 \Rightarrow q = 0.997$$

Y shifts a part of the original probability distribution to higher values / losses and, by doing so, increases the quantile although the probability of occurrence of Y is lower than 0.5%. The allocated contribution follows in accordance with the formula given and corresponds in this case to the increase in the total risk by Y:

$$\mathrm{SCR}_{\text{diversifiziert}}(Y) = \iint_{-\infty}^{\infty} y * f_X(x) * f_Y(y) * \delta(0.997 - x - y)\, dx\, dy$$

$$= \int_0^1 (0.997 - x) * f_Y(0.997 - x)\, dx$$

$$= \int_0^1 (0.997 - x) * (0.996 * \delta(0.997 - x) + 0.004 * \delta(0.497 - x))\, dx$$

$$= 0.5 * 0.004 = 0.002$$

In the question, it was assumed that the counterparty had a very good rating. If this results in a probability of default of less than 0.5%, this corresponds qualitatively to the observed two-point distribution Y. In this case, X describes the remaining total loss distribution. Depending on the probability of default, the loss amount and the dependency structure of the single risks, the allocated contribution may exceed the VaR of the single risk, i.e., the undiversified risk.

With numerical Euler allocation, most paths will not show high defaults in the relevant interval and, because of the low probability of default, only few defaults will occur; this means that averaging will be subject to relatively significant fluctuations and that the allocated SCR will, numerically, converge only slowly.

Question 5. *Comparative study NLCS / Property / Casualty insurance [16 marks]*

Model Answer

(a) Possible changes are (*two marks for each*):

- Disproportionate increase in the risk compared to the premium from 2015 to 2016

  Possible reason: reduced premium per exposure

- Decline from 2016 to 2017 despite increased premium

Possible reason: Decline in diversification due to lower dependency between basic and large losses

- Increase in risk from large losses, decline in risk from basic losses and total risk remains the same from 2017 to 2018

  Possible reason: Reduction in large-losses threshold

- Increase of more than 10% from 2018 to 2019

  Possible reason: Premium increase makes considerable exposure to growth likely – risk factor remains the same

- Strong increase of almost 1/3 from 2019 to 2020

  Possible reason: New maximum historical losses lead to a riskier distribution of loss amounts

(b) The box plots are allocated as follows (*2 marks for each*):

- Dark box plot: ultimate risk; light box plot: one-year risk

  Reason: The ultimate risk describes the insecurity of the reserve for the entire run-off. The one-year risk describes the volatility for the following year. As a result, the one-year risk is usually lower than the ultimate risk, which can be seen in the box plot.

- LoB1: "Third-party liability"; LoB2: "Fire and other property damage"

  Reason: Settlement of the claims in the LoB "Fire and other property damage" is much shorter than for claims in the LoB "Third-party liability". Therefore, the difference between ultimate and one-year risk is smaller here.

Possible reasons for the differences between the companies are (*one mark for each*):

- Retail business rather than industrial business

- Special insurance, e.g., medical or pharma risks

- Business has been in run-off for a longer time and thus has "only" older accident years

- Business has reserves in the latest accident years (low diversification)
- One company has more exposure to natural catastrophe than another (greater insecurity in settlements in the first period)
- Methodology used by reserving actuaries and the representation of reserves in the internal model may be different

Question 6. *Comparative study NLCS / Property / Casualty insurance Risk transfer [16 marks]*

Model Answer

(a) The capital cost ratio is calculated as follows in the individual years (*2 marks per column*):

	2016	2018	2020
SCR relief	35	83	275
Cost of R/I	3	3	14
Capital cost ratio	8,6%	3,6%	5,1%

The reinsurance taken out in 2018 seems to be the most effective because it has the lowest capital cost ratio. (1 mark)

The 2016 reinsurance treaty seems to be a quota share treaty which, because of its structure, has the highest capital cost ratio. The two other reinsurance treaties are very probably excess of loss treaties. It is striking that, despite the considerable SCR reduction in 2020, the effectiveness is lower compared to 2018. It appears that new peak risks / exposures have been added, which have made the contract more expensive. (1 mark)

(b) The following explanation is possible:

- It is highly likely that Company 1 has taken out a per-event excess of loss reinsurance treaty for natural catastrophe losses as only the risk for this loss type is reduced.
- It is highly likely that Company 2 has taken out a quota share reinsurance treaty. In this case, one can see that all risks have reduced proportionate to the premium.

- It is highly likely that Company 3 has taken out a per-risk excess of loss reinsurance treaty. Only the large losses show a risk reduction.

- Company 4 appears to have taken out a stop loss reinsurance treaty since all classes of loss show reduced risks but not proportionate to the premium.

Question 7: *Guaranteed Products and Hedging [16 marks]*

Model Answer

(a) (2 marks) It is a put. Negative delta with a positive gamma and vega.

(b) (6 marks) The stipulation of gamma neutrality produces the following scaled vegas for PF1 and PF2 (delta neutrality can be managed by means of the underlying):

PF 1 is purchased at about 99% (97,000/98,000). The vega is about 3,500,000.

PF 2 is purchased at about 104% (97,000/93,000). 2,800,000.

Total vega for PF 1: 3,500,000 – 6,965,000 ≈ -3,465,000.

Total vega for PF 2: 2,800,000 – 6,965,000 ≈ -4,165,000.

In the event of a delta hedge with PF1 in an environment with rising volatility one could expect a lower vega loss than with PF2. This means that PF 1 would be preferable.

(c) (2 marks) Here no clear preference can be stated because of the requirement of delta neutrality. Theoretically, with both portfolios it would be possible to reduce the vega risk to zero and subsequently delta neutrality can be achieved by purchasing or selling the index.

(d) (1 mark) The vega-gamma vectors of both portfolios may not be linearly dependent on one another.

(e) (3 marks) Delta hedging serves as a hedge against minor changes in the market. A fall in prices of just under 8% will not be covered by the delta hedge. The gamma will, in addition, absorb further changes but in the event of changes of this magnitude, higher moments of the hedge would be necessary or, on the other hand, other levers in the composition of the hedge portfolio.

(f) (2 marks) The addition of a maximum profit level of 130 equates to a short call for the policyholder and thus a long call for the insurance company.

Question 8. *Reinsurance and Securitisation [16 marks]*

Model Answer

(a) Incorrect

Reasoning: Firstly, some prices can be very high and secondly, especially in the capital markets, risks are often only transferred via indices and basic risk must be considered appropriately. Moreover, cover is often only for a few years meaning that, effectively, only the catastrophe risk is transferred. Overall, this means that the costs could exceed the benefit by a considerable margin.

Counter-example: In the standard formula only the 15% shock for mortality is mitigated for the brief term of the mortality bond and the 0.15% mortality loading for the catastrophe. If the costs exceed these values then no transfer is logical.

(b) Correct

Reasoning: Non-cash financing is typically structured in such a way that underwriting risks are transferred with only very low probability. Thus the costs often exceed the value of the reduction in the SCR

Example: Using non-cash financing, the SCR Life is hardly reduced. Thus, the risk margin also remains almost unchanged. However, the financing produces costs that affect Own Funds. Overall, this reduces the SCR ratio.

(c) Correct

Reasoning: An unstructured quota is designed precisely so that insurer and reinsurer share the risks in line with the quota.

Example: In the most extreme case of a 100% quota, all risks are transferred entirely to the reinsurer and the risk transfer is allowable completely and without restriction of, for example, basic risks in the standard formula.

Question 9. *Traditional Life Insurance Business [16 marks]*

Model Answer

(a) Lapse risk because of the guaranteed surrender value (SV). Scenario of rising interest rates because then the market value could fall below the surrender value.

(b)

	SV End of Year 1	**SV End of Year 2**	**SV End of Year 3**
Instrument	Payer Swaption	Payer Swaption	
Option Term	1	2	
Swap Term	2	1	
Strike	1%	1%	

Instrument	Payer Swaption	Payer Swaption	Payer Swaption
Option Term	1	2	3
Swap Term	4	3	2
Strike	1%	1%	1%

Instrument	Payer Swaption	Payer Swaption	Payer Swaption
Option Term	1	2	3
Swap Term	9	8	7
Strike	1%	1%	1%

(c) Limit the surrender value to the level of the available capital.

(d) It would be "irrational" not to cancel in the event of rising interest rates. Under the assumption specified, no hedge is required.

Question 10. *Interest Risk [16 marks]*.

Model Answer:

(a) (5 marks) Benchmark reform

i. Many contracts on the capital market use benchmarks as a reference. Therefore these benchmarks have to be transparent and reliable and trustworthy; on the other hand these benchmarks make such products possible at all in the first place, i.e., they contribute to product diversity.

ii. The term of the reference interest rate is only one day (overnight). Examples: EONIA, €STR; Counter-example: EURIBOR interest rates which have terms of 1 week as well as 1, 3, 6 and 12 months.

iii. Many financial contracts have EONIA as a reference. They will all have to be amended before the publication of the EONIA is discontinued. This will take time.

(b) (5 marks) Consequences of benchmark reform for the EIOPA curve

i. On an interest rate index, swap contracts can be constructed by having the "floating leg" refer to the interest rate index. The "fixed leg" is then a constant interest rate, the swap rate whose term is the swap term. In this way, swap rates are produced for all possible terms. Using these rates, yield curves can be constructed though the swap rates should first be converted into zero interest rates.

ii. The market data underlying the EIOPA curve must come from so-called DLT markets, namely from markets that are 'deep, liquid and transparent'. However, supervisory authorities are not able to influence whether or not a market possesses these properties / characteristics. With a new class of financial instrument such as €STR swaps it could take a long time for the appropriate market to develop these properties / characteristics.

(c) (6 marks) LTG measures in the SII 2020 review

i. The current Smith-Wilson extrapolation uses no market data after the LLP (last liquid point). The LLP for the EUR is 20 years although the swap markets, also for longer terms, satisfy the DLT criterion. Therefore, EIOPA has been searching for a more market-consistent method. The newly proposed method extrapolates from the FSP (first smoothing point) and uses, among other things, the LLFR (last liquid forward rate) derived from market data. This makes the extrapolation phase more market consistent. The FSP replaces the LLP; it is also 20 years. In the current method, the UFR (ultimate forward rate) is

reached after the convergence period of 40 years (after the LLP), in the new method this period is no longer used and the UFR is only reached in transition (infinitely). The speed of convergence should, however, be reduced.

ii. The stabilising effect of the UFR is weakened and the influence of market data is strengthened. This means that the present value of long-term contracts fluctuates more. For companies with significant long-tail business, the volatility of SII reserves will therefore increase. Moreover, three factors result in lower interest rates in relevant extrapolated areas (i) the current low long-term interest rates, (ii) the speed of convergence and (iii) the infinite convergence period.

Question 11. *Cyber-Risk, Taxonomy of Risks [16 marks]*

Model Answer

(a) One could, for example, take the following four characteristics to classify cyber risk (*2 marks for each defined characteristic*):

- **Motive**: What is the intention behind the loss event?
  Here one must at least differentiate between "intentional" (i.e., cyber crime) and "unintentional". For further differentiations, see answer to Question 11 (b) below.
- **Cause**: What caused the loss event to occur in the first place? In the case of cyber attacks, the methods used could be mentioned (for examples, see answer to Question 11 (b) below).
- **Perpetrators**: Whose actions caused the loss event to occur? In the case of cyber attacks this means the perpetrator or perpetrators (organisation).
- **Consequences**: What consequences does the loss event have for the company?

(b) For the characteristic "**Motive"**, e.g., two from … (1 mark each) unintentional, financial, acquiring data / know-how / technology, geopolitical motives, dissatisfaction with political or social situation.

For the characteristic "**Cause**", e.g., two from … (1 mark each) Implementation error on the part of IT, lack of IT equipment (e.g., when staff are working from home), Denial of Service, Man-in-the-Middle, ransomware.

Denial-of-Service: A Denial-of-Service attack overwhelms systems, servers or networks with unwanted data traffic in order to tie up their resources. The systems are thus no longer capable of responding to legitimate requests or performing legitimate tasks.

Man-in-the-Middle: A Man-in-the-Middle attack is a kind of eavesdropping attack. The attacker infiltrates a transaction between two parties and is thus able to filter out and steal sensitive data.

Ransomware: Ransomware is a type of malware that encrypts the victim's personal data using sophisticated cryptographic processes, thus rendering it inaccessible. A ransom payment for the restoration of access to the data is then demanded (usually payable in a crypto currency).

For the characteristic "**Perpetrators**", e.g., two from … (1 mark each) criminal organisations, industrial spies, state or state-sponsored groups, so-called 'hacktivists', insiders, terrorists.

For the characteristic "**Consequences**", e.g., two from … (1 mark each): loss of money, loss of data/know-how/technology, loss of payment data (account details, credit card numbers), business interruption, reputational damage, legal consequences (breach of data protection regulations), IT / consulting costs (restoring and making secure affected systems, networks and devices).