Schriftliche Prüfung im CERA-Modul B

Klassifizierung und Modellierung und Transfer von Risiken

gemäß Prüfungsordnung 2.0
der Deutschen Aktuarvereinigung e. V.
zum Erwerb der Zusatzqualifikation CERA

am 12.10.2024

Hinweise:

- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 180 Punkte. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens 90 Punkte erreicht werden.
- Bitte prüfen Sie die Ihnen vorliegende Prüfungsklausur auf Vollständigkeit. Die Klausur besteht aus 15 Seiten.
- Alle Antworten sind zu begründen und bei Rechenaufgaben muss der Lösungsweg ersichtlich sein.

Mitglieder der Prüfungskommission:

Prof. Dr. Hubert Bornhorn, Dr. Steve Brüske, Dr. Peter Henseler,
Dr. Ingo Kraus, Dr. Nils Langenberg, Dr. Michael Leitschkis

Aufgabe 1. *Aktienrisiko [18 Punkte]*

(a) (5 Punkte) Wenden Sie den CPPI-Algorithmus (Constant Proportion Portfolio Insurance) auf das untenstehende Beispiel für den 1. Tag an:

i. Anfangswert des Portfolios: V_0=1.000 €

ii. Portfoliomindestwert (Floor): F=900 €

iii. Multiplikator: m=5

iv. Häufigkeit der Umschichtung: täglich

v. Handelstage pro Jahr: 250

vi. Rendite des risikofreien Investments über das 1. Jahr = 2,5% p.a.

vii. Rendite des riskanten Investments über den 1. Tag r_1=+2%

Insbesondere berechnen Sie dabei bitte den Wert des Portfolios nach dem 1. Tag (in Euro gerundet auf Cent)!

(b) (4 Punkte) Was versteht man im Zusammenhang mit einer CPPI-Strategie unter einer Long-Only-Restriktion, was unter einem Cash-Lock-Risiko?

(c) (3 Punkte) Wozu wird der CPPI-Algorithmus in der Lebensversicherungsbranche verwendet? Nennen und erläutern Sie einen Anwendungsfall!

(d) (6 Punkte) Wie wird sich die Rendite einer Einmalanlage in eine CPPI-Strategie, die diese Einmalanlage garantiert, relativ zum Direktinvestment in das riskante Asset verhalten,

i. bei insgesamt steigenden Märkten,

ii. bei insgesamt fallenden Märkten (Markteinbrüchen),

iii. bei schwankenden Märkten?

Analysieren Sie die einzelnen Fälle und begründen Sie Ihre jeweilige Einschätzung!

Aufgabe 2. *Zins- und Ausfallrisiken [18 Punkte]*

Wir betrachten verschiedene Risikomanagement-Maßnahmen für einen deutschen Lebensversicherer, der die Standardformel für Solvency II – Zwecke verwendet und diskutieren ihre Auswirkungen:

(a) (8 Punkte) Es wird ein Hedging-Programm implementiert, bei dem vor allem Receiver Swaps zum Einsatz kommen.

   i. Bitte benennen Sie die Risikokomponenten, für die sich dadurch das SCR ändern würde und begründen Sie kurz.

   ii. Man betrachte unter den Bedingungen von vorhin das (unrealistische) Szenario, bei dem sich die Zinskurve über Nacht um 400bp parallel nach oben verschiebt. Bitte begründen Sie kurz, welche Liquiditätsrisiken dieses Szenario für den Versicherer birgt.

(b) (4 Punkte) Ihr Chefvolkswirt kann sich unter bestimmten Umständen einen Ausfall der Bundesrepublik vorstellen, und sie überlegen sich eine entsprechende CDS-Absicherung. Bitte argumentieren Sie kurz, welche Banken aus der folgenden Liste für einen solchen Deal (nicht) infrage kommen würden: Deutsche Bank, Morgan Stanley, UBS.

(c) (3 Punkte) Bitte begründen Sie kurz, ob die folgende Aussage stimmt: „Da für die oben erwähnten Derivate mehr als ausreichend hochwertiges Collateral gestellt worden ist, gilt LGD = 0 nach Solvency II".

(d) (3 Punkte) Es gibt offene Forderungen gegenüber dem Versicherungsvertreter Otto Müller, die 88 Tage im Verzug sind. Er meldet sich per SMS und verspricht, sich in zwei Wochen um die Angelegenheit zu kümmern. Bitte begründen Sie kurz, wie sich der SCR in zwei Tagen verändern wird.

Aufgabe 3. *Versicherungstechnik Leben und Kranken [18 Punkte]*

Sie sind bei einem Lebensversicherungsunternehmen beschäftigt, welches innerhalb der Lebensversicherung ein breites Spektrum an Produkten anbietet. In Ihrer Rolle werden Sie gebeten, sich ein wenig mit dem Risiko der Langlebigkeit (Longevity) auseinanderzusetzen, welchem Ihr Arbeitgeber ausgesetzt ist.

(a) (4 Punkte) Beschreiben Sie den Gegenstand des Langlebigkeitsmoduls im SII-Standardmodell innerhalb des Life-Moduls. Gehen Sie darauf ein, welche Produkte allgemein erfasst sind, nennen Sie je ein Beispiel für ein Produkt mit und eines ohne Langlebigkeitsrisiko.

(b) (2 Punkte) Ein Kollege liest Ihre Antwort zu a) und fragt Sie, ob die Berufsunfähigkeitsversicherung nicht auch ein Langlebigkeitsrisiko habe. Schließlich würden doch mehr Rentenleistungen fällig, wenn die Leistungsempfänger ihre Rente länger erhielten. Was antworten Sie ihm?

(c) (3 Punkte) Erläutern Sie eine Situation, in der ein Produkt in einer Bewertung gemäß SII-Standardmodell ein Langlebigkeitsrisiko aufweist, welches jedoch eigentlich ein dominanteres, sich materialisierendes anderes Risiko verstärkt.

(d) (5 Punkte) Beschreiben Sie das Schockszenario im SII-Standardmodell und nehmen Sie kritisch Stellung zu folgender Aussage Ihres Kollegen: „Das Schockszenario passt doch in verschiedener Hinsicht gar nicht zu den Beobachtungen der letzten Jahre.“ Wissen Sie, was er meint, und was antworten Sie ihm?

(e) (4 Punkte) Zuletzt werden Sie gebeten, in der Entwicklung eines internen Modells mitzuarbeiten. Nachdem Sie sich intensiv mit Langlebigkeit befasst haben, ruhen hier auch alle Erwartungen auf Ihnen.

Um sich die Arbeit etwas zu vereinfachen, erinnern Sie sich an Ihr CERA B-/ERM 2-Seminar.

Nennen Sie bitte die vier Komponenten, in welcher dort die versicherungstechnischen Risiken bei den Gedanken zu internen Modellen zerlegt wurden, und gehen Sie dann mit kurzer Begründung darauf ein, welche dieser vier Komponenten bei der Langlebigkeit womöglich eine größere oder kleinere Rolle spielen.

Aufgabe 4. *Risikoaggregation [18 Punkte]*

Betrachten Sie ein Versicherungsunternehmen, das zur SCR-Berechnung gemäß Solvency II ein internes Simulationsmodell verwendet, wie es z.B. in den Kursunterlagen besprochen wurde. Die nachfolgende Tabelle zeigt die aktuellen Berechnungsergebnisse aufbereitet für die interne Risikoberichterstattung.

	Undiv. pro Risiko	**Undiv. pro Modul**	**Vollständig diversifiziert**
Marktrisiko	**205**	**160**	**140**
Aktienrisiko	50		
Immobilienrisiko	50		
Zinsrisiko	50		
Spreadrisiko	50		
Nicht-Linear Marktrisiko	5		
Ausfallrisiko	**50**	**50**	**30**
Vt. Risiko	**100**	**80**	**65**
Prämien- & Reserverisiko	50		
Katastrophenrisiko	50		
Operationelles Risiko	**50**	**50**	**35**
Nicht-Linear modulübergreifend	**5**	**5**	**5**
Diversifikation	**-135**	**-70**	**0**
Latente Steuern	**-70**	**-70**	**-70**
SCR	**205**	**205**	**205**

Nehmen Sie an, dass die Einzelrisiken jeweils einem Risikofaktor des Simulationsmodells entsprechen, und dass das Ausfallrisiko und das operationelle Risiko jeweils keine weiteren Unterrisiken besitzen, d.h. in diesen Fällen sind Risikomodul und Einzelrisiko dasselbe.

(a) (8 Punkte) In der Tabelle werden die SCR-Ergebnisse in drei Aggregationsstufen dargestellt: Zunächst die 99.5%-Verluste je Einzelrisiko (linke Spalte), dann die 99.5%-Verluste je Risikomodul (mittlere Spalte) und schließlich vollständig diversifiziert gemäß Gesamt-SCR (rechte Spalte). Erläutern Sie, wie diese drei Darstellungen in einem Simulationsmodell erzeugt werden können.

(b) (5 Punkte) In der Tabelle werden auch zwei verschiedene nicht-lineare Beiträge (Marktrisiko, modulübergreifend) aufgeführt. Betrachten Sie für beide Fälle jeweils ein konkretes Beispiel, anhand derer Sie deutlich machen, wie nicht-lineare Beiträge entstehen können, und warum diese ausgewiesen werden.

(c) (5 Punkte) Der Risikobericht zeigt die verlustabsorbierende Wirkung der latenten Steuern. Im Risikobericht soll zusätzlich auch die verlustabsorbierende Wirkung des Rückversicherungsprogramms des Unternehmens ausgewiesen werden. Wie können Sie dieses ermitteln und welche Voraussetzung muss dafür im Simulationsmodell erfüllt sein?

Aufgabe 5. *Schaden- und Unfallversicherung, Standardformel [18 Punkte]*

Die Feldafinger Brandkasse (FFBK) überlegt im englischen Markt zu expandieren und erwägt den Kauf des „Fishbourne Fire Funds" (FFF), welcher Feuer (Fire) und Haftpflicht (Liability) Geschäft zeichnet. Aufgrund der voraussichtlich geänderten Regulatorik in UK soll für das sogenannte FSCS-Geschäft (Financial Services Compensation Scheme) ein stärkerer Versicherungsnehmerschutz gewährleistet werden, d.h. dieses Geschäft muss in einer eigenständigen Gesellschaft gezeichnet werden, welche mit Kapital bedeckt werden muss. Das restliche Geschäft kann in einer Niederlassung verbleiben, welche durch eine Muttergesellschaft im Ausland (hier FFBK in Deutschland) gedeckt werden kann und kein lokales Kapital benötigt. Im Portfolio des FFF betrifft das FSCS-Geschäft nur die LoB Haftpflicht.

(a) (6 Punkte) Prämien- und Reserverisiko

Bestimmen Sie zunächst das Risikokapital gemäß Standardformelansatz für das aggregierte Prämien- und Reserverisiko für das FSCS-Geschäft und das gesamte Geschäft.

Verwenden Sie hierzu die folgenden Informationen:

- Die Korrelation zwischen der LoB Haftpflicht und Feuer beträgt 25%.
- Außerdem haben Sie die folgenden Kennzahlen pro LoB:

LoB	**Position**	**Value**
Liability	sigma_prem	11,20%
Liability	sigma_res	11,00%
Liability	net premium	15m EUR
Liability	net reserve	30m EUR
Fire	sigma_prem	6,40%
Fire	sigma_res	10,00%
Fire	net premium	10m EUR
Fire	net reserve	5m EUR

(b) (8 Punkte) Katastrophenrisiko

Bestimmen Sie nun das Risikokapital gemäß Standardformelansatz für das Katastrophenrisiko für das FSCS-Geschäft und das gesamte Geschäft.

Verwenden Sie hierzu die folgenden Informationen:

- Rückversicherung: XoL Struktur per Event Feuer, 15m EUR xs 5m EUR, Unendlich freie Wiederauffüllungen

- Außerdem haben Sie die folgenden Cat-Kennzahlen pro LoB und Gefahr:

LoB	**Position**	**Value**
Liability	SCR ManMade	10m EUR
Fire	SCR ManMade	20m EUR
Fire	SCR NatCat Flood	9,5m EUR
Fire	SCR NatCat Hail	10m EUR
Fire	SCR NatCat Earthquake	5m EUR
Fire	Gross Loss NatCat Storm	20m EUR

Peril	**Scenario A**	**Scenario B**
Storm	80% / 40%	100% / 20%
Flood	65% / 45%	100% / 10%
Hail	70% / 50%	100% / 20%
Earthquake	no mutiple events	

Hinweis: Berechnen Sie zunächst für die fehlende Naturkatastrophenkomponente „Sturm" das Netto-SCR gemäß Szenarioansatz. Danach aggregieren Sie alle Risiken gemäß Cat Risiko Korrelationsbaum auf. Das SCR_NP und SCR_otherCAT ist nicht vorhanden.

(c) (4 Punkte) Gesamtrisiko

Das Gesamtrisiko beträgt nun gemäß Standardformel 30m EUR (FSCS-Geschäft) und 45m EUR (Gesamtgeschäft). Laut Geschäftsplan ergibt sich ein Ertrag von 4m EUR. Entscheidet man sich für eine Gesellschaft mit dem FSCS-Geschäft und eine Niederlassung für das verbleibende Geschäft, entstehen aufgrund der doppelten Struktur zusätzliche Kosten i.H.v. 1m EUR. Sie wollen mindestens eine Überdeckungsquote von 150% vor Ort sicherstellen.

i. Bestimmen Sie zunächst in beiden Fällen das lokal benötigte Kapital der Gesellschaft.

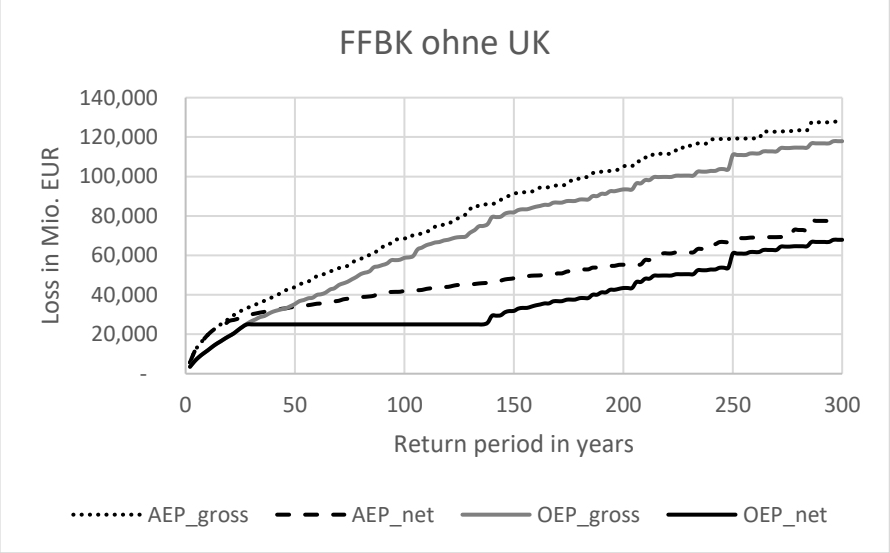
ii. Machen Sie dann Ihrem CFO einen Vorschlag, welche Variante aus Ihrer Sicht kapitaleffizienter ist. Begründen Sie Ihren Vorschlag.

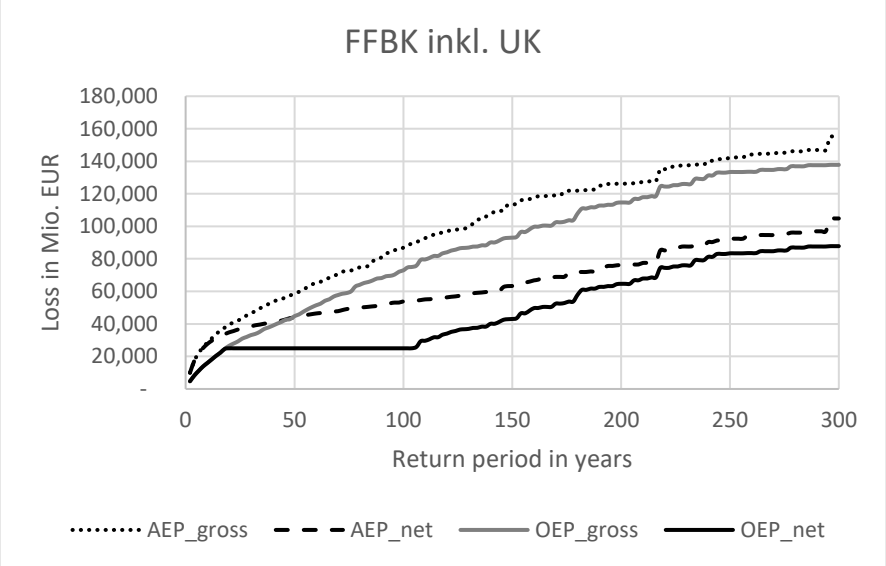
Aufgabe 6. *Schaden- und Unfallversicherung, Internes Modell [18 Punkte]*

Der CFO der Feldafinger Brandkasse (FFBK) möchte nun außerdem von Ihnen wissen, welche Auswirkungen das gesamte UK Geschäft auf das SCR der FFBK hat. Hierzu müssen Sie aber erstmal einige Vorarbeiten leisten.

(a) (2 Punkte) Beschreiben Sie zunächst kurz die beiden Arten von Exceedance-Probability-Kurven.

(b) (6 Punkte) Ihnen liegen nun die beiden NatKat Simulationsergebnisse für FFBK ohne UK und FFBK inkl. UK vor. Beschreiben Sie zunächst um welche Art von Rückversicherungsstruktur es sich anscheinend handelt und welche Vertragskonditionen Sie ablesen können.





(c) (3 Punkte) Erläutern Sie wie die vorhandenen Rückversicherungskonditionen der FFBK ohne UK anzupassen sind, dass sie nach der Übernahme des UK-Portfolios die gleichen Maximalschäden Netto nach Rückversicherung im 250-Jahres Ereignis widerspiegeln.

(d) (7 Punkte) Sie sollen nun das Gesamtrisiko der FFBK inkl. des aus UK hinzugekommenen Geschäfts bestimmen.

i. (3 Punkte) Erläutern Sie zunächst, welche drei Typen von Schäden im Prämienrisiko eines internen Modells modelliert werden. Geben Sie bitte dabei die jeweilige Modellierungsansätze an (1-2 Stichworte pro Schadentyp).

ii. (4 Punkte) Nun liegen Ihnen folgende ökonomische Ergebnisse aus dem internen Modell der FFBK inkl. UK vor (in m EUR):

Pfad	Erg_{KA}	B	K	Z_{GJ}	R_{GJ}	R_0	Z_{VJ}	R_{VJ}	O
1.352	5	155	21	10	30	535	210	350	0
4.325	10	155	21	90	35	535	200	395	30
MW	10	155	21	100	30	535	235	300	5

Erg_{KA}	Kapitalanlageergebnis
B	verdiente Netto Beiträge
K	Netto Kosten
Z_{GJ}	Netto Geschäftsjahreszahlungen
R_{GJ}	Netto Rückstellungen für Geschäftsjahresschäden

R_0	Netto Rückstellungen in t=0
Z_{VJ}	Netto Vorjahreszahlungen
R_{VJ}	Netto Rückstellungen für Vorjahresschäden
O	Einfluss der operationellen Risiken
MW	Mittelwert

Aus dem Pfad 1.352 wird das SCR für das Reserverisiko und aus dem Pfad 4.325 wird das Gesamt-SCR ermittelt. Wie hoch sind diese? Denken Sie daran, dass das Risiko als Differenz zum Mittelwert gerechnet wird!

Aufgabe 7. *Rückversicherung Leben und Kranken [18 Punkte]*

Sie arbeiten bei einem deutschen Lebensversicherer als Einkäufer für Lebens-Rückversicherung.

(a) (5 Punkte) Kurz vor dem Jahresende finden Sie heraus, dass Ihr HGB-Ergebnis durch Nachreservierungen einige Einschläge erlitten hat, und Sie fragen sich, ob und wie Sie dieses stabilisieren können.

Welche der im Seminar besprochenen RV-Lösungen könnte hierfür in Frage kommen? Begründen Sie Ihre Auswahl und erläutern Sie die Wirkungsweise dieser RV-Struktur auf das HGB-Ergebnis.

(b) (3 Punkte) Wie würden Sie diese Rückversicherungslösung grob strukturieren, um möglichst kosteneffizient zu sein? Orientieren Sie sich bei der Antwort an den im Seminar besprochenen Merkmalen.

(c) (2 Punkte) Was würde sich an Ihrer Antwort unter b) ändern, wenn das HGB-Ergebnis nicht durch Reservestärkungen, sondern durch tatsächlich ausgezahlte Schadenleistungen gelitten hat, und Ihre ALM-Kollegen Sie bitten, auf Liquidität zu achten?

(d) (4 Punkte) Was würden Sie Ihrem Risikomanagement als erste Einschätzung mitgeben, wie sich die Solvency Ratio Ihres Unternehmens durch die RV-Lösung verändern würde? Und unter welcher speziellen Zusatzvoraussetzung wäre Ihre Antwort (wie?) anders?

(e) (4 Punkte) Da Sie ohnehin in Diskussionen mit dem Risikomanagement sind, fragt man Sie, ob man nicht in dieser RV-Struktur auch mehr biometrisches Risiko zedieren könnte, schließlich sei dies inzwischen ein großer Treiber für Ihr SCR. Was entgegnen Sie?

Aufgabe 8. *Garantieprodukte und Hedging [18 Punkte]*

(a) (7 Punkte) Erläutern Sie die Funktionsweise des Greek-based Hedging! Beginnen Sie mit einer kurzen Beschreibung des dadurch zu lösenden Problems und nutzen Sie Ihre Antwort auch dazu, um zwei -von Ihnen gewählte- Greeks zu definieren sowie deren Vorzeichen bei einem europäischen Call auf eine Aktie zu begründen.

(b) (2 Punkte) Nennen Sie vier Anforderungen bzw. mögliche Schwierigkeiten im Rahmen des Greek-based Hedging.

Einleitung für Teilaufgaben c) und d).

Ein Versicherer hat in der Vergangenheit ein Garantieprodukt verkauft, das derzeit noch eine Restlaufzeit von 10 Jahren über alle ausstehenden Verträge besitzt. Der Versicherungsnehmer erhält am Ende der Laufzeit das Maximum aus Fondsinvestment und Garantiesumme.

Für das Garantieprodukt ergeben sich folgende Charakteristika, abgeleitet aus der zugrundeliegenden Benchmark des Fondsinvestments:

- Delta: - 6.100.000 €
- Gamma: - 20.000 €
- Vega: - 5.500.000 €

Zusätzlich zu dem Index-Investment besteht noch ein Geldmittelbestand von 30.000.000,00 € auf dem Konto.

(c) (1 Punkt) Um welche Art „GMxB"-Produkt handelt es sich hier?

(d) (6 Punkte) Sie haben die Vorgabe, Ihre Kapitalanlage so zu gestalten, dass das Gesamtrisiko Delta- und Gamma-neutral ist. Ihr Kapitalanleger bietet hierzu zwei mögliche Derivateportfolien an, in die Sie die aktuelle Kasse investieren können (nehmen Sie an, dass es keine weiteren geeigneten Absicherungsinstrumente gibt):

Portfolio 1:

- 2,5 Jahre Laufzeit
- Delta 1.100.000 €, Gamma 38.000 €, Vega 2.700.000 €
- Preis: 25.000.000 €

Portfolio 2:

- 2,0 Jahre Laufzeit
- Delta 1.000.000 €, Gamma 40.000 €, Vega 2.300.000 €
- Preis: 20.000.000 €

Für welches der beiden Portfolios und davon zu welchem Anteil würde man sich entscheiden, wenn man davon ausgehen würde, dass die aktuelle Volatilität im Markt außergewöhnlich niedrig ist?

Sie dürfen in Ihrer Antwort zu dieser Teilfrage die Modellierungsvereinfachungen aus dem Skript verwenden. Welche davon benötigen Sie hier?

(e) (2 Punkte) Welches zusätzliche Risiko entsteht für den Hedge in d), wenn es sich beim Underlying um einen aktiv gemanagten Fonds (eines externen Anbieters) handelt?

Aufgabe 9. *Zinsrisiko [18 Punkte]*

Wir betrachten den Zahlungsstrom CF = (-100, -50, 30, 40, 90) zu den die ganzjährigen Zeitpunkten (1, 2, 3, 4, 5), die Zinsen sind flach Null.

(a) (5 Punkte) Berechnen Sie die Duration von CF und diskutieren Sie das Ergebnis hinsichtlich der Durationshöhe im Vergleich zur Laufzeit.

(b) (7 Punkte) Betrachten Sie den Zinsanstieg (in bps): (200, 100, 0, 0, 0). Sie approximieren die Wertänderung von CF durch diesen Zinsanstieg auf zwei verschiedene Weisen:

i. (3 Punkte) Sie verwenden die Duration aus Teil 1. Dazu wenden Sie den mittleren (flachen) Zinsshift von (200+100+0+0+0) / 5 = 60 an. Zeigen Sie, dass unter diesem Ansatz ein Wertrückgang um 3 erfolgt.

ii. (4 Punkte) Sie zerlegen das Problem in die zwei Zeitabschnitte (1, 2) und (3, 4, 5). Entsprechend wird die Zinsänderung in Änderung 1 = (200, 100) und Änderung 2 = 0 = (0, 0, 0) zerlegt und CF in CF1 = (-100, -50) und CF2 = (30, 40, 90). Approximieren Sie die Wertänderung von CF1 und CF2 separat auf analoge Weise wie in Teil i. Zeigen Sie, dass unter diesem Ansatz ein Wertanstieg um 3 erfolgt.

(c) (3 Punkte) Diskutieren sie die beiden Approximationsansätze aus Aufgabenteil (b), was fällt auf, welcher Ansatz scheint ihnen plausibler? Begründen Sie ihre Antworten.

(d) (3 Punkte) Zeigen Sie, dass eine Approximation der Wertänderung mittels der KeyRate Durationen zum selben Ergebnis führt, wie (b) ii.

Aufgabe 10. *Operationelles Risiko [18 Punkte]*

Im Seminar haben Sie Möglichkeiten zur Modellierung und Quantifizierung operationeller Risiken kennengelernt.

(a) (6 Punkte) Beschreiben Sie zunächst den aktuariellen Ansatz zur Bestimmung des SCR aus operationellem Risiko. Gehen Sie dabei mindestens auf die folgenden Punkte ein: grundlegender Ansatz, Modellannahmen (verschiedene Verteilungen), Datenanforderungen.

(b) (7 Punkte) Auf empirischen Daten basierende, quantitative Methoden für das operationelle Risiko wie der aktuarielle Ansatz werden gelegentlich als problematisch angesehen. Führen Sie drei Überlegungen aus, die zu dieser Einschätzung führen könnten! Mindestens eine Ihrer Überlegungen sollte sich dabei auf den aktuariellen Ansatz beziehen!

(c) (5 Punkte) Die Verhaltensökonomie beschäftigt sich mit den psychologischen, kognitiven, emotionalen, kulturellen und sozialen Faktoren, die bei ökonomischen Entscheidungen eine Rolle spielen. Insbesondere wird dabei analysiert, wie diese Entscheidungen von denen abweichen, die die klassische Wirtschaftstheorie voraussetzt. Kann man die Verhaltensökonomie verwenden, um die Probleme quantitativer Methoden bei der Modellierung des operationellen Risikos zu erklären? Analysieren Sie und stellen Sie Vermutungen an!

Aufgabe 1. *Aktienrisiko [18 Punkte]*

Lösungsvorschlag

(a) Gemäß der Formel

$$SW_{t+1} = m \cdot (V_t - F)/V_t$$

ergibt sich

$$SW_1 = 5 \cdot \frac{(V_0 - F)}{V_0} = 50\%.$$

Das riskante Investment hat also über die 1. Periode (Tag) ein Gewicht von 50%. Dasselbige gilt dann natürlich auch für das risikofreie Investment.

Mittels der angegebenen Renditen ergibt sich als Endwert des Portfolios nach der 1. Periode (Tag) der Wert

$$V_1 = 1.000€ \cdot \left(50\% \cdot 1{,}02 + 50\% \cdot \left(1 + \frac{0{,}025}{250}\right)\right) \approx 1.010{,}05\ €.$$

(b) Long-Only-Restriktion: CPPI-Strategien sollten nur „long only" sein, d.h. Leerverkäufe sind nicht zugelassen. Insbesondere ist dann $SW_t \geq 0$. (1,5P)

Cash-Lock-Risiko: Wenn der Sicherheitspuffer (cushion) auf null fällt, ist das Portfolio vollständig in Cash investiert. Sobald ein Portfolio vollständig in Cash investiert ist, bleibt es dies auch unter der Voraussetzung, dass von außen keine zusätzlichen Mittel zufließen (keine neuen Beiträge, Cash Return ist gleich Null). (2,5P)

(c) Zur Erzeugung von (alternativen) Garantien in fondsgebundenen Lebensversicherungen z.B. über einen Garantiefonds. Die Garantie wird dabei über den Floor (=abgezinste Garantie) abgebildet.

(d) Bei insgesamt steigenden Märkten sollte die Renditeeinbuße (Kosten für die Garantie) gegenüber einem Direktinvestment klein sein. Da die Märkte steigen, sollte nur sehr wenig Geld im risikofreien Asset investiert sein und die Renditen von CPPI sollten gegenüber dem Direktinvestment moderat geringer sein.

Bei insgesamt fallenden Märkten sollte die Garantie der CPPI-Strategie irgendwann greifen. Die CPPI-Strategie sollte also dem „abgestürzten" Direktinvestment klar überlegen sein.

Bei schwankenden Märkten werden die Marktabschwünge dafür sorgen, dass relativ viel Geld in das risikofreie Asset umgeschichtet werden muss. Bei späteren Markterholungen ist dann kaum Geld im riskanten Asset, d.h. diese Markterholungen werden kaum oder gar nicht mitgemacht. Die Rendite der CPPI-Strategie sollte also dazu tendieren, dem Direktinvestment unterlegen zu sein.

Aufgabe 2. *Zins- und Ausfallrisiken [18 Punkte]*

Lösungsvorschlag

(a)

i. Zum einen werden die Swaps das Zinsrisiko beeinflussen und somit das zugehörige SCR verändern. Zum anderen wird sich durch den Erwerb der Swaps ein Gegenparteienausfallrisiko ergeben, so dass sich auch das SCR für dieses Risiko verändern wird.

ii. Durch den Anstieg der Zinsen um 400bp über Nacht wird der Marktwert der Receiver Swaps massiv zurückgehen, so dass ein entsprechend hohes Collateral wird gestellt werden müssen, und zwar bereits am kommenden Tag. Um dieses Collateral stellen zu können, wird der Versicherer sehr hohe liquide Mittel unmittelbar mobilisieren müssen. Dies könnte operationell selbst dann schwierig werden, wenn die entsprechend hohen Liquiditätsquellen grundsätzlich verfügbar wären. Dieser Effekt dürfte noch dadurch verstärkt werden, da auf den festverzinslichen Wertpapieren des Kapitalanlagebestandes hohe Lasten entstehen.

(b) Damit eine solche CDS-Absicherung nach einem Ausfall der Bundesrepublik wirksam sein kann, sollte die Gegenpartei nicht eine deutsche Bank sein, da eine solche durch einen Ausfall der Bundesrepublik selbst unmittelbar in Schieflage geraten könnte. Also würde Morgan Stanley oder UBS eher infrage kommen als Deutsche Bank.

(c) Diese Aussage ist grundsätzlich falsch, denn bei einem Ausfall der Derivate würde nicht nur ein Großteil ihres Marktwertes verloren gehen, sondern vor allem auch ihre risikomindernde Wirkung.

(d) Hierbei handelt es sich um Forderungen vom Typ 2. Sind diese Forderungen 90 Tage im Verzug, erhöht sich das SCR, da nun der Haircut von 90% statt 15% einschlägig wird – selbst wenn Herr Müller in Aussicht stellt, einige Tage danach die Forderungen zu begleichen.

Aufgabe 3. *Versicherungstechnik Leben und Kranken [18 Punkte]*

Lösungsvorschlag

(a) Allgemein erfasst das Modul Produkte, die bei Erleben zu Zahlungen führen (genauer: bei denen ein Rückgang der Sterblichkeit zu einer Verschlechterung der Own Funds führt). Beispiel mit Langlebigkeit: Rentenversicherung. Beispiel ohne Langlebigkeit: Risikoleben.

(b) In der BU-Versicherung löst die Langlebigkeit selbst nicht den Leistungsfall aus. Es gibt aber zwei Aspekte (von denen einer für die volle Bewertung reicht), warum die Langlebigkeit in der BU dennoch für eine Reduktion der Own Funds sorgen kann:

a. Wird die Sterblichkeit der Invaliden gestresst, so sterben weniger Invalide und diese erhalten dann länger ihre Leistung. Dies führt zu einer Belastung der Own Funds.

   Anmerkung: In der Praxis mag es vorkommen, dass Langlebigkeit und Reaktivierung gemeinsam als „Terminations" o.ä. modelliert werden. Die Reaktivierung als solche würde im Disability-Modul gestresst werden.

b. Auch als Antwort möglich ist eine Betrachtung der Aktiven: wenn die Rechnungsgrundlagen in höheren Altern nicht ausreichend sein sollten, so kann ein Rückgang der Aktivensterblichkeit in jüngeren Jahren einen (vermutlich i.d.R. eher kleineren) Effekt auf die Own Funds haben. Es erreichen dann nämlich mehr Versicherte die Alter mit unzureichenden Rechnungsgrundlagen.

(c) Wir betrachten das Szenario eines Bestands, bei dem die Rechnungsgrundlagen für die Langlebigkeit ausreichend seien (z.B. DAV 2004-R20), bei welchem jedoch eine hohe Verzinsung z.B. von 4% versprochen wurde.

In der Funktionsweise des SII-Standardmodells wird hier zwar im Langlebigkeitsmodul ein Verlust angezeigt, der in Teilen (200-Jahres-Ereignis!) auch durchaus durch die Langlebigkeit kommen kann. Allerdings kaschiert dies das sich eigentlich materialisierende Risiko (hohe Zinsgarantien vs. geringerer Zinsertrag), und die geringere Sterblichkeit führt letzlich nur zu einer Volumenerhöhung (das zu verzinsende Volumen baut sich nicht so schnell ab wie erwartet).

(d) Im SII-Standardmodell werden ab sofort, permanent und für alle Alter gleichermaßen die Sterblichkeiten um 20% gesenkt.

Bei der Kommentierung der Aussage des Kollegen sind verschiedene Lösungen denkbar. Allgemein ist zu sagen, dass einzelne Realisierungen natürlich i.d.R. nicht mit dem (angenommenen) 200-Jahres-Ereignis verglichen werden können.

- Bezieht er sich auf die Pandemie-Jahre, so ist eher kein Rückgang der Sterblichkeit zu sehen. In der Pandemie kam es zu einer Erhöhung der Sterblichkeit von etwa 5-10%, mit anderen Worten wurden ca. 5-10 Jahre der Sterblichkeitsverbesserungen wieder vernichtet. Dies war bekanntlich hochgradig abhängig von Faktoren wie dem Alter oder dem Vorliegen von relevanten Vorerkrankungen (was einen eigenen Kommentar wert wäre).

Ihr Kollege wird sich aber vermutlich nicht auf die Pandemie-Jahre bezogen haben, da diese mit einer Erhöhung der Sterblichkeit einhergehen und dies ist offensichtlich nicht relevant für das Risiko der Langlebigkeit.

- Ähnliches würde aber auch gelten, wenn er sich auf Jahre vor der Pandemie beziehen würde. Dort wurde beobachtet, dass sich die Sterblichkeiten pro Jahr um vielleicht etwa 2% (je nach Alter, Land,…) verbessert haben.

  In diesem Fall kann hinterfragt werden, warum sich die Sterblichkeit instantan um 20% reduzieren sollte. Bisheriger medizinischer Fortschritt konnte offenbar derartige Sprünge nicht auslösen (vgl. z.B. auch Impfskepsis während der Pandemie). Auch eine genauere Analyse der Todesursachen liefert auf den ersten Blick keine Begründung – sterben bspw. 20% der Menschen an Krebs, so müsste ein auf Krebs bezogener Rückgang um 20% -vereinfacht gesagt- letztlich durch ein Wundermittel zur Heilung aller Krebskranken ausgelöst werden.

(e) Untergliederung in Trend / Änderung, Irrtum, Katastrophe und Zufall.

a. Zufall: Zufälliges Erleben spielt in der Rentenversicherung in der Regel keine große Rolle. Zufall eher relevant in Risikoversicherungen.

b. Trend: Vermutlich das dominanteste Risiko in der Langlebigkeit.

c. Irrtum: durchaus relevant, da Fehlkalkulation in Tarifgestaltung materielle Abweichungen zur Realisierung bedingen kann

d. Katastrophe: In der Regel eher Todesfälle in der Katastrophe, somit weniger relevant für die Langlebigkeit.

Aufgabe 4. *Risikoaggregation [18 Punkte]*

Lösungsvorschlag

(a) Das Simulationsmodell erzeugt eine (große) Stichprobe gemäß der kalibrierten, gemeinsamen Verteilung aller Risikofaktoren. Je Szenario dieser Stichprobe können die Eigenmittelverluste aus der Wertveränderung von Aktiva und Passiva ermittelt werden. Das 99.5%-Quantil dieser empirischen Verlustverteilung entspricht dem Gesamt-SCR. Wertet man das Szenarienset eingeschränkt auf die Marktrisiken aus, z.B. durch Ausnullen aller übrigen Risikofaktoren, erhält man als 99.5%-Quantil das Marktmodulrisiko (mittlere Spalte). Das Ergebnis für das vt. Risikomodul bestimmt sich analog. Wertet man analog lediglich einen einzelnen Risikofaktor aus, erhält man den entsprechenden Eintrag aus der linken Spalte. Die Einträge der rechten Spalte kann man z.B. durch eine Euler-Allokation ermitteln: Die Sortierung der Marktrisikomodulverlustverteilung gemäß der Gesamtverteilung und Bestimmung des mittleren Beitrags in den Szenarien um das 99.5%-Quantil der Gesamtverteilung liefert den „diversifizierten Beitrag".

(b) Die nicht-linearen Beiträge enthalten Eigenmittelveränderungen, die sich nicht aus der Summe der Einzelrisiken ergeben. Die Marktwertveränderung einer Anleihe enthält zum Beispiel Diskontierungsterme der Art

$$\frac{1}{d+\Delta s+\Delta z}=\frac{1}{d+\Delta s}+\frac{1}{d+\Delta z}+f(\Delta s,\Delta z)$$

wobei d die Basisdiskontierung und Δs und Δz die Spread- und Zinsveränderungen beschreiben. Die ersten beiden Terme auf der rechten Seite beschreiben die entsprechenden Beiträge zu den Einzelrisiken, $f(\Delta s,\Delta z)$ enthält die nicht-lineare Beiträgen zum Marktrisiko dieses Terms. Analog können sich z. B. aus dem Wechselspiel von Reserverisiko und Zinsveränderung modulübergreifende, nicht-linear Beiträge ergeben.

(c) Um die verlustabsorbierende Wirkung der Rückversicherung zu bestimmen, müssen im Simulationsmodell die Brutto- als auch die Nettoverluste bzgl. Rückversicherung separat enthalten sein. Wertet man die Monte Carlo-Simulation für die Gesamtverlustverteilung unter Verwendung der Bruttoverluste aus und anschließend unter Verwendung der Nettoverluste aus, lässt sich die verlustabsorbierende Wirkung aus der Differenz der 99.5%-Quantile bestimmen.

Aufgabe 5. *Schaden- und Unfallversicherung, Standardformel [18 Punkte]*

Lösungsvorschlag

(a) Zunächst wird mit der folgenden Formel die Standardabweichung für das gesamte Prämien- und Reserverisiko pro Lob bestimmt:

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{\sigma_{prem,s}^2 \cdot V_{prem,s}^2 + \sigma_{res,s} \cdot V_{prem,s} \cdot \sigma_{res,s} \cdot V_{res,s} + \sigma_{res,s}^2 \cdot V_{res,s}^2}}{V_{prem,s} + V_{res,s}}$$

Man erhält folgende Zwischengrößen pro LoB:

- Feuer: 0,99m EUR bzw. 6,60% (2 Punkte)
- Haftpflicht: 4,39m EUR bzw. 9,75% (2 Punkte)

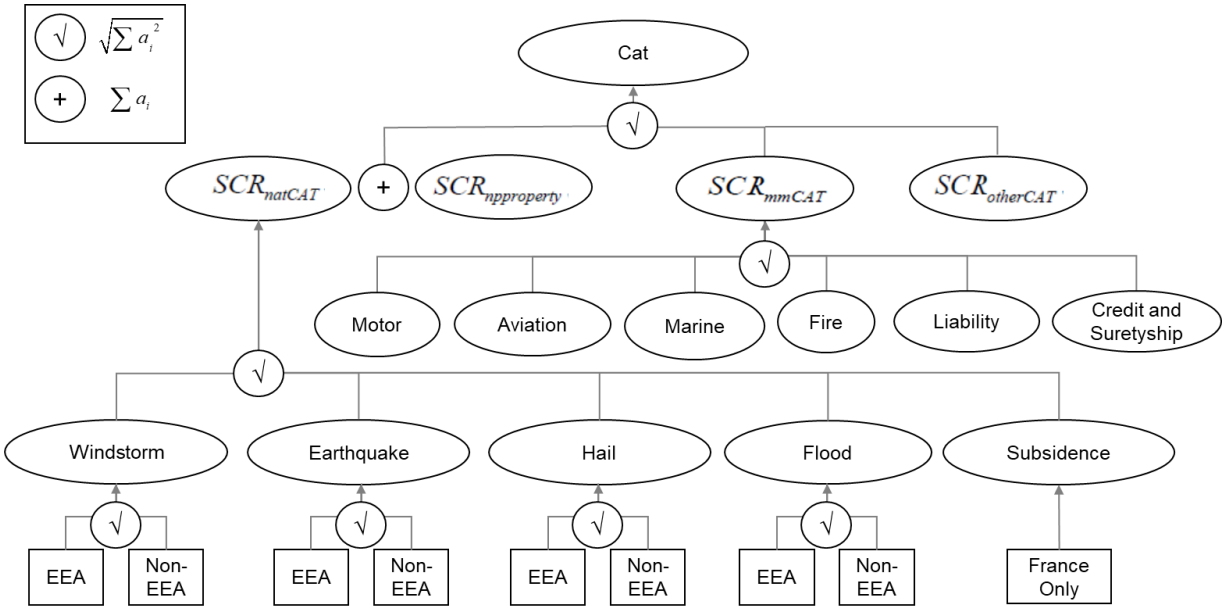
Im zweiten Schritt aggregiert man die Risiken der LoBs unter Verwendung der Korrelation (25% zwischen Haftpflicht und Feuer) zum gesamten Prämien- und Reserverisiko. Man erhält:

- FSCS Geschäft, d.h. nur Haftpflicht: 13,16m EUR (Risiko), 4,39m EUR (Standardabweichung absolut), 9,75% (Standardabweichung relativ) (1 Punkt)
- Gesamtes Geschäft: 14,20m EUR (Risiko), 4,73m EUR (Standardabweichung absolut), 7,89% (Standardabweichung relativ) (1 Punkte)

(b) Zunächst bestimmen wir das Nettorisiko für das Naturkatastrophenperils Sturm. Man erhält (4P):

	Szenario	Event	Sturm
Brutto	Basis		20
Brutto	A	1	16
Brutto	A	2	8
Brutto	B	1	20
Brutto	B	2	4
Netto	A	1	5
Netto	A	2	5
Netto	A	Summe	10
Netto	B	1	5
Netto	B	2	4
Netto	B	Summe	9
Netto	Maximum		10

Dann aggregiert man zunächst die NatCat-Risiken und die ManMade Risiken mit folgender Korrelationsannahme:



und erhält für das gesamte Portfolio SCR_NatCat 17,76m EUR (1 P) sowie für das SCR_mmCat 22,36m EUR (1 P) und für SCR_CAT 28,55m EUR (1 P). Für das FSCS-Geschäft bleibt für das SCR_CAT lediglich das SCR_mmCat von Haftpflicht über, also 10m EUR (1 P).

(c) Bei einer Überdeckungsquote von 150% benötigt man 45m EUR (FSCS-Geschäft) und 67,5m EUR (Gesamtgeschäft) an Eigenkapital (2P). Betreibt man nur das FSCS-Geschäft in einer Gesellschaft wird der Ertrag durch 1m EUR Zusatzkosten geschmälert, d.h. der Gewinn auf Basis des gebundenen Kapitals liegt bei der FSCS-Variante bei 3m EUR/45m EUR=6,67% und bei der Variante mit dem gesamten Geschäft in der Gesellschaft bei 4m EUR/67,5m EUR=5,93%. Sie schlagen Ihrem CFO die kapitaleffizientere Variante mit einer Gesellschaft FSCS Geschäft und einer Niederlassung mit dem verbleibendem Feuer Geschäft vor. (2P)

Aufgabe 6. *Schaden- und Unfallversicherung, Internes Modell [18 Punkte]*

Lösungsvorschlag

(a) Es gibt zwei Arte von Exceedance-Probability-Kurven:

- AEP: Die Events werden zu einem Jahresgesamtschaden aufsummiert
- OEP: Es wird das maximale Event pro Simulation betrachtet

(b) Bei der Rückversicherungsstruktur handelt es sich um einen Schadenexzedentenvertrag. Risiken werden hier nicht-proportional gedeckt. Die Priorität kann man aus dem ersten abknicken der OEP Kurve bei 25 Mio. Euro ablesen. Die Haftungsstrecke liest man dann als Differenz der beiden OEP Kurven am Ende des konstanten Teils der Netto OEP Kurve bei ca. 140 Jahren im Falle von FFBK ohne UK und bei ca. 105 Jahren im Falle von FFBK inkl. UK ab. Hier hat die OEP Bruttokurve einen Wert von ca. 75 Mio. Euro und die OEP Nettokurve liegt immer noch bei 25 Mio. Euro. Die Haftungsstrecke ist also 50 Mio. Euro groß.

(c) Zunächst lesen wir den 250jährigen Maximalschaden Netto der FFBK ohne UK aus der entsprechenden OEP-Kurve. Der beträgt ca. 60 Mio. EUR. Der 250jährige Maximalschaden Netto der FFBK inkl. UK-Portfolio kann analog abgelesen werden und beträgt ca. 83 Mio. EUR. Der Anstieg nach der Übernahme des UK-Portfolios beträgt also ca. 23 Mio. EUR. Eine mögliche Anpassung der Rückversicherungskonditionen wäre demnach eine Erhöhung von der Haftungsstrecke um 23 Mio.

(d) i) Es folgende drei Typen von Schäden im Prämienrisiko eines internen Modells modelliert:

- Basisschäden: es wird das Jahresgesamtschaden modelliert
- Großschäden: die Schadenhäufigkeit und Schadenhöhe werden separat modelliert
- Naturkatastrophen: Entweder mathematisch-statistische oder geophysikalisch-meteorologische Modelle werden eigesetzt

ii) Für die Ermittlung des Reserverisikos wird das versicherungstechnische Ergebnis des Altgeschäfts („Abwicklungsergebnis"), also

$$Erg_{Altgeschäft} = R_0 - Z_{VJ} - R_{VJ}$$

benötigt (und zwar das mittlere Ergebnis und das Ergebnis des Quantilspfades, hier Pfad Nr. 1.352). Das Risikokapital für das Reserverisiko erhält man als Differenz:

$$\text{Risikokapital}_{\text{Reserverisiko}} = (535 - 235 - 300) - (535 - 210 - 350)$$

$$= 0 - (-25) = 25$$

Für die Ermittlung des Gesamt-SCRs wird das gesamte ökonomische Ergebnis also

$$\begin{aligned} Erg_{Ökon} &= EK_1 - EK_0 \\ &= (MW_1^{Akt} - MW_0^{Akt}) - (MW_1^{Pas} - MW_0^{Pas}) \\ &= (Erg_{KA} + CF_{VT}) - (R_1 - R_0 + A + O) \\ &= (Erg_{KA} + B - K - Z_{GJ} - Z_{VJ}) - (R_{GJ} + R_{VJ} - R_0 + A + O) \\ &= Erg_{KA} \\ &\quad + B - K - Z_{GJ} - R_{GJ} \\ &\quad + R_0 - Z_{VJ} - R_{VJ} \\ &\quad - A \\ &\quad - O \end{aligned}$$

benötigt (hier Pfad Nr. 4.325). Das Gesamt-SCR erhält man als Differenz:

$$\text{Gesamt-SCR} = (10 + 155 - 21 - 100 - 30 + 535 - 235 - 300 - 5) - (10 + 155 - 21 - 90 - 35 + 535 - 200 - 395 - 30)$$

$$= 9 - (-71) = 80$$

Aufgabe 7. *Rückversicherung Leben und Kranken [18 Punkte]*

Lösungsvorschlag

(a) Während die meisten anderen RV-Strukturen entweder auf den klassischen Risikotransfer oder aber auf eine SCR-Entlastung fokussieren, sind die Finanzierungsrückversicherungen hier die gesuchte Struktur.

Hierbei stellt der Rückversicherer dem Zedenten einen Betrag in bar (Cash) oder als Forderung (Non-Cash) zur Verfügung, und dieser verbessert das HGB-Ergebnis. Demgegenüber stehen zwar geplante, aber unsichere Rückzahlungen aus biometrischen Ergebnissen in der Zukunft. Letztere führen i.d.R. nicht zu einer Passivierungspflicht, so dass die HGB-Bilanz durch das zusätzliche Cash bzw. die Forderung verbessert wird.

(b) Es reicht hier offenbar die Non-Cash-Variante, da die Reservestärkung auch keine Liquidität erfordert. Diese ist günstiger, da eben der Rückversicherer keine Kompensation für die Bereitstellung von Liquidität verlangt.

Desweiteren kann der Preis auch reduziert werden durch einen möglichst geringen Transfer von biometrischem Risiko. Dies erhöht für den Rückversicherer die Wahrscheinlichkeit einer vollständigen Rückzahlung, so dass er auch weniger Risikokapital benötigt und dafür nicht zu vergüten wäre.

(c) In diesem Szenario fließt offenbar einige Liquidität aus dem Unternehmen ab und es erscheint ratsam, sich auch mit der Cash-Variante zu beschäftigen.

(d) Bei Finanzierungen verschlechtert sich in der Regel die Solvency Ratio (Mittelabfluss durch Gewinnerwartung des Rückversicherers, Ausnahmen nur bei recht hohem Risikotransfer bei gleichzeitig niedriger Fee). Sollte das Geschäft jedoch Contract Boundaries unterliegen, so ist hingegen eine positive Wirkung auf die Solvency Ratio durchaus wahrscheinlich.

(e) Der Transfer von biometrischen Risiken ist nicht die primäre Zielsetzung bei Finanzierungsrückversicherungen. Er kann jedoch hineinstrukturiert werden (z.B. durch höheres Finanzierungsvolumen, das sich aus den zugrundeliegenden Profiten speisen müsste), dies wird jedoch in der Regel auch Auswirkungen auf den Preis haben.

Aufgabe 8. *Garantieprodukte und Hedging [18 Punkte]*

Lösungsvorschlag

(a) Siehe Skript. Das Greek-based Hedging wird eingesetzt, um kapitalmarktabhängige Schwankungen von Bilanzpositionen abzusichern. Zum Beispiel kann sich der Wert von ausgegebenen Garantien in Abhängigkeit von Zinsen, Fondswerten und anderen ändern.

Das Delta einer Position ist die (partielle) Ableitung des Wertes dieser Position nach dem Wert des zugrundeliegenden Assets (das Delta einer Aktie oder eines Futures ist also konstant 1, z.B.), und für einen europäischen Call ist es immer positiv, da ein Wachstum der zugrundeliegenden Aktie den Wert des Calls erhöht.

Das Vega ist die partielle Ableitung nach der Volatilität des zugrundeliegenden Assets. Bei einer europäischen (Call)option ist es immer positiv aufgrund der Asymmetrie der Option (Gewinne werden zumindest beim Call unbegrenzt mitgenommen, während Verluste auf den Einsatz der Optionsprämie begrenzt sind).

Bei Greek-based Hedging versucht man nun durch geeignete Transaktionen mit geeigneten Instrumenten, die Gesamtposition nach (Hedging-)Trades gegen die Abhängigkeit von Schwankungen der Werttreiber (z.B. Preis Underlying) zu immunisieren. Für das Delta kann man beispielsweise die Linearität nutzen.

(b) Mögliche Antworten sind z.B.:

a. Kein Handel in stetiger Zeit möglich

b. Modellrisiko: Man sollte sich bewusst sein, dass ein Modell (welches auch immer) zur Bewertung stets Einschränkungen unterliegt.

c. Es können sich Bilanzierungsfragen stellen (z.B. Niederstwert- bzw. Realisationsprinzip unter HGB), für die ein Konzept benötigt wird.

d. Transaktionskosten fallen zwar an, sind aber oft in Modellierungen nicht berücksichtigt.

e. Je nach Modell sind nicht alle Portfolio-Greeks linear, d.h. die Portfolio-Greeks -welche idealerweise Null werden- können nicht „einfach" durch gewichtete Addition einzelner Greeks ermittelt werden.

f. Greek-based Hedging funktioniert in der Regel nur gut, wenn die Marktbewegungen nicht zu groß sind (Satz von Taylor). Das lässt sich durch Hinzunahme von Greeks höherer Ordnung ein wenig begrenzen, jedoch nicht beseitigen.

(c) Es handelt sich offensichtlich um eine garantierte Ablaufleistung (guaranteed minimum accumulation benefit, GMAB).

(d) Das Gesamtportfolio nach Transaktion soll Delta- und Gamma-Neutralität aufweisen. Während Deltaneutralität noch durch Zu- bzw. Verkauf des Underlyings realisiert werden kann, gibt es vorgabegemäß nur die PF1 und PF2 für die Erzielung der Gammaneutralität. Damit ist diese hier primär zu betrachten.

So ergeben sich für PF1 und PF2 die folgenden Rechnungen:

- PF 1 wird zu ca 52% gekauft (20.000/38.000), Vega ergibt sich zu ca. 1.420.000 = 52%*2.700.000.

  Vega Gesamt PF 1: 1.420.000 – 5.500.000 ≈ -4.080.000

- PF 2 wird zu ca 50% gekauft (20.000/40.000). Das Vega ergibt sich zu ca. 1.150.000

  Vega Gesamt PF 2: 1.150.000 – 5.500.000 ≈ -4.350.000

  Das bedeutet, dass das Gesamt-Vega (= die Wertveränderung bei Anstieg der Volatilität) stärker negativ ist bei PF2. Bei einem Hedge mit PF1 wäre in anderen Worten bei steigenden Volatilitätsumfeld ein geringerer Vega-Verlust als mit PF2 zu erwarten. Somit wäre PF 1 vorzuziehen.

  Dabei wurde als Vereinfachung die Additivität des Vegas genutzt.

  Zu prüfen ist auch noch, dass der Geldmittelbestand (30m) für die Transaktion ausreicht, was jedoch gegeben ist (weil auch 52%*25m + 50%*20m < 30m, könnten tatsächlich sogar beide Portfolien im angegebenen Anteil gekauft werden).

(e) Aus dem aktiven Management ersteht ein Basisrisiko. Das tatsächliche Portfolio weicht von der Benchmark ab. Hierdurch werden sich sowohl der Marktwert des Underlying, das Delta und Gamma von ihren berechneten Hedge-Werten abweichen.

Wird ohne Benchmark gearbeitet, so wäre jede Transaktion des (aktiven) Fonds-Managers dann in den Hedges nachzuziehen, was neben Transaktionskosten auch die üblichen Hedging-Risiken deutlich ansteigen lässt.

Aufgabe 9. *Zinsrisiko [18 Punkte]*

Lösungsvorschlag

Bei Zins flach Null ist Dur = Summenprodukt (CF, Zeit) / Summe CF

(a) Summenprodukt (CF, Zeit) = 500, Summe CF = 10, also Dur = 500 / 10 = 50.

Diskussion:

- 50 ist deutlich größer als die Laufzeit des CF. Eine Laufzeitintepretation der Duration ist hier sinnlos.
- Der Grund sind die wechselnden Vorzeichen, sie können den Nenner in der Durationsformel so verkleinern, dass sehr große Zahlen entstehen.
- Dies ist kein pathologisches Beispiel, Zahlungsströme mit wechselnden Vorzeichen sind in der Versicherung nicht unüblich.

(b) Die Wertänderung wird approximiert durch (alter Wert) * (– Dur) * (Zinsanstieg in bps) / 10.000.

i. Wertänderung = 10 * (– 50) * 60 / 10.000 = -3.

ii. Teil 1: Wert CF1 = -150, Duration CF1 = (100+2*50) / 150 = 4/3, mittlerer Zinsshift von (200, 100) ist 150, also Wertänderung = -150 * (– 4/3) * 150 / 10.000 = 150 * 200 / 10.000 = 3.

Teil 2: Da der Zinsshift 2 Null ist, bleibt der Wert von CF2 unverändert.

Die Wertänderung des gesamten CF ist die Summe der beiden Teile, also 3.

(c) Der Vergleich der beiden Ergebnisse zeigt einen erstaunlichen Unterschied. Ansatz (1) führt zu einer relativen Wertänderung von -30% und Ansatz (2) zu einer relativen Wertänderung von +30%.

Der Ansatz (1) ist nicht plausibel, weil er eine Wertänderung der hinteren CF (also von CF2) bewirkt, obwohl sich die Zinsen dort gar nicht verändern.

Auch eine Abschätzung des Vorzeichens der Wertänderung spricht gegen Ansatz (1): Wenn nur die negativen CF vom Zins-anstieg betroffen sind, dann reduziert sich ihr Gewicht in der Ge-samtsumme und der Wert sollte steigen. Ansatz (2) berücksichtigt das und ist deshalb plausibler.

Der Vergleich der beiden Ergebnisse zeigt sogar, dass Ansatz (1) zu einer extremen Fehlapproximation führt: die Änderung von -3 gegenüber +3 bezogen auf einen Wert des gesamten CF von 10 bedeutet einen Rück-gang bzw. eine Steigerung um 30%!

(d) Es gilt t-Dur = Barwert(CF(t)) / Barwert(CF) * t, also CF(t) / Summe(CF) * t und weil sich die Zinsen nur für t=1 und 2 ändern, brauchen wir nur die ersten beiden Key-Rate-Durationen.

1-Dur = -100/10 * 1 = -10 und 2-Dur = -50/10 * 2 = -10.

Die Wertänderung wird approximiert durch (alter Wert) * ((-1-Dur) * 200 + (-2-Dur) * 100) / 10.000 = 10*(10*200+10*100)/10.000 = 3

Aufgabe 10. *Operationelles Risiko [18 Punkte]*

Lösungsvorschlag

(a) Der aktuarielle Ansatz zur Bestimmung der Eigenkapitalanforderung aus operationellem Risiko basiert auf folgender Formel:

$$L \coloneqq \sum_{i=1}^{N} S_i$$

Dabei sind N die Anzahl der Schäden und $\{S_i\}$ die (i.i.d.) Schadenhöhen (grundlegender Ansatz, 0,5P+0,5P+0,5P).

Als Schadenanzahlverteilung findet z.B. die Poisson-Verteilung Anwendung (Modellannahmen, 0,5P).

Für die Schadenhöhen kommt z.B. eine in drei Bereiche aufgegliederte und getrennt modellierte Verteilung in Frage:

- Für den Bereich *mittelgroßer Schäden* (Rumpf-Verteilung) ist die *Lognormal-Verteilung aufgrund ihrer Rechtschiefe* eine gängige Wahl (Modellannahmen, 1P).
- Da Verlustereignisse meist erst ab einer *Erfassungs-/Bagatellschwelle* interessieren, wird die gewählte *Rumpfverteilung trunkiert* (Modellannahmen, 1P).
- Für *große Schäden (Tail-Bereich)* stehen Verteilungen aus der *Extremwertstatistik* zur Verfügung (*z.B. Generalized Pareto Distribution*, Modellannahmen, 1P).

Eine stabile Kalibrierung ist i.d.R. nicht unter Einbeziehung von rein internen Daten möglich. Man benötigt dazu auch externe Verlustdaten. (Datenanforderungen, 1P).

(b) Z.B. drei Punkte aus (je 2P)

i. Unter allen Risikokategorien, die der SCR-Ermittlung unterliegen, ist bei operationellen Risiken der bei Weitem größte qualitative Einschätzungsanteil anzutreffen.

ii. In der Bankenbranche ist man nach zehnjähriger Erfahrung mit dem (probabilistischen) Advanced Modelling Approach für interne Modelle zu einem verbindlichen Standardansatz zurückgekehrt.

iii. Interne, empirische Verlustdaten zum operationellen Risiko stellen keinen tauglichen Indikator für zukünftige Schäden dar, weil beobachtete Schäden in der Regel zu Maßnahmen führen, die die Wahrscheinlichkeit zukünftiger Realisationen deutlich verringern sollten.

iv. Operationelle Risiken mit hoher Verlustwahrscheinlichkeit und geringer Verlusthöhe sind per definitionem häufig und daher einer statistischen Behandlung zugänglich. Für operationelle Risiken mit geringer Verlustwahrscheinlichkeit und hoher Verlusthöhe gilt dies so nicht (insb. bei rein internen Daten).

Die beiden letzten Punkte lassen sich auf den aktuariellen Ansatz anwenden (+1P bei Angabe von mind. einem der beiden).

(c) Man könnte mutmaßen, dass quantitative Methoden evtl. Schwierigkeiten haben, das gesamte Spektrum menschlichen Verhaltens und menschlicher Entscheidungen zu erfassen (1,5P). Operationelle Risiken entstehen aber oft durch menschliche Fehler/Abweichungen von der Rationalität (1,5P). Demnach könnte man vermuten, dass die Schwierigkeiten quantitativer Methoden bei der Abbildung des operationellen Risikos auf die Vernachlässigung des menschlichen Elements zurückzuführen sind (2P).

CERA
Certified Enterprise Risk Actuary

DAV
DEUTSCHE
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Written Examination CERA Module B

Taxonomy and Modelling and Transfer of Risks

in accordance with Examination Regulations 2.0
of the *Deutsche Aktuarvereinigung* e. V.
to obtain the additional qualification CERA

Date:12.10.2024

Please note:

- You may use a calculator.
- The examination has a total of 180 marks. The pass mark is 90 marks.
- Please check that your examination paper is complete. The paper consists of 15 pages.
- Give reasons for your answers. You must show your working out for any questions that involve calculations.

Members of the Examination Committee:

Prof. Dr. Hubert Bornhorn, Dr. Steve Brüske, Dr. Peter Henseler,
Dr. Ingo Kraus, Dr. Nils Langenberg, Dr. Michael Leitschkis

Question 1. *Equity Risk [18 marks]*

(a) (5 marks) Use the CPPI algorithm (Constant Proportion Portfolio Insurance) on the example below for the first day:

i. Initial value of the portfolio: V_0=€1,000

ii. Portfolio floor: F=€900

iii. Multiplier: m=5

iv. Frequency of restructuring: daily

v. Trading days per year: 250

vi. Return on risk free investment over the 1st year = 2.5% p.a.

vii. Return on risky investment over the 1st day r_1=+2%

In particular calculate the value of the portfolio after the 1st day (in euro rounded to the nearest cent)

(b) (4 marks) In the context of a CPPI strategy, what is meant by a long-only restriction and what is meant by a cash-lock risk?

(c) (3 marks) For what purpose is the CPPI algorithm used in life insurance? Name and explain one example of its use.

(d) (6 marks) How will the return of a single investment in a CPPI strategy, that guarantees this single investment, behave relative to the direct investment in the risky asset

i. in the case of markets that are rising overall,

ii. in the case of markets that are falling overall (market crashes),

iii. in the case of fluctuating markets?

Analyse the individual cases and give reasons for your assessments!

Question 2. *Interest and Default Risks [18 marks]*

We are considering various risk management measures for a German life insurer that uses the standard formula for Solvency II purposes and are discussing their impact:

(a) (8 marks) A hedging programme is being implemented that primarily uses receiver swaps.

i. Name the risk components that would lead to the SCR changing as a result and give brief reasons for your choice.

ii. Under the previous conditions we are considering the (unrealistic) scenario under which the yield curve shifts upwards parallel over night by 400bp. Briefly explain which liquidity risks this scenario would bring for the insurer.

(b) (4 marks) Your Chief Economist says that, under certain circumstances, they can imagine the Federal Republic of Germany defaulting, and are considering appropriate CDS hedging. Briefly explain which of the following banks would (or would *not*) be appropriate for such a transaction: Deutsche Bank, Morgan Stanley, UBS.

(c) (3 marks) Briefly explain whether the following statement is correct or not: "Because, for the above-mentioned derivatives, more than sufficient high-quality collateral has been provided, the following applies: LGD = 0 according to Solvency II".

(d) (3 marks) There are outstanding claims against the insurance agent Otto Müller, which are 88 days overdue. He gets in touch by text message (sms) and promises to deal with the matter in two weeks. Give a brief explanation of how the SCR will change in two days.

Question 3. *Underwriting Life and Health [18 marks]*

You work at a life insurance company that provides a wide range of life insurance products. In your job you are asked to look at the longevity risk to which your employer is exposed.

(a) (4 marks) Describe the content of the longevity module in the SII Standard Model within the life module. Refer to which products are included in general and name one example of a product that has longevity risk and one that does not.

(b) (2 marks) A colleague reads your reply to part a) above and asks you whether disability income protection insurance also has longevity risk. After all, more pension payments would be due if the beneficiaries received their pension for longer. What would you reply?

(c) (3 marks) Explain a situation in which a valuation of a product in accordance with the SII standard model shows a longevity risk that, however, actually is driven by another risk that turns out to be more dominant.

(d) (5 marks) Describe the shock scenario in the SII standard model and give a critical evaluation of the following statement by a colleague: "This shock scenario does not fit to our observations from the last few years." Can you understand what he means and what would you reply?

(e) (4 marks) Recently, you have been invited to work on the development of an internal model. Since you have spent a lot of time studying longevity, your colleagues are eager to get your input here.

In order to simplify your work a little, you recall the content of your CERA B seminar.

List the four components in which underwriting risks were broken down when considering internal models and then mention, with a brief explanation, which of these four components might play a greater or lesser role when it comes to longevity.

Question 4. *Risk Aggregation [18 marks]*

Consider an insurance company which uses an internal simulation model to calculate its SCR as, for example, was discussed in your course materials. The table below shows the current calculation results that have been prepared for internal risk reporting purposes.

	Undiv. per Risk	Undiv. per Module	Fully Diversified
Market Risks	**205**	**160**	**140**
Equity Risk	50		
Property Risk	50		
Interest Rate Risk	50		
Spread Widening Risk	50		
Non-Linear Market Risk	5		
Default Risk	**50**	**50**	**30**
Underwriting Risk	**100**	**80**	**65**
Premium & Reserving Risk	50		
Catastrophe Risk	50		
Operational Risk	**50**	**50**	**35**
Non-Linear across modules	**5**	**5**	**5**
Diversification	**-135**	**-70**	**0**
Deferred Taxes	**-70**	**-70**	**-70**
SCR	**205**	**205**	**205**

Assume that the single risks each correspond to a risk factor in the simulation model and that neither default risk nor operational risk contain any further sub-risks, i.e., in these cases the risk module and single risk are the same.

(a) (8 marks) The table shows the SCR results in three aggregation steps: first, the 99.5% loss per single risk (left column), then the 99.5% losses per risk module (middle column) and finally fully diversified in accordance with total SCR (right column). Explain how these three representations can be created in a simulation model.

(b) (5 marks) In the table two different non-linear contributions (market risk, across modules) are also shown. For both cases consider a concrete example by means of which you can make clear how non-linear contributions arise and why these are shown.

(c) (5 marks) The risk report shows the loss-absorbing effect of deferred taxes. In the risk report the loss-absorbing effect of the company‘s

reinsurance arrangements should also be shown. How could you determine these and which condition has to be fulfilled in the simulation model?

Question 5. *Property and Casualty Insurance, Standard Formula [18 marks]*

The Feldafinger Brandkasse (FFBK) is thinking about expanding into the UK market and is considering the acquisition of the Fishbourne Fire Fund (FFF), which writes Fire and Liability business. Because of the anticipated changes to the regulatory regime in the UK stronger policyholder protection should be guaranteed for the so-called FSCS business (= Financial Services Compensation Scheme), meaning that this business will have to be written by a separate company that will have to be backed with capital. The remaining business can remain in a branch office which can be backed by a parent company abroad (here FFBK in Germany) and will thus not require local capital. In the FFF portfolio the FSCS business will only affect the Liability LoB.

(a) (6 marks) Premium and Reserve Risk

Calculate the risk capital in line with the standard formula method for the aggregated premium and reserve risk for the FSCS business and the total business.

To do so, use the following information:

- The correlation between the LoB Liability and Fire is 25%.
- In addition, you have the following figures per LoB:

LoB	**Position**	**Value**
Liability	sigma_prem	11.20%
Liability	sigma_res	11.00%
Liability	net premium	15m EUR
Liability	net reserve	30m EUR
Fire	sigma_prem	6.40%
Fire	sigma_res	10.00%
Fire	net premium	10m EUR
Fire	net reserve	5m EUR

(b) (8 marks) Catastrophe Risk

Now calculate the risk capital in line with the standard formula method for the catastrophe risk for the FSCS business and the total business.

Use the following information:

- Reinsurance: XoL structure per event Fire, 15m EUR xs 5m EUR, unlimited free reinstallments

- In addition you have the following Cat figures per LoB and peril:

LoB	**Position**	**Value**
Liability	SCR ManMade	10m EUR
Fire	SCR ManMade	20m EUR
Fire	SCR NatCat Flood	9.5m EUR
Fire	SCR NatCat Hail	10m EUR
Fire	SCR NatCat Earthquake	5m EUR
Fire	Gross Loss NatCat Storm	20m EUR

Peril	**Scenario A**	**Scenario B**
Storm	80% / 40%	100% / 20%
Flood	65% / 45%	100% / 10%
Hail	70% / 50%	100% / 20%
Earthquake	no mutiple events	

NB: First, calculate the net SCR for the missing natural catastrophe component Storm using the scenario approach. Then aggregate all risks in line with the cat risk correlation tree. The SCR_NP and SCR_otherCAT is not existing.

(c) (4 marks) Total Risk

According to the Standard Formula the total risk is 30m EUR (FSCS business) and 45m EUR (Total business). According to the business plan there is a yield of 4m EUR. If the option of one company with the FSCS business and a branch office for the remaining business is selected there will be additional costs of 1m EUR because of the duplicate structure. You wish to ensure a solvency ratio of at least 150% locally.

i. First of all, calculate the company's locally required capital in both cases.

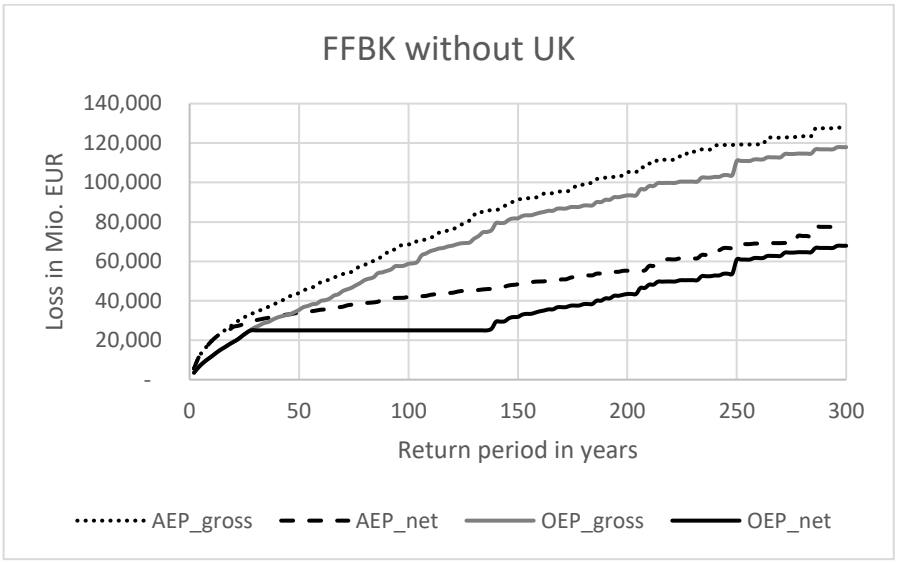
ii. Then prepare a proposal for your CFO explaining which variation is more capital efficient in your opinion. Give reasons for your proposal.

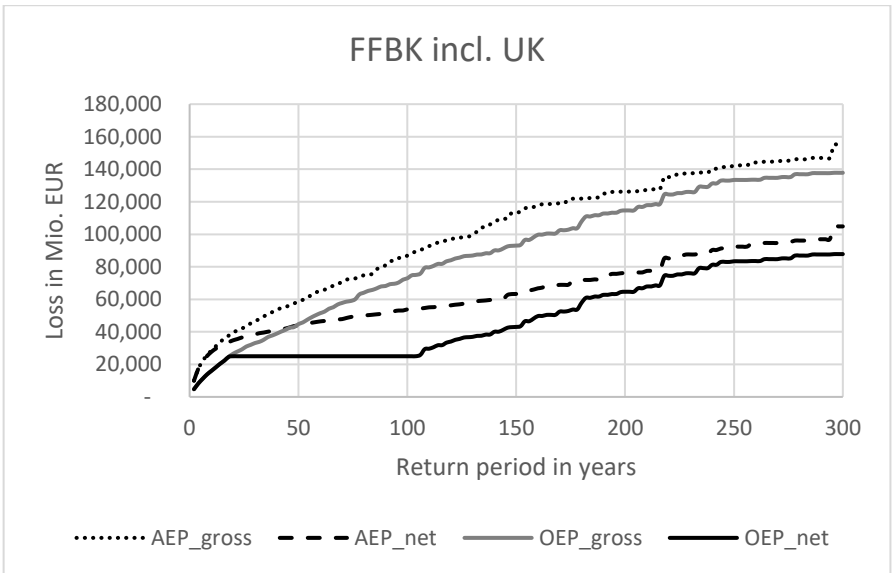
Question 6. *Property and Casualty Insurance, Internal Model [18 marks]*

The CFO of the Feldafinger Brandkasse (FFBK) asks you what impact the total UK business will have on the SCR of the FFBK. To answer this question you need to do some preliminary work first of all.

(a) (2 marks) Describe the two types of exceedance-probability curve.

(b) (6 marks) You have the results of the two natcat simulations for FFBK without UK and FFBK incl. UK. Describe which type of reinsurance structure seems to be involved and what reinsurance treaty conditions you can infer.





(c) (3 marks) Explain how FFBK's existing reinsurance conditions without UK can be adjusted so that they would reflect the same maximum net loss after reinsurance for a 250-year event following the takeover of the UK portfolio.

(d) (7 marks) Now determine the total risk for FFBK incl. the UK business.

i. (3 marks) Explain which three types of loss are modelled under the premium risk of an internal model. Mention the modelling approaches for each (1-2 key words per type of loss).

ii. (4 marks) You now have the following economic results from the FFBK's internal model incl. UK (in m EUR):

Path	$result_{assets}$	P	E	P_{CY}	R_{CY}	R_0	P_{PY}	R_{PY}	O
1.352	5	155	21	100	300	535	210	350	0
4.325	10	155	21	60	120	535	360	590	30
MW	10	155	21	40	500	535	235	300	5

$result_{assets}$	Investment result
P	Net earned premiums
E	Net of expenses
P_{CY}	net of current year claims payments
R_{CY}	net of current year claims reserves

R_0	Net of reserves in t=0
P_{PY}	net of previous year claims payments
R_{PY}	net of previous year reserves
O	Impact of operational risks

The SCR for the reserve risk is calculated from Path 1.352 and the Total SCR is calculated from Path 4.325. How high are they? Remember that the risk is calculated as the difference to the average.

Question 7. *Reinsurance Life and Health [18 marks]*

You work for a German life insurance company and are responsible for purchasing life reinsurance.

(a) (5 marks) Just before the end of the year you discover that your local GAAP results (e.g., German GAAP is HGB, Swiss GAAP is Obligationenrecht) have been impacted as a result of additional reserve increases, and you consider whether and, if so, how you can stabilise this local GAAP result.

Which of the reinsurance solutions that were discussed in the seminar could be appropriate in this case? Give reasons for your choice and explain the effect of this reinsurance structure on the results.

Note: while the effectiveness of such transaction can depend on country specifics, for the purpose of answering this question you can focus on the illustration in the presentation in the seminar, regardless of whether applicable to your country.

(b) (3 marks) Roughly, how would you structure this reinsurance solution so as to be as cost efficient as possible? In your answer refer to the characteristics discussed in the seminar.

(c) (2 marks) How would your answer to b) above change if the local GAAP results have not been impacted by strengthening reserves, but by actual claims payments and your ALM colleagues ask you to pay attention to liquidity?

(d) (4 marks) How would you initially explain to your Risk Management Department how the solvency ratio of your company would change as a result of this reinsurance solution? And which special additional condition would cause your answer to be different (and how?)?

(e) (4 marks) In the course of your discussions with your Risk Management Department, you are asked whether, using this reinsurance solution, more biometric risk could be ceded since this has become a significant driver for your SCR in the meantime. What would you reply?

Question 8. *Guaranteed Products and Hedging [18 marks]*

(a) (7 marks) Explain the functionality of Greek-based hedging. Start with a brief description of the problem to be solved and define two Greeks -- of your choice – and give an argumentation (or even a proof) for these Greeks' signs (i.e., are they positive or negative) in a European call on an equity.

(b) (2 marks) Name four requirements and/or possible difficulties connected to Greek-based hedging.

Information for Sections c) and d).

In the past, an insurer has sold a guarantee product which still has a residual term of 10 years for all outstanding contracts. At the end of the term, the policyholder receives the maximum from the fund investment and the guaranteed sum.

The guaranteed product has the following characteristics, derived from the underlying benchmark of the fund investment:

- Delta: - €6,100,000
- Gamma: - €20,000
- Vega: - €5,500,000

In addition to the index-related investment there is cash of 30,000,000.00 €.

(c) (1 mark) What type of GMxB product is this?

(d) (6 marks) You have the task of structuring your investment so that the total risk is delta- and gamma-neutral. Your investor proposes two possible portfolios of derivatives in which to invest the current cash fund (assume that there are no other suitable instruments available):

Portfolio 1:

- 2.5 year term
- Delta €1,100,000, Gamma €38,000, Vega €2,700,000
- Price: €25,000,000

Portfolio 2:

- 2.0 year term
- Delta €1,000,000, Gamma €40,000, Vega €2,300,000
- Price: €20,000,000

Which of the two portfolios, and of that portfolio what share, would you choose if you assumed that the market volatility is currently extraordinarily low?

In your answer to this part of the question you may use the modelling simplifications from the lecture notes. Which of them would you need here?

(e) (2 marks) What additional risk exists for the hedge in d) if the underlying asset is an actively managed fund (from an external provider)?

Question 9. *Interest Risk [18 marks]*

We are considering the cash flow CF = (-100, -50, 30, 40, 90) at the full year points in time (1, 2, 3, 4, 5), interest is flat zero.

(a) (5 marks) Calculate the duration of CF and discuss the result in terms of the level of the duration compared to the term.

(b) (7 marks) Consider the rise in interest rates (in bps): (200, 100, 0, 0, 0). You approximate the change in value of CF as a result of this increase in interest rates in two different ways:

i. (3 marks) You use the duration from part 1. To do so you use the average, (flat) interest shift of (200+100+0+0+0) / 5 = 60. Demonstrate that, using this method, the value is reduced by 3.

ii. (4 marks) You break down the problem into the two time segments (1, 2) and (3, 4, 5). Accordingly, the change in interest is broken down into Change 1 = (200, 100) and Change 2 = 0 = (0, 0, 0) and CF into CF1 = (-100, -50) and CF2 = (30, 40, 90). Approximate the change in value of CF1 and CF2 separately as was done in Part i. Demonstrate that, using this method, the value increases by 3.

(c) (3 marks) Discuss the two approximation methods from Section (b) above. What do you notice? Which method seems more plausible to you? Give reasons for your answers.

(d) (3 marks) Demonstrate that an approximation of the change in value using the key rate durations will result in the same result as for (b) ii above.

Question 10. *Operational Risk [18 marks]*

In the seminar you were introduced to possibilities for modelling and quantifying operational risks.

(a) (6 marks) First of all describe the actuarial method to determine the SCR from operational risk. Refer to the following points as a minimum: basic method, model assumptions (different distributions), data requirements.

(b) (7 marks) Quantitative methods for operational risk based on empirical data such as the actuarial method are sometimes considered problematic. Elaborate three considerations that could lead to this assessment. At least one of your considerations should refer to the actuarial method.

(c) (5 marks) Behavioural economics deals with the psychological, cognitive, emotional, cultural and social factors that play a role in economic decisions. In particular, this branch of economics analyses how these decisions differ from those that classical economic theory assumes. Can behavioural economics be used to explain the problems of quantitative methods in modelling operational risk? Analyse this and make your own assumptions.

Question 1. *Equity Risk [18 marks]*

Model Answer

(a) The formula

$$SW_{t+1} = m \cdot (V_t - F)/V_t$$

produces

$$SW_1 = 5 \cdot \frac{(V_0 - F)}{V_0} = 50\%.$$

Therefore, over the 1st period (day), the risky investment has a weight of 50%. The same applies of course to the risk-free investment.

Using the given yields, the final value of the portfolio after the 1st period (day) is as follows

$$V_1 = 1.000€ \cdot \left(50\% \cdot 1{,}02 + 50\% \cdot \left(1 + \frac{0{,}025}{250} \right) \right) \approx 1.010{,}05\ €.$$

(b) Long-Only restriction: CPPI strategies should only be long only, i.e., short-selling is not permitted. In particular we arrive at $SW_t \geq 0$. (1.5 marks)

Cash-Lock risk: If the cushion falls to zero the portfolio is fully invested in cash. If a portfolio is fully invested in cash it remains thus on condition that there is no inflow of additional funds from outside (no new contributions, cash return is zero). (2.5 marks)

(c) To generate (alternative) guarantees in unit-linked life insurance policies, for example, via a guarantee fund. The guarantee is then represented via the floor (=discounted guarantee).

(d) In the case of rising markets the decline in yield (costs of the guarantee) should be small compared to a direct investment. Since the markets are rising very little money should be invested in the risk-free asset and the CPPI returns should be moderately lower compared to the direct investment.

In the case of falling markets the guarantee from the CPPI strategy should take effect at some point. The CPPI strategy should thus be far superior to the crashed direct investment.

With fluctuating markets, the market downturns will mean that relatively high sums will have to be reallocated to / reinvested in the risk-free asset. When the market then recovers this will mean that there is hardly any money in the risky asset, i.e., there will be little or no benefit from this market recovery. The returns using the CPPI strategy should thus tend to be lower compared to those using the direct investment.

Question 2. *Interest and Default Risks [18 marks]*

Model Answer

(a)

i. On the one hand, the swaps will influence the interest risk and thus change the associated SCR. On the other, acquiring the swaps will mean a counterparty default risk will be incurred, meaning, in turn, that the SCR for this risk will also change.

ii. An overnight rise in interest rates of 400bp will mean the current value of the receiver swap will decline considerably, making it necessary to provide appropriately high collateral, and on the following day to boot. In order to provide this collateral, the insurer will have to make very high liquidity available immediately. This could even be very difficult to implement even if the appropriate sources of liquidity were available. This effect might be exacerbated even further since high charges on the fixed-interest securities in the investment portfolio would be incurred.

(b) For this type of CDS hedging to be following a default by the Federal Republic of Germany, the counterparty should not be a German bank since a default by the Federal Republic of Germany could also directly affect any Germany-based bank. Accordingly, Morgan Stanley or UBS would be more suitable than Deutsche Bank.

(c) This statement is basically incorrect since, if the derivative were to default not only would a large part of its current value be lost but also its risk-mitigation effect would also be sacrificed.

(d) These receivables are type 2 exposures. If these receivables are in default by 90 days then the SCR will increase since, in this case, there will be a haircut of 90% rather than 15% -- even if Herr Müller agrees to settle the receivables a few days later.

Question 3. *Underwriting Life and Health [18 marks]*

Model Answer

(a) In general the module includes products that result in payments upon survival (of the policyholder) (more precisely: products for which a decline in mortality results in a deterioration of Own Funds). Example with longevity: annuities. Example without longevity: term insurance.

(b) In income protection insurance longevity itself does not trigger payment of the benefit. There are, however, two aspects (of which one is enough for the full marks) why longevity in income protection can still mean a reduction in Own Funds:

a. If the mortality of invalids is stressed fewer invalids die and these receive their benefits for longer. This leads a strain on Own Funds.

   NB: In practice it may be the case that longevity and reactivation are jointly modelled as terminations or similar. The reactivation as such would be stressed in the Disability module.

b. Another possible answer is to consider the actives: should the calculation bases for higher ages be insufficient then a decline in active mortality in younger years can have an effect (though this will probably usually be small) on the Own Funds. Then more insureds will reach the age if the bases for calculation are insufficient.

(c) We are considering the scenario of an in-force portfolio where the calculation bases for longevity are sufficient (e.g., DAV 2004-R20), but for which a high return, e.g., of 4%, has been promised.

The way the SII standard model works will show a loss in the longevity module, which in part (200-year event) certainly can come from longevity. However, this conceals the risk that actually materialises (high interest guarantees vs. low return from interest), and the lower mortality ultimately only leads to an increase in volume (the volume for which interest is to be calculated does not actually reduce as quickly as expected).

(d) In the SII standard model mortalities are immediately reduced, by 20% permanently and for all ages equally.

When commenting on the colleague's statement various answers are possible. In general it must be stated that single realisations (i.e., oc-

currences) cannot usually be compared with the (assumed) 200-year event.

- If he or she is referring to the pandemic years then a decline in mortality is less likely: During the pandemic mortality rose by between 5 and 10%, in other words. 5-10 years of improvements in mortality were destroyed again. As is well known, this was highly dependent on factors such as age or the existence of pertinent pre-existing conditions (which would be worth commenting on in its own right).

However, your colleague will probably not have been referring to the pandemic years because these were accompanied by a rise in mortality and this is obviously not relevant for longevity risk.

- Something similar would apply, however, if he or she were referring to the years prior to the pandemic. At that time it was observed that mortality improved by some 2% per year (depending on age, country, etc).

  In this case one can ask why mortality should reduce by 20% all of a sudden. Medical advances to date could not trigger improvements of this magnitude (cf., for example, the anti-vaccination movement during the pandemic). Also a more detailed analysis of causes of death does not, at first glance, provide an explanation -- for example, if 20% of people die of cancer then -- in simple terms -- a miracle cure for all cancer sufferers would ultimately have to trigger a 20% decline in cancer-related deaths.

(e) Subdivided into Trend / Change, Error, Catastrophe and Random Fluctuation risks.

a. Random fluctuation: Random survival is not usually significant for annuities. It is more relevant for term insurance.

b. Trend: Probably the most dominant risk for longevity.

c. Error: Definitely relevant since incorrect calculation in setting tariffs and prices can cause material deviations.

d. Catastrophe: As a rule, catastrophes tend to result in deaths so this is less relevant for longevity.

Question 4. *Risk Aggregation [18 marks]*

Model Answer

(a) The simulation model produces a (large) random sample in accordance with the calibrated, joint distribution of all risk factors. Per scenario in this random sample the revenue losses from the change in values of assets and liabilities can be generated. The 99.5% quantile of this empirical distribution of losses corresponds to the Total SCR. If you evaluate the scenario set restricted to the market risks, for example, by zero-ing all remaining risk factors, you obtain the market module risk as 99.5% quantile (middle column). The result for the underwriting risk module is determined in a similar fashion. If you only evaluate a single risk factor you obtain the corresponding figure from the left-hand column. The figures in the right-hand column can be determined, for example, by using an Euler allocation: sorting the market risk module loss distribution using total distribution and determining the middle contribution in the scenarios around the 99.5% quantile of the total distribution gives you the "diversified contribution".

(b) The non-linear contributions contain changes to capital that do not come from the sum of the individual risks. A change to the current value of a bond contains, for example, discounting terms of the type

$$\frac{1}{d+\Delta s+\Delta z}=\frac{1}{d+\Delta s}+\frac{1}{d+\Delta z}+f(\Delta s,\Delta z)$$

where d describes the basic discounting and Δs and Δz the spread- and interest changes. The first two terms on the right hand side describe the corresponding contributions to the individual risks, $f(\Delta s,\Delta z)$ contains the non-linear contributions to the market risk of this term. Similarly, because of the inter-relation between reserve risk and interest rate change, for example, there may be non-linear contributions spanning different modules.

(c) In order to determine the loss-absorbing effect of the reinsurance the gross and net losses with regard to reinsurance have to be contained separately in the simulation model. If you evaluate the Monte Carlo simulation for the total loss distribution using the gross losses and then subsequently using the net losses. the loss-absorbing effect can be determined from the difference of the 99.5% quantile.

Question 5. *Property and Casualty Insurance, Standard Formula [18 marks]*

Model Answer

(a) First of all the following formula is used to determine the standard deviation for the total premium and reserve risk per LoB:

$$\sigma_s = \frac{\sqrt{\sigma_{prem,s}^2 \cdot V_{prem,s}^2 + \sigma_{res,s} \cdot V_{prem,s} \cdot \sigma_{res,s} \cdot V_{res,s} + \sigma_{res,s}^2 \cdot V_{res,s}^2}}{V_{prem,s} + V_{res,s}}$$

This gives us the following interim figures per LoB:

- Fire: 0.99m EUR or 6.60% (2 marks)
- Liability: 4.39m EUR or 9.75% (2 marks)

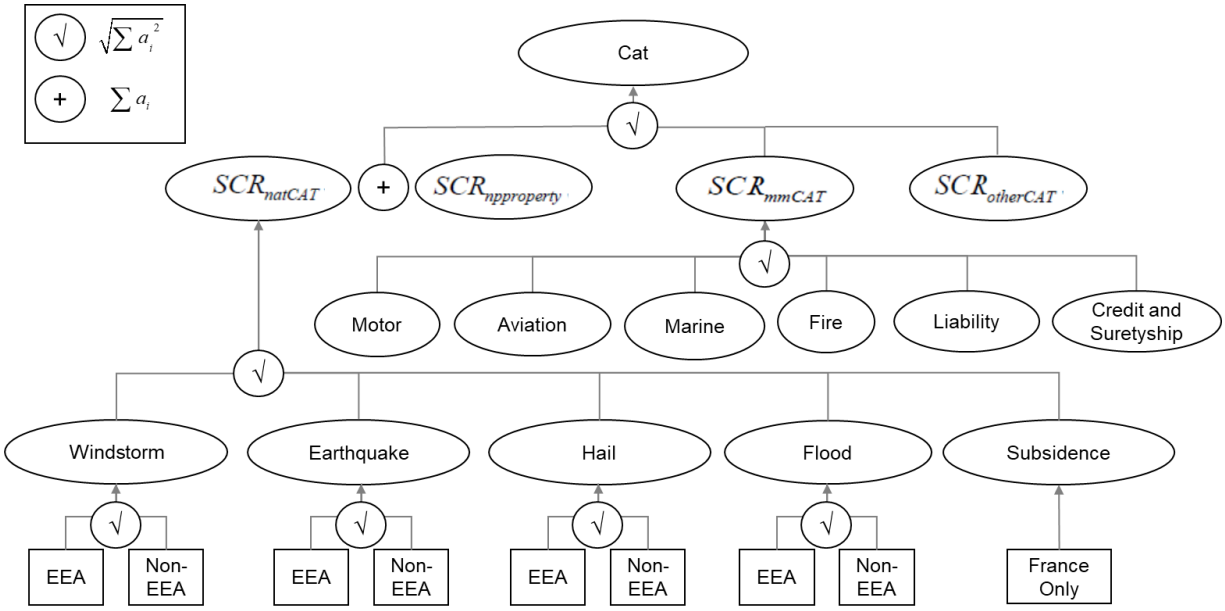
As a second step, you aggregate the risks per LoB using the correlation (25% between liability and fire) to the total premium and reserve risk. This gives you:

  - FSCS business, i.e., only liability: 13.16m EUR (risk), 4.39m EUR (standard deviation absolute), 9.75% (standard deviation relative) (1 mark)
  - Total business: 14.20m EUR (risk), 4.73m EUR (standard deviation absolute), 7.89% (standard deviation relative) (1 mark)

(b) First of all we determine the net risk for the natural catastrophe peril storm. This gives us (4 marks):

	Scenario	Event	Storm
Gross	Basis		20
Gross	A	1	16
Gross	A	2	8
Gross	B	1	20
Gross	B	2	4
Net	A	1	5
Net	A	2	5
Net	A	Sum	10
Net	B	1	5
Net	B	2	4
Net	B	Sum	9
Net	Maximum		10

Then you first of all aggregate the nat cat risks and the man made risks using the following correlation assumption:



and you get for the entire portfolio SCR_NatCat 17.76m EUR (1 mark) and for the SCR_mmCat 22.36m EUR (1 mark) and for the SCR_CAT 28.55m EUR (1 mark). For the FSCS business only the SCR_mmCat from the liability business remains for the SCR_CAT, namely 10m EUR (1 mark).

(c) For an solvency ratio of 150% you would need 45m EUR (FSCS-business) and 67.5m EUR (total business) in equity capital (2 marks). If only the FSCS business is done by one company this return would be reduced by 1m EUR in additional costs, i.e., the profit on the basis of the tied capital is 3m EUR/45m EUR=6.67% for the FSCS option and for the option with all the business in one company the return would be 4m EUR/67.5m EUR=5.93%. You propose to your CFO the more capital efficient option with one company for the FSCS business and a branch office for the remaining fire business. (2 marks)

Question 6. *Property and Casualty Insurance, Internal Model [18 marks]*

Model Answer

(a) There are two types of Exceedance-Probability curves:

- AEP: The AEP curve shows the distribution of the sum of all event losses in a year
- OEP: The OEP curve considers the largest event loss per simulation

(b) The reinsurance structure is an excess of loss treaty. Under this arrangement, risks are covered non-proportionately. The priority can be inferred from the first dip in the OEP curve at 25m Euro. The liability cover can be seen as the difference in the two OEP curves at the end of the constant part of the net OEP curve at around 140 years in the case of FFBK without the UK and at around 105 years in the case of FFBK including the UK. Here, the gross OEP curve has a value of around 75m Euro and the net OEP curve is still at 25m Euro. The liability cover is thus 50m Euro.

(c) First of all we derive FFBK's 250-year maximum net loss without the UK from the appropriate OEP curve. This is 60m EUR. The 250-year maximum loss incl. the UK portfolio can be derived in the same way and is around 83m EUR. The increase following the acquisition of the UK portfolio is thus around 23m EUR. One possible adjustment of the reinsurance conditions would thus be to increase the liability cover by 23 million.

(d) i) The following three types of loss are modelled under premium risk in an internal model:

- Basic losses: total annual losses are modelled
- Large losses: loss frequency and extent of loss are modelled separately
- Natural catastrophes: Either mathematical-statistical or geophysical-meteorological models are used

ii) To determine the reserve risk, the actuarial result of the legacy business (run-off result), namely

$$Res_{run-off} = R_0 - P_{PY} - R_{PY}$$

is required (more precisely the average result and the result of the quantile path, here Path No. 1.352). The risk capital for the reserve risk is obtained from the difference:

$$\text{Risk Capital}_{\text{Reserving Risk}} = (535 - 235 - 300) - (535 - 210 - 350)$$

$$= 0 - (-25) = 25$$

To determine the total SCR the total economic result, namely

$$Result_{Econ} = OF_1 - OF_0 = (MV_{Assets,1} - MV_{Assets,0}) - (MV_{Liabs,1} - MV_{Liabs,0})$$

$$= (Res_{Assets} + CF_{UW}) - (R_1 - R_0 + A + O)$$

$$= (Res_{Assets} + P - E - P_{CY} - P_{PY}) - (R_{CY} + R_{PY} - R_0 + A + O)$$

$$= Res_{Assets}$$

$$+ P - E - P_{CY} - R_{CY}$$

$$+ R_0 - P_{PY} - R_{CY}$$

$$- A$$

$$- O$$

is required (here Path No. 4.325). The total SCR is obtained from the difference:

$$\text{Total SCR} = (10 + 155 - 21 - 100 - 30 + 535 - 235 - 300 - 5) - (10 + 155 - 21 - 90 - 35 + 535 - 200 - 395 - 30)$$

$$= 9 - (-71) = 80$$

Question 7. *Reinsurance Life and Health [18 marks]*

Model Answer

(a) While most other reinsurance structures either focus on classic risk transfer or on reducing the SCR financial reinsurance is the structure that is being sought here.

Under these arrangements, the reinsurer provides the cedant with an amount in cash or as a receivable (non cash) and this improves the results under German accounting rules (HGB). This is offset by planned but uncertain repayments from future biometric results. The latter usually do not lead to an obligation to accrue deferred liabilities meaning that the balance sheet prepared under German accounting rules (HGB) is improved by the additional cash flow or the receivable.

(b) The non cash option / variant is obviously sufficient since strengthening the reserves does not require liquidity. This is better precisely because the reinsurer does not need compensating for providing liquidity.

Moreover, the price can also be reduced by a low as possible transfer of biometric risk. For the reinsurer this increases the probability of total repayment which means less risk capital is required and the reinsurer would not need to be compensated / remunerated for this.

(c) In this scenario there is obviously some liquidity outflow from the company and it would appear advisable to select the cash option/variant.

(d) Financial reinsurance usually impairs the solvency ratio (cash outflows because of the profit expectations of the reinsurer, exceptions only in the event of extremely high risk transfer for correspondingly a low fee). If, however, the deal is subject to contract boundaries then, by contrast, a positive impact on the solvency ratio is certainly likely.

(e) The transfer of biometric risks is not the primary objective of financial reinsurance arrangements. It can, however, be included in the structure (e.g., by higher financing volumes that would have to come from the underlying profits) though this will usually have an impact on the price.

Question 8. *Guaranteed Products and Hedging [18 marks]*

Model Answer

(a) See course/lecture notes. Greek-based hedging is used to hedge against capital market fluctuations in balance sheet items. For example the value of guarantees that are dependent on interest rates, fund values and other indicators may change.

The delta of a position is the (partial) derivation of the value of this position according to the value of the underlying asset (the delta of an equity or future is thus constantly 1, for example), and for a European call it is always positive since an increase in the value of the underlying equity increases the value of the call.

The vega is the partial derivation according to the volatility of the underlying asset. In the case of a European (call) option it is always positive thanks to the asymmetry of the option (profits are always taken, at least in the case of a call, whereas losses are limited upon use of the option premium).

With Greek-based hedging, one attempts, by means of appropriate transactions using appropriate instruments, to immunise the overall position following (hedging) trades against dependence on fluctuations of value drivers (e.g., the price of the underlying asset). For the delta, for example, linearity can be used.

(b) Possible answers are, for example:

a. No trade possible in continuous time

b. Model risk: One needs to be aware that a model (of whatever kind) for valuation is always subject to restrictions.

c. Accounting issues may arise (e.g., lowest value principle or realisation principle under the German Commercial Code), for which a conceptual plan will be required.

d. Transaction costs may be incurred but are often not considered in modelling.

e. Depending on the model not all portfolio Greeks are linear, that means that the portfolio-Greeks -which are ideally zero - cannot be determined "simply" through the weighted addition of single Greeks.

f. As a rule, Greek-based hedging only works well if the market movements are not too large (Taylor's theorem). This can be limited slightly, though not eliminated completely, by the addition of higher order Greeks.

(c) It is obviously a guaranteed minimum accumulation benefit or GMAB.

(d) The entire post-transaction portfolio should be delta and gamma neutral. While delta neutrality can still be achieved by buying or selling the underlying asset, the question states that only PF1 and PF2 can be used to achieve gamma neutrality. Thus, this must be given primary consideration here.

Thus, for PF1 and PF2 we have the following calculations:

- PF 1 is bought at about 52% (20,000/38,000), vega is at about 1,420.000 = 52%*2,700,000.

  Vega Total PF 1: 1,420,000 – 5,500,000 ≈ -4,080,000

- PF 2 is bought at about 50% (20,000/40,000). vega is at about 1,150,000

  Vega Total PF 2: 1,150,000 – 5,500,000 ≈ -4,350,000

  This means that the total vega (= change in value if there is an increase in volatility) is more strongly negative for PF2. In the case of a hedge with PF1, one could, in other words, expect a lower decline in vega than with PF2 in the event of rising volatility. Thus PF1 would be preferable .

  For simplification the 'additivity' of the vega has been used.

  One must also check that the cash resources (30m) are sufficient for the transaction, which is the case here (because 52%*25m + 50%*20m < 30m could actually even be bought in the given proportions for both portfolios).

(e) There is a basic risk arising from the active management. The actual portfolio deviates from the benchmark ab. As a result both the current value of the underlying, the delta and gamma could deviate from their calculated hedge values.

If no benchmark is used, then every transaction undertaken by the (active) fund manager would then have to be included in the hedges, which would, in addition to the transaction costs, increase the other hedging risks considerably.

Question 9. *Interest Risk [18 marks]*

Model Answer

If interest is flat zero then the duration = sumproduct (CF, time) / Sum CF

(a) Sumproduct (CF, time) = 500, sum CF = 10, therefore duration = 500 / 10 = 50.

Discussion:

- 50 is much higher than the term of the CF. A term interpretation of the duration is meaningless here.
- The reason is the varying signs, they can reduce the denominator in the duration formula to such a degree that very large numbers arise.
- This is no pathological example, cash flows with varying signs are not unusual in insurance.

(b) The change in value is approximated by (old value) * (– Dur) * (interest rate rise in bps) / 10.000.

i. Change in value = 10 * (– 50) * 60 / 10.000 = -3.

ii. Part 1: Value CF1 = -150, duration CF1 = (100+2*50) / 150 = 4/3, average interest shift of (200, 100) is 150, therefore change in value = -150 * (– 4/3) * 150 / 10,000 = 150 * 200 / 10,000 = 3.

Part 2: Since the interest shift 2 is zero the value of CF2 remains unchanged.

The change in value of the total CF is the sum of both parts, namely 3.

(c) The comparison of the two results shows an astonishing difference. Method (1) results in a relative change in value of -30% and Method (2) results in a relative change in value of +30%.

Method (1) is not plausible because it causes a change in value of the rear CF (i.e., of CF2), although here the interest rates do not change.

Also estimating the sign of the change in value argues against Method (1): if only the negative CF are affected by a rise in interest rates the their weight in the total sum is reduced and the value should increase. Method (2) takes this into consideration and is thus more plausible.

The comparison of the two results shows even shows that Method (1) leads to an extreme misapproximation: the change of -3 compared to +3 with regard to a value of the total CF of 10 means a decline or a rise of 30%!

(d) The following applies: t-Dur = present value(CF(t)) / present value(CF) * t, therefore CF(t) / Sum(CF) * t and because the interest rates only change for t=1 and 2, we only need the first two key-rate durations.

1-Dur = -100/10 * 1 = -10 and 2-Dur = -50/10 * 2 = -10.

The change in value is approximated by (old value) * ((-1-Dur) * 200 + (-2-Dur) * 100) / 10,000 = 10*(10*200+10*100)/10,000 = 3

Question 10. *Operational Risk [18 marks]*

Model Answer

(a) The actuarial method to determine capital requirements from operational risk is based on the following formula:

$$L := \sum_{i=1}^{N} S_i$$

In this formula N are the number of losses and $\{S_i\}$ the (i.i.d.) extent of the losses (basic approach, 0,5P+0,5P+0,5P).

Poisson distribution can, for example, be used to distribute the number of losses (Model assumptions, 0.5 mark).

As for the extent of losses, a distribution can be used that is split into three sections and modelled separately:

- For medium losses (bulk distribution) *lognormal distribution* is a common choice thanks to its *right skew* (model assumptions, 1 mark).
- Since loss results are mostly of interest only above a *detection threshold / de minimis threshold* the *bulk of the distribution selected is truncated* (model assumptions, 1 mark).
- For large losses *(tail)* distributions from extreme value statistics can be used (e.g., *generalized pareto distribution)* (model assumptions, 1 mark).

Stable calibration is not usually possible when purely internal data is included. External loss date is also required. (Data requirements, 1 mark).

(b) For example three from the following (2 marks for each):

i. Among all the risk categories that are used to determine the SCR, operational risks are, by far, those that require the most qualitative assessment.

ii. In the banking sector, following ten years of experience with the (probabilistic) advanced modelling approach for internal models there has been a return to a binding standard method.

iii. Internal, empirical loss date on operational risk are not a suitable indicator for future losses because observed losses usually lead to measures that are intended to clearly reduce the probability of future occurrences.

iv. Operational risks with high probability of loss and low loss amounts are, by definition, frequent and therefore useful for statistical purposes. This is not the case for operational risks with low probability of loss and high loss amounts (especially when it comes to purely internal data).

For the last two points the actuarial method can be applied (+1 mark if at least one of the two is mentioned).

(c) One could assume that quantitative methods may struggle to capture the entire spectrum of human behaviour and human decision-making (1.5 marks). However, operational risks arise through human error / deviations from rationality (1.5 marks). Therefore one could assume that the difficulties that quantitative methods have in representing operational risk are down to the disregard / neglect of the human element (2 marks).