DAV
Deutsche
Aktuarvereinigung e.V.

Schriftliche Prüfung im Fach

Modellierung und ERM

gemäß Prüfungsordnung 5
der Deutschen Aktuarvereinigung e. V.

am 09. Mai 2026

Hinweise:

- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 180 Punkte. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens 90 Punkte erreicht werden.
- Bitte prüfen Sie die Ihnen vorliegende Prüfungsklausur auf Vollständigkeit. Die Klausur besteht aus 11 Seiten.
- Alle Antworten sind zu begründen und bei Rechenaufgaben muss der Lösungsweg ersichtlich sein.
- Bitte vermeiden Sie bei der Lösungserstellung die nicht zusammenhängende Streuung der Lösungen zu den einzelnen Aufgabenteilen.
- Aus Gründen der besseren Lesbarkeit wird auf die gleichzeitige Verwendung der Sprachformen männlich, weiblich und divers (m/w/d) verzichtet.
- Alle Antworten sind in deutscher Sprache zu erstellen (fremdsprachige Fachbegriffe ausgenommen).

Mitglieder der Prüfungskommission:

Dr. Volker Goersmeyer, Dr. Lucattilio Tenuta,
Andreas Wagner

Aufgabe 1. *[Modelle in der Versicherung - Personenversicherung] [15 Punkte]*

(a) *[3 Punkte]* Nennen und erläutern Sie zwei wesentliche Unterschiede zwischen deterministischen und stochastischen Modellen in der Personenversicherung.

(*1,5 Punkte pro Unterschied*.)

(b) *[3 Punkte]* Was versteht man unter einer Best-Estimate-Annahme? Nennen Sie ein Beispiel für eine solche Annahme in der Lebensversicherung.

(c) *[3 Punkte]* Welche drei Hauptarten von Zahlungsströmen werden in der Modellierung von Personenversicherungsprodukten unterschieden? Geben Sie zu jeder Art ein Beispiel.

(*0,5 Punkte pro Hauptart; 0,5 Punkte pro Beispiel für jede Hauptart*.)

(d) *[3 Punkte]* Nennen und erläutern Sie ein Ziel des Asset-Liability-Managements (ALM) in der Lebensversicherung und nennen Sie einen Grund, warum ALM für Lebensversicherer besonders herausfordernd ist.

(e) *[3 Punkte]* Welche Rolle spielen Managementregeln in stochastischen Unternehmensmodellen? Nennen Sie ein Beispiel für eine solche Regel.

Aufgabe 2. *[Modelle in der Versicherung - Personenversicherung] [20 Punkte]*

Ein Lebensversicherungsunternehmen bietet eine Berufsunfähigkeitsversicherung (BU) mit folgenden Merkmalen an:

- Eintrittsalter: 35 Jahre, Versicherungsdauer: 30 Jahre
- Monatliche BU-Rente: 1.500 Euro.
- Beitragszahlung: laufend, jährlich im Voraus.
- Bei Eintritt der Berufsunfähigkeit wird die gesamte Jahresrente nachschüssig (am Ende jedes Jahres) bis zum Ablauf der Versicherungsdauer gezahlt, maximal bis zum 65. Lebensjahr.
- Es gibt keine Überschussbeteiligung.

Für die Modellierung gelten folgende Annahmen:

- Wahrscheinlichkeit für Eintritt der BU pro Jahr: $0{,}2\%$
- Wahrscheinlichkeit für Tod pro Jahr (ohne BU): $0{,}1\%$
- Wahrscheinlichkeit für Tod während BU: $0{,}3\%$
- Rechnungszins: $1{,}5\%$ p.a.
- Kosten werden vernachlässigt.

(a) *[4 Punkte]* Skizzieren Sie die wesentlichen Zahlungsströme, die in einem Projektionsmodell für dieses Produkt zu berücksichtigen sind und stellen Sie die Modellannahmen für die biometrischen Risiken und den Rechnungszins in einer übersichtlichen Tabelle dar.

(b) *[12 Punkte]* Berechnen Sie den Barwert zum Zeitpunkt $t = 0$ der erwarteten BU-Renten für einen einzelnen Vertrag, wenn die Berufsunfähigkeit im 10. Jahr eintritt und der Versicherte danach bis zum Ablauf der Versicherung lebt. Diskontieren Sie mit dem Rechnungszins.

Hinweis: Der BU-Eintritt liegt zu Beginn von Jahr 10; die erste Jahresrente fällt am Ende von Jahr 10 an (nachschüssig). Insgesamt 21 Zahlungen (Ende Jahr 10 bis Ende Jahr 30).

(c) *[4 Punkte]* Beschreiben Sie, wie Sie in einem Szenarienmodell die Auswirkungen einer Erhöhung der BU-Eintrittswahrscheinlichkeit auf den Barwert der Verpflichtungen analysieren würden.

Aufgabe 3. *[Modelle in der Versicherung - Personenversicherung] [25 Punkte]*

Ein Lebensversicherungsunternehmen bietet eine fondsgebundene Rentenversicherung mit Kapitalgarantie an.

Die wichtigsten Produktmerkmale sind:

- Eintrittsalter: 45 Jahre, Rentenbeginn: 67 Jahre (Laufzeit: 22 Jahre).
- Einmalbeitrag: 20.000 Euro.
- Kapitalgarantie: Zum Rentenbeginn werden mindestens 20.000 Euro ausgezahlt.
- Verwaltungskosten: 1% p. a. des Fondsguthabens, jeweils am Jahresende belastet.
- Überschussbeteiligung: 90% der jährlichen Netto-Fondsrendite nach Kosten werden am Jahresende dem Vertrag gutgeschrieben. Die Überschussgutschrift wird dem Fondsbestand zu Jahresende zugeschlagen (*vollständige Reinvestition*) und erhöht die Basis des Folgejahres.
- Absicherung der Garantie: Das Unternehmen investiert einen Teil des Einmalbeitrags zum Vertragsbeginn in eine risikofreie Nullkuponanleihe; der Rest fließt in den Fonds.

Modellannahmen (Zeitpunkte & Zahlungen)

- Einmalbeitrag zu $t = 0$ (vorschüssig). Erträge, Kosten und Gutschriften jeweils am Jahresende ($t = 1, \ldots, 22$).
- Keine Storno- oder Todesfallleistungen während der Ansparphase.
- Risikofreier Zinssatz $r_f = 1{,}5\%$ p. a..
- Konstante Brutto-Fondsrendite $r_{\text{brutto}} = 4\%$ p. a..

Aufgabenstellung

(a) *[9 Punkte]* Beschreiben Sie, wie Sie dieses Produkt deterministisch modellieren würden. Gehen Sie insbesondere auf folgende Aspekte ein:

(i) Aufteilung des Einmalbeitrags in Garantie-Baustein (Anleihe) und Fonds-Baustein,
(ii) Jährliche Fortschreibung des Fondsguthabens (Kosten, Rendite, Überschussgutschrift),
(iii) Auszahlung am Laufzeitende (Garantie vs. Fonds).

(b) *[4 Punkte]* Berechnen Sie den notwendigen Anfangsbetrag K_0 für die Nullkuponanleihe, der nach 22 Jahren genau 20.000 Euro ergibt, bei Zinssatz $r_f = 1{,}5\%$ p. a.

(c) *[12 Punkte]* Der verbleibende Beitrag (nach Garantie-Baustein) wird in den Fonds investiert.

Gehen Sie von konstanter Brutto-Fondsrendite $r_{\text{brutto}} = 4\%$ p. a. aus, Kosten 1% p. a., Überschussgutschrift 90% auf die Netto-Fondsrendite.

Diskontieren Sie mit $r_f = 1{,}5\%$ p. a. auf $t = 0$.

Berechnen Sie den Barwert der Summe aller jährlichen Überschussgutschriften (ohne Garantiekomponente).

Beachten Sie den Hinweis aus den obigen Produktmerkmalen: Die Überschussgutschrift wird dem Fondsbestand zu Jahresende zugeschlagen (*vollständige Reinvestition*) und erhöht die Basis des Folgejahres.

Aufgabe 4. *[Grundlegendes zum Thema ERM] [30 Punkte]*

(a) *[4,5 Punkte]*

Zitieren Sie die drei Grundregeln im Umgang mit Risiko, wie sie von Robert Irwin Mehr und Bob Atkinson Hedges an der University of Michigan im Jahre 1963 aufgestellt worden sind! *[1,5 Punkte]*

Erläutern Sie jeweils kurz die Bedeutung der drei Regeln. *[3 Punkte]*

(b) *[7 Punkte]*

Was versteht man unter einer Risikoklassifikation? *[1 Punkt]*

Risikoklassifikationen können bis zu vier wünschenswerte Eigenschaften besitzen. Nennen und erläutern Sie diese vier Eigenschaften kurz! *[6 Punkte]*

(c) *[5 Punkte]*

Nennen Sie die sieben Risikomodule der Solvency-II-Standardformel! *[3,5 Punkte]*

Bilden diese eine vollständige Risikoklassifikation? Begründen Sie Ihre Antwort! *[1,5 Punkte]*

(d) *[6 Punkte]*

Welche vier Klassen quantitativer Bewertungsmethoden gibt es? *[2 Punkte]*

Welche beiden davon werden in der Standardformel überwiegend eingesetzt? *[2 Punkte]*

Nennen Sie jeweils ein Beispiel, für welches konkrete (Teil-)Risiko bei der Standardformel Bewertungsmethoden der genannten Klassen zum Einsatz kommen! *[2 Punkte]*

(e) *[7,5 Punkte]*

Welches sind die fünf Anforderungen an den Prozess der Risikoidentifikation? *[2,5 Punkte]*

Erläutern Sie diese kurz! *[5 Punkte]*

Aufgabe 5. *[Modellierung in der Schadenversicherung] [49 Punkte]*

Die Altensteiger Versicherung AG betreibt das Schadenversicherungsgeschäft der Sparten Allgemeine Haftpflicht, Cyber und Gruppenunfall. Für das interne Modell soll für diese Sparten jeweils das Großschadenrisiko modelliert werden. Für die Sparte Cyber liegt die folgende Liste mit den in den vergangenen Jahren eingetretenen Großschäden sortiert absteigend nach Schadenaufwand in TSD EUR vor. Die Großschadengrenze liegt bei einer Mio. EUR. Alle Werte sind inflationsbereinigt.

Anfalljahr	Schadenaufwand
2022	6.263
2023	5.715
2025	5.636
2021	4.128
2022	1.957
2025	1.880
2025	1.804
2025	1.658
2025	1.646
2022	1.606

Anfalljahr	Schadenaufwand
2022	1.554
2025	1.459
2022	1.377
2022	1.231
2025	1.206
2021	1.167
2023	1.159
2022	1.110
2021	1.089
2022	1.023

Als Exposure verwenden Sie das Mittel der über das Geschäftsjahr bestehenden Verträge. In den vergangenen Jahren betrug dieses:

Geschäftsjahr	2021	2022	2023	2024	2025
Anzahl Verträge in TSD	100	130	170	200	220

Für das Jahr 2026 wird mit einem Vertragsvolumen von 230 TSD Verträgen gerechnet.

Einer Übersicht mit für die Großschadenmodellierung wichtigen Verteilungen entnehmen Sie:

Name	**Dichte**	**Erwartungswert**	**Varianz**
Poisson-Verteilung	$P(X=k)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$	λ	λ
Negative Binomial-Verteilung	$P(X=k)=\binom{k+r-1}{k}p^r(1-p)^k$	$\frac{r(1-p)}{p}$	$\frac{r(1-p)}{p^2}$
Pareto-Verteilung	$f(x)=\frac{\alpha}{\lambda}\left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\alpha+1}$	$\frac{\alpha}{\alpha-1}\lambda$	$\frac{\alpha\lambda^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$

(a) Bestimmen Sie je Anfalljahr die Anzahl der eingetretenen Großschäden und die Großschadenhäufigkeit. *[5 Punkte]*

(b) Multiplizieren Sie die Großschadenhäufigkeit für jedes Anfalljahr mit dem Planexposure für 2026 und schätzen Sie auf Basis dieser Größen Erwartungswert und Varianz der Verteilung der Großschadenanzahl für das Jahr 2026! *[9 Punkte]*

(c) Sie entscheiden sich dafür, eine negative Binomial-Verteilung an die ermittelten Größen anzupassen. Bestimmen Sie die Parameter der negativen Binomial-Verteilung! *[4 Punkte]*

(d) Zur Bestimmung der Schadenhöhenverteilung passen Sie eine Pareto-Verteilung mit den Parametern $\lambda = 1$ und $\alpha = 1{,}8$ an. Wie könnten diese Werte zustande gekommen sein? Geben Sie die Verteilungsfunktion an! *[6 Punkte]*

(e) Die Altensteiger Versicherung AG hat einen Einzelschaden-XL-Vertrag 10 Mio. xs 5 Mio. abgeschlossen (also Priorität 5 Mio. und Haftungsstrecke des Rückversicherers 10 Mio.). Die Prämie für diesen Vertrag beträgt eine Mio. EUR. Kommt Ihnen das unter der Annahme, dass Großschadenanzahl und Schadenhöhe unabhängig sind, teuer vor? *[4 Punkte]*

(f) Halten Sie die Annahme der Unabhängigkeit in diesem Fall für gerechtfertigt? *[4 Punkte]*

(g) Welche Eigenschaften der Pareto-Verteilung sprechen grundsätzlich für die Verwendung zur Modellierung der Schadenhöhe von Großschäden? *[4 Punkte]*

(h) Welche Eigenschaften der Poisson-Verteilung sprechen grundsätzlich für die Verwendung zur Modellierung von Schadenanzahlen? *[4 Punkte]*

(i) Die Anzahlen der eingetretenen Großschäden der letzten 5 Jahre in den beiden anderen von der Altensteiger Versicherung betriebenen Sparten sind:

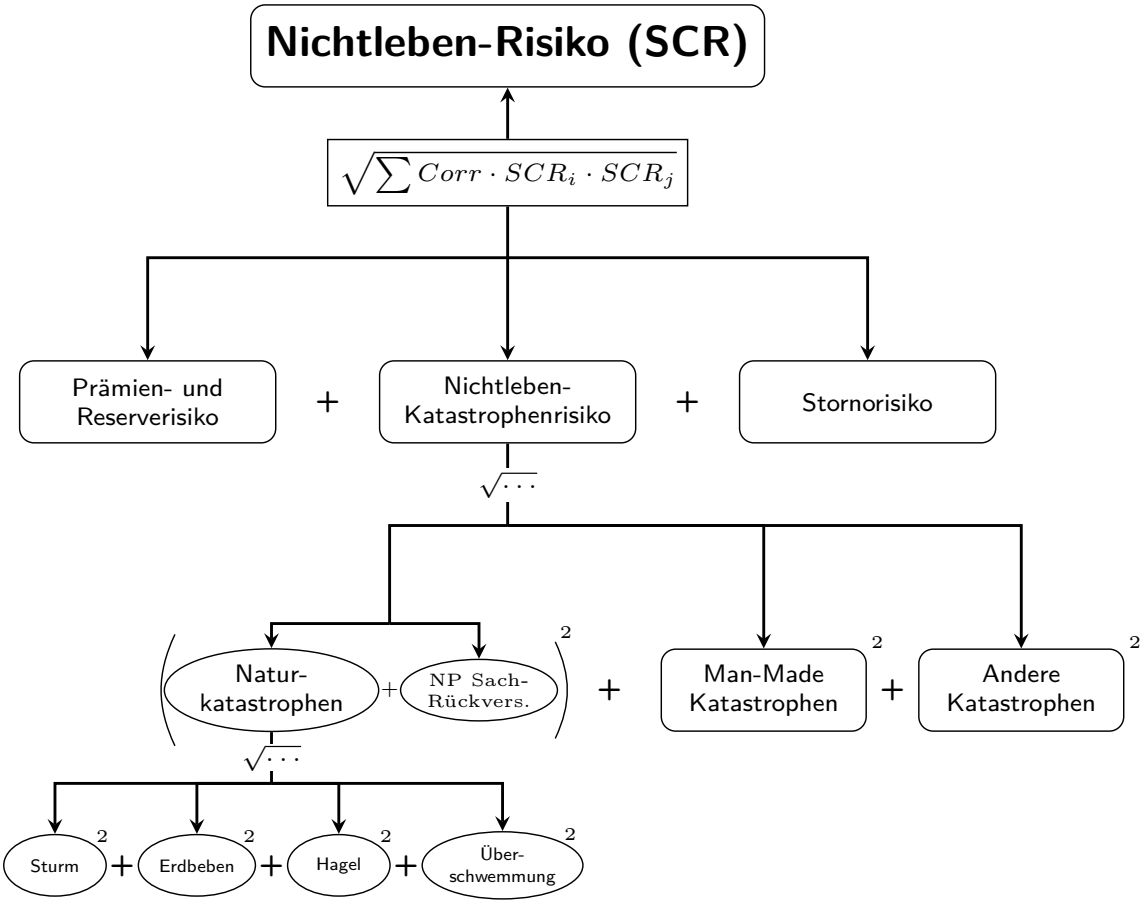
Geschäftsjahr	2021	2022	2023	2024	2025
Allgemeine Haftpflicht	3	0	3	2	1
Gruppenunfall	4	0	0	0	4

Wie bewerten Sie die Eignung der Poisson-Verteilung zur Modellierung der Großschadenanzahl bei der Altensteiger Versicherung jeweils in den drei von ihr betriebenen Sparten? Nennen Sie jeweils mindestens zwei Gründe! *[9 Punkte]*

Aufgabe 6. *[Unternehmensorganisation, Solvency II] [29 Punkte]*

Die Höfener Allgemeine Versicherung AG ermittelt ihr Solvenzkapital (SCR) mittels der Standardformel. Ihr Bestand ist großen Risiken aus Naturgefahren ausgesetzt. Daher hat das Unternehmen einen Ereignis-XL (Per Risk / Event XL) abgeschlossen, der die Gefahren Sturm, Hagel und Überschwemmung abdeckt.

An der turnusmäßigen Sitzung des Risikokomitees der Höfener Versicherung AG nehmen Sie als intern verantwortliche Person für die versicherungsmathematische Funktion teil. Präsentiert wird gerade das folgende Schaubild, auf der ein (vereinfachter) Teil der Solvency II-Standardformel dargestellt ist:



(a) Welchen grundsätzlichen Zweck erfüllt ein Risikokomitee, welche typischen Aufgaben können an dieses Gremium delegiert sein und wer sollte darin in welcher Funktion teilnehmen? *[10 Punkte]*

(b) Nennen Sie acht Aufgaben der versicherungsmathematischen Funktion? *[4 Punkte]*

(c) Erläutern Sie die Berechnung des SCR für das versicherungstechnische Risiko Nicht-Leben anhand des Schaubilds! Gehen Sie auf alle dargestellten Begriffe, Zeichen und Zahlen ein, insbesondere auch auf den Aspekt der Korrelationen! Woher nehmen Sie die Informationen, die Sie zur Berechnung benötigen? *[10 Punkte]*

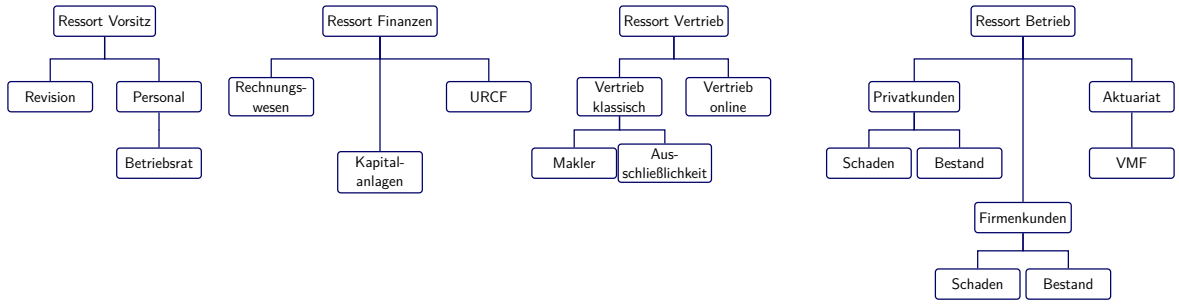
(d) Das Schaubild wird im Risikokomitee vom Leiter der Rückversicherungsabteilung präsentiert. Er schlägt vor, die Rückversicherungstruktur zu ändern und den Ereignis XL durch einen Jahresüberschaden-XL (Stop Loss / Aggregate XL) für Schäden aus Sturm, Hagel und Überschwemmung zu ersetzen. Er bewirbt diesen neuen Vertrag mit folgendem Argument bezüglich der Kapitalanforderungen:

> *„Der große Vorteil dieses Jahresüberschaden-XL ist, dass wir ihn doppelt anrechnen können: Er reduziert zunächst die Kapitalanforderung in den einzelnen Untermodulen (Sturm, Hagel, Überschwemmung). Zusätzlich erlaubt die Struktur der Standardformel, diesen Vertrag auch auf das übergeordnete Modul 'Naturkatastrophen' reduzierend anzurechnen, da er ja alle Gefahren bündelt. Dadurch sinkt unser SCR viel stärker als beim bisherigen Ereignis-XL."*

Nehmen Sie als Versicherungsmathematische Funktion (VMF) Stellung zu dieser Aussage. Ist die Argumentation korrekt? *[5 Punkte]*

Aufgabe 7. *[Governance, MaGo] [12 Punkte]*

Die Megagross Versicherung betreibt Geschäft in allen Sparten und allen Kundensegmenten und hat einen bedeutenden Marktanteil. In der Dokumentation der Aufbauorganisation sind das Organigramm und der Geschäftsverteilplan in folgenden Darstellungen enthalten:



Ressort/Funktionen	**Name**	**Vertretung**	**Abteilungen**
Ressort Vorsitz	Dr. B. Oss	I. Mobilie	Personal Revision
Ressort Finanzen	I. Mobilie	Dr. B. Oss	URCF Rechnungswesen Kapitalanlagen
Ressort Vertrieb	S. Eller	S. Meier	Vertrieb klassisch Vertrieb online
Ressort Betrieb	S. Meier		Privatkunden Firmenkunden Aktuariat
Revision	A. Sesor		
URCF	I. Mobilie		
VMF	Dr. G. Aus		

(a) Nennen Sie insgesamt 8 Beobachtungen auf Basis von Organigramm und Geschäftsverteilplan, die Sie vor dem Hintergrund aufsichtsrechtlicher Anforderungen an die Aufbauorganisation negativ beziehungsweise positiv bewerten! *[4 Punkte]*

(b) Geben Sie vier weitere Elemente einer transparenten Geschäftsorganisation neben Organigramm und Geschäftsverteilplan an inklusive eines kurzen Beispiels! *[8 Punkte]*

Lösungsvorschläge

Aufgabe 1. *[Modelle in der Versicherung - Personenversicherung] [15 Punkte]*

(a) *[3 Punkte]* Nennen und erläutern Sie zwei wesentliche Unterschiede zwischen deterministischen und stochastischen Modellen in der Personenversicherung.

(*1,5 Punkte pro Unterschied*.)

Lösungsvorschlag

- Deterministische Modelle verwenden feste Werte für alle Annahmen. Das bedeutet, dass bei jedem Durchlauf des Modells immer das gleiche Ergebnis herauskommt. Es gibt keine Zufallsvariablen. Beispiel: Die Sterbewahrscheinlichkeit wird mit einem festen Wert (z.B. 1%) angesetzt, und alle Berechnungen erfolgen mit diesem Wert.
- Stochastische Modelle berücksichtigen die Unsicherheit und Zufälligkeit der Annahmen, indem sie Zufallsvariablen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen verwenden. Das Modell wird oft mehrfach simuliert (z.B. Monte-Carlo-Simulation), um eine Verteilung möglicher Ergebnisse zu erhalten. Beispiel: Die Sterbewahrscheinlichkeit wird als Zufallsvariable mit einer bestimmten Verteilung modelliert, sodass verschiedene Szenarien mit unterschiedlichen Sterbefällen entstehen.

Die Beispiele dienen der Veranschaulichung und werden nicht bepunktet.

(b) *[3 Punkte]* Was versteht man unter einer Best-Estimate-Annahme? Nennen Sie ein Beispiel für eine solche Annahme in der Lebensversicherung.

Lösungsvorschlag

- Eine Best-Estimate-Annahme ist eine realistische, erwartungswertgetreue Schätzung eines Parameters oder einer Größe, die auf den aktuell verfügbaren Informationen basiert. Sie enthält keine Sicherheitsmargen oder Risikozuschläge.

  Beispiel: In der Lebensversicherung wird die zukünftige Stornoquote auf Basis der letzten Jahre als durchschnittlicher Wert von 3% pro Jahr angesetzt, ohne Sicherheitszuschlag.

(c) *[3 Punkte]* Welche drei Hauptarten von Zahlungsströmen werden in der Modellierung von Personenversicherungsprodukten unterschieden? Geben Sie zu jeder Art ein Beispiel.

(*0,5 Punkte pro Hauptart; 0,5 Punkte pro Beispiel für jede Hauptart*.)

Lösungsvorschlag

- Einzahlungen. Beispiel: Laufende Jahresbeiträge, die der Versicherungsnehmer zahlt.
- Auszahlungen bei Versicherungsfall. Beispiel: Auszahlung der Versicherungssumme bei Tod des Versicherten, bei BU oder bei Ablauf.
- Kosten. Beispiel: Jährliche Verwaltungskosten, die vom Beitrag abgezogen werden, oder Abschlusskosten.

(d) *[3 Punkte]* Nennen und erläutern Sie ein Ziel des Asset-Liability-Managements (ALM) in der Lebensversicherung und nennen Sie einen Grund, warum ALM für Lebensversicherer besonders herausfordernd ist.

Lösungsvorschlag

- Ziel (andere Ziele auch möglich): Das ALM soll sicherstellen, dass die Zahlungsströme aus den Kapitalanlagen (Assets) zeitlich und betragsmäßig zu den Verpflichtungen aus den Versicherungsverträgen (Liabilities) passen, sodass das Unternehmen jederzeit seine Verpflichtungen erfüllen kann.
- Herausforderung (andere Herausforderungen auch möglich): In der Lebensversicherung sind die Verpflichtungen oft sehr langfristig (z.B. 30 Jahre), während es am Kapitalmarkt kaum Instrumente mit so langer Laufzeit gibt. Zudem sind die Zahlungsströme auf der Passivseite von biometrischen Risiken und Kundenverhalten abhängig.

(e) *[3 Punkte]* Welche Rolle spielen Managementregeln in stochastischen Unternehmensmodellen? Nennen Sie ein Beispiel für eine solche Regel.

Lösungsvorschlag

- Rolle: Managementregeln steuern, wie das Unternehmen auf bestimmte Situationen reagiert (z.B. Anpassung der Überschussbeteiligung, Änderung der Asset-Allokation). Sie machen das Modell realitätsnäher, da sie das tatsächliche Entscheidungsverhalten des Managements abbilden.
- Beispiel: Wenn die Eigenmittelquote unter einen Schwellenwert fällt, wird die Überschussbeteiligung im Folgejahr reduziert.

Aufgabe 2. *[Modelle in der Versicherung - Personenversicherung] [20 Punkte]*

Ein Lebensversicherungsunternehmen bietet eine Berufsunfähigkeitsversicherung (BU) mit folgenden Merkmalen an:

- Eintrittsalter: 35 Jahre, Versicherungsdauer: 30 Jahre
- Monatliche BU-Rente: 1.500 Euro.
- Beitragszahlung: laufend, jährlich im Voraus.
- Bei Eintritt der Berufsunfähigkeit wird die gesamte Jahresrente nachschüssig (am Ende jedes Jahres) bis zum Ablauf der Versicherungsdauer gezahlt, maximal bis zum 65. Lebensjahr.
- Es gibt keine Überschussbeteiligung.

Für die Modellierung gelten folgende Annahmen:

- Wahrscheinlichkeit für Eintritt der BU pro Jahr: $0{,}2\%$
- Wahrscheinlichkeit für Tod pro Jahr (ohne BU): $0{,}1\%$
- Wahrscheinlichkeit für Tod während BU: $0{,}3\%$
- Rechnungszins: $1{,}5\%$ p.a.
- Kosten werden vernachlässigt.

(a) *[4 Punkte]* Skizzieren Sie die wesentlichen Zahlungsströme, die in einem Projektionsmodell für dieses Produkt zu berücksichtigen sind und stellen Sie die Modellannahmen für die biometrischen Risiken und den Rechnungszins in einer übersichtlichen Tabelle dar.

Lösungsvorschlag

- Beitragszahlungen: jährlich im Voraus, solange der Versicherte nicht BU oder verstorben ist.
- BU-Rentenleistungen: Bei Eintritt der BU wird die gesamte Jahresrente am Ende jedes Jahres bis zum Ablauf oder Tod gezahlt.
- Todesfall: Alle Zahlungen enden mit dem Tod.

Parameter	**Wert**
Eintrittsalter	35 Jahre
Versicherungsdauer	30 Jahre
Monatliche BU-Rente	1.500 Euro
BU-Eintrittswahrscheinlichkeit	0,2% p.a.
Todesfallwahrscheinlichkeit (ohne BU)	0,1% p.a.
Todesfallwahrscheinlichkeit (während BU)	0,3% p.a.
Rechnungszins	1,5% p.a.
Kosten	vernachlässigt

(b) *[12 Punkte]* Berechnen Sie den Barwert zum Zeitpunkt $t = 0$ der erwarteten BU-Renten für einen einzelnen Vertrag, wenn die Berufsunfähigkeit im 10. Jahr eintritt und der Versicherte danach bis zum Ablauf der Versicherung lebt. Diskontieren Sie mit dem Rechnungszins.

Hinweis: Der BU-Eintritt liegt zu Beginn von Jahr 10; die erste Jahresrente fällt am Ende von Jahr 10 an (nachschüssig). Insgesamt 21 Zahlungen (Ende Jahr 10 bis Ende Jahr 30).

Lösungsvorschlag

Hinweis zur Bewertung und Umfang Diese Musterlösung ist bewusst sehr detailliert ausgearbeitet. Ein solcher Detailgrad ist nicht erforderlich, um die volle Punktzahl zu erreichen.

Für die volle Punktzahl sind folgende Schritte zwingend:

- Zeitachse korrekt festlegen: BU-Eintritt zu Beginn von Jahr 10; erste Zahlung am Ende von Jahr 10; insgesamt 21 Jahreszahlungen bis Ende Jahr 30.
- Barwertdarstellung korrekt aufschreiben: BW $= 18.000 \cdot \left(v^{10} + v^{11} + \cdots + v^{30}\right)$ *oder* äquivalent BW $= 18.000 \cdot v^9 \cdot a_{\overline{21}|i}$.
- Anwendung der geometrischen Reihe $\sum_{m=0}^{20} v^m = \frac{1-v^{21}}{1-v}$ *oder* des Annuitätenfaktors $a_{\overline{21}|i} = \frac{1-v^{21}}{i}$ klar begründen.
- Konsistente Diskontierung auf $t = 0$ und korrekte Nutzung von i und v; numerische Auswertung mit sinnvoller Rundung und plausibles Endergebnis (≈ 281.600-281.800 Euro).

Hinweis: Falls Teilnehmende begründet einen anderen Zahlungszeitpunkt annehmen (z. B. erstes Cashflow Ende Jahr 11), ist dies mit angepasster Formel ebenfalls bewertbar; die getroffene Annahme muss klar genannt und konsistent verwendet werden.

0) Daten, Annahmen und Zeitachse

- BU-Eintritt: zu Beginn von Jahr 10 (nach 9 vollen Vertragsjahren).
- Leistung: Jahresrente 18.000 (= 1.500 pro Monat) bis Vertragsablauf Ende Jahr 30.
- Zahlungszeitpunkt: nachschüssig (am Jahresende). Erste Rentenzahlung daher am Ende von Jahr 10.
- Anzahl Zahlungen: Jahr 10 bis inkl. Jahr 30 $\Rightarrow$ 21 Jahreszahlungen.
- Zins: effektiver Rechnungszins $i = 1{,}5\%$ p. a.; Diskontfaktor $v = \frac{1}{1+i} = \frac{1}{1{,}015}$.

- Ziel: Barwert aller BU-Renten zum Vertragsbeginn $t = 0$.

Zeitachsen-Präzisierung:

$$\underbrace{t=0}_{\text{Beginn Jahr 1}} \quad \dots \quad \underbrace{\text{Beginn Jahr 10}}_{\text{BU-Eintritt}} \quad \underbrace{\text{Ende Jahr 10}}_{\text{1. Zahlung}} \quad \dots \quad \underbrace{\text{Ende Jahr 30}}_{\text{21. Zahlung}}.$$

Die 1. Zahlung liegt genau 10 Jahre nach $t = 0 \Rightarrow$ Diskontierung mit v^{10}.

1) Formale Herleitung des Barwerts

Der Barwert der 21 Jahreszahlungen (je 18.000) am Vertragsbeginn $t = 0$ lautet

$$\text{BW} = 18.000 \cdot \left(v^{10} + v^{11} + \cdots + v^{30}\right).$$

Wir bringen die Summe in Standard-Annuitätenform. Mit

$$a_{\overline{n}|i} \;=\; v + v^2 + \cdots + v^n \;=\; \frac{1 - v^n}{i} \quad \text{(Annuität)}$$

erhalten wir durch Ausklammern von v^9

$$v^{10} + v^{11} + \cdots + v^{30} = v^9 \left(v + v^2 + \cdots + v^{21}\right) = v^9 \, a_{\overline{21}|i}.$$

Damit folgt die kompakte Barwertformel:

$$\text{BW} = 18.000 \cdot v^9 \cdot a_{\overline{21}|i} = 18.000 \cdot v^9 \cdot \frac{1 - v^{21}}{i}.$$

2) Numerische Auswertung

Rechnung mit $i = 0{,}015$ und $v = (1{,}015)^{-1}$:

$$\ln(1{,}015) \approx 0{,}014888613, \qquad v^9 = (1{,}015)^{-9} = \exp\!\big(-9 \cdot \ln(1{,}015)\big) \approx 0{,}8746,$$

$$v^{21} = (1{,}015)^{-21} = \exp\!\big(-21 \cdot \ln(1{,}015)\big) \approx 0{,}7315, \qquad a_{\overline{21}|0{,}015} = \frac{1 - 0{,}7315}{0{,}015} \approx 17{,}887.$$

Eingesetzt in die Barwertformel:

$$\text{BW} \approx 18.000 \times 0{,}8746 \times 17{,}887 \approx 18.000 \times 15{,}647 \approx 281.646 \text{ .}$$

Bei konsistenten Zwischenrundungen liegt das Ergebnis typischerweise bei ≈ 281.600-281.800.

3) Gleiche Rechnung - alternative Schreibweise

Statt über $a_{\overline{21}|i}$ kann direkt die geometrische Reihe ausgewertet werden:

$$\text{BW} = 18.000 \sum_{k=10}^{30} v^k = 18.000 \cdot \frac{v^{10}\,(1 - v^{21})}{1 - v} = 18.000 \cdot \frac{v^{10}\,(1 - v^{21})}{i\,v} = 18.000 \cdot v^9 \cdot \frac{1 - v^{21}}{i},$$

was die obige Formel exakt reproduziert. Numerisch ergibt sich derselbe Wert.

(c) *[4 Punkte]* Beschreiben Sie, wie Sie in einem Szenarienmodell die Auswirkungen einer Erhöhung der BU-Eintrittswahrscheinlichkeit auf den Barwert der Verpflichtungen analysieren würden.

Lösungsvorschlag

Vorgehen

- **Parametervariation:** Erhöhen Sie die BU-Eintrittswahrscheinlichkeit (z. B. von 0,2 % auf 0,3 % p. a.).
- **Neuberechnung der Zustandswahrscheinlichkeiten:** In jedem Jahr erhöht sich die erwartete Zahl der Verträge mit BU; Beiträge enden früher, Leistungszahlungen beginnen häufiger.
- **Projektionslauf:** Berechnen Sie für jedes Szenario die Zahlungsströme (Beiträge, Leistungen) und diskontieren Sie sie mit 1,5 % p. a. auf $t = 0$.
- **Vergleich der Barwerte:** Vergleichen Sie die Barwerte der Verpflichtungen (insb. der BU-Rentenzahlungen) zwischen den Szenarien.

Erwartete Wirkung Mit steigender BU-Eintrittswahrscheinlichkeit steigen die erwarteten BU-Leistungen und damit der Barwert der Verpflichtungen; gleichzeitig sinken die erwarteten Beitragseinnahmen (weil BU den Beitragsfluss beendet). Die Sensitivität ist positiv bezüglich der BU-Eintrittswahrscheinlichkeit für den Verpflichtungs-Barwert.

Aufgabe 3. *[Modelle in der Versicherung - Personenversicherung] [25 Punkte]*

Ein Lebensversicherungsunternehmen bietet eine fondsgebundene Rentenversicherung mit Kapitalgarantie an.

Die wichtigsten Produktmerkmale sind:

- Eintrittsalter: 45 Jahre, Rentenbeginn: 67 Jahre (Laufzeit: 22 Jahre).
- Einmalbeitrag: 20.000 Euro.
- Kapitalgarantie: Zum Rentenbeginn werden mindestens 20.000 Euro ausgezahlt.
- Verwaltungskosten: 1% p. a. des Fondsguthabens, jeweils am Jahresende belastet.
- Überschussbeteiligung: 90% der jährlichen Netto-Fondsrendite nach Kosten werden am Jahresende dem Vertrag gutgeschrieben. Die Überschussgutschrift wird dem Fondsbestand zu Jahresende zugeschlagen (*vollständige Reinvestition*) und erhöht die Basis des Folgejahres.
- Absicherung der Garantie: Das Unternehmen investiert einen Teil des Einmalbeitrags zum Vertragsbeginn in eine risikofreie Nullkuponanleihe; der Rest fließt in den Fonds.

Modellannahmen (Zeitpunkte & Zahlungen)

- Einmalbeitrag zu $t = 0$ (vorschüssig). Erträge, Kosten und Gutschriften jeweils am Jahresende ($t = 1, \ldots, 22$).
- Keine Storno- oder Todesfallleistungen während der Ansparphase.
- Risikofreier Zinssatz $r_f = 1{,}5\%$ p. a..
- Konstante Brutto-Fondsrendite $r_{\text{brutto}} = 4\%$ p. a..

Aufgabenstellung

(a) *[9 Punkte]* Beschreiben Sie, wie Sie dieses Produkt deterministisch modellieren würden. Gehen Sie insbesondere auf folgende Aspekte ein:

(i) Aufteilung des Einmalbeitrags in Garantie-Baustein (Anleihe) und Fonds-Baustein,
(ii) Jährliche Fortschreibung des Fondsguthabens (Kosten, Rendite, Überschussgutschrift),
(iii) Auszahlung am Laufzeitende (Garantie vs. Fonds).

Lösungsvorschlag

Hinweis zur Bewertung und Umfang Diese Musterlösung ist bewusst sehr detailliert. Ein solcher Detailgrad ist *nicht* erforderlich, um die volle Punktzahl zu erreichen. Für die volle Punktzahl sind insbesondere folgende Schritte zwingend:

- Zeitachsen-Konvention korrekt: Einmalbeitrag zu $t = 0$ (vorschüssig); Erträge, Kosten und Gutschriften jeweils am Jahresende $t = 1, \ldots, 22$; Laufzeitende mit Garantieauszahlung bei $t = 22$.
- Klare Modellgleichungen: Aufteilung des Einmalbeitrags in Anleihe (K_0) und Fonds (F_0); jährliche Fortschreibung des Fonds (Kosten, Rendite, Überschussgutschrift); Endauszahlung.
- Korrekte Herleitung von $K_0 = \dfrac{20.000}{(1+r_f)^{22}}$ und konsistente Diskontierung.
- Barwert der Überschussgutschriften: Definition von r_{netto}, Herleitung der Gutschriftfolge UG_t, Diskontierung mit r_f, nachvollziehbarer Rechenweg und plausibles numerisches Ergebnis.

Zeitpunkte und Grundaufbau. Einmalbeitrag $B = 20.000$ zu $t = 0$. Das Unternehmen investiert K_0 in eine risikofreie Nullkuponanleihe (zur Garantie), den Rest $F_0 = B - K_0$ in den Fonds. Während der Ansparphase (22 Jahre) fallen jährlich am Jahresende: (i) Brutto-Fondsrendite, (ii) Verwaltungskosten 1 % des *endjährigen* Fondsguthabens, (iii) Überschussgutschrift von 90 % der *Netto*-Fondsrendite an. Es gibt keine Storno- oder Todesfallleistungen.

Parameter und Notation. Risikofreier Jahreszins $r_f = 1{,}5\%$ p. a.; konstante Brutto-Fondsrendite $r_{\text{brutto}} = 4\%$ p. a.; Kostenquote $\kappa = 1\%$ p. a. (Jahresende); Überschussquote $\alpha = 90\%$.

Exakte Netto-Fondsrendite. Da die Kosten κ *am Jahresende* vom *endjährigen* Bruttowert abgezogen werden, gilt für die Netto-Rendite (Jahresfaktor)

$$1 + r_{\text{netto}} = (1 + r_{\text{brutto}}) \cdot (1 - \kappa) \quad \Rightarrow \quad r_{\text{netto}} = (1 + r_{\text{brutto}}) \cdot (1 - \kappa) - 1 = 0{,}99 \cdot r_{\text{brutto}} - 0{,}01.$$

Bei $r_{\text{brutto}} = 0{,}04$ folgt $r_{\text{netto}} = 0{,}0296 = 2{,}96\%$.

Die Näherung

$$r_{\text{netto}} = r_{\text{brutto}} - \kappa = 4\% - 1\% = 3\%$$

ist ebenfalls angemessen und wird mit vollen Punkten bewertet.

Überschussgutschrift und jährliche Fortschreibung. Sei F_{t-1} der Fondsbestand zu Jahresbeginn von Jahr t (unmittelbar *nach* Jahr $t-1$). Dann:

$$\begin{aligned}
\text{Brutto-Wert am Jahresende:} &\quad F_{t-1} \cdot (1 + r_{\text{brutto}}),\\
\text{Kosten (Jahresende):} &\quad \kappa \cdot F_{t-1}(1 + r_{\text{brutto}}),\\
\text{Netto-Wert ohne Überschuss:} &\quad F_{t-1} \cdot (1 + r_{\text{netto}}),\\
\text{Überschussgutschrift (Jahresende):} &\quad \alpha \cdot r_{\text{netto}} \cdot F_{t-1}.
\end{aligned}$$

Die Gutschrift wird dem Vertrag zugeschlagen (Reinvestition). Der *Fondsendbestand* lautet daher:

$$F_t = F_{t-1}(1 + r_{\text{netto}}) + \alpha\, r_{\text{netto}}\, F_{t-1} = F_{t-1}\Big(1 + (1+\alpha)\, r_{\text{netto}}\Big) = F_{t-1}\left(1 + 1{,}9\, r_{\text{netto}}\right).$$

Mit Startwert $F_0 = B - K_0$ folgt iterativ

$$F_t = F_0 \cdot \left(1 + 1{,}9\, r_{\text{netto}}\right)^t, \qquad t = 1, \ldots, 22.$$

Auszahlung am Laufzeitende. Die Anleihe liefert deterministisch die Garantie $G = 20.000\, Euro$ bei $t = 22$. Der Fonds zahlt F_{22} aus. Somit ergibt sich die Gesamtleistung

$$\text{Leistung}_{22} = G + F_{22}.$$

Durch die Anleihe ist die Mindestleistung G gesichert; der Fondswert kommt *zusätzlich* hinzu.

(b) *[4 Punkte]* Berechnen Sie den notwendigen Anfangsbetrag K_0 für die Nullkuponanleihe, der nach 22 Jahren genau 20.000 Euro ergibt, bei Zinssatz $r_f = 1{,}5\%$ p. a.

Lösungsvorschlag

Ziel. Finde den Anfangsbetrag K_0, so dass die rein risikofreie Aufzinsung über 22 Jahre exakt die Garantie $G = 20.000\,Euro$ liefert:

$$G = K_0 \cdot (1 + r_f)^{22} \quad \Rightarrow \quad K_0 = \frac{G}{(1 + r_f)^{22}}.$$

Mit $r_f = 1{,}5\%$ p. a.:

$$(1 + r_f)^{22} = (1{,}015)^{22} \approx 1{,}3876 \quad \Rightarrow \quad K_0 \approx \frac{20.000}{1{,}387} \approx 14.414\,Euro.$$

Der verbleibende Fondsstartwert ist $F_0 = B - K_0 \approx 5.586\,Euro$

(c) *[12 Punkte]* Der verbleibende Beitrag (nach Garantie-Baustein) wird in den Fonds investiert.

Gehen Sie von konstanter Brutto-Fondsrendite $r_{\text{brutto}} = 4\%$ p. a. aus, Kosten 1% p. a., Überschussgutschrift 90% auf die Netto-Fondsrendite.

Diskontieren Sie mit $r_f = 1{,}5\%$ p. a. auf $t = 0$.

Berechnen Sie den Barwert der Summe aller jährlichen Überschussgutschriften (ohne Garantiekomponente).

Beachten Sie den Hinweis aus den obigen Produktmerkmalen: Die Überschussgutschrift wird dem Fondsbestand zu Jahresende zugeschlagen (*vollständige Reinvestition*) und erhöht die Basis des Folgejahres.

Lösungsvorschlag

Ziel. Berechne den Barwert der Summe aller jährlichen Überschussgutschriften UG_t (ohne Garantiekomponente) zum Zeitpunkt $t = 0$, mit Diskont $r_f = 1{,}5\%$ p. a.

Die numerischen Ergebnisse können je nach Rundung unterschiedlich sein. Wichtig, um die vollen Punkte zu erreichen, ist, eine korrekte Methodik zusammen mit einer konsistenten Rundung anzuwenden, und nicht, dass die numerischen Ergebisse exakt gleich wie in der Musterlösung sind.

Gutschriftfolge. Aus Teil (a):

$$\text{UG}_t = \alpha\, r_{\text{netto}}\, F_{t-1} = \alpha\, r_{\text{netto}}\, F_0 \cdot \left(1 + 1{,}9\, r_{\text{netto}}\right)^{t-1}, \qquad t = 1, \ldots, 22.$$

Mit $\alpha = 0{,}9$, $F_0 \approx 5.586\, Euro$ und $r_{\text{netto}} = 0{,}0296$ erhält man:

$$\text{UG}_t = 0{,}9 \cdot 0{,}0296 \cdot 5.586 \cdot \left(1 + 1{,}9 \cdot 0{,}0296\right)^{t-1} = 0{,}02664 \cdot 5.586 \cdot \left(1{,}05624\right)^{t-1}.$$

Diskontierung. Der risikofreie Diskontfaktor je Jahr ist $v_f = \dfrac{1}{1+r_f} = \dfrac{1}{1{,}015} \approx 0{,}98522$. Der Barwert der Folge lautet

$$\text{BW}_{\text{UG}} = \sum_{t=1}^{22} \frac{\text{UG}_t}{(1+r_f)^t} = \frac{\alpha\, r_{\text{netto}}\, F_0}{1+r_f} \cdot \sum_{k=0}^{21} \left(\frac{1 + 1{,}9\, r_{\text{netto}}}{1+r_f}\right)^k.$$

Setze

$$q = \frac{1 + 1{,}9\, r_{\text{netto}}}{1+r_f} = \frac{1 + 1{,}9 \cdot 0{,}0296}{1{,}015} = \frac{1{,}05624}{1{,}015} \approx 1{,}04063.$$

Dann ist

$$\sum_{k=0}^{21} q^k = \frac{1 - q^{22}}{1 - q}.$$

Numerik. Zuerst die Vorfaktoren:

$$\alpha\, r_{\text{netto}}\, F_0 = 0{,}9 \cdot 0{,}0296 \cdot 5.586 \approx 0{,}02664 \cdot 5.586 \approx 148{,}81 \qquad \frac{1}{1+r_f} \approx 0{,}98522.$$

Nun die geometrische Summe (gerundet):

$$q^{22} \approx (1{,}04063)^{22} \approx 2{,}4017, \qquad \frac{1-q^{22}}{1-q} = \frac{1-2{,}4017}{1-1{,}04063} = \frac{-1{,}4017}{-0{,}04063} \approx 34{,}4994.$$

Somit:

$$\text{BW}_{\text{UG}} \approx 148{,}81 \cdot 0{,}98522 \cdot 34{,}4994 \approx 148{,}81 \cdot 33{,}9895 \approx 5.058\, Euro.$$

Aufgabe 4. *[Grundlegendes zum Thema ERM] [30 Punkte]*

(a) *[4,5 Punkte]*

Zitieren Sie die drei Grundregeln im Umgang mit Risiko, wie sie von Robert Irwin Mehr und Bob Atkinson Hedges an der University of Michigan im Jahre 1963 aufgestellt worden sind! *[1,5 Punkte]*

Erläutern Sie jeweils kurz die Bedeutung der drei Regeln. *[3 Punkte]*

Lösungsvorschlag

- *"Don't risk more than you can afford to lose!"*

  Ein Unternehmer soll sich bei seinen Geschäftsentscheidungen nicht nur am Gewinnpotential orientieren, sondern auch mögliche Verluste berücksichtigen, die das Unternehmen gefährden könnten.

- *"Consider the odds!"*

  Bei der Beurteilung des Verlustpotentials sollen auch unwahrscheinliche Szenarien berücksichtigt werden.

- *"Don't risk a lot for a little!"*

  Wirtschaftlichkeitsprinzip: Der Aufwand (Risikokapital oder Risikosteuerungsmaßnahmen) soll in einem vernünftigen Verhältnis zum erwarteten Nutzen stehen.

(b) *[7 Punkte]*

Was versteht man unter einer Risikoklassifikation? *[1 Punkt]*

Risikoklassifikationen können bis zu vier wünschenswerte Eigenschaften besitzen. Nennen und erläutern Sie diese vier Eigenschaften kurz! *[6 Punkte]*

Lösungsvorschlag

Eine Sammlung abstrakter Risikokategorien, die zur Abgrenzung und Ordnung von Risiken verwendet wird, heißt Risikoklassifikation.

Mögliche und wünschenswerte Eigenschaften von Risikoklassifikationen sind (mit Erläuterung):

- Vollständigkeit: Eine Risikoklassifikation heißt vollständig, wenn jedes identifizierte Risiko mindestens einer der Kategorien zugeordnet werden kann.
- Überschneidungsfreiheit: Eine Risikoklassifikation heißt überschneidungsfrei, wenn jedes identifizierte Risiko höchstens einer der Kategorien zugeordnet werden kann.
- Homogenität: Eine Risikoklassifikation heißt homogen, wenn die Kategorien hinsichtlich ihrer Tiefe und ihres Gewichts vergleichbar sind.
- Transparenz: Eine Risikoklassifikation heißt transparent, wenn für jedes identifizierte Risiko klar festgelegt ist, welcher Kategorie (oder welchen Kategorien) es zuzuordnen ist.

(c) *[5 Punkte]*

Nennen Sie die sieben Risikomodule der Solvency-II-Standardformel! *[3,5 Punkte]*

Bilden diese eine vollständige Risikoklassifikation? Begründen Sie Ihre Antwort! *[1,5 Punkte]*

Lösungsvorschlag

Die Risikomodule der Standardformel lauten:

- Marktrisiko
- krankenversicherungstechnisches Risiko
- Gegenparteiausfallrisiko
- lebensversicherungstechnisches Risiko
- nichtlebensversicherungstechnisches Risiko
- Risiko immaterieller Vermögensgegenstände
- operationales Risiko

Die Risikomodule bilden keine vollständige Risikoklassifikation, da beispielsweise das grundlegende strategische Risiko nicht enthalten ist.

(d) *[6 Punkte]*

Welche vier Klassen quantitativer Bewertungsmethoden gibt es? *[2 Punkte]*

Welche beiden davon werden in der Standardformel überwiegend eingesetzt? *[2 Punkte]*

Nennen Sie jeweils ein Beispiel, für welches konkrete (Teil-)Risiko bei der Standardformel Bewertungsmethoden der genannten Klassen zum Einsatz kommen! *[2 Punkte]*

Lösungsvorschlag

Die vier Klassen lauten

- faktorbasiert,
- analytisch,
- szenariobasiert und
- Simulationsmodelle.

In der Standardformel werden überwiegend faktorbasierte und szenariobasierte Bewertungsmethoden eingesetzt.

Beispiele:

- faktorbasiert: Prämienrisiko im nichtlebensversicherungstechnischen Risikomodul;
- szenariobasiert: alle Untermodule des Marktrisikos, etwa das Zinsanstiegsrisiko.

(e) *[7,5 Punkte]*

Welches sind die fünf Anforderungen an den Prozess der Risikoidentifikation? *[2,5 Punkte]*

Erläutern Sie diese kurz! *[5 Punkte]*

Lösungsvorschlag

Die Anforderungen an den Prozess der Risikoidentifikation sind (mit Erläuterung):

- Vollständigkeit: lückenlose Aufdeckung aller bestehenden und potentiellen zukünftigen Risiken
- Aktualität: ständige Anpassung an sich ändernde Rahmenbedingungen zur frühzeitigen Risikoerkennung
- Prospektivität/Antizipativität: Erkennen von Risiken durch mögliche (mehr oder weniger absehbare) Entwicklungen im Unternehmen oder seinem Umfeld
- Wirtschaftlichkeit: Sicherheitsoptimum im Schnittpunkt von Präventiv- und Schadenkosten
- Konsistenz: Widerspruchsfreiheit und Überschneidungsfreiheit der aufgedeckten Risiken ($\rightarrow$ Zusammenhang zur gewählten Risikoklassifikation)

Aufgabe 5. *[Modellierung in der Schadenversicherung] [49 Punkte]*

Die Altensteiger Versicherung AG betreibt das Schadenversicherungsgeschäft der Sparten Allgemeine Haftpflicht, Cyber und Gruppenunfall. Für das interne Modell soll für diese Sparten jeweils das Großschadenrisiko modelliert werden. Für die Sparte Cyber liegt die folgende Liste mit den in den vergangenen Jahren eingetretenen Großschäden sortiert absteigend nach Schadenaufwand in TSD EUR vor. Die Großschadengrenze liegt bei einer Mio. EUR. Alle Werte sind inflationsbereinigt.

Anfalljahr	Schadenaufwand
2022	6.263
2023	5.715
2025	5.636
2021	4.128
2022	1.957
2025	1.880
2025	1.804
2025	1.658
2025	1.646
2022	1.606

Anfalljahr	Schadenaufwand
2022	1.554
2025	1.459
2022	1.377
2022	1.231
2025	1.206
2021	1.167
2023	1.159
2022	1.110
2021	1.089
2022	1.023

Als Exposure verwenden Sie das Mittel der über das Geschäftsjahr bestehenden Verträge. In den vergangenen Jahren betrug dieses:

Geschäftsjahr	2021	2022	2023	2024	2025
Anzahl Verträge in TSD	100	130	170	200	220

Für das Jahr 2026 wird mit einem Vertragsvolumen von 230 TSD Verträgen gerechnet.

Einer Übersicht mit für die Großschadenmodellierung wichtigen Verteilungen entnehmen Sie:

Name	**Dichte**	**Erwartungswert**	**Varianz**
Poisson-Verteilung	$P(X=k)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$	λ	λ
Negative Binomial-Verteilung	$P(X=k)=\binom{k+r-1}{k}p^r(1-p)^k$	$\frac{r(1-p)}{p}$	$\frac{r(1-p)}{p^2}$
Pareto-Verteilung	$f(x)=\frac{\alpha}{\lambda}\left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\alpha+1}$	$\frac{\alpha}{\alpha-1}\lambda$	$\frac{\alpha\lambda^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$

(a) Bestimmen Sie je Anfalljahr die Anzahl der eingetretenen Großschäden und die Großschadenhäufigkeit. *[5 Punkte]*

Lösungsvorschlag

Geschäftsjahr	2021	2022	2023	2024	2025
Anzahl Verträge in TSD	100	130	170	200	220
Anzahl Großschäden	3	8	2	0	7
Großschadenhäufigkeit	0,03	0,0615	0,01176	0	0,03182

(je Eintrag Anzahl Großschaden und -häufigkeit 0,5 Punkte.)

(b) Multiplizieren Sie die Großschadenhäufigkeit für jedes Anfalljahr mit dem Planexposure für 2026 und schätzen Sie auf Basis dieser Größen Erwartungswert und Varianz der Verteilung der Großschadenanzahl für das Jahr 2026! *[9 Punkte]*

Lösungsvorschlag

Geschäftsjahr	2021	2022	2023	2024	2025
Großschadenhäufigkeit	0,03	0,0615	0,01176	0	0,03182
mal Planexposure	6,9	14,2	2,71	0	7,32
quadratische Abweichung	0,468	63,02	12,32	38,63	1,22

Der Mittelwert beträgt damit $\bar{x} = 6{,}23$ und die empirische Varianz $s^2 = 28{,}91$. Dabei wurde verwendet

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

mit

- s^2: Die Stichprobenvarianz.
- n: Die Gesamtanzahl der Werte in der Stichprobe.
- x_i: Der jeweilige Einzelwert .
- $\bar{x}$: Der arithmetische Mittelwert (Durchschnitt) aller Werte der Stichprobe.

Hinweis: Auch die Verwendung des Exposure-gewichteten Mittels oder die Berechnung der Populationsvarianz statt der Stichprobenvarianz sind zulässige Lösungen.

(je Eintrag „mal Planexposure“ und quadratische Abweichung 0,5 Punkte. Je 2 Punkte für Mittelwert und Varianz.)

(c) Sie entscheiden sich dafür, eine negative Binomial-Verteilung an die ermittelten Größen anzupassen. Bestimmen Sie die Parameter der negativen Binomial-Verteilung! *[4 Punkte]*

Lösungsvorschlag

Es gelten

$$p = \frac{\mathsf{E}(X)}{\mathsf{Var}(X)}$$

und

$$r = \frac{(\mathsf{E}(X))^2}{\mathsf{Var}(X) - \mathsf{E}(X)}.$$

Somit ergibt sich $p = 0{,}215$ und $r = 1{,}17021$.

(für p und r jeweils 2 Punkte.)

(d) Zur Bestimmung der Schadenhöhenverteilung passen Sie eine Pareto-Verteilung mit den Parametern $\lambda = 1$ und $\alpha = 1{,}8$ an. Wie könnten diese Werte zustande gekommen sein? Geben Sie die Verteilungsfunktion an! *[6 Punkte]*

Lösungsvorschlag

Um zu prüfen, ob eine Pareto-Verteilung angemessen ist, empfiehlt sich ein Hill-Plot oder eine ML-Schätzung. Die Kurve sollte in eine Waagrechte übergehen. Der Wert, an dem das passiert, eignet sich zur Schätzung des charakteristischen Index α. Die Großschadengrenze λ kann dann als der kleinste der Schäden gewählt werden, die dabei in die Berechnung eingehen. λ kann aber auch eine marktübliche Größe sein, eine interne Grenze für die Bearbeitung in einer speziellen Einheit, von vorhandenen Rückversicherungsverträgen herrühren oder als relativer Wert (empirisches Quantil) festgelegt worden sein. Ein Momentenfit ist im Allgemeinen nicht geeignet, weil Varianz und auch der Erwartungswert nicht immer existieren müssen. Die Verteilungsfunktion der Pareto-Verteilung erhält man durch Integration der angegeben Dichte.

$$F(x) = 1 - \left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\alpha} = 1 - \left(\frac{1}{x}\right)^{1{,}8}$$

(Verteilungsfunktion ein Punkt, Vorgehen Hill-Plot zur Bestimmung von λ und α je zwei Punkte, weitere Möglichkeit zur Festlegung von λ einen Punkt)

(e) Die Altensteiger Versicherung AG hat einen Einzelschaden-XL-Vertrag 10 Mio. xs 5 Mio. abgeschlossen (also Priorität 5 Mio. und Haftungsstrecke des Rückversicherers 10 Mio.) mit beliebig vielen kostenfreien Wiederauffüllungen. Die Prämie für diesen Vertrag beträgt eine Mio. EUR. Kommt Ihnen das unter der Annahme, dass Großschadenanzahl und Schadenhöhe unabhängig sind, teuer vor? *[4 Punkte]*

Lösungsvorschlag

Der erwartete Schadenaufwand für einen Großschaden berechnet sich als

$$E[Z] = \frac{1^{1,8}}{0,8} \cdot \left(5^{-0,8} - 15^{-0,8}\right) \approx 1,25 \cdot (0,276 - 0,115) \approx 0,202 \text{ Mio. EUR}$$

Unter der Annahme der Unabhängigkeit berechnet sich die Schadenbelastung für den Rückversicherer als:

$$E[S] = E[N] \cdot E[Z] = 6,22 \cdot 0,202 = 1,256 \text{ Mio. EUR}$$

Da die Prämie unter dem Erwartungswert liegt, scheint der Schutz günstig.

(Berechnung E[Z] zwei Punkte, Berechnung E[S] einen Punkt, Begründung Bewertung „günstig“ einen Punkt.)

(f) Halten Sie die Annahme der Unabhängigkeit in diesem Fall für gerechtfertigt? *[4 Punkte]*

Lösungsvorschlag

Die Annahme ist nicht gerechtfertigt. Schadenanzahl und Schadenhöhe in der Sparte Cyber sind in der Regel positiv korreliert (d. h. wenn es viele Schäden gibt, sind diese oft auch besonders teuer). Beispiele:

- Zero-Day-Lücke (z.B. Log4j). Schlagartiger Anstieg der Schadenanzahl und gleichzeitig große Schadenhöhen, da tiefe Eingriffe ins System möglich.
- Bei einem Cyber-Kumulereignis mit vielen Schäden werden Spezialisten (z.B. Forensiker) knapp und die Stundensätze steigen an.
- Big Game Hunting. Bei Schwachstellen werden oft gezielt große Unternehmen angegriffen z.B. durch Einsatz von Ransomware, um höhere Lösegelder zu erpressen.

(auch andere schlüssige Begründungen möglich)

(g) Welche Eigenschaften der Pareto-Verteilung sprechen grundsätzlich für die Verwendung zur Modellierung der Schadenhöhe von Großschäden? *[4 Punkte]*

Lösungsvorschlag

- Modellierung von ”Heavy Tails”
  Großschäden zeichnen sich dadurch aus, dass extrem hohe Werte zwar selten sind, aber eine signifikant höhere Wahrscheinlichkeit haben als bei „leichten“ Verteilungen (wie der Normal- oder Exponentialverteilung).

  In der Realität verursachen wenige extreme Großschäden oft den Großteil der gesamten Schadensumme (z. B. 20 % der Schäden verursachen 80 % der Kosten – das sogenannte Pareto-Prinzip). Die Dichte der Pareto-Verteilung fällt polynomial ab (langsam), während andere Verteilungen exponentiell (schnell) gegen Null gehen. Damit unterschätzt die Pareto-Verteilung das Risiko von extremen Ausreißern nicht.

- Schwellenwert-Invarianz (Threshold Stability)
  Wenn eine Zufallsvariable X (Schadenhöhe) oberhalb einer Grenze u Pareto-verteilt ist, dann ist die bedingte Verteilung der Schäden, die eine noch höhere Grenze v ($v > u$) überschreiten, ebenfalls Pareto-verteilt (mit demselben Formparameter α). Das bedeutet, dass man, wenn man die Verteilung für Schäden über 1 Mio. € kennt, daraus konsistent die Wahrscheinlichkeiten für Schäden über 5 Mio. € oder 10 Mio. € ableiten kann, ohne das Modell wechseln zu müssen.

  Diese Eigenschaft ist für die Modellierung von Rückversicherung (Excess-of-Loss / XL-Verträge) vorteilhaft.

- Modellierung von unendlicher Varianz
  Bei Groß-/Kumulschäden (insbesondere Naturkatastrophen oder Cyber) ist die Volatilität oft so hoch, dass empirisch oft keine stabile Varianz geschätzt werden kann. Für Formparameter $\alpha \leq 2$ besitzt die Pareto-Verteilung eine unendliche Varianz. Dies ermöglicht, Risiken zu modellieren, die sehr groß und schwankungsanfällig sind und ein „mittlerer quadratischer Fehler“ gar nicht existiert.

- Geschlossene Formel mit einfacher Integrierbarkeit

  Die Verteilungsfunktion $F(x) = 1-(x/\lambda)^{-\alpha}$ ist sehr einfach. Wichtige Kennzahlen für die Rückversicherung, wie der Erwartungswert einer Layer-Deckung, lassen sich in geschlossener Form berechnen. Man muss keine numerischen Integrationen durchführen, was die Arbeit sehr effizient macht.

(Der Lösungshinweis ist sehr ausführlich. Je prägnant begründeter Eigenschaft zwei Punkte.)

(h) Welche Eigenschaften der Poisson-Verteilung sprechen grundsätzlich für die Verwendung zur Modellierung von Schadenanzahlen? *[4 Punkte]*

Lösungsvorschlag

- Gesetz der kleinen Zahlen („Grenzwert“ der Binomialverteilung)
  Die Poisson-Verteilung eignet sich hervorragend zur Modellierung von seltenen Ereignissen in großen Kollektiven. Dies entspricht der Beobachtung in vielen Versicherungssparten (z. B. Privathaftpflicht oder Feuer), in denen viele Verträge (n groß) bestehen, aber die Wahrscheinlichkeit eines Schadens für den einzelnen Vertrag sehr gering ist (p klein).

- Additivität (Faltungsstabilität)
  Die Summe von unabhängigen Poisson-verteilten Zufallsvariablen ist wieder Poisson-verteilt:

  - Sei $N_1 \sim Poi(\lambda_1)$ und $N_2 \sim Poi(\lambda_2)$ unabhängig, dann gilt: $N_1 + N_2 \sim Poi(\lambda_1 + \lambda_2)$.

  Dies erleichtert die Aggregation von Teilbeständen (z. B. Zusammenlegen von verschiedenen Regionen oder Tarifgruppen) erheblich, da die Verteilungsklasse erhalten bleibt.

- Ein-Parameter-Modell
  Die Verteilung wird vollständig durch einen einzigen Parameter λ bestimmt. Das Modell ist damit extrem einfach zu handhaben und der Parameter lässt sich leicht aus historischen Daten schätzen (als arithmetisches Mittel). Es dient oft als Referenzmodell (”Benchmark”) für komplexere Verteilungen.

- Gedächtnislosigkeit (Unabhängige Zuwächse)
  Die Anzahl der Schäden in disjunkten Zeitintervallen ist stochastisch unabhängig. Das Eintreten eines Schadens ändert nicht die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des nächsten Schadens (bei konstantem λ).

(Der Lösungshinweis ist sehr ausführlich. Je prägnant begründeter Eigenschaft zwei Punkte.)

(i) Die Anzahlen der eingetretenen Großschäden der letzten 5 Jahre in den beiden anderen von der Altensteiger Versicherung betriebenen Sparten sind:

Geschäftsjahr	2021	2022	2023	2024	2025
Allgemeine Haftpflicht	3	0	3	2	1
Gruppenunfall	4	0	0	0	4

Wie bewerten Sie die Eignung der Poisson-Verteilung zur Modellierung der Großschadenanzahl bei der Altensteiger Versicherung jeweils in den drei von ihr betriebenen Sparten? Nennen Sie jeweils mindestens zwei Gründe! *[9 Punkte]*

Lösungsvorschlag

- **Allgemeine Haftpflicht Beurteilung: Gut geeignet.**
  - Vergleich Mittelwert und Varianz:
    - Mittelwert: $\bar{x} = 1,8$
    - Varianz: $s^2 = 1,7$
    - $\bar{x} \approx s^2$. Die statistische Bedingung für die Poisson-Verteilung ist praktisch erfüllt.
  - Inhaltliche Begründung:
    - Unabhängigkeit: Haftpflichtschäden sind in der Regel isolierte Einzelereignisse. Ein Schaden bei Versicherungsnehmer A (z. B. Privathaftpflicht) hat keinen kausalen Einfluss auf einen Schaden bei Versicherungsnehmer B.
    - Homogenität: Es handelt sich meist um große Kollektive mit geringer individueller Schadeneintrittswahrscheinlichkeit (”Gesetz der kleinen Zahlen”).
- **Gruppenunfall Beurteilung: Nicht geeignet.**
  - Vergleich Mittelwert und Varianz:
    - Mittelwert: $\bar{x} = 1,6$
    - Varianz: $s^2 = 4,8$
    - $s^2 \gg \bar{x}$ (Überdispersion). Die Varianz ist dreimal so hoch wie der Erwartungswert, was gegen die Poisson-Annahme spricht.
  - Inhaltliche Begründung:

    - Klumpenrisiko (Kumul): Der Name impliziert, dass Gruppen versichert sind (z. B. Insassen eines Reisebusses, Belegschaften). Ein einzelnes Unfallereignis führt zwangsläufig zu mehreren geschädigten Personen gleichzeitig.
    - Verletzung der Unabhängigkeit: Die Schäden treten nicht unabhängig voneinander auf („Ansteckungseffekt“ innerhalb der Gruppe), was zu Jahren mit null Schäden und Jahren mit extrem vielen Schäden führt.

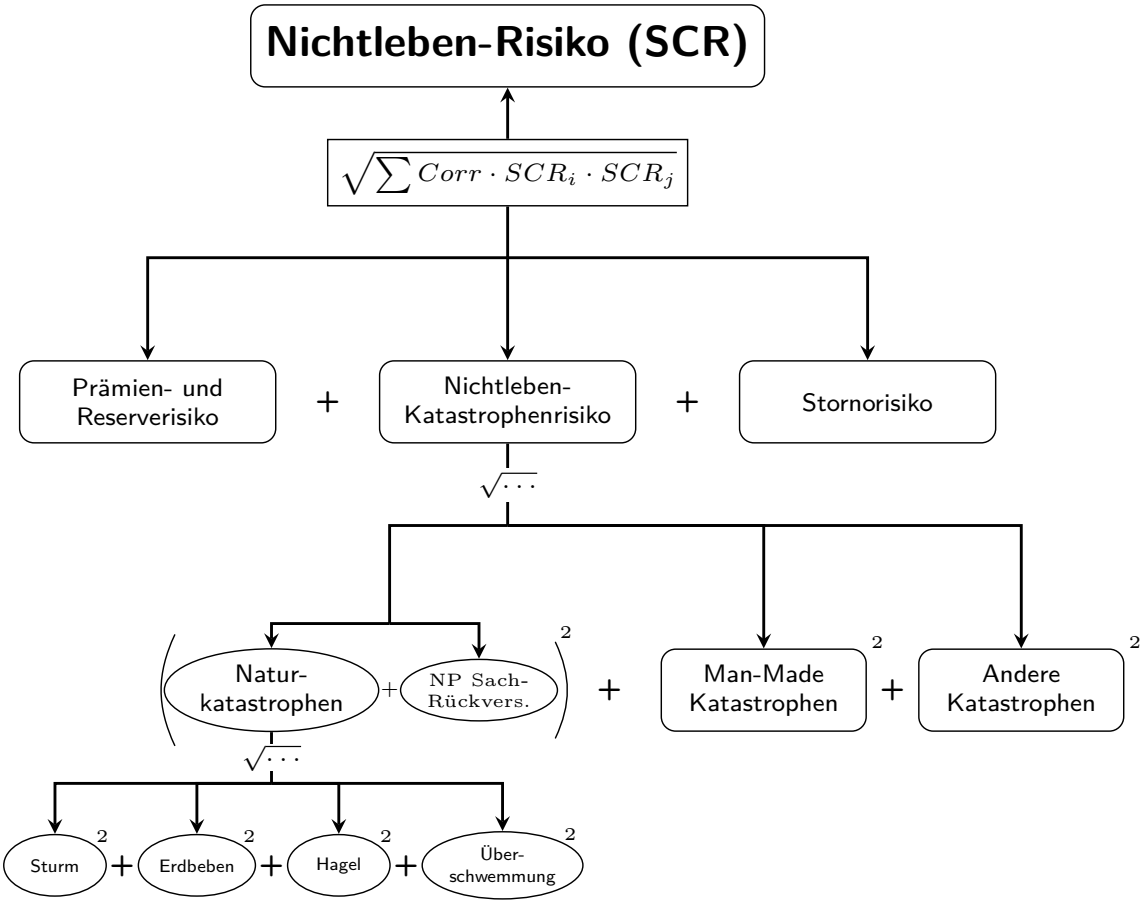
- **Cyber Beurteilung: Nicht geeignet.**
  - Vergleich Mittelwert und Varianz:
    - Mittelwert: $\bar{x} \approx 6,22$ (normiert auf 2026)
    - Varianz: $s^2 \approx 28,89$
    - $s^2 \gg \bar{x}$ (Extreme Überdispersion). Die Varianz ist fast fünfmal so hoch wie der Mittelwert.
  - Inhaltliche Begründung:
    - Systemisches Risiko: IT-Systeme sind weltweit vernetzt und nutzen identische Softwarekomponenten (Cloud-Dienste, Betriebssysteme). Ein Fehler in einer zentralen Komponente betrifft Tausende Unternehmen gleichzeitig (Accumulation Risk).
    - Dynamische Wahrscheinlichkeiten: Die Bedrohungslage ändert sich durch neue Angriffsmethoden (Hacker-Kampagnen) sprunghaft, was die Annahme einer konstanten Eintrittswahrscheinlichkeit verletzt.

(Je prägnant begründeter Eigenschaft 1,5 Punkte, maximal 3 Punkte pro Sparte)

Aufgabe 6. *[Unternehmensorganisation, Solvency II] [29 Punkte]*

Die Höfener Allgemeine Versicherung AG ermittelt ihr Solvenzkapital (SCR) mittels der Standardformel. Ihr Bestand ist großen Risiken aus Naturgefahren ausgesetzt. Daher hat das Unternehmen einen Ereignis-XL (Per Risk / Event XL) abgeschlossen, der die Gefahren Sturm, Hagel und Überschwemmung abdeckt.

An der turnusmäßigen Sitzung des Risikokomitees der Höfener Versicherung AG nehmen Sie als intern verantwortliche Person für die versicherungsmathematische Funktion teil. Präsentiert wird gerade das folgende Schaubild, auf der ein (vereinfachter) Teil der Solvency-II-Standardformel dargestellt ist:



(a) Welchen grundsätzlichen Zweck erfüllt ein Risikokomitee, welche typischen Aufgaben können an dieses Gremium delegiert sein und wer sollte darin in welcher Funktion teilnehmen? *[10 Punkte]*

Lösungsvorschlag

- Für die erfolgreiche Umsetzung des Risikomanagementsystems ist neben der klaren Governance-Struktur inklusive der Funktionstrennung zwischen den drei Verteidigungslinien die Interaktion aller Betroffenen eine notwendige Voraussetzung. Diese Interaktion zu ermöglichen ist der grundsätzliche Zweck eines Risikokomitees.
- mögliche Aufgabe: Vorschlag für Definition des Risikoappetits für sämtliche Risikoklassen,
- mögliche Aufgabe: Herunterbrechen der gesamten Risikoneigung beispielsweise auf die einzelnen Risikokategorien,
- mögliche Aufgabe: Kapitalallokation auf die Geschäftsbereiche oder -einheiten unter Berücksichtigung der auf Risikokapitalmodellen beruhenden Vorschläge des Risikomanagements, sofern im Unternehmen eine risikoorientierte Steuerung praktiziert wird,
- mögliche Aufgabe: Definition von Risikomanagementprozessen,
- mögliche Aufgabe: Vorschlag von Zielen und Anreizen für das Management,
- mögliche Aufgabe: Vorschlag eines Limitsystems.
- Teilnehmer: Geschäftsleitung z.B. CRO. Funktion: Vorgaben machen, Berichte empfangen, Empfehlungen aufnehmen.
- Teilnehmer: Risikomanagementfunktion, Funktion: Auftragsempfang und Berichterstattung zu Risikomessung über Gesamtrisikoposition, Szenarien. Verwaltung Risikoregister.
- Teilnehmer: Vertreter der operativen Einheiten. Funktion: Meldung neuer/geänderter Risiken. Empfang von Vorgaben z.B. Limiten.

(je einen Punkt, andere sinnvolle Nennungen möglich)

(b) Nennen Sie acht Aufgaben der versicherungsmathematischen Funktion? *[4 Punkte]*

Lösungsvorschlag

- versicherungstechnische Rückstellungen: Koordination und Überwachung der Berechnung,
- versicherungstechnische Rückstellungen: Gewährleistung der Angemessenheit der verwendeten Methoden, Modelle und Annahmen,
- versicherungstechnische Rückstellungen: Überprüfung der Datenqualität,
- versicherungstechnische Rückstellungen: Vergleich der besten Schätzwerte mit den Erfahrungswerten,
- versicherungstechnische Rückstellungen: Stellungnahme zur Angemessenheit der versicherungstechnischen Rückstellungen,
- Stellungnahme zur Angemessenheit der Zeichnungspolitik,
- Stellungnahme zur Angemessenheit der Rückversicherungsprogramms,
- Unterstützung der Risikomanagementfunktion im Rahmen des ORSA,
- Unterstützung der Risikomanagementfunktion bei Verwendung eines internen Modells.

(je einen halben Punkt, andere sinnvolle Nennungen möglich)

(c) Erläutern Sie die Berechnung des SCR für das versicherungstechnische Risiko Nicht-Leben anhand des Schaubilds! Gehen Sie auf alle dargestellten Begriffe, Zeichen und Zahlen ein, insbesondere auch auf den Aspekt der Korrelationen! Woher nehmen Sie die Informationen, die Sie zur Berechnung benötigen? *[10 Punkte]*

Lösungsvorschlag

- In der Standardformel ist das SCR für jedes Untermodul als einjähriger Value at Risk zum Konfidenzniveau 99,5 % kalibriert.
- Das SCR für die übergeordneten Module und für das Basis-SCR wird dann über Aggregation mit Hilfe der Wurzelformel ermittelt.
- Die vorgegebenen Korrelationskoeffizienten sind so kalibriert, dass der dabei ermittelte Wert dem einjährigen Value at Risk zum Konfidenzniveau 99,5 % des übergeordneten Moduls entspricht.
- Auf der feinsten Ebene wird das SCR für die Gefahren Sturm, Erdbeben, Hagel und Überschwemmung berechnet.
- Die Formel bzw. das Szenario der Berechnung sind der Delegierten EU-Verordnung 2015/35 einschließlich deren Überarbeitungen zu entnehmen.
- Die Eingangswerte werden auf Basis der eigenen Bestandsdaten der Höfener Versicherung ermittelt.
- Die SCR für die einzelnen Gefahren werden zum SCR für das Naturkatastrophenrisiko aggregiert, in dem die Wurzel der Quadrate dieser SCR gebildet wird.
- Dies entspricht einer paarweisen Korrelation von jeweils 0, was sinnvoll ist, da unabhängige Ereignisse den jeweiligen Szenarien zugrunde liegen.
- Das SCR für das Naturkatastrophenrisiko und das SCR für nichtproportionale Sachrückversicherung werden hingegegen summiert und dann quadriert. Dieses Quadrat wird dann mit den Quadraten der SCR für Man-Made-Katastrophen und anderen Katastrophen summiert und davon die Wurzel bestimmt, was als Ergebnis das SCR für das Katastrophenrisiko Nichtleben liefert.
- Dies entspricht einer Korrelation von eins zwischen Naturkatastrophenrisiko und nichtproportionaler Sachrückversicherung, was plausibel ist.
- Zwischen der Summe der beiden und den beiden anderen SCR wird paarweise eine Korrelation von 0 angenommen, da eine Unabhängigkeit der maßgeblichen Ereignisse plausibel ist.

- Das SCR für das Katastrophenrisiko Nichtleben wird schließlich mittels Wurzelformel mit dem Prämien- und Reserverisiko und dem Stornorisiko zum SCR für das versicherungstechnische Risiko Nicht-Leben aggregiert.
- Die Korrelationen sind nicht angegeben. Sie können der oben genannten delegierten Verordnung entnommen werden.
- Auch die Informationen zu den Berechnungsvorschriften für das Stornorisiko und das Prämien- und Reserverisiko können der delegierten Verordnung entnommen werden.
- Die Eingangswerte für die Berechnungen stammen wiederum aus den eigenen Bestandsinformationen der Versicherung.
- Die Anwendung der Wurzelformel ist unter der Voraussetzung, dass eine multivariate Normalverteilung vorliegt, mathematisch korrekt. Davon ist allerdings nicht auszugehen.

(Es handelt sich beim Lösungshinweis um Aspekte, die zu einer Punktevergabe führen. Die Auflistung erhëbt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Je Aspekt einen Punkt.)

(d) Das Schaubild wird im Risikokomitee vom Leiter der Rückversicherungsabteilung präsentiert. Er schlägt vor, die Rückversicherungstruktur zu ändern und den Ereignis-XL durch einen Jahresüberschaden-XL (Stop Loss / Aggregate XL) für Schäden aus Sturm, Hagel und Überschwemmung zu ersetzen. Er bewirbt diesen neuen Vertrag mit folgendem Argument bezüglich der Kapitalanforderungen:

> *„Der große Vorteil dieses Jahresüberschaden-XL ist, dass wir ihn doppelt anrechnen können: Er reduziert zunächst die Kapitalanforderung in den einzelnen Untermodulen (Sturm, Hagel, Überschwemmung). Zusätzlich erlaubt die Struktur der Standardformel, diesen Vertrag auch auf das übergeordnete Modul 'Naturkatastrophen' reduzierend anzurechnen, da er ja alle Gefahren bündelt. Dadurch sinkt unser SCR viel stärker als beim bisherigen Ereignis-XL."*

Nehmen Sie als Versicherungsmathematische Funktion (VMF) Stellung zu dieser Aussage. Ist die Argumentation korrekt? *[5 Punkte]*

Lösungsvorschlag

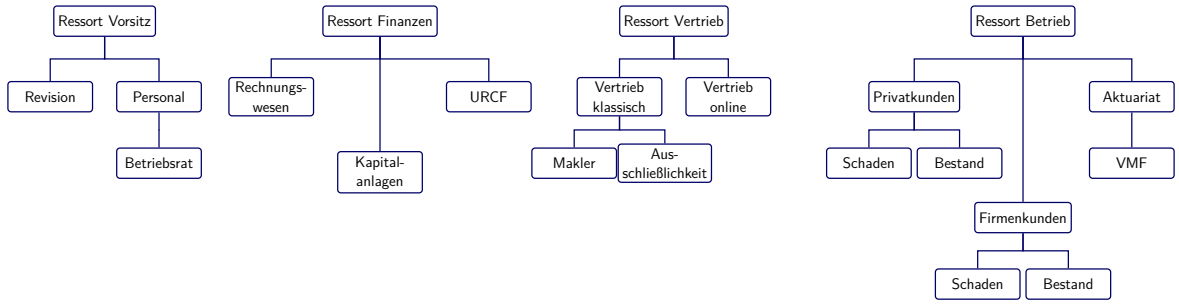
- Das Argument, der Vertrag könne zusätzlich auf der übergeordneten Ebene angerechnet werden, ist falsch.
- Die Rückversicherung wird in der Standardformel in der Regel auf der untersten Ebene angerechnet. Der Brutto-Schaden für das 200-Jahres-Ereignis (z. B. „Sturm") wird berechnet und davon die Leistung der Rückversicherung abgezogen, um zum Netto-Schaden zu kommen. Eine Doppelanrechnung ist nicht zulässig, denn sie entspricht nicht dem Modell.
- Wirken Rückversicherungsverträge vertragsgemäß auf einer aggregierten Ebene, so wird die Wirkung auf die diversifizierte aggregierte Ebene quantifiziert und wieder rückwärtig den Untermodulen zugeordnet.
- Der Rückversicherungsvertrag senkt damit das SCR z.B. auf die Gefahr „Sturm" und ggf. teilweise auch auf die anderen Gefahren falls restliche Haftung aus dem Vertrag für die entsprechenden Szenarien zur Verfügung steht.
- Da dann z.B. „Sturm" als kleinerer Netto-Wert in die Aggregationsformel (die Wurzel-Formel) eingeht, sinkt auch das Ergebnis auf der Ebene „Naturkatastrophen".
- Ob die Wirkung größer ist als beim Ereignis-XL, hängt von den Konditionen der Verträge ab.
- Tendenziell wirken Jahresüberschaden-XL-Verträge eher schlechter in der Standardformel, denn der SCR-Berechnung liegen Szenarien extremer Einzelereignisse zugrunde. Die typischerweise gegenüber einem Ereignis-XL deutlich höhere Priorität führt zu einer geringeren Entlastung, wenn die Haftung des Rückversicherers durch das Ereignis jeweils nicht ausgelastet ist.

- Es gibt in der Standardformel keinen Mechanismus, um auf der Ebene „Naturkatastrophen“ pauschal noch einmal Kapital abzuziehen. Das wäre eine unzulässige Doppelzählung der risikomindernden Wirkung.

(Je einen Punkt bis Maximalpunktzahl. Es wird kein vollständig korrektes technisches Detailwissen erwartet, vielmehr soll ein grundlegendes Verständnis der Funktionsweise der Standardformel demonstriert werden.)

Aufgabe 7. *[Governance, MaGo] [12 Punkte]*

Die Megagross Versicherung betreibt Geschäft in allen Sparten und allen Kundensegmenten und hat einen bedeutenden Marktanteil. In der Dokumentation der Aufbauorganisation sind das Organigramm und der Geschäftsverteilplan in folgenden Darstellungen enthalten:



Ressort/Funktionen	**Name**	**Vertretung**	**Abteilungen**
Ressort Vorsitz	Dr. B. Oss	I. Mobilie	Personal Revision
Ressort Finanzen	I. Mobilie	Dr. B. Oss	URCF Rechnungswesen Kapitalanlagen
Ressort Vertrieb	S. Eller	S. Meier	Vertrieb klassisch Vertrieb online
Ressort Betrieb	S. Meier		Privatkunden Firmenkunden Aktuariat
Revision	A. Sesor		
URCF	I. Mobilie		
VMF	Dr. G. Aus		

(a) Nennen Sie insgesamt 8 Beobachtungen auf Basis von Organigramm und Geschäftsverteilplan, die Sie vor dem Hintergrund aufsichtsrechtlicher Anforderungen an die Aufbauorganisation negativ beziehungsweise positiv bewerten! *[4 Punkte]*

Lösungsvorschlag

positiv

- Es bestehen Vertretungsregelungen für die Ressortleiter der Ressorts Vorsitz, Finanzen und Vertrieb.
- Die Schlüsselfunktion „Revision“ berichtet direkt an den Vorstand.
- Die Schlüsselfunktion „URCF“ berichtet direkt an den Vorstand.
- Die eingerichteten Schlüsselfunktionen stehen gleichrangig und gleichberechtigt nebeneinander.
- Es sind natürliche Personen als „intern verantwortliche Personen“ für die eingerichteten Schlüsselfunktion benannt.
- Die „intern verantwortliche Person“ für die eingerichteten Schlüsselfunktion „VMF“ ist nicht Mitglied der Geschäftsleitung.
- Die „intern verantwortliche Person“ für die eingerichteten Schlüsselfunktion „Revision“ ist nicht Mitglied der Geschäftsleitung.
- Die „intern verantwortliche Personen“ für die eingerichteten Schlüsselfunktionen sind verschieden.
- Im Ressort Vertrieb sind keine risikoüberwachenden Tätigkeiten angesiedelt.
- Im Ressort Vorsitz mit der Schlüsselfunktion „Revision“ sind keine Tätigkeiten angesiedelt, die der ersten Verteidigungslinie zuzurechnen wären.

negativ

- Es gibt keine erkennbare Vertretungsregelungen für S. Meier als Leiter des Ressorts Betrieb.
- Die Schlüsselfunktion „Compliance“ ist nicht eingerichtet.
- I. Mobilie ist gleichzeitig Mitglied der Geschäftsleitung und intern verantwortliche Person für die URCF.

- Im Ressort Betrieb sind sowohl Zuständigkeiten für risikonehmende wie risikoüberwachende Tätigkeiten (Betrieb vs. VMF) angesiedelt.
- Im Ressort Finanzen sind sowohl Zuständigkeiten für risikonehmende wie risikoüberwachende Tätigkeiten (Kapitalanlage vs. URCF) angesiedelt.
- Die Schlüsselfunktion VMF ist nicht direkt unter der Geschäftsleitung angesiedelt.

(Je Aspekt 0,5 Punkte, maximal 4)

(b) Geben Sie vier weitere Elemente einer transparenten Geschäftsorganisation neben Organigramm und Geschäftsverteilplan an inklusive eines kurzen Beispiels! *[8 Punkte]*

Lösungsvorschlag

- Aufgabenbeschreibung der einzelnen Organisationseinheiten. Beispiel: Das Aktuariat ist zuständig für die Kalkulation sämtlicher Komposit-Tarife, die Berechnung der jährlichen Beitragsanpassungen für sämtliche Tarife und die Meldung der Statistiken an den Verband.
- Stellenbesetzungsplan: Darstellung welche Planstellen konkret von welchem Mitarbeiter besetzt sind. Beispiel: Gruppenleitung Kalkulation: Dr. Lieschen Müller; Gruppenleitung Statistik: Max Mustermann; Senior Aktuare Kalkulation: Heinz Horst, Jette Yokil; Junior Aktuar Kalkulation: Susi Sorglos; Senior Aktuar Statistik: Dr. Thomas Richter.
- Stellenbeschreibungen: Konkrete Beschreibung der den einzelnen Stellen zugeordneten Funktionen und Anforderungen. Beispiel: Senior Aktuar Kalkulation 1 (1 AK): Zuständig für Kalkulationen Kraftfahrt Pkw, Ausgebildeter Aktuar DAV, mindestens 5 Jahre Erfahrung in der Kalkulation.
- Kompetenzregelungen: Vollmachten und Betragsgrenzen für Geschäftsvorfälle. Beispiel: Zeichnungsgrenzen Kraftfahrt Exoten: ab 100.000 EUR Versicherungssumme Genehmigung durch Gruppenleitung Betrieb Oldtimer, ab 250.000 EUR Genehmigung zusätzlich durch Abteilungsleitung Bestand Komposit, ab 1 Mio. EUR Genehmigung zusätzlich durch Vorstand Ressort Betrieb.

(je zwei Punkte, maximal 8)