

Schriftliche Prüfung im CERA-Modul B

## **Klassifizierung und Modellierung und Transfer von Risiken**

gemäß Prüfungsordnung 2.0  
der Deutschen Aktuarvereinigung e. V.  
zum Erwerb der Zusatzqualifikation CERA

am 18.10.2025

### *Hinweise:*

- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Die maximal erreichbare Gesamtpunktzahl beträgt 180 Punkte. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens 90 Punkte erreicht werden.
- Die Klausur umfasst 10 Aufgaben. Hiervon dürfen maximal 9 Aufgaben zur Bewertung ausgewählt werden. Markieren Sie bitte auf dem zusätzlichen Blatt in Ihren Lösungsblättern in der Tabelle, welche Aufgaben bewertet werden sollen. Es können max. 180 Punkte erreicht werden! Eine zusätzliche (zehnte) gelöste Aufgabe wird nicht als Bonusaufgabe gewertet.
- Bitte prüfen Sie die Ihnen vorliegende Prüfungsklausur auf Vollständigkeit. Die Klausur besteht aus 15 Seiten und einem Zusatzblatt.
- Alle Antworten sind zu begründen und bei Rechenaufgaben muss der Lösungsweg ersichtlich sein.

*Mitglieder der Prüfungskommission:*

Prof. Dr. Hubert Bornhorn, Dr. Steve Brüske, Dr. Peter Henseler,  
Dr. Ingo Kraus, Dr. Nils Langenberg, Dr. Michael Leitschkis

### Aufgabe 1. Aktienrisiko, Standardformel [20 Punkte]

Ein Sachversicherungsunternehmen besaß zum 31.12.2024 die folgenden unter Solvency II in die Kategorie „Equity“ fallenden Kapitalanlagen nach Marktwerten:

- DAX-Aktien: 55 Mio. Euro,
- EURO-STOXX-50-Aktien: 45 Mio. Euro,
- Private-Equity-Fonds: 20 Mio. Euro,
- Strategische Beteiligung an einem deutschen Assistance-Unternehmen: 15 Mio. Euro,
- Direkte Beteiligung an einem Windpark: 40 Mio. Euro,
- Hedgefonds: 25 Mio. Euro.

- (a) (10 Punkte) Berechnen Sie die „Brutto“-Kapitalanforderung MKTeq gemäß der Standardformel aus Solvency II.

Unterstellen Sie dabei als Schockfaktoren für Type 1 Equity: 39%, für Type 2 Equity: 49%, für qualifizierte Infrastrukturinvestitionen: 30%, für qualifizierte Investitionen in Infrastrukturunternehmen: 36% und für strategische Beteiligungen: 22%. Verwenden Sie die folgende Korrelationsmatrix:

	Type 1	Type 2	Infrastruktur	Infrastruktur-untern.
Type 1	1	0,75	0,75	0,75
Type 2	0,75	1	1	1
Infrastruktur	0,75	1	1	1
Infrastrukturuntern.	0,75	1	1	1

- (b) (5 Punkte) Formulieren Sie zwei Kritikpunkte an der Solvency-II-Standardformel für das Aktienrisiko.
- (c) (5 Punkte) Welche Handlungsmöglichkeiten hat das Asset-Management, um die Kapitalanforderung für das Aktienrisiko zu reduzieren? Nennen Sie zwei Möglichkeiten!

**Aufgabe 2. Kreditrisiko [20 Punkte]**

- (a) (4 Punkte) Nennen sie 4 Arten von Gegenparteien, welche im Gegenparteiausfallrisiko betrachtet werden.
- (b) (4 Punkte) Beschreiben Sie kurz, was man unter einem CDS versteht, und geben Sie die Zahlungen eines CDS im „Schadensfall“ an.
- (c) (2 Punkte) Geben Sie kurz an, was der Begriff marktkonsistente Ausfallwahrscheinlichkeiten bedeutet.
- (d) (4 Punkte) Geben Sie ein Beispiel für eine semidirekte Absicherung und ein Beispiel für eine indirekte Absicherung mithilfe von CDS.
- (e) (6 Punkte) Sie haben herausgefunden, dass sich die Spreads des Corporate Bond – Portfolios Ihres Unternehmens in normalen Marktphasen ähnlich verhalten wie der Corporate Bond Index Ind\_N, während sie sich in Krisenzeiten ähnlich verhalten wie der Corporate Bond Index Ind\_K. Mit welchem dynamischen Hedging-Ansatz können Sie diese Erkenntnis ausnutzen, für die Ihnen der rollierende 5-Jahres-CDS auf Ind\_N und der rollierende 5-Jahres-CDS auf Ind\_K zur Verfügung stehen?

**Aufgabe 3. Versicherungstechnik Leben und Kranken [20 Punkte]**

Sie sind bei einem Lebensversicherungsunternehmen beschäftigt, welches innerhalb der Lebensversicherung ein breites Spektrum an Produkten anbietet. Da es ein reines Lebensversicherungsunternehmen ist, welches auch nicht Teil einer Gruppe o.ä. ist, gibt es nur die Lebensversicherungsprodukte.

Neu hinzukommen soll nun ein klassisches Berufsunfähigkeits-Produkt, welches im Wesentlichen wie folgt beschrieben werden kann:

- Gezahlt wird eine laufende Prämie vom Beginn bis zum Ende der Police.
- Tritt während der Dauer der Versicherung ein Leistungsfall („die Berufsunfähigkeit“) ein, so wird die Beitragszahlung unterbrochen und an deren Stelle zahlt der Versicherer eine monatliche, bei Abschluss der Police vereinbarte Rente, und zwar bis zum Endalter 65, dem Tod des Versicherten oder der Genesung („Reaktivierung“), je nach dem, was zuerst eintritt.
- Der Versicherte kann die Versicherung immer stornieren, sofern und wenn kein Leistungsfall vorliegt. Er erhält dann die Deckungsrückstellung, sofern positiv, nach Abzug eines 10%-Abschlags, ausbezahlt.
- Die Marktlage ist günstig, so dass Sie davon ausgehen, dass das Produkt ausreichende Prämien haben wird.

Ihr Vorstand möchte nun von Ihnen in einer ersten Stellungnahme wissen, welche Auswirkungen dies auf die Solvenzbilanz haben könnte.

Er bittet Sie, bei Ihrer Analyse anzunehmen, dass die Risiken im Life-Modul der verwendeten Standardformel erfasst werden.

- (a) (6 Punkte) Nennen Sie kurz die Stressszenarien innerhalb des Life-Moduls und beschreiben Sie eines davon genauer (inklusive Angabe des Shocks).
- (b) (4 Punkte) Begründen Sie, welche dieser Stresse Sie für Ihre Analyse näher in Betracht ziehen sollten und welche vermutlich eher weniger relevant sind.

Welches dürfte hier das dominante Risiko sein?

- (c) (6 Punkte) Das biometrische / versicherungstechnische Risiko zergliedert sich in drei Komponenten, und bei den Überlegungen zu internen Modellen hatten wir im Seminar noch eine vierte Komponente mit betrachtet

Nennen Sie bitte die vier Komponenten, in welcher dort die versicherungstechnischen Risiken bei den Gedanken zu internen Modellen zerlegt wurden, und gehen Sie dann mit kurzer Begründung darauf ein, welche dieser vier Komponenten bei dem dominanten Risiko aus b) womöglich eine größere oder kleinere Rolle spielen.

- (d) (4 Punkte) Wenn die Annahme, dass dieses Produkt im Life-Modul des verwendeten Standardmodells erfasst wird, nicht zutreffen sollte, wo würde es vermutlich dann modelliert werden? Erläutern Sie auch, inwieweit sich dieser Ansatz im Standardmodell vom Life-Modul im Standardmodell unterscheiden würde.

#### Aufgabe 4. Risikoaggregation [20 Punkte]

Betrachten Sie ein Versicherungsunternehmen, das zur SCR-Berechnung gemäß Solvency II ein internes Simulationsmodell verwendet, wie es z.B. in den Kursunterlagen besprochen wurde. Die Ergebnisse der aktuellen SCR-Berechnung seien:

	Undiversifiziert pro Risiko	Vollständig diversifiziert
<b>Marktrisiko</b>	<b>1310</b>	<b>835</b>
Aktienrisiko	150	50
Zinsrisiko*	900	700
Spreadrisiko	200	75
Währungsrisiko	60	10
<b>Ausfallrisiko</b>	<b>50</b>	<b>10</b>
<b>Versicherungstechnisches Risiko</b>	<b>200</b>	<b>70</b>
<b>Operationelles Risiko</b>	<b>80</b>	<b>20</b>
<b>Nicht-Lineare Beiträge</b>	<b>40</b>	<b>5</b>
<b>Diversifikation</b>	<b>-740</b>	<b>0</b>
<b>Latente Steuern**</b>	<b>-300</b>	<b>-300</b>
<b>SCR</b>	<b>640</b>	<b>640</b>

\*relevant: Zinsrückgang

\*\*Steuersatz: 32%

- (a) (3 Punkte) Das Währungsrisiko wird von dem Unternehmen im Hinblick auf die SCR-Berechnung als nicht materiell eingestuft. Worauf basiert die Einschätzung?
- (b) (8 Punkte) Das Währungsrisiko resultiere ausschließlich aus US-Dollar-Kapitalanlagen. Diese seien mittels eines Währungshedge zu 90% abgesichert. Um das Rendite-Risiko-Verhältnis zu steigern, wird vorgeschlagen, die Absicherungsquote auf 50% abzusenken. Schätzen Sie ab, welche Auswirkung dies auf das SCR hätte. Welche Näherungen verwenden Sie dabei?
- (c) (3 Punkte) In 2025 kam es zu einer spürbaren Abwertung des US-Dollar gegenüber dem Euro. Das Unternehmen erlitt materielle Eigenmittelverluste. Wieso ist dies kein Widerspruch zu den SCR-Ergebnissen?
- (d) (6 Punkte) Die Währungskursentwicklung sei im Modell unkorreliert zu allen anderen Risikofaktoren modelliert. Es wird vorgeschlagen, die Korrelation eines Währungskursanstiegs insbesondere zum Zinsanstieg auf einen leicht positiven Wert anzuheben, da dies eine „konservativere“ Annahme sei.
  - i. Was ist die Motivation dieses Vorschlags?
  - ii. Warum könnte er in einem Gruppenmodell problematisch sein?
  - iii. Welcher weitere Effekt trägt für das Unternehmen neben der Korrelationsannahme dazu bei, dass das Währungsrisiko in der SCR-Berechnung bisher nicht materiell ist?

### Aufgabe 5. Schaden- und Unfallversicherung, Risikomodellierung [20 Punkte]

Sie arbeiten im Risikomanagement der Feldafinger Brandkasse und sind verantwortlich für den Betrieb des Internen Modells. Aus Ihren Schadensystemen liegen Ihnen die Schadendaten (hier ein Auszug) für die Sparte Feuerversicherung vor.

Loss Number	Accident year	Payment	Reserve	Remark
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1102-235-2002	2002	1.265.054	0	Property Damage
1103-236-2002	2002	645.325	0	Business Interruption
0579-245-2022	2022	248.653	2.000.000	
0432-245-2023	2023	4.456.123	0	Collective Settlement April
1468-235-2023	2023	897.543	1.750.000	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

- (a) (5 Punkte) Nennen sie mindestens fünf der im Skript beschriebenen aktuariellen Schritte, um aus den Rohdaten simulierte Großschäden zu erhalten.  
Hinweis: Denken Sie insbesondere an die Datenaufbereitung!
- (b) (7 Punkte) Ihre zu parametrisierenden Großschadendaten enthalten diverse Ausreißer. Beschreiben Sie kurz die Verwendung eines Momentenschätzers und die eines Maximumlikelihoodschätzers.

Welcher Schätzer ist besser geeignet, solche Ausreiser zu berücksichtigen?

Skizzieren Sie außerdem einen QQ-Plot der zeigt, dass das Risiko der Empirie durch die parametrisierte theoretische Verteilung deutlich unterschätzt wird.

Worauf sollte man bei der Wahl der Großschadengrenze achten?

- (c) (4 Punkte) Sie haben für Ihre Sparten die folgenden versicherungstechnischen Risiken ermittelt:

Underwriting Risk	LoB 1	LoB 2	LoB 3
	150m	100m	50m

Um das Gesamtrisiko zu bestimmen, verwenden Sie zunächst die folgenden linearen Abhängigkeiten, welche Sie über die Wurzelformel (analog zur Standardformel) anwenden.

	LoB 1	LoB 2	LoB 3
LoB 1	100%	50%	25%
LoB 2	50%	100%	25%
LoB 3	25%	25%	100%

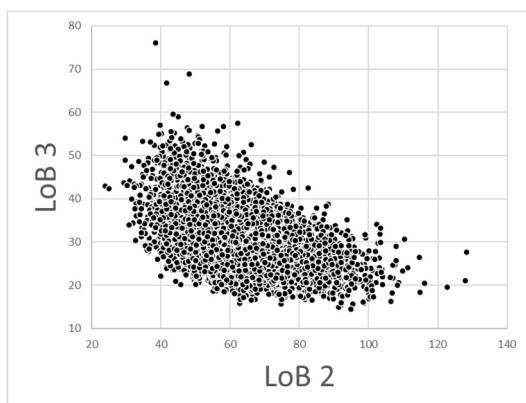
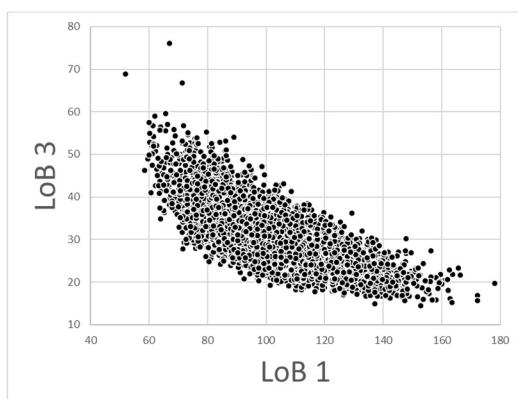
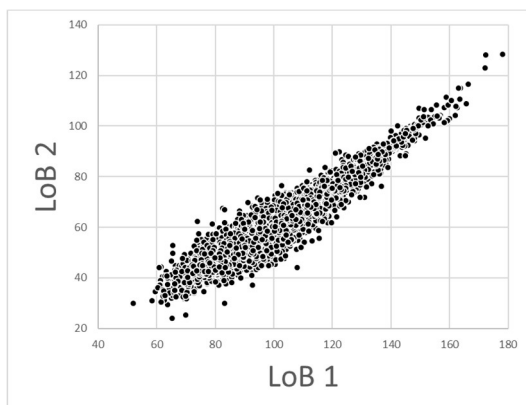
Wie hoch ist der Diversifikationseffekt?

- (d) (4 Punkte) Durch Analyse der historischen Schadendaten erhalten Sie die folgenden paarweisen Punktwolken.

Welche Unterschiede liegen im Vergleich zur Korrelationsmatrix aus (c) vor?

Wie wirkt sich das auf den Diversifikationseffekt aus?

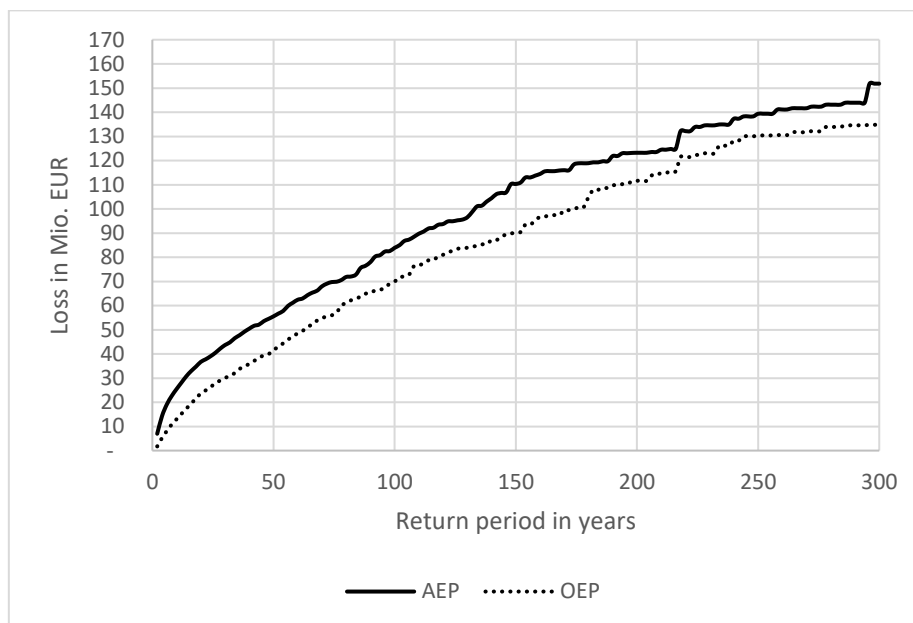
Welche Sparte sollte nach der in dieser Teilaufgabe vorliegenden Abhängigkeit eher wachsen, um einen positiven Effekt auf die Diversifikation zu erhalten? Begründen Sie Ihre Entscheidung.





**Aufgabe 6. Schaden- und Unfallversicherung, Risikotransfer [20 Punkte]**

Sie arbeiten in der Rückversicherungsplazierung der Feldafinger Brandkasse und sollen anhand der Ergebnisse aus dem Internen Modell eine Einschätzung zum Risikotransfer geben. Die Brutto-Exceedance-Probability-Kurven der Naturgefahrensimulation liegen vor:



- (a) (4 Punkte) Beschreiben Sie kurz die beiden Arten von Exceedance-Probability-Kurven.  
Welche Aussage trifft jede dieser Kurven?
- (b) (4 Punkte) Nennen Sie je einen typischen Vertragstyp der proportionalen und der nichtproportionalen Rückversicherung. Beschreiben Sie jeweils kurz die Wirkungsweise auf das versicherungstechnische Risiko des Erstversicherers.
- (c) (4 Punkte) Sie planen den Abschluss eines CatXL-Vertrags zur Absicherung gegen Naturgefahrenschäden. Ziel ist es, dass nach Rückversicherung ein einmaliger Maximalschaden von 10 Mio. € nur alle 250 Jahre überschritten wird.  
Wie muss der Vertrag gestaltet sein (Priorität und Limit)?  
*Hinweise: Ignorieren Sie Wiederauffüllungen und zedierte Prämie!*
- (d) (8 Punkte) Zusätzlich erwägen Sie den Abschluss einer per-Risk-Deckung für Man-Made-Großschäden. Folgende Excess-of-Loss-Struktur wurde empfohlen:
1. Layer 25 Mio. xs 10 Mio., Prämienrate 3,5%, 3 Wiederauffüllungen (WAF) zu 100%
  2. Layer 25 Mio. xs 35 Mio., Prämienrate 2,5%, 3 WAF zu 100%
  3. Layer 25 Mio. xs 60 Mio., Prämienrate 2%, 3 WAF zu 100%

Die Brutto-Prämie des zu zedierenden Bestandes beträgt 100 Mio. €. Im Simulationspfad 4627 treten folgende vier Bruttoschäden (vor Rückversicherung) auf:  
**15 Mio. €, 100 Mio. €, 7 Mio. €, 20 Mio. €**

Ermitteln Sie für diesen Pfad:

- die Netto-Schadenentlastung durch die Rückversicherung,
- die zedierte Prämie für alle drei Layer.

---

**Aufgabe 7. Rückversicherung Leben und Kranken [20 Punkte]**

Sie arbeiten bei einem Lebensversicherer und Ihr Vorstand sieht Anzeichen, dass die Solvency II-Bedeckungsquote womöglich in diesem Jahr einige Einschlüsse zu verkraften hat. Ihr Arbeitgeber verwendet die SII-Standardformel.

Nachdem Ihr Unternehmen bisher noch keine Lebensrückversicherung abgeschlossen hat, der Vorstand jedoch gehört hat, dass hiermit die Solvency II-Quote verbessert werden kann, bittet er Sie um Beantwortung der folgenden Fragen.

- (a) (6 Punkte) Erläutern Sie, aus welchen zwei Größen die Solvency II-Quote (wie?) berechnet wird. Gehen Sie bitte darauf ein, was mit diesen beiden Größen passieren müsste, um die Solvency II-Quote zu steigern.

Geben Sie auch eine begründete Einschätzung, welche dieser beiden Größen sich durch Abschluss eines neuen Rückversicherungsvertrages eher in die günstige Richtung verändern lässt als die andere.

- (b) (6 Punkte) Nennen Sie zwei regulatorische Anforderungen an ein Rückversicherungsprogramm, und erläutern Sie Ihrem Vorstand, wie Sie diese Anforderungen erfüllen würden.
- (c) (6 Punkte) Wählen Sie eine der im Seminar diskutierten Rückversicherungslösungen zur möglichen Verbesserung der Solvency II-Bedeckungsquote aus (sollte diese nur eine bestimmte Produktlinie umfassen, so dürfen Sie davon ausgehen, dass Ihr Unternehmen diese Produkte auch im Bestand hat).

Beschreiben Sie diese Ihrem Vorstand in wenigen Sätzen und erläutern Sie die Wirkungsweise unter Solvency II, indem Sie einerseits auf den Risikobaum im Standardmodell für das Life-Modul und andererseits auf die oben genannte Formel für die SCR-Quote eingehen.

- (d) (2 Punkte) Unter welcher Voraussetzung wird die von Ihnen gewählte RV-Lösung tatsächlich die Solvency II-Quote verbessern?

**Aufgabe 8. Garantieprodukte und Hedging [20 Punkte]**

- (a) (8 Punkte) Erläutern Sie die Funktionsweise des Greek-based Hedging! Beginnen Sie mit einer kurzen Beschreibung des dadurch zu lösenden Problems, gehen Sie auf Nutzen und Problematik bei der Linearität von Griechen ein und definieren Sie, was sich hinter „Vega“ verbirgt und welches Vorzeichen Vega bei einer europäischen Put-Option hat.
- (b) (4 Punkte) Weil Ihr Portfolio bisher nicht gehedged wird, rechnen Sie auch noch keine Griechen aus. Nun aber entscheidet Ihr CRO, dass man sich nun gegen manche Marktrisiken absichern möchte. Offen ist aber noch die Frage, ob Sie nur einen Delta-Hedge oder auch einen Delta-Gamma-Hedge abschließen möchten.

Nennen je zwei mögliche Gründe dafür, nur einen Delta-Hedge abzuschließen oder einen Delta-Gamma-Hedge abzuschließen.

- (c) (4 Punkte) Erläutern Sie, wie Sie mit Hilfe des Satzes von Taylor im Bereich des Greek-based Hedging prüfen können, ob die beobachtbaren Marktwertveränderungen und die anwendbaren Greeks zueinander konsistent sind (Stichwort: Performance Attribution).
- (d) (4 Punkte) Bitte entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen WAHR oder FALSCH sind.

Für jede richtige Einschätzung erhalten Sie 0,5 Punkte.

- i) Wenn der risikofreie Zins gleich Null ist, so ist auch  $\rho = \text{Null}$ .
- ii) Je näher eine Option am Verfallstag liegt, desto kleiner ist ihr Vega.
- iii) Greek-Risiken können nur durch Derivate gehedged werden.
- iv) Der Wert eines Calls ist Null, wenn die Volatilität des Underlyings Null ist.
- v) Der Wert eines Puts ist Null, wenn die Volatilität des Underlyings Null ist.
- vi) Eine der Schwächen des Black-Scholes-Modells ist, dass die Ermittlung des Optionspreises in der Regel numerisch aufwändig ist.
- vii) Wenn bei einem Put und einem Call auf das gleiche Underlying auch alle sonstigen Input-Parameter (Laufzeit, Zins,...) identisch sind, so stimmen auch die Griechen dieses Puts und dieses Calls überein.
- viii) Ist ein Call deep-in-the-money, so ist sein Delta nahe 1, wohingegen das Delta nahe Null ist, wenn der Call deep-out-of-the-money ist.

**Aufgabe 9. Zinsrisiko [20 Punkte]**

- (a) (6 Punkte) Beschreiben und diskutieren Sie drei Arten von diskreten Zinskurven, die aus einer Zerobond-Preiskurve bzw. einer Diskontkurve abgeleitet werden können. Was gilt, wenn eine dieser drei Kurven flach (also der Zinssatz konstant) ist? Diskutieren Sie dieses Ergebnis.
- (b) (4 Punkte) Was ist der wesentliche Unterschied zwischen der EURIBOR-Swapkurve und der ESTR-Swapkurve? Welche der beiden Kurven wird als risikofreier angesehen und warum?
- (c) (4 Punkte) Wie gehen EURIBOR-Swapkurve und ESTR-Swapkurve in die EIOPA Kurve ein? Beschreiben Sie die von der Aufsicht geplanten Änderungen an diesem Vorgehen und die Hindernisse.
- (d) (6 Punkte) Die Duration von Zahlungsströmen wird oft als Zeitmaß angesehen. Diskutieren sie, unter welchen Voraussetzungen das angemessen ist. Nennen sie zwei typische Fälle, in denen die Zeitinterpretation nicht angemessen ist.

### Aufgabe 10. Operationelles Risiko [20 Punkte]

Im Rahmen der Solvency-II-Richtlinie ist das operationelle Risiko im Solvenzkapitalbedarf (SCR) zu berücksichtigen. Die Standardformel bietet eine Methode zur quantitativen Erfassung dieses Risikos. Diese Aufgabe dient der vertieften Auseinandersetzung mit der Methodik und den Grenzen dieser Formel:

$$SCR_{Op} = \min\{0,3 \cdot BSCR; Op\} + 0,25 \cdot Exp_{ul}$$

$$Op = \max\{Op_{premiums}, Op_{provisions}\}$$

$$\begin{aligned} Op_{premiums} = & 0,04 \cdot (Earn_{life} - Earn_{life-ul}) + 0,03 \cdot Earn_{non-life} \\ & + \max\{0; 0,04 \cdot (Earn_{life} - 1,2 \cdot pEarn_{life} \\ & \quad - (Earn_{life-ul} - 1,2 \cdot pEarn_{life-ul}))\} \\ & + \max\{0; 0,03 \cdot (Earn_{non-life} - 1,2 \cdot pEarn_{non-life})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Op_{provisions} = & 0,0045 \cdot \max\{0; TP_{life} - TP_{life-ul}\} \\ & + 0,03 \cdot \max\{0; TP_{non-life}\} \end{aligned}$$

Benennungen:

Earn\* = verdiente Bruttoprämien (Berichtsjahr) der Sparte \*=life, life unit-linked und non-life

pEarn\* = dito (vorangegangenes Geschäftsjahr)

TP\* = Rückstellungen der Sparte \*=life, life unit-linked und non-life

- (a) (12 Punkte) Erläutern Sie die Formeln! Identifizieren und beschreiben Sie verbal die einzelnen Komponenten jeder Formel! Zusätzlich erläutern Sie bitte den aktuariellen Hintergrund für die gesonderte Behandlung des fondsgebundenen Lebensversicherungsgeschäfts und den aktuariellen Hintergrund der beiden Summanden mit pEarn\* in der Formel für  $Op_{premiums}$ !
- (b) (4 Punkte) Diskutieren Sie die zentralen Stärken und Schwächen der Standardformel zur Quantifizierung des operationellen Risikos. Sie können dabei die im Seminar behandelten oder auch eigenständig gefundene Argumente miteinbeziehen. Insgesamt sollten Sie mindestens einen Vor- und einen Nachteil und insgesamt vier Vor- oder Nachteile darstellen.

- (c) (4 Punkte) Ein Versicherer dokumentiert seit 25 Jahren seine Historie von Verlusten aus operationellem Risiko. Er möchte diese Daten nutzen, um das SCR aus operationellem Risiko alternativ zur Standardformel mit einem internen Modell zu berechnen. Welchen Schwierigkeiten hinsichtlich der Datenqualität sieht sich der Versicherer dabei evtl. ausgesetzt?

Schriftliche Prüfung im CERA-Modul B

**Klassifizierung und Modellierung und Transfer von Risiken**

gemäß Prüfungsordnung 2.0  
der Deutschen Aktuarvereinigung e. V.  
zum Erwerb der Zusatzqualifikation CERA

am 18.10.2025



**Aufgabe 1. Aktienrisiko, Standardformel [20 Punkte]**

*Lösungsvorschlag*

(a) Das benötigte „Brutto“-Risikokapital berechnet sich nach der folgenden Formel

$$MKT_{eq} = \sqrt{\sum_{rxc} CorrIndex^{rxc} \cdot Mkt_r \cdot Mkt_c}$$

unter Verwendung der Korrelationsmatrix

<u>CorrIndex</u>	Type 1	Type 2	<u>Infra- struktur</u>	Infrastruktur- untern.
Type 1	1	0,75	0,75	0,75
Type 2	0,75	1	1	1
Infrastruktur	0,75	1	1	1
Infrastrukturuntern.	0,75	1	1	1

Die einzelnen Kapitalanlagen aus der Aufgabenstellung müssen bei der Berechnung wie folgt den unterschiedlichen „Typen“ zugeordnet werden:

**Type 1:** DAX- und EURO-STOXX-50-Aktien mit einem Marktwert von zusammen 100 Mio. Euro.

**Type 2:** Private-Equity-Fonds sowie Hedgefonds mit einem Marktwert von zusammen 45 Mio. Euro.

**Infrastrukturinvestition** in den Windpark mit einem Marktwert von 40 Mio. Euro.

**Investitionen in Infrastrukturunternehmen** sind nicht vorhanden.

**Strategische Beteiligung** am Assistance-Unternehmen mit einem Marktwert von 15 Mio. Euro.

Dies führt unter Verwendung der gegebenen Schockfaktoren zu den folgenden Risikokapitalen in Mio. Euro

$$MKT_1 = 100 \cdot 39\% = 39$$

$$MKT_2 = 45 \cdot 49\% = 22,05$$

$$MKT_{Inf.} = 40 \cdot 30\% = 12$$

$$MKT_{Inf.U.} = 0 \cdot 36\% = 0$$

$$MKT_{Bet.} = 15 \cdot 22\% = 3,3$$

Bei der Aggregation muss die strategische Beteiligung wie Type 1 behandelt werden. Damit ergibt sich das folgende benötigte Risikokapital in Mio. Euro:

$$MKT_{Eq} = \sqrt{(39 + 3,3)^2 + 2 \cdot 0,75 \cdot (39 + 3,3) \cdot (22,05 + 12) + (22,05 + 12)^2} = 71,5.$$

(b) Die folgenden Kritikpunkte können genannt werden:

- Type 2 Equity stellt eine Residualgröße dar und belegt die zugehörigen Assets daher sehr undifferenziert mit einem sehr hohen Risikofaktor.
- Strategische Beteiligungen sind oftmals Tochterunternehmen, deren Marktwerte (auch auf Grund interner Bewertungsmethoden) deutlich geringeren Schwankungen ausgesetzt sind als die anzusetzenden 22%.
- Strategische Beteiligungen sind z.T. deutlich schwächer korreliert mit den „normalen Aktien“ als dies in der Standardformel zum Ausdruck kommt.
- Type 2 als Residualkategorie (für z.B. Rohstoffe, Private Equity, Hedgefonds ...) berücksichtigt keinerlei Diversifikation zwischen den unterschiedlichen Assets.
- u.v.m.

*Hinweis.* Es waren nur zwei Kritikpunkte zu benennen.

(c) Die folgenden Handlungsmöglichkeiten können genannten werden:

- Absicherung von Teilen des Aktienportfolios durch Put-Optionen
- Reduktion des Aktienexposures
- Umschichtung des Exposures von Type 2 Equity in Type 1 Equity
- u.v.m.

*Hinweis.* Es waren nur zwei Handlungsmöglichkeiten zu benennen.

## Aufgabe 2. Kreditrisiko [20 Punkte]

### Lösungsvorschlag

- (a) Eine Rückversicherung, eine Bank (Derivat), ein Darlehensnehmer (Hypothekendarlehen), ein Vermittler (Forderung).
- (b) Unter einem Credit Default Swap (CDS) versteht man ein Derivat, welches eine Absicherung gegen den Ausfall einer Anleihe bietet. Im „Schadensfall“ zahlt ein CDS in Höhe von  $(1 - R) \times \text{Nominal des CDS}$ , wobei  $R$  die Recovery Rate der zugrundeliegenden Anleihe darstellt.
- (c) Die Ausfallwahrscheinlichkeiten sind marktkonsistent, wenn ihre Einsetzung in die CDS-Bewertung die aktuellen Marktpreise ergibt.
- (d) Beispiel für eine semidirekte Absicherung: Absicherung von Rückversicherungsforderungen durch CDS auf den Rückversicherer.

Beispiel für eine indirekte Absicherung: CDS auf einen Emittenten, dessen Spread/Ausfallrisiken zu denen des tatsächlichen Emittenten hoch korreliert sind, s. auch Aufgabenteil (e).

- (e) Wir können das Portfolio durch eine Kombination der beiden CDS absichern, wobei die Gewichte der beiden CDS regelmäßig – etwa wöchentlich – anzupassen sind. Die Berechnung der aktuellen Gewichte soll auf Basis historischer Daten erfolgen, wobei die aktuellen Daten mehr Einfluss auf die Gewichte haben werden als diejenigen, die länger zurückliegen.

### Aufgabe 3. Versicherungstechnik Leben und Kranken [20 Punkte]

#### Lösungsvorschlag

- (a) Siehe Skript: Mortality, Disability, Longevity, Lapse, Expense, CAT, Revision.

Konkretes Beispiel: Sterblichkeit / Mortality (Slide 15). Hier werden für das Stress-Szenario ab sofort und permanent für alle Alter die Sterblichkeitsraten um 15% erhöht. Betroffen hiervon sind alle Verträge mit Todesfallrisiko, d.h. alle Verträge, die bei Tod der versicherten Person zu Zahlungen führen, die höher als die dann verfügbare (SII-) Reserve sind.

- (b) In der BU-Versicherung ist primär die Invalidität das (dominante) Risiko. Träte nämlich keine Invalidität ein, so gäbe es auch keine Leistungsfälle.

Desweiteren spielt eine materielle Rolle die Langlebigkeit (der Invaliden, in Spezialfällen -hier nicht angenommen- auch bei Aktiven denkbar). Es wird nämlich in der Kalkulation der BU eine Sterblichkeit der Invaliden angenommen (die höher ist als die Sterblichkeit der Aktiven). Im Stress-Szenario wird daher länger Rente geleistet.

Ebenfalls relevant kann Storno sein: die -lt. Aufgabenstellung angenommenen- zukünftigen Gewinne fallen weg. Hier ist allerdings zu beachten, dass es einen Stornoabschlag von 10% der Reserve gibt, welchen der Versicherer im Stornofall als Gewinn vereinnahmen kann. Somit ist dies einzelfallabhängig.

Expenses könnte man noch nennen, da BU-Geschäft grundsätzlich aufwandsintensiver als zum Beispiel Risikolebensversicherungsgeschäft ist.

CAT-Risiko spielt im Standardmodell keine Rolle, da es nur die Sterblichkeit erhöht, und aus gleichem Grund wird das Mortality-Szenario auch keine nennenswerte Rolle spielen (Tod der Aktiven ist im Promillebereich und effektiv mit gleicher Folge wie Storno, welches im Prozentbereich erwartet wird). Revisionsrisiko spielt auch keine Rolle.

- (c) 4 Komponenten: CAT, Änderung / Trend, Irrtum, Zufall.

Dominantes Risiko: Invalidität.

CAT erhöht nur die Sterblichkeit, somit ohne Einfluss.

Alle drei anderen Komponenten können materiellen Einfluss haben [Fehleinschätzung bei heutigen Rechnungsgrundlagen, langfristige Änderung (z.B. psychische Erkrankungen?) und zufällige Invalidisierung z.B. der Personen mit besonders hohen Renten].

Auch die Aufgabenstellung liefert hierfür konkrete Angaben: das BU-Produkt soll neu hinzukommen. Das bedeutet, man startet ohne bestehende Policen, sprich, man hat einen kleinen Bestand, und dieser ist natürlich volatil und anfällig gegenüber der zufälligen Invalidisierung (→ Zufallsrisiko), da noch kein Ausgleich im Kollektiv gewährleistet werden kann.

Desweiteren ist nicht klar, woher das Unternehmen belastbare Rechnungsgrundlagen für das neue Produkt haben soll. Es ist gut möglich, dass man sich hier irrt (→ Irrtumsrisiko) oder Änderungen falsch einschätzt.

- (d) Wenn das Produkt nicht im Life-Modul erfasst wird, so könnte es auch im Health-Similar-to-Life-Modul erfasst werden.

Der wesentliche Unterschied zum Life-Modul ist, dass das CAT-Risiko hier (siehe Skript) nicht als Treiber innerhalb von Health SLT fungiert, sondern gleichrangig mit Health SLT und Health Non-SLT abgebildet ist. Dies hat z.B. auch Auswirkungen auf eine andere Diversifikation mit CAT innerhalb Health.

Auch ist das CAT-Szenario anders zusammengesetzt und erfasst nicht nur einen Shock der Sterblichkeit.

Es ist auch erwähnenswert, dass das Produkt von zusätzlichen Diversifikation profitiert, wenn alle anderen Produkte aus der Versicherungstechnik -wie es in der Aufgabenstellung steht- dem Life Modul zugeordnet werden, da eine Korrelation  $< 1$  zwischen Health und Life im Standardmodell angenommen wird.

#### Aufgabe 4. Risikoaggregation [20 Punkte]

##### Lösungsvorschlag

- (a) Zum einen ist das Währungsrisiko nicht materiell, da es undiversifiziert zusammen mit dem Ausfallrisiko das kleinste Einzelrisiko darstellt. Zum anderen diversifiziert es stark, so dass der effektive Beitrag zum SCR mit 10 vor Steuern bzw. 6.8  $(=(1-32\%)*10)$  nach Steuern nur rund 1% des Gesamt-SCR ausmacht.

- (b) Wird die Hedgingquote von 90% auf 50% abgesenkt, steigt das Einzelrisiko näherungsweise um das Fünffache an. Damit erhält man:

$$\text{Undiv. Risiko: } 60 * 5 = 300$$

$$\text{Div. Risiko: } 10 * 5 = 300 * 10 / 60 = 50$$

$$\text{Latente Steuern: } -300 - (50-10)*32\% = -313$$

$$\text{Gesamt-SCR: } 640 + (50-10) + (-313 - (-300)) = 640 + 40*(1-32\%) = 667$$

In der Näherung wird angenommen, dass

- das Einzelrisiko proportional ansteigt, d.h. die (möglicherweise vorhandene) verlustabsorbierende Wirkung der Passivseite relativ konstant bleibt,
  - das Ausfallrisiko nach Reduktion des Hedgings konstant bleibt,
  - keine Änderung der nicht-linearen Beiträge auftritt,
  - die Diversifikation konstant bleibt,
  - die verlustabsorbierende Wirkung der Steuern proportional ansteigt.
- (c) Der Jahresverlauf stellt die Realisierung eines konkreten Szenarios dar. Die SCR-Berechnung betrachtet hingegen die Verteilung aller modellierten Szenarien. Es ist kein Widerspruch, wenn der (diversifizierte) Risikobeitrag gering ausfällt, in einem einzelnen Szenario aber ein hoher Verlust auftritt. Werden die eingetretenen Eigenmittelverluste in Eintrittswahrscheinlichkeiten gemäß interner Modellierung umgerechnet, wie es z.B. im Rahmen der Profit & Loss Attribution erfolgt, kann dies Indikationen liefern, ob die verwendete Modellkalibrierung im Einklang mit den in der Realität beobachteten Verlusten steht. Auch evtl. vorhandene Basisrisiken hinsichtlich des Hedges könnten hier sichtbar werden.

(d)

- i. Das Unternehmen hat ein Zinsrückgangsrisiko. Eine positive Korrelation zwischen Währungskursanstieg und Zinsanstieg führt zu einer positiven Korrelation von Verlusten aus Zins- und aus Währungsrisiko. Daher wird dies als „konservativere“ Annahme betrachtet.
- ii. Innerhalb der Gruppe können Unternehmen mit Zinsanstiegs- und Zinsrückgangsrisiko vorhanden sein. Daher kann die Annahme für einige Unternehmen zu einer Antikorrelation der Verluste aus Zins- und Währungsrisiko führen, was im Gegensatz zur ursprünglichen Motivation steht. Auch ist es möglich, dass in der Gruppe z.B. die Beiträge von US-Unternehmen bei veränderter Korrelationsannahme schwächer beitragen.
- iii. Das Unternehmen hat ein sehr heterogenes Risikoprofil, mit einem klar dominierenden Zinsrisiko. Das Währungsrisiko ist im Vergleich klein, was in der Regel zu einem anteilig sehr großen Diversifikationsgewinn führt, solange die Korrelation zwischen beiden Risiken nicht sehr hoch ist.

### **Aufgabe 5. Schaden- und Unfallversicherung, Standardformel [20 Punkte]**

#### *Lösungsvorschlag*

(a) Fünf der folgenden Schritte müssen genannt werden:

*1. Kumule identifizieren*

Sollten zwei oder mehrere Schadeninformationen zusammengehören (Bsp. Sachschaden und Betriebsunterbrechung) sollten diese zur korrekten Schadenabbildung zusammengefasst werden.

*2. Sammelschäden entfernen*

Schaden, welche keine echten Großschäden sind (Bsp. Sammelabrechnungen), sollten nicht für die Großschadenparametrisierung herangezogen werden.

*3. Schadendaten inflationieren*

Die Schäden sollten mit einem geeigneten Inflationsindex auf das zu simulierende Jahr inflationiert werden.

*4. Schadendaten abwickeln*

Noch offene Schadenfälle sollten auf abgewickelten Stand gebracht werden. Beispielsweise mit einer Zahlungs- oder einer Aufwandsabwicklung

*5. Bestimmung der Großschadengrenze*

Festlegung des Thresholds zur Abgrenzung der Großschäden von den Basis-schäden

*6. Bestimmung der Exposureinformationen pro Anfalljahr*

Prämien oder Versicherungssummen können beispielsweise benutzt werden, um die Schadenanzahl auf das zu simulierende Jahr zu skalieren.

*7. Parametrisierung der Schadenanzahlverteilung*

Verwendung der skalierten Schadenanzahl pro Anfalljahr um beispielsweise über die Momentenmethode eine Binomial-, Negativbinomial- oder Poissonverteilung zu parametrisieren.

*8. Parametrisierung der Schadenhöhenverteilung*



Verwendung von Momenten- oder Maximumlikelihoodschätzern, um die Parameter der Höhenverteilung zu ermitteln und dann die geeigneten Verteilungen mittels statistischen Tests, QQ-Plots, PP-Plots zu bestimmen.

#### 9. *Simulation der Schadenanzahlverteilung*

Ermittlung der simulierten Schadenanzahl über die Anwendung der Inversionsmethode auf die parametrisierte Anzahlverteilung.

#### 10. *Simulation der Schadenhöhenverteilung*

Ermittlung der simulierten Schadenhöhe pro simuliertem Schaden über die Anwendung der Inversionsmethode auf die parametrisierte Höhenverteilung.

(b) Momentenschätzer:

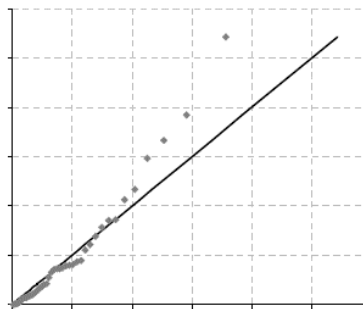
Bei der Momentenschätzmethode bestimmt man zunächst die Momente der Empirischen Daten (Bsp. Erwartungswert und Standardabweichung) und ermittelt aus diesen die Parameter der Verteilung.

Maximumlikelihoodschätzer:

Bei der Maximumlikelihoodschätzmethode wird vereinfacht ausgedrückt derjenige Parameter als Schätzung ausgewählt, gemäß dessen Verteilung die Realisierung der beobachteten Daten am plausibelsten erscheint. Man geht also stärker auf die Gestalt der empirischen Verteilung ein.

Der Maximumlikelihoodschätzer reagiert eher auf Ausreißer als die Momentenschätzer.

Skizze des QQ-Plots:



Die x-Achse beschreibt die theoretische Verteilung, die y-Achse die Empirie. Die Punkte im höheren Quantilsbereich liegen oberhalb der Winkelhalbierenden.

Beispiel für mögliche Antworten für die Wahl des Thresholds:

- Stabilität des Parameters

- Plafond des Rückversicherungsvertrags
- (c) Um den Diversifikationseffekt zu berechnen, wird mit der folgenden Formel zunächst das gesamte versicherungstechnische Risiko ermittelt:

$$\begin{aligned}
 &UR_{Total} \\
 &= \sqrt{UR_{LoB\ 1}^2 + UR_{LoB\ 2}^2 + UR_{LoB\ 3}^2 + 2 \cdot 50\% \cdot UR_{LoB\ 1} \cdot UR_{LoB\ 2} \\
 &\quad + 2 \cdot 25\% \cdot UR_{LoB\ 1} \cdot UR_{LoB\ 3} + 2 \cdot 25\% \cdot UR_{LoB\ 2} \cdot UR_{LoB\ 3}} \\
 &\approx 237m\ EUR
 \end{aligned}$$

Summiert man die Risiken auf erhält man 300m EUR. Die Differenz beschreibt den Diversifikationseffekt von ca. 63m EUR bzw. 21%.

- (d) Bei den Sparten LoB 1 und LoB 2 erkennt man eine Tailabhängigkeit. Zwischen den Sparten LoB 1 und LoB 3 sowie zwischen LoB 2 und LoB 3 liegt anscheinend eine negative Abhängigkeit vor.

Die Tailabhängigkeit wird höchst wahrscheinlich den Diversifikationseffekt reduzieren, die negativen Abhängigkeiten erhöhen ihn wieder.

Die Sparte LoB 3 hat zu den beiden anderen Sparten eine negative Abhängigkeit. Die Sparten LoB 1 und LoB 2 haben im Gegensatz dazu untereinander eine Tailabhängigkeit. Daher trägt die Sparte LoB 3 am stärksten zum Diversifikationseffekt bei und sollte eher wachsen.

**Aufgabe 6. Schaden- und Unfallversicherung, Internes Modell [20 Punkte]**

*Lösungsvorschlag*

(a) Es gibt zwei Arte von Exceedance-Probability-Kurven:

- **Occurrence Exceedance Probability (OEP):**  
Diese Kurve zeigt die Wahrscheinlichkeit, dass das maximale Schadenergebnis in einem Jahr einen bestimmten Betrag überschreitet.
- **Aggregate Exceedance Probability (AEP):**  
Diese Kurve zeigt die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe aller Schadenereignisse in einem Jahr einen bestimmten Betrag überschreitet.

(b) **Proportional:** z.B. *Quotenrückversicherung*

→ Der Rückversicherer übernimmt einen festen Anteil an Prämien und Schäden. Das Risiko wird gleichmäßig reduziert, insbesondere bei hoher Schadenfrequenz. Ergebnisvolatilität sinkt, SCR reduziert sich.

**Nichtproportional:** z.B. *Schadenexzedentenvertrag (XL)*

→ Der Rückversicherer übernimmt Schäden oberhalb einer Priorität. Schutz vor Großschäden, überproportionale Reduktion von Großrisiken und des Risikokapitals (SCR).

(c) Anhand der OEP Kurve ergibt sich der Schaden zu Wiederkehrperiode 250 Jahre als 130 Mio. Da man alle 250 Jahre nur ein Maximalschaden i.H.v. 10 Mio. haben will, kann man eine Priorität von 10 Mio. und eine Haftungstrecke von 120 Mio. wählen

(d) Der erste Schaden wird mit 5 Mio. durch den ersten Layer entlastet. Der zweite Schaden wird durch alle 3 Layer mit jeweils 25 Mio. entlastet. Der dritte Schaden bleibt komplett im Selbstbehalt und der vierte Schaden wird mit 10 Mio. durch den ersten Layer entlastet. Somit ergibt sich die Gesamtentlastung von  $5+75+10=90$  Mio.

Die zedierte Prämie beträgt  $100 \cdot (3,5\% + 2,5\% + 2\%) = 8$  Mio. Dazu kommt noch die Wiederauffüllungsprämie i.H.V. 100\*:

- [1. Schaden]  $5/25 \cdot 3,5\%$
- [2. Schaden]  $3,5\% + 2,5\% + 2\%$
- [3. Schaden] 0%
- [4. Schaden]  $10/25 \cdot 3,5\%$

=10,1 Mio. Insgesamt beträgt die zedierte Prämie 18,1 Mio.

### Aufgabe 7. Rückversicherung Leben und Kranken [20 Punkte]

#### Lösungsvorschlag

- (a) Es gilt (vgl. Slide 7):  $SCR\text{-Quote} = \frac{\text{(anrechenbare) Own Funds (ökonomische Eigenmittel)}}{\text{(diversifiziertes) SCR (Solvency Capital Requirement)}}$ .

Um die SCR-Quote zu steigern müsste also entweder

- Der Wert der Own Funds ansteigen und / oder
- Das SCR sinken.

Auch kann der Fall eintreten, dass sich beide Größen reduzieren; hier kommt es dann darauf an, dass der SCR-Rückgang vom Impact überwiegt.

Es ist zu erwarten, dass der Rückversicherer aus einem neuen RV-Vertrag einen Gewinn erwarten möchte. Sofern also beide Parteien in etwa die gleiche Schaden-erwartung haben, würden durch den Abschluss des Vertrages Mittel abfließen, sprich, die Own Funds sinken. Es wäre also vermutlich leichter, mittels eines RV-Vertrages eine SCR-Reduktion zu erreichen.

- (b) Siehe Slide 9. Beispiele könnten sein:
- Durch neuen Vertrag entstehen keine nicht adäquat im SCR abgebildeten Risiken (z.B. Default): umfassende Risikoanalyse und Auswertung des Impacts auf gesamte Bilanz, adäquate Risikoquantifizierung
  - Kapitalentlastung und Risikotransfer sollen zueinander konsistent sein: aussagekräftige Szenarioanalyse
  - Deckungen dürfen nicht opportunistisch sein (z.B. Mass Lapse): Abschluss mehrjähriger Verträge kann eine Möglichkeit sein, dem entgegenzuwirken.
- (c) Verschiedene Antworten sind denkbar. Ein Beispiel: Longevity Swap für Produkte mit Langlebkeitsrisiko. Es wird vertraglich vereinbart, dass die tatsächliche Mortalität (sprich, Langlebigkeit) gegen die erwartete Mortalität getauscht wird. Somit hat der Arbeitgeber (für diesen Bestand) kein Langlebkeitsrisiko mehr, da eine längere Lebensdauer nach Rückversicherung zu keinem erhöhten Aufwand für den Rückversicherer führt.

Im Risikobaum bedeutet dies -vereinfacht-, dass  $SCR_{Longevity} = 0$ . Aufgrund der Diversifikation wird dieser SCR-Rückgang zwar nicht völlig im diversifizierten SCR

ankommen, aber auch letzteres sollte sich reduzieren (andere Stresse im Life-Modul ggf. nicht erfasst). Somit ist die gewünschte SCR-Reduktion erreicht worden, während die Own Funds in der Regel auch eher zurückgehen dürften (Gewinnerwartung des RV).

- (d) Die SCR-Quote wird sich verbessern, wenn der (positive) Impact aus dem SCR-Rückgang den (negativen) Impact aus dem Own Funds-Rückgang überwiegt. Einer Abschätzung könnte man sich nähern, indem man die ersparten Kapitalkosten („Rückgang im SCR“ \* Kapitalkostensatz \* Barwertfaktor) und den Barwert der erwarteten Kosten für die Rückversicherung miteinander vergleicht.

Erheblich ist ebenfalls, dass die Produkt- und Risikolandschaft die Wirksamkeit dieser RV-Lösung ermöglicht. Beispiel Mass Lapse Reinsurance: wirkt nur und soweit Mass Lapse das dominante der drei Storno-Szenarien ist.

### Aufgabe 8. Garantieprodukte und Hedging [20 Punkte]

#### Lösungsvorschlag

- (a) Siehe Skript. Das Greek-based Hedging wird eingesetzt, um kapitalmarktabhängige Schwankungen von Bilanzpositionen abzusichern. Zum Beispiel kann sich der Wert von -z.B. über LV-Produkte- ausgegebenen Garantien in Abhängigkeit von Zinsen, Fondswerten und anderen ändern.

Das Delta einer Position ist die (partielle) Ableitung des Wertes dieser Position nach dem Wert des zugrundeliegenden Assets (das Delta einer Aktie oder eines Futures ist also konstant 1, z.B.), und für einen europäischen Call ist es immer positiv, da ein Wachstum der zugrundeliegenden Aktie den Wert des Calls erhöht.

Das Vega ist die partielle Ableitung nach der Volatilität des zugrundeliegenden Assets. Bei einer europäischen (Call)option ist es immer positiv aufgrund der Asymmetrie der Option (Gewinne werden zumindest beim Call unbegrenzt mitgenommen, während Verluste auf den Einsatz der Optionsprämie begrenzt sind).

Bei Greek-based Hedging versucht man nun durch geeignete Transaktionen mit geeigneten Instrumenten, die Gesamtposition nach (Hedging-)Trades gegen die Abhängigkeit von Schwankungen der Werttreiber (z.B. Preis Underlying) zu immunisieren. Für das Delta kann man beispielsweise die Linearität nutzen (die Summe der Deltas der Finanzinstrumente ergibt dann das Delta des Portfolios, welches man (nahe an) Null haben möchte, und es resultiert in einem linearen Gleichungssystem). Bei anderen Griechen ist dies theoretisch nicht immer korrekt, so dass sich dann die Frage nach der Bedeutung eines Portfolio-Griechen stellen würde, wenn man diesen zur Vereinfachung als Summe der entsprechenden Griechen ausrechnet).

- (b) Genannt werden könnten z.B.:

Pro „nur Delta“:

- i. Vermutlich günstiger, da „nur“ das Delta-Risiko transferiert wird
- ii. Nachdem bisher keine Griechen berechnet werden, wären hier nur die Deltas zu berechnen, nicht jedoch die Gammas => geringerer Rechenaufwand

Pro „Delta und Gamma“:

- i. Umfassenderes Risikomanagement

- ii. Approximation (im Sinne des Satzes von Taylor) ist genauer, weil höhergradige Ableitung einbezogen wird => weniger Anfälligkeit bei größeren Marktbewegungen
  - iii. Unter Umständen reichhaltigere Auswahl an Finanzinstrumenten
- (c) Siehe Slide 58. Wenn das verwendete Modell „gut“ ist, die Daten wie z.B. die Griechen richtig (berechnet) sind und konsistent zu den Märkten ist, dann sollte bei kleinen Marktbewegungen (Satz von Taylor) die Veränderung der Marktwerte (z.B. einer Option oder eines Portfolios) in etwa dem „Grieche mal Shift“-Ansatz entsprechen. Ist das nicht der Fall, ist eine nähere Analyse geboten, um eventuelle Fehler zu erkennen.
- (d) i) falsch
- ii) wahr
- iii) falsch
- iv) falsch
- v) falsch
- vi) falsch
- vii) falsch
- viii) wahr

### Aufgabe 9. Zinsrisiko [20 Punkte]

#### Lösungsvorschlag

- (a) Eine Diskontkurve  $D(t)$  besteht aus den Preisen von Zerobonds  $Z(t)$  mit Nominal 1. Daraus können diverse diskrete Zinskurven ermittelt werden: zero (spot) Zinsen  $r(t)$ , welche zur Diskontierung verwendet werden, also  $D(t) = (1+r(t))^{-t}$ . Solche zero Zinsen können auch in der Zukunft beginnen:  $r(s, t)$  ist der heutige zero Zinssatz für die Periode  $(s, t)$ . Speziell für jährliche Zeitschritte wird die jährliche Forward Zinskurve durch  $f(t) = r(t-1, t)$  gebildet. Schließlich können par Zinsen  $p(t) = (1-D(t))/(\text{Summe}_{i=1, \dots, t} D(i))$  gebildet werden.  $p(t)$  kann man als Durchschnittskupon bzw. geeignet gewichteten durchschnittlichen forward Zins für die Periode  $(0, t)$  ansehen. Diese par-Zinsen dürfen nicht unmittelbar zur Diskontierung verwendet werden, das ergäbe falsche Diskontfaktoren. Es könnten auch Kurven für stetige Verzinsung ermittelt werden. Aus jeder dieser Kurven kann wiederum die Diskontkurve errechnet werden, also auch alle anderen Kurven. Ist eine der drei Kurven flach  $z$ , so sind alle diese Kurven flach  $z$ . Das führt dazu, dass Anwender, die hauptsächlich mit flachen Zinskurven arbeiten, diese drei Arten von Zinskurven oft nicht klar unterscheiden.
- (b) Der wesentliche Unterschied zwischen EURIBOR Swaps und ESTR-Swaps ist die unterliegende Zinsbenchmark für die Referenzzinssätze der floating Zahlungen – im ersten Fall 6M EURIBOR (3M für die Laufzeit bis zu einem Jahr), im zweiten ESTR. Diese Referenzzinsen legen den floating Zinssatz des Swaps fest. In der Regel ist  $\text{ESTR} < 6\text{M-EURIBOR}$ , weil die ESTR-Laufzeit nur 1 Tag (overnight) ist und 6M-EURIBOR 6 Monate. 1T Zinsen sind in der Regel niedriger als 6M Zinsen, etwa weil ein geringeres Kreditrisiko besteht. Entsprechend sind auch die jeweiligen ESTR-Swapsätze niedriger als die 6M-EURIBOR-Swapsätze und entsprechend wird die ESTR Kurve als risikofreier angesehen.
- (c) Die EIOPA Kurve basiert zuerst auf der EURIBOR Swapkurve, d.h. die Stichtagsmarktdaten für verschiedene Laufzeiten werden von dieser Kurve abgeleitet. Allerdings gehen ESTR Swapsätze für kurze Laufzeiten in das CRA (Credit Risk Adjustment) ein (siehe vorige Aufgabe: ESTR Swaps werden als risikofreier angesehen). Zukünftig soll die Kurve direkt von ESTR Swaps abgeleitet werden und damit das CRA entfallen. Allerdings müssen dazu Kriterien erfüllt sein, die von den Marktteilnehmern abhängen und nicht von der Aufsicht vorgegeben werden können: die ESTR Swaps müssen einen hinreichend großen Teil des Swapmarktes abdecken und die Umstellung der Kurven darf zu keiner zu großen Kurvenänderung führen.
- (d) Wenn ein Zahlungsstrom fix, d.h. zinsunabhängig, ist und keinen Vorzeichenwechsel hat, dann ist die Laufzeitinterpretation angemessen. In diesem Fall kann man die Duration darstellen als gewichtetes Laufzeitmittel mit strikt positiven Gewichten. Ein Floater hingegen hat keinen fixen Zahlungsstrom und unabhängig von seiner Laufzeit eine Duration nahe Null. Bei Zahlungsströmen mit wechselnden Vorzeichen können unabhängig von der Laufzeit nahezu beliebig große und negative Durationen entstehen.



### Aufgabe 10. Operationelles Risiko [20 Punkte]

#### Lösungsvorschlag

(a) Komponenten: (je 1,5P)

- grundlegende Kennzahlen für die Höhe des operationellen Risikos gemäß Standardformel sind verdiente Bruttoprämien und Rückstellungen
- SCR\_Op gedeckelt auf 30% des Basis-SCR
- Op\_Premiums im Wesentlichen 4% der verdienten Brutto-Beiträge Leben bzw. 3% der verdienten Brutto-Beiträge Nichtleben
- Op\_Provisions im Wesentlichen 0,45% der konventionellen Brutto-Rückstellung Leben, 3% der Reserven Nichtleben
- die Rückstellungen sind ohne Risikomarge zu verstehen (Best Estimate)
- ungewöhnlich hohe Sprünge in der Entwicklung der verdienten Brutto-Beiträge sind mit zusätzlichem Kapital zu unterlegen (3. Formel, die letzten beiden Terme)
- in der Sparte Leben werden fondsgebundene LV anders behandelt als klassische LV → life unit linked wird aus Beiträgen und Rückstellungen herausgerechnet; als Proxy dienen hier 25% der Aufwände für fondsgebundene LV
- letzteres geschieht aufgrund anderer Risikocharakteristik (höheres Risiko aus Verwaltung/ Abrechnung der Fonds, Kickbacks/Rückvergütung von Verwaltungsgebühren der Fondsgesellschaft an das VU)

(b) z.B. vier aus (je 1P)

Vorteile:

- einfache Formel zur Ermittlung des SCR aus operationellem Risiko; die Formel kommt ohne empirische Verlustdaten aus
- die Formel ist von der EU vorgegeben. Fragen hinsichtlich Genehmigung wie bei einem internen Modell entfallen also

Nachteile

- der Ansatz basiert auf relevanten größenspezifischen Merkmalen des VU und ist daher nicht vollständig risikosensitiv. Die Eigenmittelanforderungen sind also unabhängig vom tatsächlichen operationellen Risiko

- aus obigem Grund besteht bei Nutzung der Standardformel kein Anreiz für Verbesserungen beim Management des operationellen Risikos
- die Formel wurde anhand des Gesamtmarktes kalibriert und passt daher vielleicht nicht auf Spezifika von einzelnen Versicherern oder Business Lines
- statische Formel, die die mit der Zeit größer werdende Historie interner Verluste aus operationellem Risiko nicht berücksichtigt

(c) z.B.

Es handelt sich um interne Daten. Es fehlen evtl. einzelne Verlustkategorien (hoher Schaden, geringe Wahrscheinlichkeit). (1P)

Auch eine 25-jährige Historie reicht evtl. nicht aus, um das Modell vernünftig zu parametrisieren. Man muss auf externe Daten (Pool oder kommerzielle Datenbanklösung) zurückgreifen. (1P)

Bei der Modellierung des OpRisk pro Eintrag einer Risikomatrix kann es sein, dass einzelne Einträge der Matrix kaum besetzt sind. Man müsste dann evtl. mit ergänzenden Szenarien für diese Einträge arbeiten. (1P)

Empirische Daten, die auf einer Sammlung von internen Verlustereignissen des Unternehmens basieren, sind nur bedingt zur Parametrisierung interner Modelle geeignet. Solche Daten stellen keinen tauglichen Indikator für zukünftige Schäden dar, weil beobachtete Schäden in der Regel zu Maßnahmen führen, die die Wahrscheinlichkeit zukünftiger Realisationen deutlich verringern sollten. (1P)

Written Examination CERA Module B

## **Taxonomy and Modelling and Transfer of Risks**

in accordance with Examination Regulations 2.0  
of the *Deutsche Aktuarvereinigung e. V.*  
to obtain the additional qualification CERA

Date: 18.10.2025

- *Please note:*
- *You may use a calculator.*
- *The examination has a total of 180 marks. The pass mark is 90 marks.*
- *The examination consists of 10 questions. You must answer a maximum of 9 questions. On the additional page please indicate in the table which questions you have answered and should be submitted for marking. You can score a maximum of 180 marks. If you answer an additional (tenth) question, this will not be marked as a bonus question.*
- *Please check that your examination paper is complete. The paper consists of 15 pages and one additional page.*
- *Give reasons for your answers. You must show your working out for any questions that involve calculations.*

*Members of the Examination Committee:*

*Prof. Dr. Hubert Bornhorn, Dr. Steve Brüske, Dr. Peter Henseler,  
Dr. Ingo Kraus, Dr. Nils Langenberg, Dr. Michael Leitschkis*

**Question 1. Equity risk, Standard formula [20 marks]**

As at 31.12.2024, a property/casualty insurer held the following investments in accordance with the category Equity under Solvency II by market value:

- DAX-equities: 55 million Euro,
- EURO-STOXX-50 equities: 45 million Euro,
- Private equity fund: 20 million Euro,
- Strategic participation in a German assistance company: 15 million Euro,
- Direct stake in a wind park: 40 million Euro,
- Hedge fund: 25 million Euro.

- (a) (10 marks) Calculate the “gross” capital requirement MKT<sub>eq</sub> in line with the Solvency II Standard Formula.

Assume that the shock factors for Type 1 Equity are 39%, for Type 2 Equity 49%, for qualifying infrastructure investments 30%, for qualifying investments in infrastructure entities 36% and for strategic participations 22%. Use the following correlation matrix:

<u>CorrIndex</u>	Type 1	Type 2	<u>Infra-structure</u>	<u>Infrastruc-ture Corp. Investm.</u>
Type 1	1	0,75	0,75	0,75
Type 2	0,75	1	1	1
Infrastructure	0,75	1	1	1
<u>Infrastructure Corp. Investm.</u>	0,75	1	1	1

- (b) (5 marks) State two criticisms of the Solvency II Standard Formula for equity risk.
- (c) (5 marks) What options does asset management have to reduce the capital requirement for equity risk? Give two possibilities.

**Question 2. Credit Risk [20 marks]**

- (a) (4 marks) Name 4 types of counterparties that are considered in counterparty default risk.
- (b) (4 marks) Briefly describe what is meant by a CDS and describe the payments of a CDS in the event of a claim.
- (c) (2 marks) Briefly explain what is meant by the term market-consistent probability of default.
- (d) (4 marks) Give an example of a semi-direct hedge and an example of an indirect hedge using CDS.
- (e) (6 marks) You have found that the spreads of your company's corporate bond portfolio in normal market phases behaves similarly to the corporate bond index Ind\_N, whereas, in times of crisis, it behaves similarly to the corporate bond index Ind\_K. With which dynamic hedging method available to you for the rolling 5-year CDS for Ind\_N and the rolling 5-year CDS for Ind\_K can you take advantage of this finding?

**Question 3. Underwriting Risk Life and Health [20 marks]**

You work for a life insurance company that offers a wide range of life products. Since it is a pure life insurance company that is not part of a Group or similar it only offers life insurance products.

The company's product range is now to be expanded to include a classic income protection product that can essentially be described as follows:

- A regular premium is to be paid from inception to the end of the policy.
- If a loss / claim (e.g., the incapacity of the insured) occurs during the term of the policy, the payment of premiums will be suspended and, instead, the insurer will pay a monthly sum, agreed when the policy was taken out, until either the age of 65, the death of the policyholder or their recovery ("reactivation") depending on which occurs first.
- The insured may cancel the cover at any time provided no claim has been made. He or she will then receive the premium reserve, provided that is positive, less a 10% deduction.
- The market situation is favourable, meaning you assume that the product will have sufficient premiums.

Initially, your Board wants to know what impact this could have on the solvency balance sheet.

The Board asks you to assume in your analysis that the risks in the life module of the Standard Formula you use are captured.

- (a) (6 marks) Briefly name the stress scenarios within the life module and describe one of them more precisely (including the shock).
- (b) (4 marks) Explain which of these stresses you should consider more closely in your analysis and which ones would probably be less relevant.

Which risk would be the dominant one in this case?

- (c) (6 marks) Biometric / underwriting risk is divided into three components and when considering internal models in the seminar we also looked at a fourth component.

Name the four components into which underwriting risks are divided when considering internal models and state, with a brief explanation, which of these four components might play a greater or lesser role in the dominant risk mentioned in b) above.

- (d) (4 marks) If the assumption that this product is captured in the life module of the Standard Formula used is not correct, where would it then be modelled? Explain, too,

how this method in the Standard Formula would differ from the life module in the Standard Formula.

**Question 4. Risk Aggregation [20 marks]**

Consider an insurance company that uses an internal simulation model to calculate its SCR in line with Solvency II, as, for example, was discussed in the course materials. The results of the current SCR calculation are as follows:

	Undiversified per risk	Fully diversified
<b>Market risk</b>	<b>1310</b>	<b>835</b>
Equity risk	150	50
Interest rate risk*	900	700
Spread risk	200	75
Currency risk	60	10
<b>Default risk</b>	<b>50</b>	<b>10</b>
<b>Underwriting risk</b>	<b>200</b>	<b>70</b>
<b>Operational risk</b>	<b>80</b>	<b>20</b>
<b>Non-Linear Contributions</b>	<b>40</b>	<b>5</b>
<b>Diversification</b>	<b>-740</b>	<b>0</b>
<b>Deferred taxes**</b>	<b>-300</b>	<b>-300</b>
<b>SCR</b>	<b>640</b>	<b>640</b>

\*relevant: decline in interest rate

\*\*tax rate: 32%

- (a) (3 marks) In terms of its SCR calculation the company does not consider currency risk to be material. What is this assessment based on?
- (b) (8 marks) The currency risks result exclusively from the company's investments in US dollars. These are hedged up to 90% using a currency hedge. In order to increase the risk/return ratio it is proposed to reduce the hedging rate to 50%. Assess what impact this would have on the SCR. What approximations would you use to do so?
- (c) (3 marks) In 2025 there was a marked devaluation of the US dollar to the euro. The company suffered material losses as a result. Why does this not contradict the SCR results?
- (d) (6 marks) In the model, the development of the currency price is modelled uncorrelated with all the other risk factors. It is proposed to raise the correlation of an increase in the currency price, especially with a rise in interest rates, to a slightly positive value because this is a "more conservative" assumption.
  - i. What is the motivation for this proposal?
  - ii. Why could it be problematical in a Group model?
  - iii. What further effect, in addition to the correlation assumption, contributes to the non-materiality of currency risk in the company's SCR calculation?



**Question 5. Property and Casualty Risk, Risk Modelling [20 marks]**

You work in the Risk Management Department of Feldafing Brandkasse (Fire Insurance) and are responsible for running the Internal Model. From your losses and claims system you have loss data (extract below) for the LoB Fire Insurance.

Loss Number	Accident year	Payment	Reserve	Remarks
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1102-235-2002	2002	1.265.054	0	Property Damage
1103-236-2002	2002	645.325	0	Business Interruption
0579-245-2022	2022	248.653	2.000.000	
0432-245-2023	2023	4.456.123	0	Collective Settlement April
1468-235-2023	2023	897.543	1.750.000	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

- (a) (5 marks) Name at least five of the actuarial steps described in your course materials that can be taken to obtain simulated large losses from the raw data..  
*Note: Pay particular attention to the preparation of the data!*
- (b) (7 marks) The large loss data that is to be parameterised contains several different outliers. Briefly describe the use of moments estimation and the use of maximum likelihood estimation.

Which estimator is more appropriate for considering such outliers?

Furthermore, sketch a QQ plot that shows that the risk of using empirical data is significantly underestimated by the parameterised theoretical distribution.

What should be considered when selecting the large loss threshold?

- (c) (4 marks) For your LoBs you have calculated the following underwriting risks:

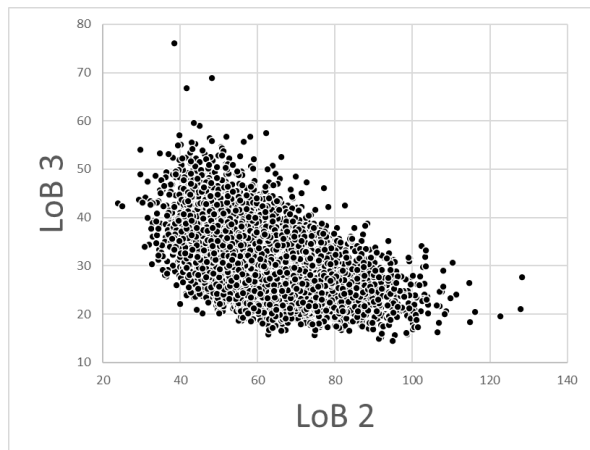
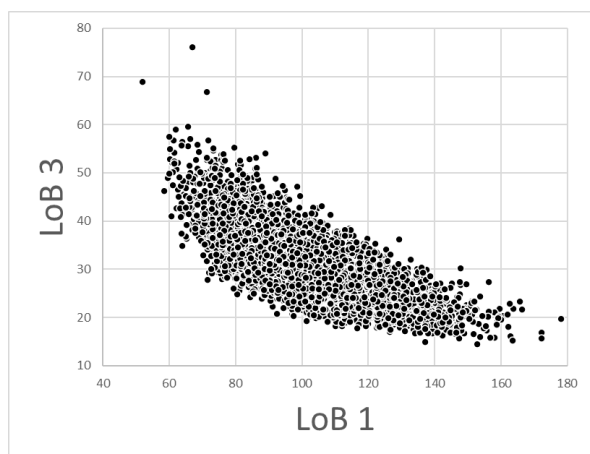
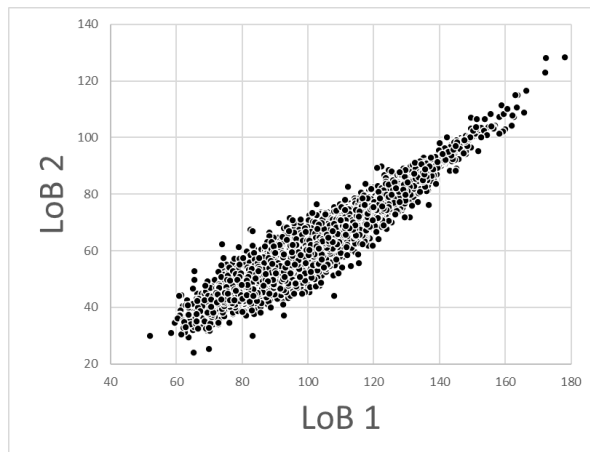
Underwriting Risk	LoB 1	LoB 2	LoB 3
	150m	100m	50m

In order to determine the total risk you initially use the following linear dependencies which you apply using the square root formula (similarly to the Standard Formula).

	LoB 1	LoB 2	LoB 3
LoB 1	100%	50%	25%
LoB 2	50%	100%	25%
LoB 3	25%	25%	100%

How high is the diversification effect?

- (d) (4 marks) By analysing the historical loss data you obtain the following paired scatter plots.



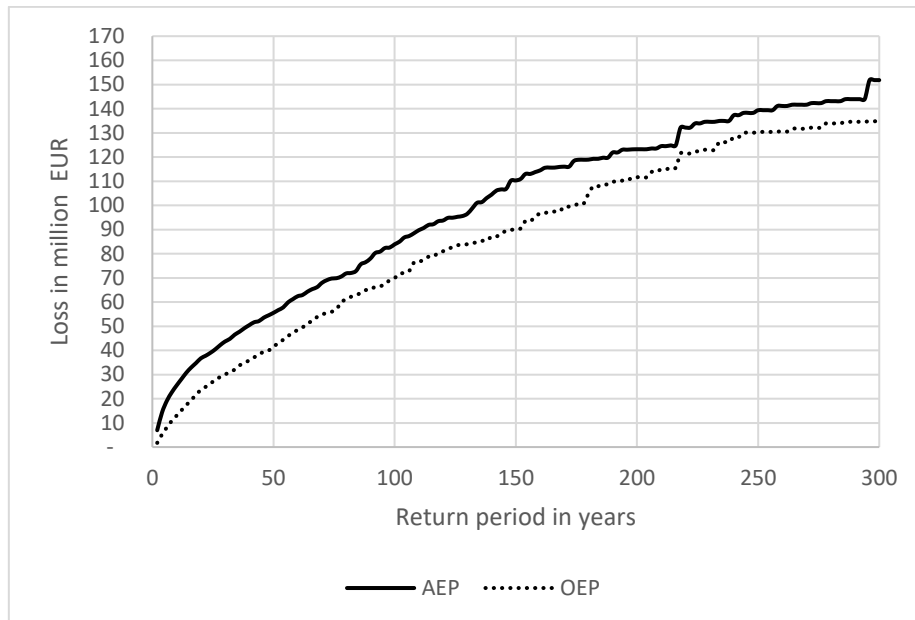
What differences exist in comparison to the correlation matrix from Question 5 (c) above?

How does this affect the diversification effect?

According to the dependency described in this section of the question, which LoB should grow in order to have a positive effect on the diversification? Give reasons for your answer.

**Question 6. Property and Casualty Risk, Risk Transfer [20 marks]**

You work in placing the reinsurance for Feldafing Brandkasse (Fire Insurance) and have been asked to provide an assessment of the risk transfer based on the results from the internal model. You have the gross exceedance probability curves for natural disaster simulation:



- (a) (4 marks) Briefly describe the two types of exceedance probability curves. What does each of these two curves describe?
- (b) (4 marks) Name a typical contract type of proportional and non-proportional reinsurance. Briefly describe the effect they have on the underwriting risk of the primary insurer.
- (c) (4 marks) You are planning to take out a CatXL contract to cover natural hazard losses. The aim is that, after reinsurance, a one-off maximum loss of € 10 million will only be exceeded every 250 years.  
How should the contract be structured (priority and limit)?  
*Note: You may ignore reinstatements and ceded premium!*
- (d) (8 marks) In addition you are considering taking out per-risk cover for man-made large losses. The following excess-of-loss structure has been recommended:
  1. Layer 25 million xs 10 million, premium rate 3.5%, 3 reinstatements at 100%
  2. Layer 25 million xs 35 million, premium rate 2.5%, 3 reinstatements at 100%
  3. Layer 25 million xs 60 million, premium rate 2%, 3 reinstatements at 100%

The gross premium of the portfolio to be ceded is €100 million. In the simulation path 4627 the following four gross losses (before reinsurance) occur: **€15 million, €100 million, €7 million, €20 million.**

For this path, calculate:

- The net benefit on losses from the reinsurance,
- The ceded premium for all three layers.

**Question 7. Reinsurance Life and Health [20 marks]**

You work for a life insurer and the Board has seen indications that the Solvency II cover ratio might be likely to suffer this year. Your insurer uses the Solvency II Standard Formula.

Your company has not yet taken out any reinsurance on its life business but your Board has heard that doing so can improve the Solvency II ratio. They ask you to answer the following questions .

- (a) (6 marks) Explain which two figures are used to calculate the Solvency II ratio (how?) Explain, too, what would need to happen to these two figures for the Solvency II ratio to improve.

Give your reasoned opinion on which of these two figures would benefit more if the company took out a new reinsurance contract.

- (b) (6 marks) Name two regulatory requirements of a reinsurance regime and explain to the Board how you would meet these requirements.
- (c) (6 marks) Choose one of the reinsurance solutions that can be used to improve the Solvency II ratio which you studied in the seminar (if these only apply to one specific product line you may assume that your company has this product in its portfolio).

In a few sentences, describe this solution to your Board member and explain how it works under Solvency II, by referring to the risk taxonomy in the Standard Formula for the Life module and to the aforementioned formula for the SCR ratio.

- (d) (2 marks) Under what conditions would the reinsurance solution you chose actually improve the Solvency II ratio?

**Question 8. Guaranteed Products and Hedging [20 marks]**

- (a) (8 marks) Explain how hedging using Greeks works! Begin with a brief description of the problem to be solved and refer to the benefits and problems associated with the linearity of Greeks and define what is meant by vega and what sign vega has for a European put option.
- (b) (4 marks) Because your portfolio has not been hedged so far you haven't yet calculated any Greeks. But now your CRO has decided that the company wants to hedge against some market risks. However, it has not yet been decided whether to choose a delta hedge or a delta-gamma hedge.

For each option, give **two** reasons for choosing a delta hedge or a delta-gamma hedge.

- (c) (4 marks) Explain how the Taylor series can be used in Greeks-based hedging to assess whether the observable changes to market value and the Greeks to be used are consistent with one another (keyword: performance attribution).
- (d) (4 marks) Decide whether the following statements are TRUE or FALSE.

For every correct answer you will score 0.5 marks.

- i) If the risk-free interest rate is zero,  $\text{Rho} = \text{zero}$ .
- ii) The closer an option is to the expiry date, the smaller is the vega.
- iii) Greek risks can only be hedged using derivatives.
- iv) The value of a call option is zero if the volatility of the underlying is zero.
- v) The value of a put option is zero if the volatility of the underlying is zero.
- vi) One of the weaknesses of the Black-Scholes model is that determining the option price is usually numerically complex.
- vii) If there is a put and call option on the same underlying, and all other input parameters are identical (maturity, yield, ...) then the Greeks for this put and this call will also be the same.
- viii) If a call option is deep in the money, then its delta is close to 1, whereas the delta is close to zero if the call option is deep out of the money.

**Question 9. Interest Rate Risk [20 marks]**

- (a) (6 marks) Describe and discuss three types of discrete yield curves that can be derived from a zerobond price curve and/or a discount curve. What happens if one of these three curves is flat (i.e., the interest rate is constant)? Discuss this result.
- (b) (4 marks) What is the main difference between the EURIBOR swap curve and the ESTR swap curve? Which of the two curves is considered to be more risk free and why?
- (c) (4 marks) How do the EURIBOR swap curve and ESTR swap curve enter the calculation of the EIOPA curve? Describe the changes to this process planned by the regulator and the obstacles.
- (d) (6 marks) The duration of cash flows is often regarded as a measure of time. Discuss under what conditions this is appropriate. Give two typical cases in which the time interpretation is not appropriate.

**Question 10. Operational Risk [20 marks]**

Under the Solvency-II guideline, operational risk must be considered in the solvency capital requirement (SCR). The Standard Formula offers a method to capture this risk quantitatively. This question serves to deal with the methodology and the limits of this formula in greater depth:

$$SCR_{Op} = \min\{0,3 \cdot BSCR; Op\} + 0,25 \cdot Exp_{ul}$$

$$Op = \max\{Op_{premiums}, Op_{provisions}\}$$

$$\begin{aligned} Op_{premiums} = & 0,04 \cdot (Earn_{life} - Earn_{life-ul}) + 0,03 \cdot Earn_{non-life} \\ & + \max\{0; 0,04 \cdot (Earn_{life} - 1,2 \cdot pEarn_{life} \\ & \quad - (Earn_{life-ul} - 1,2 \cdot pEarn_{life-ul}))\} \\ & + \max\{0; 0,03 \cdot (Earn_{non-life} - 1,2 \cdot pEarn_{non-life})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Op_{provisions} = & 0,0045 \cdot \max\{0; TP_{life} - TP_{life-ul}\} \\ & + 0,03 \cdot \max\{0; TP_{non-life}\} \end{aligned}$$

Terms:

Earn\* = gross premiums earned (reporting year) of the LoB \* = life, life unit-linked and non-life

pEarn\* = ditto (previous business year)

TP\* = technical provisions for the LoB \* = life, life unit-linked and non-life

- (a) (12 Marks) Explain the formulae. Identify and describe the individual components of each formula. In addition, explain the actuarial background for the special treatment of unit-linked life insurance business and the actuarial background for the two summands with pEarn\* in the formula for OP<sub>premiums</sub>!
- (b) (4 Marks) Discuss the key strengths and weaknesses of the Standard Formula for quantifying operational risk. You may refer to the arguments covered in the seminar or include your own arguments. You should list at least one advantage and one disadvantage and, in total, list four advantages or disadvantages.
- (c) (4 Marks) For 25 years an insurer has been documenting its history of losses from operational risk. It wants to use this data to calculate the SCR from operational risk



with an internal model as an alternative to the Standard Formula. What difficulties with regard to the data quality might the insurer be exposed to?

Written Examination CERA Module B

## **Taxonomy and Modelling and Transfer of Risks**

in accordance with Examination Regulations 2.0  
of the *Deutsche Aktuarvereinigung* e. V.  
to obtain the additional qualification CERA

Date: 18.10.2025

**Question 1. Equity risk, Standard Formula [20 marks]**

*Model Answer*

(a) The required “gross” risk capital is calculated using the following formula

$$MKT_{eq} = \sqrt{\sum_{rxc} CorrIndex^{rxc} \cdot Mkt_r \cdot Mkt_c}$$

and using the correlation matrix

<u>CorrIndex</u>	Type 1	Type 2	<u>Infra- struktur</u>	Infrastruktur- untern.
Type 1	1	0,75	0,75	0,75
Type 2	0,75	1	1	1
Infrastruktur	0,75	1	1	1
Infrastrukturuntern.	0,75	1	1	1

When performing the calculation, the individual investments mentioned in the question have to be allocated to the various “Types” as follows:

**Type 1:** DAX and EURO STOXX-50 equities with a market value of 100 million euros in total.

**Type 2:** Private equity funds and hedge funds with a market value of 45 million euros in total.

**Infrastructure investments** in the wind park with a market value of 40 million euros.

There are no **investments in infrastructure entities**.

**Strategic stake** in the assistance company with a market value of 15 million euros.

Using the shock factors given this results in the following risk capital expressed in million euros

$$MKT_1 = 100 \cdot 39\% = 39$$

$$MKT_2 = 45 \cdot 49\% = 22,05$$

$$MKT_{Inf.} = 40 \cdot 30\% = 12$$

$$MKT_{Inf.U.} = 0 \cdot 36\% = 0$$

$$MKT_{Bet.} = 15 \cdot 22\% = 3,3$$

In the aggregation the strategic stake has to be treated like Type 1. This produces the following required risk capital expressed in million euros:

$$MKT_{Eq} = \sqrt{(39 + 3,3)^2 + 2 \cdot 0,75 \cdot (39 + 3,3) \cdot (22,05 + 12) + (22,05 + 12)^2} = 71,5.$$

(b) The following criticisms could be mentioned:

- Type 2 Equity represents a residual figure and thus gives the appropriate assets a very high risk factor in an undifferentiated manner.
- Strategic stakes are often subsidiaries whose market value (also because of internal valuation methods) are exposed to much lower fluctuations than the 22% that is to be used.
- Strategic stakes are, in part, correlated much more weakly with “normal equities” than is expressed in the Standard Formula.
- Type 2 as a residual category (for, e.g., raw materials, private equity, hedge funds ...) does not consider any diversification between the different assets.
- And many others

*NB:* Candidates only had to name two criticisms.

(c) The following options could be mentioned:

- Hedging part of the equity portfolio using put options
- Reducing the equity exposure
- Shifting the Type 2 equity exposure into Type 1 equity
- And many others.

*NB:* Candidates only had to name two options.

**Question 2. Credit Risk [20 marks]**

*Model Answer*

- (a) A reinsurer, a bank (derivative), a debtor/borrower (mortgage), an intermediary/agent (claim).
- (b) A credit default swap (CDS) refers to a derivative that covers the default of a bond. In the event of a “claim”, a CDS pays out  $(1 - R) \times \text{nominal of the CDS}$ , with R being the Recovery Rate of the underlying bond.
- (c) The probabilities of default are market consistent if their use in valuing the CDS produces the current market prices.
- (d) Example of a semi-direct hedge: hedging reinsurance claims by means of a CDS on the reinsurer.

Example of an indirect hedge: CDS on an issuer whose spread/default risks are highly correlated to those of the actual issuer, see also Question 2, Section (e).

- (e) We can hedge the portfolio using a combination of the two CDSs though the weightings of the two CDSs would need to be adjusted regularly – for instance, every week. The calculation of the current weightings should be performed on the basis of historical data, with the current data having more influence on the weightings than older data.

**Question 3. Underwriting Risk Life and Health [20 marks]**

*Model Answer*

- (a) See course materials: Mortality, Disability, Longevity, Lapse, Expense, CAT, Revision.

Concrete example: Mortality (Slide 15). Here for the stress scenario mortality rates are raised by 15% permanently and with immediate effect for all ages. This affects all contracts containing death risk, i.e., all contracts in which the death of the insured persons result in payouts that are higher than the available (SII) reserves.

- (b) In income protection insurance, invalidity is primarily the (dominant) risk. If no invalidity occurred there would be claims.

Moreover, a material role is played by longevity (of the disabled lives, less so and just in a particular case of the active lives – not assumed here). Calculation of such product assumes disabled lives mortality (which is higher than active lives mortality). In the stress scenario, the company therefore has to pay annuities for a longer period.

Lapse can also be relevant: on the one hand, assumed future profits (see the description) are missed. However, it is to be noted here that there is a lapse profit of 10% of the reserve. So the impact of lapse will be case-dependent, but it can be material.

Expenses could also be mentioned since income protection business is more cost intensive than term insurance, for example.

In the Standard Formula, CAT risk does not play a role since it only increases mortality and, for the same reason, the mortality scenario will play no significant role either (the death of the actives are only a few per thousand and effectively has the same impact as lapse, which is expected to have only a few cases per hundred). Revision risk is also immaterial.

- (c) 4 components: CAT, change / trend, error, random/chance.

Dominant risk: invalidity.

CAT only raises mortality and hence there is no impact.

All three other components may have a material impact (miscalculation based on current accounting bases, long-term changes (e.g., mental health?) and random invalidity, for example, of the people with particularly high annuities].

The description also provides more information here: the disability product is new. That means, for example, that there is no inforce yet, hence, one has a small portfolio and this is subject to volatility ( $\rightarrow$  random) as there is no balance (no law of large numbers yet).

Moreover, such product is stated to be new to the company. Therefore it is unclear why and based on what source the company shall have reliable assumptions. Hence, there is material level risk and trend risk, as this may evolve over time.

- (d) If the product is not included in the Life module it could also be included in the module Health-Similar-to-Life.

The key difference to the Life module is that the CAT risk here (see course materials) does not function as a driver within Health SLT but is represented on an equal footing with Health SLT and Health Non-SLT. This has, for example, consequences for another diversification.

Moreover, the CAT scenario is composed differently and not just a shock of mortality as within Life.

It is worthy to mention that the product benefits from additional diversification if all other products from Underwriting are allocated to the Life module since a correlation  $< 1$  is assumed between Health and Life in the Standard formula.

**Question 4. Risk Aggregation [20 marks]**

*Model Answer*

- (a) On the one hand, currency risk is not material because, undiversified together with lapse risk, it represents the smallest single risk. On the other hand it diversifies considerably so that the effective contribution to the SCR of 10 before tax and/or 6.8  $(=(1-32\%)*10)$  after tax only makes up about 1% of the total SCR.

- (b) If the hedging rate of 90% falls to 50% then the single risk increases fivefold approximately. This then gives us:

Undiv. risk:  $60 * 5 = 300$

Div. risk:  $10 * 5 = 300 * 10 / 60 = 50$

Deferred taxation:  $-300 - (50-10)*32\% = -313$

Total SCR:  $640 + (50-10) + (-313 - (-300)) = 640 + 40*(1-32\%) = 667$

In the approximation it is assumed that

- the single risk increases proportionately, i.e., the (possibly existing) loss absorbing effect of the liabilities remains relatively constant,
  - the lapse risk after the hedging is reduced remains constant,
  - there is no change in the non-linear contributions,
  - the diversification remains constant,
  - the loss absorbing effect of the taxes increases proportionately.
- (c) Consideration of one year represents the realisation of a concrete scenario. By contrast, the SCR calculation considers the distribution of all modelled scenarios. It is not a contradiction if the (diversified) risk contribution turns out to be low yet in a single scenario a high loss occurs. If the own funds losses are converted into probability of loss in accordance with internal modelling, as, for example, happens in Profit & Loss Attribution, this may indicate whether or not the model calibration used agrees with the losses observed in reality. Any underlying risks that may exist with regard to the hedge could also become apparent here.
- (d)
- i. The company has a risk of declining interest rates. A positive correlation between a rise in the exchange rate and a rise in interest rates results in a positive



correlation of losses from interest rate and currency risk. Therefore, this is considered to be a 'more conservative' assumption.

- ii. Within the Group there may be companies with rising interest rate risk and others with declining interest rate risk. Therefore, for some Group companies, the assumption could result in an inverse correlation of losses from interest rate and currency risk, which contradicts the original reasoning. It is also possible that, with a change in the correlation assumption, e.g. the contributions of US companies will be weaker in the group.
- iii. The company has a very heterogeneous risk profile with a clearly dominant interest rate risk. In comparison, the currency risk is very small, which usually lead to a proportionately very high diversification gain.

**Question 5. Property and Casualty Risk, Risk Modelling [20 marks]**

*Model Answer*

- (a) Five of the following steps must be mentioned:

*1. Identify accumulation*

If two or more losses belong together (e.g., property damage and business interruption) these should be combined so as to represent the loss correctly.

*2. Remove collective losses*

Losses that are not strictly large losses (e.g., collective settlements / billing) should not be used for parameterising large losses.

*3. Inflation-proof loss data*

Losses should be 'inflation-proofed' by means of an appropriate inflation index for the year to be simulated.

*4. Settle loss data*

Outstanding losses/claims should be updated to the settled status. For example, with a payment or expenses settlement

*5. Determine the threshold for large losses*

Set the threshold for demarcating large losses from basic losses

*6. Determine the exposure information per loss year*

Premiums or sums insured can be used, for example, to scale the number of losses for the year to be simulated.

*7. Parameterise the distribution of the number of losses*

Use the scaled number of losses per loss year in order to, for example, parameterise a binomial, negative binomial or Poisson distribution using the method of moments.

*8. Parameterise the distribution of the level of losses*

Use moments or maximum likelihood estimators in order to determine parameters of the distribution of the level of losses by means of statistical tests, QQ plots, PP plots.

9. *Simulate the distribution of the number of losses*

Determine the simulated number of losses using the inversion method on the distribution of the parameterised number of losses.

10. *Simulate the distribution of the level of losses*

Determine the simulated level of losses per simulated loss using the inversion method on the distribution of the parameterised level of losses.

(b) Moments estimators:

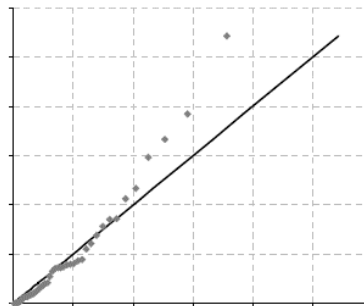
Method of Moments estimation is used to determine the moments of empirical data (e.g., expected value and standard deviation) and to use this to determine the parameters for the distribution.

Maximum likelihood estimators:

In simple terms, the maximum likelihood estimation method means selecting those parameters for estimation whose distribution seems the most plausible for the observed data. It considers more the shape of the empirical distribution.

Maximum likelihood estimation reacts more to outliers than Method of Moments estimation.

Sketch of the QQ plot:



The x axis describes the theoretical distribution, the y axis the empirical. The points in the upper quantile are above the angle bisectors.

Examples for possible model answers for selecting the threshold:

- Stability of the parameter
- Ceiling of the reinsurance contract

(c) To calculate the diversification effect, the following formula is first used to determine the total underwriting risk:

$$\begin{aligned}
 &UR_{Total} \\
 &= \sqrt{UR_{LoB\ 1}^2 + UR_{LoB\ 2}^2 + UR_{LoB\ 3}^2 + 2 \cdot 50\% \cdot UR_{LoB\ 1} \cdot UR_{LoB\ 2} \\
 &\quad + 2 \cdot 25\% \cdot UR_{LoB\ 1} \cdot UR_{LoB\ 3} + 2 \cdot 25\% \cdot UR_{LoB\ 2} \cdot UR_{LoB\ 3}} \\
 &\approx 237m\ EUR
 \end{aligned}$$

If the risks are totalled this produces EUR 300m. The difference is the diversification effect of around EUR 63m or 21%.

- (d) In the lines of business LoB 1 and LoB 2 we see a tail dependency. Between LoB 1 and LoB 3 and between LoB 2 and LoB 3 there appears to be a negative dependency.

The tail dependency is highly likely to reduce the diversification effect; the negative dependencies will increase it again.

Line of business LoB 3 has a negative dependency to the other two lines. By contrast, the lines LoB 1 and LoB 2 have a tail dependency between one another. Therefore, LoB 3 makes the strongest contribution to the diversification effect and should rather grow / be developed.

**Question 6. Property and Casualty Risk, Risk Transfer [20 marks]**

*Model Answer*

- (a) There are two types of Exceedance-Probability curve:
- **Occurrence Exceedance Probability (OEP):**  
This curve shows the probability that the maximum occurrence of loss events in one year will exceed a specific amount.
  - **Aggregate Exceedance Probability (AEP):**  
This curve shows the probability that the sum of all loss events in one year will exceed a specific amount.
- (b) **Proportional:** e.g., quota share reinsurance  
→ The reinsurer takes on a fixed proportion of premiums and losses. The risk is reduced proportionately, especially with high loss frequency, earnings volatility goes down, SCR is reduced.
- Non-proportional:** e.g., Excess of Loss contract (XL)  
→ The reinsurer takes on losses above a priority, protection against large losses, disproportionate reduction of major risks and risk capital (SCR).
- (c) Based on the OEP curve, at a return period of 250 years the loss is 130 million. Since the company wants a maximum loss of only 10 million every 250 years a priority of 10 million and cover of 120 million can be opted for
- (d) The first loss is covered with 5 million by the first layer. The second loss is covered by all 3 layers at 25 million each. The third loss remains completely within the retention (deductible / excess) and the fourth loss is covered to the tune of 10 million by the first layer. Thus, the total benefit is  $5+75+10=90$  million

The ceded premium is  $100 \times (3.5\% + 2.5\% + 2\%) = 8$  million. The reinstatement of 100\* has to be added:

- [1st loss]  $5/25 \times 3.5\%$
- [2nd loss]  $3.5\% + 2.5\% + 2\%$
- [3rd loss] 0%
- [4th loss]  $10/25 \times 3.5\%$

=10.1 million. In total, the ceded premium is 18.1 million.

**Question 7. Reinsurance Life and Health [20 marks]**

*Model Answer*

- (a) The following applies: (cf. slide 7):  $\text{SCR rate} = (\text{eligible, economic}) \text{ Own Funds} \div (\text{diversified}) \text{ SCR (Solvency Capital Requirement)}$ .

In order to raise the SCR ratio either

- the value of the Own Funds would have to rise and/or
- the SCR would have to fall.

We can also expect cases in which both input figures decrease. In such case, it is relevant that the impact of the SCR reduction prevails.

It can be expected that the reinsurer wants to make a profit from a new reinsurance contract. Provided that both parties have more or less the same loss expectation signing the contract would mean an outflow of funds, meaning that the Own Funds will go down. Thus, it would probably be easier to get a reduction in the SCR by means of a reinsurance contract.

- (b) See slide 9. Examples could be:
- A new contract would mean that there are no risks that are not adequately reflected in the SCR (e.g., default): comprehensive risk analysis and assessment of the impact on the whole balance sheet, adequate quantification of risk
  - Capital relief and risk transfer should be consistent to one another: conclusive scenario analysis
  - Cover must not be opportunistic (e.g., mass lapse): taking out multi-year contracts could be one way of counteracting this.
- (c) Various answers are possible. One example: Longevity swap for products with longevity risk. It is contractually agreed that the actual mortality (namely the longevity) is swapped for the expected mortality. This means that the life insurer has not more longevity risk (for this portfolio) since after reinsurance a longer lifespan does not result in increased expense for the life insurer.

In the risk decision tree this means – put simply – that  $\text{SCR}_{\text{Longevity}} = 0$ . Because of the diversification this fall in the SCR may not be fully included in the diversified SCR but the latter should reduce (other stresses possibly not captured in the Life

module). Thus, the desired reduction in the SCR is achieved while the Own Funds are, as a rule, also likely to go down (reinsurer's expectation of profit).

- (d) The SCR ratio will improve if the (positive) impact from the reduction of the SCR outweighs the (negative) impact of the fall in Own Funds. One could get close to an estimation by comparing the saved costs of capital ("drop in the SCR" \* cost of capital \* present value factor) and the present value of the expected costs for reinsurance.

It is also relevant that the product and risk landscape allows for effectiveness of the RI solution. For example, if candidates chose "Mass Lapse Reinsurance" in c), it is to be mentioned that this only works if and as long as Mass Lapse is the dominant of the three lapse scenarios.

**Question 8. Guaranteed Products and Hedging [20 marks]**

*Model Answer*

- (a) See course materials. Greek-based hedging is used to protect against fluctuations in the values of balance sheet item caused by the capital markets. For example, the value of (e.g. life insurance product-based) issued guarantees may change depending on interest rates, fund values and other factors.

The delta of a position is the (partial) derivation of the value of this position based on the value of the underlying asset (the delta of a share or of a future is therefore constantly 1 for example) and for a European call it is always positive since an increase in the value of the underlying share increases the value of the call.

The vega is the partial derivation following the volatility of the underlying asset. In the case of a European (call) option it is always positive because of the asymmetry of the option (gains are always taken unlimitedly, at least in the case of call options, whereas losses are limited to the use of the option premium).

Greek-based hedging attempts to 'immunise' (i.e., protect) the entire position after (hedging) trades against the dependency on fluctuations in the value drivers (e.g., the price of the underlying asset) by means of appropriate transactions using appropriate instruments. For the delta, for example, one can use linearity (the sum of the deltas of the financial instruments produces the delta of the portfolio, which one would like to be (close to) zero, and it results in a simple system of linear equations). With other Greeks this is theoretically not always correct, which would then raise the question of the significance of a portfolio Greek if one calculates this, to simplify matters, as the sum of the corresponding Greeks.

- (b) Possible answers could be, for example:

Pros: "only delta":

- i. Probably better since "only" the delta risk is transferred
- ii. Since no Greeks have been calculated yet, only the deltas would have to be calculated but not the gammas => fewer computing resources

Pros: "delta and gamma":

- i. More comprehensive risk management



- ii. Approximation (in the sense of the Taylor series) is more precise since higher-grade derivation is used => less vulnerability in the event of larger movements in the market
  - iii. Potentially a greater selection of financial instruments
- (c) See Slide 58. If the model used is “good”, the data such as, for example, the Greeks is correct (correctly calculated) and is consistent with the markets then, in the event of small market movements (Taylor series), changes in the market values (e.g., of an option or of a portfolio) should more or less fit the “Greek times shift” method. If this is not the case, then closer analysis is advisable in order to recognise any possible errors.
- (d) i) False
- ii) True
- iii) False
- iv) False
- v) False
- vi) False
- vii) False
- viii) True

**Question 9. Interest Rate Risk [20 marks]**

*Model Answer*

- (a) A discount curve  $D(t)$  consists of the prices of zerobonds  $Z(t)$  with a nominal 1. Various discrete yield curves can be determined from it: zero (spot) interest rates  $r(t)$  that are used for discounting, i.e.,  $D(t) = (1+r(t))^{-t}$ . Such zero interest rates can also begin in the future:  $r(s, t)$  is today's zero interest rate for the period  $(s, t)$ . Especially for annual time increments the annual forward interest curve is formed by  $f(t) = r(t-1, t)$ . Finally, par interest rates can be formed  $p(t) = (1-D(t))/(\sum_{i=1, \dots, t} D(i))$ .  $p(t)$  can be regarded as the average coupon and/or appropriately weighted average forward interest rate for the period  $(0, t)$ . These par-interest rates must not be used directly for discounting as this would produce false discount factors. Curves for constant interest rates could also be determined. The discount curve can, in turn, be determined from any of these curves, i.e., all other curves too. If one of the three curves is flat  $z$  then all of these curves are flat  $z$ . This means that users who mainly work with flat yield curves often do not clearly distinguish between these three types of yield curve.
- (b) The main difference between EURIBOR swaps and ESTR swaps is the underlying interest benchmark for the reference interest rates of the floating payments – in the first case 6M EURIBOR (3M for the term up to one year), in the second ESTR. These reference interest rates set the floating interest for the swap. As a rule, ESTR is < 6M-EURIBOR because the ESTR term is only 1 day (overnight) and 6M-EURIBOR is 6 months. 1-day interest rates are usually lower than 6M interest rates because there is less credit risk. Accordingly, the respective ESTR swap rates are lower than the 6M-EURIBOR swap rates and, as a result, the ESTR curve is considered to be more risk free / less risky.
- (c) The EIOPA curve is based on the EURIBOR swap curve, i.e., the market data for the reference date in question for various maturities is derived from this curve. Nevertheless, ESTR swap rates for short maturities are included in the CRA (Credit Risk Adjustment) (see previous question: ESTR swaps are seen as being less risky). In future, the curve is to be derived directly from ESTR swaps, meaning CRA will no longer be used. However, certain criteria must be met that depend on the market participants and cannot be prescribed by the Supervisory Authorities: the ESTR swaps must cover a sufficiently large part of the swap market and the transition to these curves may not result in any significant changes to the curves.
- (d) If a cash flow is fixed, i.e., independent of the interest level, and if the cashflow does not contain a change of sign, then the interpretation of the duration is appropriate. In this case the duration can be represented as a weighted maturity average with strictly positive weightings. A floater, on the other hand, has no fixed cash flow and, independently of its maturity, has a duration close to zero. Cash flows with changing signs can, independently of the maturity, have durations of any size and sign.

**Question 10. Operational Risk [20 marks]**

*Model Answer*

(a) Components: (1.5 marks for each)

- Basic indicators for the level of the operational risk are, according to the Standard Formula, gross earned premiums and reserves
- SCR\_Op capped at 30% of the base SCR
- Op\_Premiums are essentially 4% of the gross earned premiums for Life or 3% of the gross earned premiums for Non-Life
- Op\_Provisions are essentially 0.45% of the conventional gross reserve Life; 3% of the reserves for Non-Life
- The reserves are meant without a risk margin (Best Estimate)
- Unusually high movements (leaps) in the development of the gross earned premiums must be underpinned with additional capital (3<sup>rd</sup> Formula, the last two terms)
- In the LoB Life, unit-linked life insurance is treated differently to classic life insurance → life unit linked is calculated from premiums and reserves; here 25% of the expenses for unit-linked life insurance serves as a proxy
- The latter occurs because of different risk characteristics (higher risk from management / settlement of funds, kickbacks/refunds of management fees from the mutual funds company to the insurance company)

(b) e.g., Four from (1 mark for each)

Advantages:

- Simple formula to determine the SCR from operational risk; the formula does not require empirical loss data
- The formula is prescribed by the EU. Thus, there are no issues concerning approval as is the case with an internal model

Disadvantages

- The method is based on relevant specific features of the insurer and is thus not entirely risk sensitive. The Own Funds requirements are thus independent of the actual operational risk.

- For the above reason, if the Standard Formula is used, there is no incentive for improvements when it comes to managing the operational risk.
- The Formula was calibrated using the entire market and therefore may not suit the specifics of individual insurers or Lines of Business.
- Static formula that does not consider the history of internal losses from operational risk that get larger over time.

(c) For example:

The data is internal data. Individual loss categories (high losses, low probability) may be missing. (1 mark)

Even a 25-year history might not be sufficient to parameterise the model properly. It may be necessary to resort to external data (pool or commercial data base). (1 mark)

When modelling OpRisk per entry of a risk matrix it may be the case that individual entries in the matrix will barely be covered. It would thus perhaps be necessary to use additional or supplementary scenarios for these entries. (1 mark)

Empirical data that is based on the company's database of internal loss events is only suited for parameterising internal models to a limited extent. Data of this type is not a suitable indicator for future losses because observed losses usually result in measures that are intended to markedly reduce the probability of future occurrences. (1 mark)