

DEUTSCHE AKTUARVEREINIGUNG e.V.

**Mathematik der Lebensversicherung (Spezialwissen)
Klausur vom 20.10.2007**

Die Klausur besteht aus 3 Aufgaben, die mit insgesamt 180 Punkten bewertet werden. Um diese maximale Punktzahl erreichen zu können, müssen alle Aufgaben bearbeitet werden. Zum Bestehen der Klausur sind mindestens 72 Punkte erforderlich.

Bitte bearbeiten Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt und vergessen Sie nicht, Ihren Namen auf jedes Blatt zu schreiben.

Zugelassenes Hilfsmittel: Taschenrechner

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Aufgabe 1 (Ausgleichsverfahren von Jecklin und Strickler, 60 Punkte)

a) Gegeben seien $n = 2r + 1$ auszugleichende rohe Sterbewahrscheinlichkeiten \bar{q}_{x+i} , der ausgeglichene Wert q_x sei bestimmt durch

$$q_x = \sum_{i=-r}^r a_i \cdot \bar{q}_{x+i},$$

wobei $\sum_{i=-r}^r a_i = 1$ sei; die a_i seien ferner unabhängig von x .

Zur Bestimmung der Gewichtungsfaktoren a_i sei vorausgesetzt, dass sowohl die rohen als auch die ausgeglichenen Sterbewahrscheinlichkeiten durch eine Makeham-Funktion des Typs

$$f(x) = a + b \cdot c^x$$

beschrieben werden, dass also $q_x = f(x) = \sum_{i=-r}^r a_i \cdot f(x+i)$.

Die Gewichte a_i sollen ebenfalls einer Makeham-Funktion folgen mit derselben Konstanten c , also

$$a_i = F(i) = A + B \cdot c^i.$$

Bestimmen Sie aus diesen Angaben die Parameter A und B (und damit die Gewichtungsfaktoren des Ausgleichsverfahrens) in Abhängigkeit von c .

- b) Berechnen Sie für $r = 2$ und $c = 1,1$ die Parameter A und B sowie die Gewichtungsfaktoren a_i , $-2 \leq i \leq 2$.
- c) Erläutern Sie in kurzer Form (mindestens) drei Besonderheiten oder Vorteile des Verfahrens von Whittaker-Henderson gegenüber dem Ausgleichsverfahren von Jecklin und Strickler.

Aufgabe 2 (55 Punkte)

Für eine fondsgebundene Rentenversicherung mit einer kurzen Aufschubdauer von einem Jahr und mit jeweiligem Beginn am 1.1. des Jahres wird von der Kapitalanlagegesellschaft des Versicherungsunternehmens zu Beginn des Jahres ein einjähriges spezielles Zertifikat angeboten, das sich an dem Verlauf eines Aktienpapiers orientiert.

Bezeichnen $x(0)$ den Stand der zugrunde liegenden Aktie zu Beginn, $x(1)$ den Stand nach Ablauf eines Jahres, so sieht das Zertifikat pro Stück folgende Leistungsversprechen vor:

- Falls das Kursniveau der Aktie nach einem Jahr gleich geblieben ist oder unter den Ausgangswert gefallen ist, erhält der Kunde pro Stück den Wert $x(1)$, mindestens aber den Wert $0,95 \cdot x(0)$, d.h. $\text{Max}(0,95 \cdot x(0), x(1))$ ist in diesem Fall das Anlageergebnis;
- Falls das Kursniveau $x(1)$ über dem Ausgangswert $x(0)$ liegt, dann erhält der Kunde $x(0) + \text{Min} \left(0,5 \cdot \left(\frac{x(1)}{x(0)} - 1 \right)^+, 0,20 \right) \cdot x(0)$, d.h. er partizipiert zur Hälfte an den Steigerungen des zugrunde liegenden Wertpapiers, die maximal mögliche Rendite wird aber auf 20 % begrenzt.

Gehandelt werden neben dem Basispapier mit dem Anfangswert $x(0) = 40$ auch Europäische Put- und Call-Optionen auf dieses Papier gemäß folgender Tabelle:

Basispreis \ Ausübungstermin	Put-Optionen:		
	30.6.	30.9.	31.12.
38	0,77	1,54	2,50
40	1,78	2,61	3,44
42	1,96	3,11	3,58
	Call-Optionen:		
48	0.50	1.00	3.30

- (i) Wie kann der Anleger der Kapitalgesellschaft mit den oben angegebenen handelbaren Papieren eine Deckung des Gewinnversprechens für das ausgegebene Zertifikat möglichst kostengünstig erreichen, wenn der Ausgabepreis € 40 pro Stück beträgt ?
- (ii) Welcher minimale Ertrag pro Stück bleibt in jedem Fall bei der Gesellschaft, d.h. bei allen denkbaren Kursverläufen des Basispapiers?
- (iii) Die Kapitalanlagegesellschaft möchte durch „Kurspflege“ den Stand des zugrunde liegenden Basispapiers zum Fälligkeitsdatum des Zertifikats so beeinflussen, dass sie selbst den besten Ertrag aus dem verkauften Zertifikat realisiert. Bei welchem Stand des Aktienpapiers am Ende des Jahres ist der Ertrag für die Gesellschaft am größten?

(Hinweis: Der Einfachheit halber wird angenommen, dass keine Transaktionskosten anfallen, weder bei Käufen noch bei Verkäufen aller hier genannten Anlagearten und dass für die erwähnten Aktien in dem betrachteten Jahr keine Dividenden ausgeschüttet werden.)

Aufgabe 3 (Kalkulation der Substantia Lebensversicherung, 65 Punkte)

Sie sind als Aktuar(in) verantwortlich für die Kostenkalkulation der deutschen Lebensversicherungsgesellschaft Substantia AG. Die Substantia bietet konventionelle und fondsgebundene aufgeschobene Rentenversicherungen ausschließlich gegen konstanten, über die gesamte Aufschubzeit gezahlten laufenden Beitrag an. Sie plant eine neue Produktgeneration, deren rechnermäßige Kosten in der prämienpflichtigen Zeit in Abkehr von der bisherigen historisch gewachsenen Kalkulation der einzelnen Tarife nach einheitlichen Grundsätzen neu kalkuliert werden soll. Die Produktgeneration soll auf Basis des derzeitigen Rechtsstandes (insbesondere vor Inkrafttreten der VVG-Reform) kalkuliert werden.

Die Substantia hat fast alle Funktionen auf Konzerngesellschaften ausgelagert. Die folgenden betriebswirtschaftlichen Gegebenheiten sollen daher der Kostenkalkulation zu Grunde gelegt werden:

[1] Substantia AG

Die Substantia AG fungiert als Risikoträger und Produktentwickler. Sie schreibt ein jährliches Neugeschäft von durchschnittlich 100 Mio € Beitragssumme (BS) und durchschnittlich 5 Mio € Jahresbeitrag (B). Sie veranschlagt die Kosten der Produktentwicklung für dieses Neugeschäft auf durchschnittlich 500 T€ pro Jahr.

[2] Servilia AG

Die Servilia verwaltet den Bestand der Substantia von derzeit 50.000 Versicherungen mit 1 Mrd € BS und 50 Mio € Jahresbeitrag, davon 10 Mio € Beitrag aus dem Kollektivgeschäft, der Rest aus dem Einzelgeschäft. Vertraglich erhält die Servilia von der Substantia für die Verwaltung beitragspflichtiger Versicherungen bis zu 100% (derzeit bis auf weiteres 70%) der folgenden Beträge pro Jahr:

- 1,5 Mio € in Abhängigkeit von der Beitragssumme,
- im *Einzelgeschäft* 2,4 Mio €, im *Kollektivgeschäft* 400 T€ in Abhängigkeit vom Beitrag,
- 1 Mio € als Fixbetrag.

[3] Distributio AG

Die Distributio übernimmt den Vertrieb und die zugehörigen Dienstleistungen. Sie erhält pro Jahr 600 T€ für das Produktmanagement des Neugeschäfts und 700 T€ für vertriebsunterstützende Dienstleistungen von der Substantia. Einzelgeschäft vergütet die Distributio ihren Vertriebspartnern mit 40 % der bei 35 Jahren gekappten BS, Kollektivgeschäft mit 20 % derselben Bezugsgröße, jeweils als Einmalvergütung. Darüber hinaus zahlt sie ausschließlich im Einzelgeschäft eine Bestandsvergütung von 2 % des Beitrags pro Jahr, solange der Beitrag gezahlt wird. Die Substantia erstattet der Distributio deren Kosten für Einmalvergütung und Bestandsvergütung.

[4] Moneta AG

Die Substantia bietet gemanagete Fondspolizen an, deren Depots von der Moneta verwaltet und gemanaget werden. Für die Depotverwaltung erhält die Moneta jährlich bis zu 10 € (derzeit: 6 €) pro Depot, für das Management der Fondsanlagen erhält sie pro Jahr von der Substantia einen Satz von derzeit 0,25 % des Fondsvermögens, der auf bis zu 0,40 % steigen kann. Die vertraglichen Vereinbarungen mit den KAGs (kündbar jeweils zum Kalenderjahresende) sehen vor, dass die Moneta die Fondsanteile für die Substantia ohne Ausgabeaufschläge erwirbt und kick back Zahlungen von im Mittel 4 % des Fondsvermögens pro Jahr erhält.

Die Substantia bietet konventionelle Rentenversicherungen für betont konservative Kunden an und legt daher die konventionellen Kapitalanlagen ausschließlich in Renten (stabil 90%) sowie Immobilien (stabil 10%) an. Für die Verwaltung der Immobilien zahlt sie pro Jahr 0,4% des Buchwerts der Immobilien, für die festverzinslichen Titel 0,1% des Buchwerts an die Moneta. Aus den konventionellen Kapitalanlagen erzielte die Moneta in den letzten Jahren brutto Kapitalerträge von stabil 5% des Buchwertes vor Kosten.

Bitte bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben:

- a) Geben Sie die Grundzüge eines einfachen betriebswirtschaftlichen Kostenmodells der Substantia für die Kosten der Aufschubzeit an. Erstellen Sie dazu eine dreispaltige Tabelle, in der Sie den Kostenarten aus der Aufgabenstellung (Spalte 1) die Parameter und konkreten Parameterwerte (Spalte 2) Ihres Kostenmodells zuordnen und kurz zahlenmäßig herleiten bzw. begründen (Spalte 3).
- b) Leiten Sie aus a) ein System von rechnungsmäßigen Kostenzuschlägen für die prämienschuldige Zeit ab. Geben Sie hierzu in einer zweispaltigen Tabelle die Kostenzuschlagsparameter und ihren jeweiligen Wert (Spalte 1) sowie alle hierdurch kalkulatorisch gedeckten Ist-Kostenparameter des Kostenmodells aus a) (Spalte 2) an.
- c) Wie hoch ist der Barwert der von Ihnen angesetzten Abschluss- und ggf. Amortisationskostenzuschläge? Erläutern Sie kurz die von Ihnen gewählte Aufteilung in einen einmaligen Abschlusskostenzuschlag und ggf. einen lfd. Amortisationskostenzuschlag für das Einzelgeschäft. Erläutern und begründen Sie ihr diesbezügliches Vorgehen im Kollektivgeschäft.
- d) Mit welchen Netto-Kapitalerträgen aus der konventionellen Kapitalanlage rechnen Sie? Welche Gesamtverzinsung können Sie langfristig höchstens deklarieren, wenn Sie davon ausgehen, dass die Kapitalerträge weiter stabil bleiben und ein Anteil von 5% - 6% der Kapitalerträge des konventionellen Geschäfts jeweils zur Finanzierung des Jahresüberschusses dienen soll?
- e) Leiten Sie aus b) ein System von natürlichen Kostengewinnanteilsätzen für die prämienschuldige Zeit ab. Geben Sie hierzu in einer zweispaltigen Tabelle die Kostengewinnanteilsätze und ihren jeweiligen Wert (Spalte 1) sowie den zugehörigen rechnungsmäßigen Kostenzuschlag (Spalte 2) an, aus dessen nicht benötigten Teilen Sie die Kostenüberschüsse finanzieren wollen. Gehen Sie dabei davon aus, dass im konventionellen Geschäft allein die nicht ausgeschütteten Kapitalerträge und im fondsgebundenen Geschäft allein die kick back Zahlungen den Jahresüberschuss der Substantia finanzieren (mit Risikogewinnen rechnen Sie bei Rentenversicherungen nicht) und Sie deshalb ein ausgeglichenes Kostenergebnis („schwarze Null“) nach Überschussbeteiligung anstreben können.
- f) Was halten Sie von der Idee, aus den kick back Zahlungen die Kosten der Moneta für das Management der Fondsanlagen zu zahlen, anstatt hierfür einen expliziten Kostensatz zu kalkulieren?

Lösungen

Aufgabe 1

Zu a)

Aus den Voraussetzungen folgt:

$$\begin{aligned}
 q_x &= a + bc^x = \sum_{i=-r}^r a_i \bar{q}_{x+i} = \sum_{i=-r}^r (A + Bc^i) \cdot (a + bc^{x+i}) \\
 &= n \cdot A \cdot a + Ab \sum_{i=-r}^r c^{x+i} + aB \sum_{i=-r}^r c^i + bB \sum_{i=-r}^r c^{x+2i} \\
 &= a \cdot (nA + B \sum_{i=-r}^r c^i) + bc^x \cdot (A \sum_{i=-r}^r c^i + B \sum_{i=-r}^r c^{2i})
 \end{aligned}$$

Koeffizientenvergleich liefert:

$$nA + B \sum_{i=-r}^r c^i = 1$$

$$A \sum_{i=-r}^r c^i + B \sum_{i=-r}^r c^{2i} = 1$$

Auflösung dieses linearen Gleichungssystems nach A und B:

$$A = \frac{1 - B \sum_{i=-r}^r c^i}{n}, \text{ also}$$

$$\frac{(1 - B \sum_{i=-r}^r c^i) \cdot \sum_{i=-r}^r c^i}{n} + B \sum_{i=-r}^r c^{2i} = 1$$

$$B \cdot \left(\sum_{i=-r}^r c^{2i} - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=-r}^r c^i \right)^2 \right) = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=-r}^r c^i$$

$$B = \frac{1 - \frac{1}{n} \sum_{i=-r}^r c^i}{\left(\sum_{i=-r}^r c^{2i} - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=-r}^r c^i \right)^2 \right)} = \frac{n - \sum_{i=-r}^r c^i}{n \cdot \sum_{i=-r}^r c^{2i} - \left(\sum_{i=-r}^r c^i \right)^2}$$

Einsetzen in die obige Beziehung $A = \frac{1 - B \sum_{i=-r}^r c^i}{n}$ liefert nach einigen Umformungen:

$$A = \frac{\sum_{i=-r}^r c^{2i} - \sum_{i=-r}^r c^i}{n \cdot \sum_{i=-r}^r c^{2i} - \left(\sum_{i=-r}^r c^i \right)^2}$$

zu b)

Mit $\sum_{i=-2}^2 1,1^i = 5,0455372$ und $\sum_{i=-2}^2 1,1^{2i} = 5,1835597$ ergibt sich:

$$A = \frac{5,1835597 - 5,0455372}{5 \cdot 5,1835597 - (5,0455372)^2} = \frac{5,1835597 - 5,0455372}{0,4603529} = 0,29981$$

$$B = \frac{5 - 5,0455372}{0,4603529} = -0,098918$$

Damit errechnet sich für $a_i = A + B \cdot 1^i$, $-2 \leq i \leq 2$:

$$a_{-2} = 0,21807$$

$$a_{-1} = 0,20989$$

$$a_0 = 0,20090$$

$$a_1 = 0,19101$$

$$a_2 = 0,18013$$

zu c)

Bei dem Verfahren von Whittaker-Henderson handelt es sich grundsätzlich um ein mechanisches Ausgleichsverfahren. Es zeichnet sich dadurch aus, dass es gelingt, die Summe aus einem Anpassungs- und einem Glättungsmaß (kleinste Quadrate bzw. klassische Differenzen s-ter Ordnung) zu minimieren und damit zu optimieren. Damit sind zwar Anpassung und Glättung nicht gleichzeitig optimal (was auch trivialerweise unmöglich ist), dennoch hat man ein sehr rationales und anschauliches Kriterium, um eine gute Ausgleichung zu erreichen.

Das Optimierungsproblem ist unter realitätsnahen Voraussetzungen stets eindeutig lösbar, die Lösung kann aus einer Matrizengleichung berechnet werden. Weitere Vorzüge sind beispielsweise:

- Durch die Ergänzung von Gewichtungsfaktoren ist es (in Grenzen) möglich festzulegen, ob die Anpassung oder die Glättung einen höheren Stellenwert bekommen sollen.
- Auch Randwerte können mit diesem Verfahren ausgeglichen werden.
- Die (nachträgliche) Überprüfung der Güte der Ausgleichung hat regelmäßig die Qualität des Verfahrens bestätigt.

Aufgabe 2

Zu (i)

Zur Abdeckung des Leistungsversprechens wird pro Stück des verkauften Papiers

- zum einen je eine Aktie und eine Europäische Put-Option mit Basispreis 38 und Ausübungstermin 31.12. gekauft, das begrenzt die möglichen Verluste auf 95 % des Anfangsniveaus,
- zum anderen verkauft man, um die Kosten dieser Absicherungsstrategie zu finanzieren, pro gekaufter Aktie noch eine Call-Option mit Ausübungsdatum 31.12. und Ausübungspreis 48. Das limitiert allerdings die Gewinnchancen aus der Aktienanlage nach oben: Der Inhaber der Call-Option wird diese im Falle $x(1) > 48$ ausüben, und damit sind die Gewinne für die Kapitalanlagegesellschaft aus der Aktienanlage automatisch auf maximal 20 % begrenzt. Das Leistungsversprechen kann aber in jedem Fall eingehalten werden. Da in diesem Beispiel der Verkauf der Call-Option mehr einbringt als der Kauf der Put-Option kostet, nämlich € 3.30 minus € 2.50, hat man in keinem Fall bei Ausgabe dieses Zertifikats als Gesellschaft einen Verlust gemacht.

Zu (ii)

Aus den letzten Feststellungen unter (i) folgt, dass man mindestens 0.80€ pro Stück des verkauften Zertifikats als Ertrag behält.

Zu (iii)

Falls der Wert $x(1)$ des Basispapiers nach einem Jahr nicht über dem Ausgangswert $x(0)$ liegt, wird im Fall $x(1) < 38$ die Put-Option einzusetzen sein, um das versprochene Auszahlungsniveau einzuhalten, im Falle $38 \leq x(1) \leq 40$ wird man die Aktie verkaufen und diesen Ertrag an den Käufer des Zertifikats weitergeben. In beiden diskutierten Fällen hat man als Kapitalanlagegesellschaft keine weiteren Erträge als die unter (ii) genannten Werte, da davon ausgegangen wurde, dass keine Dividenden auf Aktien ausgeschüttet wurden.

Liegt nun der Wert $x(1)$ des Basispapiers über dem Ausgangswert $x(0)$, so erhält der Käufer des Zertifikats $x(0) + \text{Min} \left(0.5 \left(\frac{x(1)}{x(0)} - 1 \right)^+, 0.20 \right) \cdot x(0)$.

Nun ist für $x(1) > x(0)$:

$$\begin{aligned} & x(0) + \text{Min} \left(0.5 \left(\frac{x(1)}{x(0)} - 1 \right)^+, 0.20 \right) \cdot x(0) \\ &= x(0) + \text{Min} (0.5 x(1) - 0.5 x(0) ; 0.2 x(0)) = \\ &= \text{Min} (0.5 x(0) + 0.5 x(1) ; 1.2 x(0)) \\ &< \text{Min} (x(1) ; 1.2 x(0)) \\ &= x(1) - \text{Max} (x(1) - 48, 0), \end{aligned}$$

und damit wird auch in diesem Fall das Gewinnversprechen des Zertifikats durch den Besitz des Basispapiers und der verkauften Call-Option voll abgedeckt.

Nun ist $x(0) + 0.5 \left(\frac{x(1)}{x(0)} - 1 \right)^+ \cdot x(0) = x(0) + 0.5 (x(1) - x(0))^+ = 40 + 0.5 (x(1) - 40)^+$ eine

monoton wachsende Funktion von $x(1)$, und ebenso auch die Differenz

$x(1) - (x(0) + 0.5 \left(\frac{x(1)}{x(0)} - 1 \right)^+ \cdot x(0)) = 0.5 \cdot (x(1) - x(0))$. Damit steigt der Gewinn des

Unternehmens mit wachsendem Wert $x(1)$ bis zu der Grenze 48. Dann wird alles begrenzt durch die verkaufte Call-Option: Ist nämlich $x(1) > 48$, hat man pro Call eine Aktie zum Preis von € 48 zu liefern und damit ist auch der maximal mögliche Gewinn begrenzt. Der optimale Gesamtertrag für die ausgebende Gesellschaft beläuft sich dann also auf $0.5 (48 - 40) = 4$ pro ausgegebenem Stück des Papiers zuzüglich dem Ertrag 0.8 zu Beginn des Jahres, der aus der Preisdifferenz des gekauften Puts und des verkauften Calls resultiert. Bei „Kurspflege“ an den Kapitalmärkten wird man also versuchen, den Wert des Basispapiers auf das Niveau 48 zu heben bzw. zu senken.

Aufgabe 3

a) Betriebswirtschaftliches Kostenmodell (beitragspflichtig, Aufschubzeit)

<i>Kostenart</i>	<i>Parameter und Wert</i>	<i>Herleitung / Begründung</i>
Produktentwicklung	^{PE} $\alpha = 5\%$ der BS einmalig	0,5 Mio. € / 100 Mio €

Produktmanagement	$^{PM}\alpha = 6\text{‰}$ der BS einmalig	0,6 Mio. € / 100 Mio. €
Vertriebsunterstützung	$^{VU}\alpha = 7\text{‰}$ der BS einmalig	0,7 Mio. € / 100 Mio. €
Einmalige Abschlussprovision Einzelgeschäft	$^{Provision}\alpha = 40\text{‰}$ der bei 35 Jahren gekappten BS einmalig (mit Stornohaftung)	wie vertraglich vereinbart
Einmalige Abschlussprovision Kollektivgeschäft	$^{Provision}\alpha = 20\text{‰}$ der bei 35 Jahren gekappten BS einmalig (mit Stornohaftung)	wie vertraglich vereinbart
BS-abhängige variable Verwaltungskosten	Derzeit 70% von $\gamma^{BS} = 1,5\text{‰}$ der BS jährlich	1,5 Mio. € / 1000 Mio. €
B-abhängige variable Verwaltungskosten Einzel	Derzeit 70% von $\beta^{Betrieb} = 6\%$ von B jährlich	2,4 Mio. € / 40 Mio. €
B-abhängige variable Verwaltungskosten Kollektiv	Derzeit 70% von $\beta^{Betrieb} = 4\%$ von B jährlich	0,4 Mio. € / 10 Mio. €
Stück-abhängige variable Verwaltungskosten	Derzeit 70% von $K = 20\text{€}$ jährlich	1 Mio € / 50.000 Stück
Bestandsvergütung im Einzelgeschäft	$\beta^{BP} = 2\%$ von B jährlich	wie vertraglich vereinbart
Depotkosten	Derzeit $K^{Depot} = 6\text{€}$ jährlich Bis zu $K^{Depot} = 10\text{€}$ jährlich	wie vertraglich vereinbart; entnommen aus dem Fondsvermögen für Fondsversicherungen
Management Fee	Derzeit $\gamma^{MF} = 2,5\text{‰}$ Bis zu $\gamma^{MF} = 4\text{‰}$ des Fondsvermögens jährlich	wie vertraglich vereinbart; entnommen aus dem Fondsvermögen für Fondsversicherungen
Kosten der konventionellen Vermögensverwaltung	Stabil 0,13% jährlich	$0,1 \cdot 0,4\% + 0,9 \cdot 0,1\% = 0,13\%$ wie vertraglich vereinbart; entnommen aus den Kapitalerträgen für konventionelle Versicherungen

b) rechnungsmäßige Kostenzuschläge (prämienpflichtig, Aufschubzeit)

Kostenzuschlagsparameter und Parameterwert	Hierdurch gedeckte Parameter des betriebswirtschaftlichen Kostenmodells
Einmalige Abschlusskosten (Einzelgeschäft) $\alpha^{gesamt} = 58\%$ BS einmalig	Die Kappung der Provisionsbezugsgröße wird kalkulatorisch nicht abgebildet; dies gibt eine kleine Marge für Langläufer. Deshalb ist $\alpha^{gesamt} = \alpha^{Provision} + \alpha^{VU} + \alpha^{PE} + \alpha^{PM}$ einmalig und deckt die genannten 4 Parameter der Summe. Einsetzen ergibt $\alpha^{gesamt} = 40 + 7 + 6 + 5 = 58\%$ BS einmalig
Einmalige Abschlusskosten (Kollektivgeschäft) $\alpha^{gesamt} = 38\%$ BS einmalig	Die Kappung der Provisionsbezugsgröße wird kalkulatorisch nicht abgebildet; dies gibt eine kleine Marge für Langläufer. Deshalb ist $\alpha^{gesamt} = \alpha^{Provision} + \alpha^{VU} + \alpha^{PE} + \alpha^{PM}$ einmalig und deckt die genannten 4 Parameter der Summe. Einsetzen ergibt $\alpha^{gesamt} = 20 + 7 + 6 + 5 = 38\%$ BS einmalig
Gamma-Kosten (beitragspflichtig, in der Aufschubzeit) $\gamma_1 = 1,5\%$ BS laufend	Der Parameter des betriebswirtschaftlichen Kostenmodells wird vorsichtshalber in maximaler vertraglicher Höhe übernommen und dadurch immer gedeckt. $\gamma^{BS} = 1,5\%$ der BS laufend
Beta-Kosten (Einzelgeschäft) $\beta = 8\%$ B laufend	Im Einzelgeschäft werden die B-abhängigen variablen Verwaltungskosten und das ebenfalls B-abhängige Bestandspflegegeld vorsichtshalber in maximaler vertraglicher Höhe übernommen und dadurch immer gedeckt: $\beta = \beta^{Betrieb} + \beta^{BP} = 8\%$ von B laufend
Beta-Kosten (Kollektivgeschäft) $\beta = 4\%$ B laufend	Im Kollektivgeschäft werden die B-abhängigen variablen Verwaltungskosten vorsichtshalber in maximaler vertraglicher Höhe übernommen und dadurch immer gedeckt: $\beta = \beta^{Betrieb} = 4\%$ von B Ein Bestandspflegegeld fällt vereinbarungsgemäß nicht an.
Stückkosten $K_1 = 24\text{ €}$ laufend vom Beitrag	Der Parameter des betriebswirtschaftlichen Kostenmodells wird vorsichtshalber als ein die maximale vertragliche Höhe übersteigender Wert übernommen und dadurch immer gedeckt. $K = 20\text{ €}$ jährlich Die Erhöhung erfolgt genau so weit, dass der Wert durch 12 teilbar ist wegen einer möglicherweise monatlichen Zahlweise.
Depotkosten $K_2 = 10\text{ €}$	Die Depotkosten werden vorsichtshalber in maximaler vertraglicher Höhe übernommen und dadurch immer gedeckt.

jährlich aus dem Fondsvermögen bei Fondsversicherungen	$K^{Depot} = 10 \text{ € jährlich}$
Management Fee $\gamma_{MF} = 4 \text{ ‰}$ des Fondsvermögens jährlich	Die Management Fee wird vorsichtshalber in maximaler vertraglicher Höhe übernommen und dadurch immer gedeckt. $\gamma_{MF} = 4 \text{ ‰}$ des Fondsvermögens jährlich

Die Kosten der konventionellen Vermögensverwaltung werden nicht hier, sondern bei der Gewinndecklaration berücksichtigt, da sie direkt die konventionellen Kapitalerträge mindern.

c) Der Barwert der angesetzten Abschlusskostenzuschläge beträgt 58 ‰ im Einzelgeschäft und 38 ‰ im Kollektivgeschäft.

Im Einzelgeschäft können die insgesamt angesetzten 58 ‰ einmalige Abschlusskosten aufgeteilt werden

- in rechnungsmäßige Abschlusskosten in Höhe von $\alpha^z = 40 \text{ ‰}$ (orientiert an dem maximalen Zillmersatz nach den hier eigentlich nicht relevanten Reserve-Grundlagen oder orientiert an der hier gezahlten Einmalprovision)
- und in einen laufenden Amortisationszuschlag α^γ , der angesetzt werden kann
 - in jährlich konstanter Höhe mit einem über den Bestand gerechneten Barwert von definitionsgemäß $\alpha^\gamma \cdot \ddot{a}_{Best} = 18 \text{ ‰}$, was je nach Bestandszusammensetzung, Rechnungsgrundlagen und damit Größe des gemittelten Bestandsbarwertes \ddot{a}_{Best} einen Kostenzuschlag in der Größenordnung von typischerweise 1 – 2 ‰ ergibt,
 - oder in eintrittsalters- und beitragszahlungsdauer- abhängiger Form gemäß
$$\alpha^\gamma = \frac{18 \text{ ‰}}{\ddot{a}_{xt}}$$

Insgesamt gilt dann für individuelle Verträge $\alpha^{gesamt} = 40 \text{ ‰} + \alpha^\gamma \cdot \ddot{a}_{xt}$

Beide Ansätze führen also zu einer Deckung der Einmalprovision durch einen einmaligen Kostenzuschlag. Im ersten Ansatz sind die Amortisationskostenzuschläge unabhängig von Alter und Beitragszahlungsdauer und damit konstant, ihr Barwert hängt von Alter und Beitragszahlungsdauer ab. Im zweiten Ansatz sind die Amortisationskostenzuschläge abhängig von Alter und Beitragszahlungsdauer, ihr Barwert ist unabhängig von Alter und Beitragszahlungsdauer aber konstant.

Im Kollektivgeschäft kann aufgeteilt werden

- in rechnungsmäßige Abschlusskosten in Höhe des Provisionssatzes von $\alpha^z = 20 \text{ ‰}$
- und in einen laufenden Amortisationszuschlag α^γ in gleicher Höhe wie im Einzelgeschäft.

Alternativ kann hier auf Amortisationszuschläge verzichtet werden; alle Abschlusskosten werden in diesem Fall einmalig in Höhe von $\alpha^z = 38 \text{ ‰}$ erhoben, da der maximalen Zillmersatz nicht überschritten wird.

d) Die Bruttoerträge betragen 5%; die Kosten der konventionellen Vermögensverwaltung betragen nach Teil a) genau 0,13%. Dies ergibt eine Nettoverzinsung von 4,87%; davon einen Anteil von 5% - 6% abgezogen ergibt rund 4,6% als möglichen Zinsgewinn.

e)

Kostengewinnanteil und Parameterwert	Kostenzuschlagsparameter und Parameterwert
Gamma-Kostengewinnanteil von bis zu 30% der Gamma-Kosten, also bis zu $\gamma_1^{Gewinn} = 0,45\text{‰ BS}$	Gamma-Kosten (beitragspflichtig, in der Aufschubzeit) $\gamma_1 = 1,5\text{‰ BS laufend}$
Beta-Kostengewinnanteil (Einzelgeschäft) von bis zu 30% der Beta-Kosten abzgl. Bestandspflegegeld, also bis zu $\beta^{Gewinn} = 1,8\% B$	Beta-Kosten (Einzelgeschäft, inkl. 2% Bestandspflegegeld) $\beta = 8\% B laufend$
Beta-Kostengewinnanteil (Kollektivgeschäft) von bis zu 30% der Beta-Kosten, also bis zu $\beta^{Gewinn} = 1,2\% B laufend$	Beta-Kosten (Kollektivgeschäft) $\beta = 4\% B laufend$
Stückkostengewinnanteil von bis zu 30% von 20 € zzgl. der Aufrundung von 4€, also bis zu $K_1^{Gewinn} = 6€ + 4 € = 10€$ Stückkostengewinne sind aber eher unüblich, so dass hierauf i.a. verzichtet würde	Stückkosten $K_1 = 24 € laufend vom Beitrag$
Depotkosten-Gewinnanteil von bis zu $K_2^{Gewinn} = 10€ - 6€ = 4 €$ gemäß Teil a) Stückkostengewinne sind aber eher unüblich, so dass hierauf i.a. verzichtet würde	Depotkosten bei Fondsversicherungen $K_2 = 10 €$ jährlich aus dem Fondsvermögen
Management Fee –Gewinnanteil von bis zu $\gamma_{MF}^{Gewinn} = 4\text{‰} - 2,5\text{‰} = 1,5\text{‰}$ gemäß Teil a)	Management Fee bei Fondsversicherungen $\gamma_{MF} = 4\text{‰}$ des Fondsvermögens jährlich

f)

Die kick back Zahlungen von im Mittel 4 ‰ decken die Management Fee von bis zu 0,4% = 4 ‰ genau und führen derzeit sogar zu einem Überschuss von 1,5 ‰. Aus dieser isolierten Sicht könnte also auf die Einrechnung eines Kostenzuschlags $\gamma_{MF} = 4 ‰$ verzichtet werden.

Bei genauerem Hingucken wirft dies allerdings Probleme auf:

- Die Kick Back Zahlungen können jederzeit zum Jahresende gekündigt werden. Die Management Fee müsste dann aus anderen Überschüssen gedeckt werden, was problematisch werden kann.
- Bei ausgeglichenem Risikoergebnis und ausgeglichenem Ergebnis der anderen Kostenquellen wird der Jahresüberschuss von vorher 4 ‰ (nämlich den kick back Zahlungen) reduziert auf nunmehr höchstens 1,5 ‰, was vermutlich unerwünscht ist.

Dies lässt es vorteilhafter erscheinen, doch einen Kostenzuschlag einzurechnen.