

# Bericht zur Prüfung im Oktober 1997 über Krankenversicherungsmathematik (Spezialwissen)

Hanns Bauermeister (Köln)

Am 18. Oktober 1997 führte die DAV die diesjährige Prüfung im Spezialwissensgebiet Krankenversicherungsmathematik durch. Alle 12 Teilnehmer bestanden die Prüfung.

Die Prüfung bestand aus einer dreistündigen Klausur, in der die vier nachfolgenden Aufgaben zu lösen waren. Maximal waren insgesamt 30 Punkte zu erreichen, wobei die für die einzelnen Aufgaben maßgeblichen Höchstpunktzahlen bei der Aufgabenstellung in Klammern ausgewiesen werden. Die zum Bestehen der Klausur erforderliche Mindestpunktzahl belief sich auf 12 Punkte.

### Aufgabe 1 (5 Punkte)

Eine 50jährige Frau ist nach dem Kompakttarif K, der Leistungen für ambulante, stationäre und zahnärztliche Leistungen vorsieht, versichert. Dafür zahlt sie 569,94 DM im Monat. Ein Risikozuschlag besteht nicht.

Sie beantragt eine Umtarifizierung in die Tarife A, B, C und D, wobei A Leistungen im ambulanten Bereich, B im Bereich der stationären Regelleistungen und C im Bereich der stationären Wahlleistungen vorsieht. Der Tarif D beinhaltet zahnärztliche Leistungen mit altersunabhängigem Profil. Die rechnungsmäßigen Kostenzuschläge betragen in den einzelnen Tarifen:

Tarif:	K	A	B	C	D	
$12\alpha$ (MB)	4,8	4,8	4,8	4,8	0,0	( $4,8 b_x = 0,4 B_x$ )
$\sigma$ %	5,0	9,9	9,9	9,9	5,0	
$\Omega$ %	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	
$\Delta$ %	14,0	14,0	14,0	14,0	15,0	
$\cong \gamma$	1000	800	250	170	0	

Jahresnettobetrag: 1250,00

Umtarifierungskosten werden nicht eingerechnet. Die Ausscheideordnungen in den Tarifen A, B und C seien dieselben.

Berechnen Sie entsprechend der Formel in der Kalkulationsverordnung zunächst den neuen individuellen Gesamt-Beitrag und dann die neuen individuellen Beiträge in den Tarifen A, B, C und D, wobei der neue Gesamtnachlaß (Gesamt-Beitragsvorteil) so verteilt werden soll, daß die neuen Beiträge alle zwischen denselben (technischen) Eintrittsaltern liegen.

Anlage: Wertetabellen des Herkunftstarifs und der Zieltarife siehe nächste Seite.

### Lösung:

Umtarifierungsformel:

$$\sum b^{neu} = [12(1 - 0,1) a_{50}^{neu} - 4,8] (\sum b_{50}^{neu}) - [12(1 - 0,051) a_{50}^{alt} - 4,8] (\sum b_{50}^{alt}) + 12(1 - 0,051) a_{50}^{alt} \sum b^{alt} / 12(1 - 0,1) a_{50}^{neu}$$

Tarifbeiträge zum erreichten Alter:

K: 730,61    A: 502,67    B: 175,92    C: 102,02     $\Sigma = 780,61$   
 D:  $1250,00 / (12(1 - 0,201)) = 130,37$ .

In der obigen Umtarifierungsformel ist nur über die Tarife A, B, C zu summieren, da die Alterungsrückstellung im Tarif D gleich Null ist.

Mit  $a_{50}^{alt} = 13,6485$  und  $a_{50}^{neu} = 14,5980$  erhält man

$$\sum b^{neu} = 620,69$$

Der Gesamt-Nachlaß

$$N = 780,61 - 620,69 = 159,92$$

Alter	Tarif K			Tarif A			Tarif B		Tarif C	
	$a_x^{\text{alt}}$	$p_x^{\text{alt}}$	$b_x^{\text{alt}}$	$a_x^{\text{neu}}$	$p_x$	$b_x$	$p_x$	$b_x$	$p_x$	$b_x$
18	3,9278	3330,477	425,98	3,9376	2213,119	314,49	581,400	86,78	457,401	65,48
19	4,0440	3475,796	438,76	4,0569	2246,517	316,79	626,191	91,11	493,145	68,96
20	4,2051	3616,605	450,55	4,2217	2289,538	319,73	667,734	94,97	525,145	71,94
21	4,4283	3753,574	461,33	4,4493	2343,712	323,39	706,029	98,35	552,986	74,37
22	4,7368	3886,562	471,01	4,7636	2410,016	327,81	741,033	101,20	575,430	76,12
23	5,1630	4015,175	479,54	5,1977	2488,400	332,95	772,679	103,55	592,824	77,24
24	5,7519	4138,207	486,87	5,7973	2577,352	338,68	800,871	105,38	605,064	77,72
25	6,3979	4252,889	493,80	6,4562	2665,659	344,62	825,734	106,97	612,944	77,85
26	7,0762	4359,791	500,46	7,1495	2751,387	350,63	847,857	108,39	628,146	78,80
27	7,7493	4459,951	507,03	7,8396	2833,311	356,64	867,887	109,73	634,324	78,95
28	8,3688	4554,797	513,65	8,4773	2910,837	362,61	886,500	111,05	638,271	78,98
29	8,8776	4646,273	520,52	9,0048	2984,006	368,56	904,402	112,44	639,340	78,83
30	9,3511	4736,521	527,51	9,4986	3054,945	374,46	922,497	113,89	639,757	78,66
31	9,7884	4826,460	534,65	9,9575	3124,121	380,32	941,074	115,44	640,199	78,52
32	10,1919	4916,868	541,98	10,3841	3191,928	386,15	960,430	117,09	641,627	78,61
33	10,5681	5008,529	549,54	10,7851	3258,715	391,96	980,854	118,87	644,361	78,64
34	10,9269	5102,155	557,34	11,1705	3324,762	397,75	1002,607	120,79	648,438	78,92
35	11,2554	5198,102	565,44	11,5276	3391,114	403,63	1025,576	122,85	654,169	79,37
36	11,5542	5296,766	573,86	11,8564	3457,985	409,61	1049,890	125,05	661,609	80,00
37	11,8243	5398,522	582,63	12,1587	3525,537	415,71	1075,678	127,41	670,563	80,78
38	12,0688	5503,845	591,78	12,4376	3593,981	421,93	1103,079	129,93	680,852	81,70
39	12,2917	5613,096	601,33	12,6969	3663,463	428,28	1132,241	132,63	692,539	82,76
40	12,4977	5727,068	611,33	12,9420	3733,278	434,68	1163,434	135,53	705,701	83,97
41	12,6878	5845,613	621,78	13,1735	3803,449	441,13	1196,701	138,63	720,174	85,30
42	12,8633	5968,627	632,66	13,3926	3873,944	447,63	1232,093	141,94	735,797	86,75
43	13,0257	6096,007	643,95	13,6009	3944,773	454,17	1269,667	145,46	752,403	88,29
44	13,1776	6227,643	655,64	13,8012	4015,941	460,76	1309,479	149,20	770,053	89,94
45	13,3091	6361,737	667,59	13,9829	4088,245	476,47	1351,376	153,14	788,805	91,69
46	13,4193	6498,107	679,77	14,1450	4161,608	474,31	1395,346	157,29	808,519	93,54
47	13,5080	6636,545	692,18	14,2874	4235,960	481,26	1441,394	161,64	829,272	95,50
48	13,5748	6776,877	704,78	14,4094	4311,258	488,33	1489,536	166,19	851,149	97,56
49	13,6195	6918,867	717,58	14,5107	4387,462	495,50	1539,793	170,96	874,244	99,74
50	13,6485	7063,202	730,61	14,5980	4463,569	502,67	1592,040	175,92	898,241	102,02
51	13,6607	7209,555	743,85	14,6713	4539,315	509,83	1646,337	181,07	923,427	104,41
52	13,6582	7358,664	757,36	14,7314	4614,444	516,93	1702,742	186,43	949,689	106,90
53	13,6402	7510,205	771,12	14,7777	4688,677	523,97	1761,318	192,01	976,914	109,49
54	13,6077	7664,311	785,15	14,8123	4761,700	530,90	1822,155	197,80	1004,986	112,16
55	13,5570	7821,122	799,45	14,8316	4833,140	537,70	1885,797	203,87	1033,983	114,92
56	13,4882	7980,704	814,05	14,8331	4902,990	544,37	1962,297	210,22	1063,998	117,79
57	13,4006	8143,101	828,94	14,8168	4971,272	560,90	2021,732	216,85	1095,145	120,77
58	13,2949	8308,387	844,15	14,7808	5037,981	557,31	2094,196	223,78	1127,340	123,85
59	13,1696	8476,645	869,67	14,7257	5103,113	563,59	2169,811	231,03	1160,498	127,03
60	13,0231	8648,594	875,60	14,6452	5167,945	569,88	2248,849	238,62	1194,537	130,30
61	12,8555	8823,953	891,90	14,5403	5232,505	576,18	2331,084	246,52	1229,589	133,68
62	12,6671	9002,422	908,56	14,4108	5296,840	582,49	2416,287	254,73	1265,388	137,14
63	12,4586	9183,673	925,56	14,2553	5360,981	588,82	2504,221	263,23	1301,637	140,65
64	12,2294	9367,381	942,87	14,0727	5425,010	595,19	2594,647	271,98	1338,239	144,21
65	11,9852	9550,259	960,21	13,8689	5487,649	601,46	2685,662	280,82	1375,302	147,82

ist nun auf die drei Zieltarife A, B und C zu verteilen. Durch Probieren (Zeilensummenbildung) findet man

$$\sum b_{37}^{\text{neu}} = 623,90, \quad \sum b_{36}^{\text{neu}} = 614,66.$$

Dem entsprechen die Beiträge  $b_{37}^A = 415,71$ ,  $b_{37}^B = 127,41$ ,  $b_{37}^C = 80,78$ .

Zusätzlich ist noch der Rest-Nachlaß von  $623,90 - 620,69 = 3,21$  zu verteilen. Verteilt man diesen etwa im Verhältnis der Beitragsunterschiede  $b_{50}$  zu  $b_{37}$ , so erhält man

$$b^{\text{neu},A} = 415,71 - 1,78 = 413,93, \quad b^{\text{neu},B} = 127,41 - 0,99 = 126,42, \quad b^{\text{neu},C} = 80,78 - 0,44 = 80,34.$$

Neuer Gesamtbeitrag =  $413,93 + 126,42 + 80,34 + 130,37 = 751,06$ .

### Aufgabe 2 (10 Punkte)

In der PPV ist laut § 111 SGB XI ein finanzieller Risikoausgleich durchzuführen.

- a) Zeigen Sie auf, wodurch sich diese Vorschrift rechtfertigt.
- b) Der Ausgleich in der PPV erfolgt über mehrere unterschiedliche Schritte.
  - ba) Beschreiben Sie jeweils den Inhalt.
  - bb) Geben Sie die formelmäßigen Darstellungen an.

### Lösungen:

- a) Die Kalkulation der PPV-Beiträge erfolgt zunächst nach den bekannten versicherungsmathematischen Grundsätzen (Kapitaldeckungsverfahren). Darüber hinaus gelten jedoch gemäß § 110 SGB XI bestimmte Sonderregelungen (geschlechtsunabhängige Beiträge, Begrenzungen der Beitragshöhen bei Vorliegen bestimmter Voraussetzungen, Beitragsfreiheit von Kindern, usw.). Demnach können nicht immer die risikogerechten Beiträge erhoben werden. Es entstehen also „Beitragsausfälle“, die vom übrigen Bestand getragen werden müssen (Umlagen). Dies geschieht durch eine brancheneinheitliche Umlagekalkulation, die die risikogerechte Kalkulation ergänzt. Da nicht zuletzt aufgrund des festgelegten Kontrahierungszwanges die Zusammensetzung vor allem der Altersstruktur, aber auch der Anteil mitversicherter Kinder und Ehegatten bei den verschiedenen Versicherungsunternehmen sehr unterschiedlich ausfällt, kann es bei den einzelnen Unternehmen sowohl zu erheblichen beitragsmäßigen Unter- als auch Überdeckungen im Vergleich zu den durchschnittlichen Annahmen kommen. Durch den strukturellen Ausgleich soll verhindert werden, daß einzelne Unternehmen aufgrund nicht steuerbarer Gegebenheiten finanziell bevorzugt oder benachteiligt werden.

Zusätzlich erfolgt ein Risikoausgleich. Hierbei werden (altersabhängig) die unterschiedlichen Gesundheitszustände der Versicherten (Kontrahierungszwang) teilweise ausgeglichen.

Das Ausgleichssystem muß einen dauerhaften, wirksamen Ausgleich hinsichtlich der für die Unternehmen entstandenen unterschiedlichen Belastungen gewährleisten.

- ba) Die Unternehmen melden ihre Daten jährlich dem PKV-Verband, dort werden die Berechnungen für den Ausgleich zentral durchgeführt.

Die 3 Schritte des Ausgleichssystems:

#### 1. D1-Ausgleich

Ermittlung der Differenz aus den rechnerisch ermittelten, einheitlichen Nettobeiträgen (= rechnerisch ermittelte Bruttobeiträge abzüglich darauf entfallende Kostenzuschläge des jeweiligen Gesellschafters abzüglich Beitragsausfälle) und den kalkulatorisch für den Bestand erforderlichen Nettobeiträgen (gemäß Äquivalenzprinzip, also vor Umlage) zuzüglich Sicherheitszuschlag.

Ist betragsmäßig die Summe für die Gesellschafter mit positiven Werten größer als die Summe für die Gesellschafter mit negativen Werten, so zahlt ein Gesellschafter mit positivem Wert entsprechend seinem Anteil an der Summe der positiven Werte in den Ausgleich ein, so daß die Summe der negativen Werte vollständig ausgeglichen wird. Ein Gesellschafter mit negativem Wert erhält diesen aus dem Ausgleich.

Ist betragsmäßig die Summe für die Gesellschafter mit positiven Werten kleiner als die Summe für die Gesellschafter mit negativen Werten, so zahlt ein Gesellschafter mit positivem Wert diesen in den Ausgleich ein, ein Gesellschafter mit negativem Wert erhält eine Zahlung anteilig an seinem Verhältnis an der Summe der negativen Werte. Die Summe der positiven Werte wird so vollständig verbraucht.

## 2. D2-Ausgleich

Verteilung von jeweils zwei Drittel der tatsächlichen Schäden zuzüglich der Zuführung zur Schadenrückstellung aller Gesellschafter auf die einzelnen Gesellschafter, und zwar gemäß dem Anteil ihres rechnungsmäßigen Schadens am gesamten rechnungsmäßigen Schaden in der privaten Pflegepflichtversicherung.

Da die Summe der Ausgleichsbeträge über alle Gesellschafter sich zu Null addiert, zahlen Gesellschafter mit positivem Wert diesen in den Ausgleich ein, Gesellschafter mit negativem Wert erhalten ihren Fehlbetrag.

## 3. D3-Ausgleich

Ermittlung der Differenz (D3-Wert) je Gesellschafter aus jeweils einem Drittel der rechnungsmäßigen Schäden (ohne Berücksichtigung des Sicherheitszuschlages und abzüglich von 2 Monatsbeiträgen für die Gesamtabschlußvergütung gemäß § 6 Abs. 1, 6. Spiegelstrich) und den tatsächlich bedingungsgemäß gezahlten Aufwendungen für Versicherungsfälle zuzüglich der Zuführung zur fiktiven Schadenrückstellung.

Zusätzlich wird je Gesellschafter ein Teilzins der Alterungsrückstellung für die private Pflegepflichtversicherung berechnet, der aus der Verbands-Nettoverzinsung nach Abzug des rechnungsmäßigen Zinses und der Zuschreibung zur Alterungsrückstellung hervorgeht.

Beim Ausgleich wird die Summe aus D3-Wert, Teilzins und Sicherheitszuschlag des jeweiligen Gesellschafters betrachtet. Ein evtl. Defizit ergibt sich aus der Summe über die Gesellschafter mit negativen Summen.

Entsprechend der Gestalt der positiven Ergebnisse (abgestuft: D3-Werte, D3-Werte plus Sicherheitszuschläge, D3-Werte plus Sicherheitszuschläge plus Teilzinsen) werden die entstandenen Defizite der einzelnen Gesellschafter ganz oder teilweise ausgeglichen.

b) Beispielhaft wird der D1-Ausgleich formelmäßig dargestellt:

Es gilt:

$$D_{VU}^I = \sum_j \left( b \cdot l_{x/y}(j) - \frac{\Gamma}{12 * (1 - \sigma)} \right) - \sum_j \frac{P_{x(y)}(j)}{12 * (1 - \sigma)},$$

wobei gilt

ZM = Monate, in denen Zahlungen eingehen,

VM = Monate, die die Person versichert ist,

$\Gamma$  = im Beitrag der versicherten Person enthaltene unternehmensindividuelle Kosten gemäß der technischen Berechnungsgrundlage.

Beim Ausgleich wird die Summe der negativen der Summe der positiven Ergebnisse wie folgt gegenübergestellt:

Im Falle

$$- \sum_{D_{VU}^I < 0} D_{VU}^I \leq \sum_{D_{VU}^I > 0} D_{VU}^I$$

zahlt ein Unternehmen mit  $D_{VU}^I > 0$  den Betrag

$$\frac{D_{VU}^I}{\sum_{D_{VU}^I > 0} D_{VU}^I} * - \left( \sum_{D_{VU}^I < 0} D_{VU}^I \right)$$

und ein Unternehmen mit  $D_{VU}^I < 0$  erhält  $-D_{VU}^I$ .

Im Falle

$$- \sum_{D_{VU}^I < 0} D_{VU}^I > \sum_{D_{VU}^I > 0} D_{VU}^I$$

zahlt ein Unternehmen mit  $D_{VU}^I > 0$  den Betrag  $D_{VU}^I$  und ein Unternehmen mit  $D_{VU}^I < 0$  erhält

$$\frac{D_{VU}^I}{\sum_{D_{VU}^I < 0} D_{VU}^I} * \sum_{D_{VU}^I < 0} D_{VU}^I.$$

**Aufgabe 3 (10 Punkte)**

Bestimmen Sie die Formel für den Beitrag einer kleinen Anwartschaftsversicherung ab Beginn in % der tariflichen monatlichen Beitragsrate der Grundversicherung.

Beachten Sie hierbei:

Analog zur Anwartschaft bei Unterbrechung ist zunächst bis zum Zeitpunkt der Umwandlung eine Rückstellung anzusparen, die von diesem Zeitpunkt an einen fiktiven prozentualen Risikozuschlag in Höhe von  $q$  pro Jahr der Anwartschaft finanziert. Zusätzlich sind Abschlußkosten bei Beginn der Anwartschaft (6 Anwartschaftsbeiträge) und zum Zeitpunkt der Umwandlung ( $\alpha_u$  monatliche Mehrbeiträge) zu finanzieren. Ausgehend von der anfänglichen Zillmerung in Höhe von 6 Anwartschaftsbeiträgen wird der Anwartschaftsbeitrag so berechnet, daß bis zum Zeitpunkt der Umwandlung  $\alpha_u$  Monatsmehrbeiträge zur Deckung der Abschlußkosten zur Verfügung stehen. Dieser Betrag ist anzusparen, soweit er über die Zillmerung der Grundversicherung hinausgeht, die im Gegensatz zur rechnungsmäßigen Wartezeit- und Selektionersparnis auch bei Inkraftsetzung zur Verfügung steht.

Anlage: Definitionen

Klausuraufgabe zum Thema „kleine Anwartschaft ab Beginn“

Definitionen:

- $x$  = Eintrittsalter
- $b_x$  = geschäftsplanmäßige tarifliche monatliche Beitragsrate
- $k$  = Versicherungsjahr bei Beginn der Anwartschaftsversicherung
- $x + m$  = Alter bei Umwandlung in die Grundversicherung
- $a_{x+m}$  = Leibrentenbarwert für das Alter  $x + m$
- $a_{x,m}$  = Leibrentenbarwert für das Alter  $x$  und die Dauer  $m$
- $V_{x,x+k-1}$  = Deckungsrückstellung zu Beginn der Anwartschaftsversicherung
- $A k_{p_x}$  = Netto-Anwartschaftsbeitrag in DM
- $A k_{b_x}$  = Anwartschaftsbeitrag in % der tariflichen monatlichen Beitragsrate
- $\Delta^a$  = Zuschlag für Verwaltungskosten und Sicherheitszuschlag
- $\alpha$  = Zillmersatz der Grundversicherung
- $\alpha^u$  = Zillmersatz des Mehrbeitrages bei Umwandlung

Lösung:

$$A k_{b_x} = \frac{A k_{p_x} \cdot 100}{(1 - \Delta^a) \cdot 12 \cdot b_x}$$

und

$$\begin{aligned}
 A k_{p_x} &= \frac{\left( \alpha^u \cdot \left( b_{x+m} - \frac{A k_{b_x}}{100} \cdot b_x \right) - \alpha \cdot b_{x+m} \right) \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x}}{a_{x,m}} \\
 &+ \frac{\frac{q \cdot m}{100} \cdot 12 \cdot b_{x+m} \cdot a_{x+m} \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x} + 6 \cdot \frac{A k_{b_x}}{100} \cdot b_x}{a_{x,m}} \\
 &= \frac{\left( \alpha^u - \alpha + \frac{q \cdot m}{100} \cdot 12 \cdot a_{x+m} \right) \cdot b_{x+m} \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x} + \left( 6 - \alpha^u \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x} \right) \cdot \frac{A k_{b_x}}{100} \cdot b_x}{a_{x+m}} \\
 &= \frac{\left( \alpha^u - \alpha + \frac{q \cdot m}{100} \cdot 12 \cdot a_{x+m} \right) \cdot b_{x+m} \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x} + \left( 6 - \alpha^u \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x} \right) \cdot \frac{A k_{p_x}}{(1 - \Delta^a) \cdot 12}}{a_{x+m}}
 \end{aligned}$$

Hieraus folgt:

$$A k_{p_x} = \frac{\left( \alpha^u - \alpha + \frac{q \cdot m}{100} \cdot 12 \cdot a_{x+m} \right) \cdot b_{x+m} \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x}}{a_{x,m} - \frac{\left( 6 - \alpha^u \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x} \right)}{(1 - \Delta^a) \cdot 12}}$$

*Aufgabe 4* (5 Punkte)

Stellen Sie die Struktur des Kennzahlenkatalogs der privaten Krankenversicherung dar und charakterisieren Sie kurz die einzelnen Kennziffern.

*Lösung:*

Struktur: siehe Kennzahlenkatalog, Schaubild 1.

Charakterisierung: siehe Definitionen des Kennzahlenkatalogs (ohne Positionsangaben).