Bericht zur Prüfung im Oktober 2005 über Krankenversicherungsmathematik (Spezialwissen)

Erich Schneider (Köln)

Am 22. Oktober 2005 führte die DAV die Prüfung im Spezialgebiet Krankenversicherungsmathematik durch. Alle 20 Teilnehmer haben die Prüfung bestanden.
Die Prüfung bestand aus einer dreistündigen Klausur, in der die vier nachfolgenden Aufgaben zu lösen waren. Die Aufgaben wurden gestellt von A. Gartmann, C. Hofer, E. Schneider und G. Siegel. Maximal waren insgesamt 30 Punkte zu erreichen, wobei die für die einzelnen Aufgaben maßgeblichen Höchstpunktzahlen bei der Aufgabenstellung in Klammern ausgewiesen werden. Zum Bestehen der Klausur waren mindestens 12,5 Punkte erforderlich.

1. Aufgabe (7 Punkte)

Zur Beurteilung des Schwankungsverhaltens von zufälligen Schadensummen in einem einjährigen altersmäßig heterogenen Kopfschadenmodell sollen die entsprechenden Variationskoeffizienten abgeschätzt werden.

Bezeichnungen

$Y_i(x)$	–	zufällige individuelle Schäden des i-ten VN in der Altersgruppe x, $i = 1, 2, .., L(x)$
$\mu(x)\,,\,\nu(x)$	–	Erwartungswert und Variationskoeffizient von $Y_i(x)$
$S(x) \;=\; \sum\limits_i Y_i(x)$	–	Gesamtschaden der Altersgruppe x
$S \;=\; \sum\limits_x S(x)$	–	Gesamtschaden des Risikokollektivs
$L \;=\; \sum\limits_x L(x)$	–	Gesamtbestandsvolumen des Risikokollektivs

a) Bestimmen Sie formelmäßig die Variationskoeffizienten $V(S(x))$ und $V(S)$ in Abhängigkeit von den Momenten $\mu(x)$ und $\nu(x)$ bei bekannten Bestandsvolumina $L(x)$. Welche Modellvoraussetzungen sind zur Herleitung dieser Formeln erforderlich?

Unter Benutzung der Formeln aus a) sind folgende Aussagen zu beweisen:

b) Es gilt allgemein die Abschätzung

$$V(S) \;\geq\; \frac{1}{\sqrt{L}} \cdot \min_x \, \nu(x)\;.$$

c) Begründen Sie, weshalb die folgende Abschätzung nicht allgemein gültig ist:

$$V(S) \;\leq\; \frac{1}{\sqrt{L}} \cdot \max_x \, \nu(x)\;.$$

d) Es gilt allgemein die Abschätzung

$$V(S) \;\leq\; \max_x \frac{\nu(x)}{\sqrt{L(x)}}\;.$$

Hinweise

Zu c) Zum Nachweis ist ein Gegenbeispiel ausreichend.
Zu d) Zum Nachweis kann man z.B. die folgende (zu beweisende) Abschätzung benutzen: $V(S) \leq \max_x V(S(x))$.

Lösung:

Zu a)

Es wird vorausgesetzt, dass die zufälligen Schäden $Y_i(x)$ stochastisch unabhängig sind und für festes x die gleiche Verteilung haben. Dann sind auch die Summen $S(x)$ für $x = 1, 2, \ldots, L(x)$ stochastisch unabhängig. Sei $\sigma^2(x)$ die Varianz von $Y_i(x)$. Zunächst wird $V(S(x))$ berechnet. Wegen der stochastischen Unabhängigkeit der $S(x)$ folgt dann $Var\ S(x) = L(x) \cdot \sigma^2(x)$.
Somit gilt

$$\begin{aligned} V(S(x)) &= \frac{\sqrt{Var\ (S(x))}}{E\,S(x)} = \frac{\sqrt{L(x) \cdot \sigma^2(x)}}{L(x) \cdot \mu(x)} \\ &= \frac{\sigma(x)}{\sqrt{L(x)} \cdot \mu(x)} = \frac{\nu(x)}{\sqrt{L(x)}}\,. \end{aligned} \tag{1}$$

Ist $Q(x) = \frac{L(x)}{L}$ die normierte Altersverteilung, so ergeben sich außerdem

$$\begin{aligned} E\,S &= \sum_x \mu(x) \cdot L(x) = L \cdot \sum_x \mu(x) \cdot Q(x) \\ Var\,S &= \sum_x \sigma^2(x) \cdot L(x) = L \cdot \sum_x \sigma^2(x) \cdot Q(x) \end{aligned}$$

und folglich

$$\begin{aligned} V(S) &= \frac{\sqrt{Var\ S}}{E\,S} = \frac{1}{\sqrt{L}} \cdot \frac{\sqrt{\sum_x \sigma^2(x) \cdot Q(x)}}{\sum_x \mu(x) \cdot Q(x)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{L}} \cdot \frac{\sqrt{\sum_x \nu^2(x) \cdot \mu^2(x) \cdot Q(x)}}{\sum_x \mu(x) \cdot Q(x)}\,. \end{aligned} \tag{2}$$

Zu b)

Aus (2) ergeben sich

$$\begin{aligned} V(S) &= \frac{1}{\sqrt{L}} \cdot \frac{\sqrt{\sum_x \nu^2(x) \cdot \mu^2(x) \cdot Q(x)}}{\sum_x \mu(x) \cdot Q(x)} \\ &\geq \frac{\min_x \nu(x)}{\sqrt{L}} \cdot \frac{\sqrt{\sum_x \mu^2(x) \cdot Q(x)}}{\sum_x \mu(x) \cdot Q(x)} \geq \frac{\min_x \nu(x)}{\sqrt{L}}\,. \end{aligned}$$

Die letzte Abschätzung resultiert dabei aus der Schwarzschen Ungleichung.

Zu c)
Einfache Gegenbeispiele zur angegebenen Ungleichung lassen sich beispielsweise für $\nu(x) = $ const konstruieren. Gegeben sei etwa ein Risikokollektiv mit zwei Altersgruppen x mit jeweils einem Versicherten, d.h. es gelte $L(1) = L(2) = 1$. Die entsprechenden Momente seien gegeben durch

$$\mu(1) = 1,\ \mu(2) = 2,\ \sigma^2(1) = 1,\ \sigma^2(2) = 4.$$

Dann folgt $V(S) = \frac{1}{3}\sqrt{5} \approx 0,745$.
Andererseits ergeben sich offenbar $\nu(1) = \nu(2) = 1,\ L = 2$ und somit

$$\frac{1}{\sqrt{L}} \cdot \max_x\ \nu(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707 < V(S).$$

Zu d)
Für stochastisch unabhängige nicht negative zufällige Größen Z_j gelten die Umformungen

$$\begin{aligned}
V\left(\sum_j Z_j\right) &= \frac{\sqrt{\sum_j Var\, Z_j}}{\sum_j E\, Z_j} \\
&= \frac{\sqrt{\sum_j (V Z_j)^2 \cdot (E\, Z_j)^2}}{\sum_j E\, Z_j} \\
&\leq \max_j\ V(Z_j) \cdot \frac{\sqrt{\sum_j (E\, Z_j)^2}}{\sum_j E\, Z_j} \\
&\leq \max_j\ V(Z_j) \frac{\sqrt{\left(\sum_j E\, Z_j\right)^2}}{\sum_j E\, Z_j} = \max_j\ V(Z_j)\ .
\end{aligned}$$

Wählt man speziell $Z_x = S(x)$, so folgt unter der Berücksichtigung von (1) die Abschätzung

$$V(S) \leq \max_x \frac{\nu(x)}{\sqrt{L(x)}}\ .$$

2. Aufgabe (8,5 Punkte)

Thema: Anwartschaftsversicherung

a) Erläutern Sie die Begriffe Option und Anwartschaftsversicherung. Unterscheiden Sie bei der Anwartschaftsversicherung zwischen einer kleinen und einer großen Anwartschaft.

b) Beschreiben Sie die Zielsetzung der Kalkulation des Anwartschaftsbeitrags.

c) Welche Bestandteile zur Kalkulation der Nettobeiträge sind für kleine und große Anwartschaft identisch und welche unterscheiden sich? Begründen Sie die Unterschiede.

d) Entwickeln Sie den Anwartschaftsbeitragssatz ${}^{Ak}b_x$ für die kleine Anwartschaftsversicherung ab Beginn als Prozentsatz der tariflichen monatlichen Beitragsrate b_x. Berücksichtigen Sie unmittelbare Abschlusskosten in Höhe von α^a monatlichen Beitragsraten der Anwartschaftsversicherung zum Eintrittsalter x und in Höhe von α^u monatlichen Mehrbeiträgen bei der Umwandlung in die Grundversicherung zum Alter $x+m$. Die Abschlusskosten der Grundversicherung werden durch Zillmerung in Höhe von α tariflichen Monatsbeiträgen und durch Wartezeit- und Selektionsersparnisse in Höhe von α^w monatlichen Beitragsraten gedeckt. Während der Dauer der Anwartschaftsversicherung sind beitragsproportionale Zuschläge in Höhe von Δ^a Prozent für den Sicherheitszuschlag und zur Deckung der Verwaltungskosten erforderlich. Gehen Sie vereinfachend davon aus, dass die Ausscheideordnung während der Anwartschaftsdauer mit der des Normalbestandes übereinstimmt und dass der durchschnittliche prozentuale Risikozuschlag in Abhängigkeit vom Eintrittsalter sich pro Jahr um einen konstanten Wert q erhöht.

Lösung:

Zu a)

Eine Option ist die Garantie des Versicherers auf künftige Änderbarkeit des Versicherungsschutzes. Sie gibt dem Versicherungsnehmer das Recht auf Änderung seines vertraglichen Anspruchs, ohne dass nachträglich

– ein Risikozuschlag,
– ein Leistungsausschluss oder
– ein neues Ableisten von Wartezeiten

vereinbart werden.
Die Anwartschaftsversicherung gibt dem Versicherten das Recht, ohne Rücksicht auf die Veränderung des Gesundheitszustandes während der Anwartschaftszeit nach deren Ablauf in den Tarifen, für die die Vereinbarung getroffen wurde, versichert zu werden, und zwar gemäß der Risikoeinschätzung zu Beginn der Anwartschaft. Die Anwartschaft ist also eine spezielle Option, bei der in der Regel der Zieltarif von Anfang an vereinbart wird. Die kleine Anwartschaftsversicherung beinhaltet keine weitere Zusage des Versicherers, während bei der großen Anwartschaftsversicherung zusätzlich der Beitrag zum ursprünglichen Eintrittsalter unter Berücksichtigung zwischenzeitlich eingetretener Beitragsanpassungen garantiert wird.

Zu b)

Zielsetzung der Kalkulation für beide Anwartschaftsversicherungen ist es, das aufnehmende Kollektiv vor einer Risikobelastung zu schützen; bei der großen Anwartschaftsversicherung muss zusätzlich das ursprüngliche Eintrittsalter gewahrt werden.

Zu c)

Bei beiden Anwartschaftsversicherungen können – zumindest ab einer bestimmten Dauer der Anwartschaft – keine Wartezeit- und Selektionsersparnisse erzielt werden. Während der Anwartschaftsversicherung wird gar kein Risiko getragen und nach der Inkraftsetzung des Versicherungsschutzes liegt die Gesundheitsprüfung, die ja bereits bei Beginn der Anwartschaftsversicherung durchgeführt wurde, in der Regel zu lange zurück. Soweit zur Deckung der unmittelbaren Abschlusskosten normalerweise Wartezeit- und Selektionsersparnisse herangezogen werden, müssen entsprechende Beträge durch den Anwartschaftsbeitrag erhoben werden. Bei Beginn einer großen Anwartschaftsversicherung steht die normale Zillmerung der Grundversicherung zur Verfügung, die in der Regel ausreicht, um die verminderten Abschlusskosten der Anwartschaftsversicherung zu finanzieren; bei Beginn der kleinen Anwartschaftsversicherung fehlt dieser Betrag, so dass die Abschlusskosten durch den Anwartschaftsbeitrag finanziert werden müssen. Bei der Inkraftsetzung nach einer großen Anwartschaftsversicherung sind die entstehenden Abschlusskosten voll durch den Anwartschaftsbeitrag zu finanzieren, bei Inkraftsetzung nach einer kleinen Anwartschaftsversicherung nur, soweit die Abschlusskosten über die zur Verfügung stehende Zillmerung hinausgehen.

Bei der großen Anwartschaftsversicherung ist zusätzlich der Sparbeitrag zu entrichten, der zum Aufbau der normalen Alterungsrückstellung benötigt wird.

Bei der kleinen Anwartschaftsversicherung ergibt sich noch ein Finanzierungsbedarf zum Ausgleich der Risikoverschlechterung während der Dauer der Anwartschaftsversicherung. Ein gesunder Versicherter kann nach Ablauf der Anwartschaftsversicherung ohne Nachteile zu einem anderen Versicherer wechseln, während ein Versicherter mit zwischenzeitlicher Erkrankung dieses in der Regel nicht kann. Aufgrund dieser Antiselektion muss für die verbleibenden Personen eine Rückstellung aufgebaut werden, aus der fiktive Risikozuschläge zum Ausgleich der Risikoverschlechterung finanziert werden können. Bei der großen Anwartschaftsversicherung spart die versicherte Person eine Alterungsrückstellung in gleicher Höhe an wie eine Person, die von Anfang an unter Risiko gestanden hat. Sie wird sich also hinsichtlich der Wechselmöglichkeiten zu einem anderen Versicherer auch genauso verhalten. Es findet keine Antiselektion statt. Ein Ausgleich für die zwischenzeitlich eingetretene Risikoverschlechterung ist also bei der großen Anwartschaftsversicherung ebenso wenig erforderlich wie für versicherte Personen, die bereits von Anfang an unter Risiko gestanden haben.

Zu d)

Der Anwartschaftsbeitragssatz ${}^{Ak}b_x$ für die kleine Anwartschaftsversicherung ab Beginn als Prozentsatz der tariflichen monatlichen Beitragsrate b_x bestimmt sich über den Nettobeitrag ${}^{Ak}P_x$ wie folgt:

$$
{}^{Ak}b_x = \frac{{}^{Ak}P_x \cdot 100}{(1 - \Delta^a) \cdot 12 \cdot b_x}.
$$

Der Nettobeitrag ${}^{Ak}P_x$ setzt sich aus folgenden Komponenten zusammen:

1. Abschlusskosten bei Beginn der Anwartschaftsversicherung:

$$
\alpha^a \cdot \frac{{}^{Ak}b_x}{100} \cdot b_x
$$

2. Abschlusskosten zum Zeitpunkt der Umwandlung:
   Da keine Wartezeit- und Selektionsersparnisse zur Verfügung stehen, sind die Abschlusskosten (α^u monatliche Mehrbeiträge) anzusparen, soweit sie über die Zillmerung (α monatliche Beiträge zum Alter bei der Umwandlung) hinausgehen.

$$
\left(\alpha^u \cdot \left(b_{x+m} - \frac{{}^{Ak}b_x}{100} \cdot b_x\right) - \alpha \cdot b_{x+m}\right) \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x}
$$

3. Ausgleich zur Risikoverschlechterung während der Dauer der Anwartschaftsversicherung: Pro Jahr der Anwartschaftsversicherung erhöht sich der notwendige Risikozuschlag um den Wert q. Bis zur Umwandlung ist eine Rückstellung anzusparen, die eine lebenslängliche Zahlung dieses so festgelegten fiktiven Risikozuschlages ermöglicht.

$$\frac{q}{100} \cdot m \cdot 12 \cdot b_{x+m} \cdot a_{x+m} \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x}$$

Insgesamt ergibt sich also mit $a_{x,m} = a_x - a_{x+m} \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x}$ der Nettobeitrag aus:

$$\begin{aligned}
{}^{Ak}P_x &= \frac{\alpha^a \cdot \frac{{}^{Ak}b_x}{100} \cdot b_x + (\alpha^u \cdot (b_{x+m} - \frac{{}^{Ak}b_x}{100} \cdot b_x) - \alpha \cdot b_{x+m}) \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x} + \frac{q}{100} \cdot m \cdot 12 \cdot b_{x+m} \cdot a_{x+m} \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x}}{a_{x,m}} \\
&= \frac{(\alpha^a - \alpha^u \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x}) \cdot \frac{{}^{Ak}b_x}{100} \cdot b_x + (\alpha^u - \alpha + \frac{q}{100} \cdot m \cdot 12 \cdot a_{x+m}) \cdot b_{x+m} \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x}}{a_{x,m}} \\
&= \frac{(\alpha^a - \alpha^u \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x}) \cdot \frac{{}^{Ak}P_x}{(1-\Delta^a) \cdot 12} + (\alpha^u - \alpha + \frac{q}{100} \cdot m \cdot 12 \cdot a_{x+m}) \cdot b_{x+m} \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x}}{a_{x,m}}
\end{aligned}$$

Hieraus folgt:

$${}^{Ak}P_x = \frac{(\alpha^u - \alpha + \frac{q}{100} \cdot m \cdot 12 \cdot a_{x+m}) \cdot b_{x+m} \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x}}{a_{x,m} - \frac{(\alpha^a - \alpha^u \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x})}{(1-\Delta^a) \cdot 12}}$$

Da in der Regel die Anwartschaftsdauer m zu Beginn der Anwartschaft nicht bekannt ist, ist über diese in Abhängigkeit von m definierten Ergebnisse abschließend ein Durchschnitt mit geeigneten Gewichten für die einzelnen Dauern zu bilden.

3. Aufgabe (6,5 Punkte)

Thema: Pflegepflichtversicherung

a) Erläutern Sie die Verwendung der poolrelevanten RfB.

b) Zeigen Sie, dass jede Senkung irgendwelcher Bedarfsbeiträge zu einer Umlagesenkung führt.

c) Ein Versichertenbestand bestehe nur aus Männern. Was bedeutet dies für die Umlage UN, wenn sie für dieses Kollektiv ermittelt wird?

Lösung:

Zu a)

Es erfolgt eine Limitierung auf der Ebene der geschlechtsabhängigen Nettobeiträge (Bedarfsbeiträge) und damit eine Erhöhung der Deckungsrückstellung. Die Limitierung ist kollektiv einheitlich bei bestimmten Personengruppen und nicht nach individuell sich am Zahlbeitrag ausrichtenden Kriterien orientiert.

Je Unternehmen werden vorhandene poolrelevante RfB-Mittel folgendermaßen zur Limitierung von Nettobedarfsbeiträgen bei beitragsfreien Kindern/Behinderten bis einschließlich Alter 18 und bei Erwachsenen ohne Risikobeitrag eingesetzt:
Die zur Verfügung stehenden RfB-Mittel werden nach der Beitragseinnahme auf PVN und PVB aufgeteilt. Durch den Pflege-Pool wird getrennt für PVN und PVB je eine Tabelle

$M(x(y), m)$ unternehmensindividuell festgelegt, die abhängig vom Geschlecht, vom erreichtem Alter $x(y)$ und von der Bestandsdauer m ist. (Momentan bleibt die Bestandsdauer noch unberücksichtigt). Die beitragsfreien Kinder/Behinderten bis einschließlich Alter 18 sollen stets zuerst limitiert werden, die übrigen Alter nach der Reihenfolge wie in der $M(x(y), m)$-Tabelle.

In dem so definierten Bestand werden die geschlechtsabhängigen Nettobeiträge wie folgt ermittelt:

$$P^n_{x(y)+m}(j) = \min\left\{ M(x(y), m);\ \tilde{P}^n_{x(y)+m}(j) \right\}$$

bzw.

$$\Lambda_{x(y)+m}(j) = \max\left\{ \tilde{P}^n_{x(y)+m}(j) - M(x(y), m);\ 0 \right\}$$

mit $\tilde{P}^n_{x(y)+m}(j)$ = Bedarfsbeitrag nach Anpassung.

Zur Finanzierung wird hierfür der poolrelevanten RfB der Einmalbeitrag

$$\begin{array}{rcll} E(j) & = & \Lambda_{x(y)+m}(j) \cdot a^{n\,Kind}_{x(y)+m} & \quad x(y)+m \leq 18 \\ E(j) & = & \Lambda_{x(y)+m}(j) \cdot a^{n}_{x(y)+m} & \quad x(y)+m > 18 \end{array}$$

entnommen.

Zu b)

Nach a) werden also zum einen die beitragsfreien Kinder ausfinanziert, d.h. die Umlage UK sinkt:

$$UK = \sum_{j \in LBK} P_{x(y)}R - \Lambda^b_{x(y)}(j) - \Lambda^n_{x(y)}(j)$$

$\Lambda_{x(y)}(j)$ = Anrechnungsbetrag gemäß Poolmeldung aus früheren Limitierungen bzw. bei Limitierung zum 1.1.2005.

Zum anderen werden die Bedarfsbeiträge der Erwachsenen ohne Risikobeitrag gesenkt, was eine Senkung der Umlage UN mit sich bringt:

$$UN = \sum_{j \in LNE} P_{x(y)+m}(j) - P_{x/y+m}(j).$$

Diese beiden Umlagekomponenten senken die rechte Seite der Ungleichung zur Ermittlung der maximalen Umlage U

$$\begin{aligned} &\sum_{j \in LN} \min\left\{ U\ ;\ \max(0; 12 \cdot Hg \cdot (1-\sigma) - \Gamma_{\max} - P^n_{x/y+m}(j)) \right\} \\ &\qquad + \sum_{j \in LE} \min\left\{ U; \max(0\ ;\ 12 \cdot 0,75 \cdot Hg \cdot (1-\sigma) - \Gamma_{\max} - P^n_{x/y+m}(j)) \right\} \\ &\geq\ UN + UK + UG + UE + UBP - BES - BEA \end{aligned}$$

Diese kann damit gesenkt werden, wobei der Umlagebedarf weiterhin gedeckt ist.

Zu c)
Die Umlage ergibt sich aus:

$$UN = \sum_{j \in LNE} P_{x(y)+m}(j) - P_{x/y+m}(j)$$

Da $P_{x/y} = c \cdot \frac{A_x}{a_x}$ und $c > 0$, ergibt sich, dass der geschlechtsabhängige Jahresnettobeitrag für Männer kleiner ist als der geschlechtsunabhängige Jahresnettobeitrag. Somit ist UN negativ.

4. Aufgabe (8 Punkte)

Thema: aktuarieller Unternehmenszins (AUZ)

a) Auf der Basis welcher Ausgangslage wurde der AUZ entwickelt?

b) Welche Ziele werden mit dem AUZ angestrebt?

c) Welche Prinzipien gelten für die AUZ-Ermittlung hinsichtlich der Wertansätze für die Kapitalanlagen, der betrachteten Zeiträume sowie der Differenzierung der Kapitalanlagen und der auf sie entfallenden Kapitalerträge?

d) Wie lautet die Formel für den AUZ des laufenden Geschäftsjahres?

e) Beschreiben Sie die einzelnen Elemente der Formel und ihre Ermittlung. Auf wahrscheinlichkeitstheoretische Einzelheiten muss dabei nicht eingegangen werden.

Hinweis
Es genügt, wenn Sie den am 25.1.2005 erreichten Stand der konzeptionellen Entwicklung zugrunde legen. Die Definition der einzelnen Anlageklassen muss nicht angegeben werden.

Lösung:

Zu a)

Für die Prämien und die Alterungsrückstellung gilt gemäß §3 KalV der gleiche Rechnungszins.
Der Höchstrechnungszins beträgt gemäß §4 KalV 3,5%.
Der Rechnungszins ist gemäß §2 KalV wie alle anderen Rechnungsgrundlagen mit ausreichenden Sicherheiten zu versehen. Die Überprüfung und ggf. Aktualisierung des Rechnungszinses erfolgt im Rahmen von Beitragsanpassungen.

Zu b)

Der AUZ soll neben den 3,5% gemäß §4 KalV eine zusätzliche Obergrenze für den Rechnungszins sein, der in der Kalkulation im Hinblick auf das Erfordernis der ausreichenden Sicherheit zulässig ist.
Das Ermittlungsverfahren für den AUZ soll brancheneinheitlich sein und keine unbegründet nutzbaren Auslegungsspielräume haben.
Der AUZ soll mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% erreicht werden.

Zu c)

Es liegen die für die Zukunft erwarteten Buchwerte der Kapitalanlagen zugrunde.

Der AUZ wird auf ein Geschäftsjahr bezogen ermittelt. Die Ermittlung erfolgt jeweils für das laufende Geschäftsjahr und das Folgejahr.

Die Kapitalanlagen und -erträge werden getrennt nach bestimmten Anlageklassen betrachtet, die ein unterschiedliches Zins- und Sicherheitsniveau haben. Außerdem erfolgt eine Differenzierung nach im betrachteten Geschäftsjahr unverändert beibehaltenen Anlagen und Neu- oder Wiederanlagen des Geschäftsjahres.

Zu d)

$$AUZ = \frac{\sum_m A_m^a \cdot (r_{\text{lfd}} - \gamma_m^a) + A_m^z \cdot (E(i_m^z) - \gamma_m^z)}{A^e} - \Gamma^K$$

Zu e)

Die Summation erfolgt über alle Anlageklassen m.
Die Bezeichnungen haben folgende Bedeutung:

A_m^a	Buchwert der im Geschäftsjahr unverändert beibehaltenen Anlagen der Anlageklasse m („Altanlagen“)
r_{lfd}	laufende Durchschnittsverzinsung des Vorjahres
γ_m^a	Erwartungswertabschlag auf die Verzinsung der Anlageklasse m, es ist $\gamma_m^a = \gamma_m^z + \gamma_m^l$
γ_m^z	wahrscheinlichkeitstheoretisch hergeleiteter Erwartungswertabschlag auf die Verzinsung der Neu- oder Wiederanlagen („Zusatzanlagen“) der Anlageklasse m
γ_m^l	Abschlag für stille Lasten bei den Altanlagen der Anlageklasse m, es ist $\gamma_m^l = \frac{l_m \cdot L_m}{(A_m^{e*} + A_m^{aB}) \cdot 0{,}5}$
l_m	der im Geschäftsjahr angerechneten Anteil der stillen Lasten, zur Zeit = 0,5
L_m	stille Lasten nach §341b HGB zum Ende des Vorjahres, soweit noch nicht durch Verkauf aufgelöst
A_m^{e*}	Buchwert des zum Ende des Geschäftsjahres erwarteten Kapitalanlagenbestandes in Anlageklasse m
A_m^{aB}	Buchwert des zum Ende des Vorjahres vorhandenen Kapitalanlagenbestand in Anlageklasse m
A_m^z	Buchwert der erwarteten Zusatzanlagen des Geschäftsjahres in Anlageklasse m, es ist $A_m^z = p_m^q \cdot (A^e - \sum_m A_m^a)$
p_m^q	Anteil der Anlageklasse m zum Ende des 1. Quartals des Geschäftsjahres.
A^e	Buchwert des erwarteten Endbestandes der Kapitalanlagen des Geschäftsjahres
$E(i_m^z)$	wahrscheinlichkeitstheoretisch hergeleitete erwartete Verzinsung der Zusatzanlagen
Γ^K	erwarteter Kapitalanlagekostensatz der Zusatzanlage, es ist $\Gamma^K = \frac{A^z \cdot \frac{\kappa}{(A^{vB} + A^{aB}) \cdot 0{,}5}}{A^e}$
A^z	Buchwert der erwarteten Zusatzanlagen des Geschäftsjahres, es ist $A^z = \sum_m A_m^z$
κ	Aufwand für die Verwaltung der Kapitalanlagen im Vorjahr
A^{vB}	Buchwert des Anfangsbestandes der Kapitalanlagen des Vorjahres
A^{aB}	Buchwert des Endbestandes der Kapitalanlagen des Vorjahres

Diese Lösung gibt den am 3.5.2005 erreichten Entwicklungsstand der Konzeption wieder.