

# Bericht zur Prüfung im Oktober 2001 über Krankenversicherungsmathematik (Spezialwissen)

Erich Schneider (Köln)

Am 13. Oktober 2001 führte die DAV die Prüfung im Spezialgebiet Krankenversicherungsmathematik durch. Von 31 Teilnehmern bestanden 24 die Prüfung. Die Prüfung bestand aus einer dreistündigen Klausur, in der die vier nachfolgenden Aufgaben zu lösen waren. Die Aufgaben wurden gestellt von A. Gartmann, C. Hofer, E. Schneider und G. Siegel. Maximal waren insgesamt 30 Punkte zu erreichen, wobei die für die einzelnen Aufgaben maßgeblichen Höchstpunktzahlen bei der Aufgabenstellung in Klammern ausgewiesen werden. Zum Bestehen der Klausur waren mindestens 12,5 Punkte erforderlich.

## Aufgabe 1 (8 Punkte)

Betrachtet werden die Kopfschäden in drei Krankheitskostentarifen  $\tau_n$  mit jeweils gleichen tariflichen Leistungen aber unterschiedlicher absoluter Selbstbeteiligung (SB) je Versicherungsnehmer (VN). Die SB in den Tarifen  $\tau_n$  sei durch  $s_n$ ,  $0 \leq s_1 < s_2 < s_3$ , festgelegt und möge sich auf alle erstattungsfähigen Aufwendungen eines VN pro Kalenderjahr beziehen. Es wird außerdem angenommen, dass für eine feste homogene Personengruppe (d. h. für gleiches Alter und Geschlecht) und festes Auswertungsjahr das subjektive Anspruchsverhalten auf Krankheitskostenleistungen unabhängig von der tariflichen SB ist, d. h. dieses subjektive Verhalten sei für alle drei Tarife gleich. In der vorliegenden Aufgabe können folglich die beobachteten Erstattungen der drei Tarife für alle Personen gleichen Alters zu einer einzigen Risikogruppe zusammengefasst werden.

- Bestimmen Sie zunächst formelmäßig aus den zufälligen erstattungsfähigen Aufwendungen eines VN pro Kalenderjahr die entsprechenden zufälligen Leistungen unter Berücksichtigung einer variablen SB  $s \geq 0$ . Zeigen Sie, dass rohe Kopfschadenschätzungen  $\bar{K}(s)$ , die auf dem arithmetischen Mittel der zufälligen Leistungen eines VN der betrachteten Risikogruppe bei jeweils gleichem Wert  $s$  für die SB beruhen, eine konvexe, nichtnegative und nichtwachsende Funktion in  $s$  bilden.  $\bar{K}(s)$  kann hierbei als beobachteter Kopfschaden in der betrachteten Risikogruppe im Beobachtungsjahr interpretiert werden, wenn für alle diese VN eine fiktive SB in Höhe von  $s$  gegolten hätte.
- $\bar{K}(s)$  sei wie in a) definiert und durch  $\bar{K}_n = \bar{K}(s_n)$  seien (fiktive) rohe Kopfschäden in den Tarifen  $\tau_n$  festgelegt. Zeigen Sie, dass speziell bei einer äquidistanten Wahl der SB mit  $\Delta = s_{i+1} - s_i = \text{konstant}$ ,  $i = 1, 2$ , für die Kopfschadendifferenzen die Abschätzung  $\bar{K}_1 - \bar{K}_2 \geq \bar{K}_2 - \bar{K}_3$  erfüllt ist.
- Bei einer Anpassungsüberprüfung wird festgestellt, dass die jährlichen erstattungsfähigen Aufwendungen (ohne Berücksichtigung der SB) in diesen drei Tarifen jährlich um einen bekannten Wert  $f$  (in %) steigen. Ermitteln Sie eine geeignete Formel für die mittleren jährlichen Erhöhungen  $f_n$  der rohen Kopfschäden in den Tarifen  $\tau_n$  (in %). Benutzen Sie hierfür die beobachteten Erstattungen in der betrachteten Risikogruppe aus dem Vorjahr  $t$  sowie die gemäß b) geschätzten Kopfschäden in  $\tau_n$ . Zeigen Sie weiterhin mit Hilfe der Formel für  $f_n$ , dass stets die Ungleichungen  $f_n \geq f$ ,  $n = 1, 2, 3$ , erfüllt sind.
- $\bar{K}_1$  und  $\bar{K}_2$  seien wie in b) definiert. Es sei bekannt, dass mindestens  $P$  % der VN der betrachteten Risikogruppe keine Leistungen beanspruchen könnten, wenn sie den Tarif  $\tau_1$  versichert hätten, d. h. dass die jeweiligen erstattungsfähigen Aufwendungen dieser  $P$  % die fiktive SB  $s_1$  nicht überschreiten. Zeigen Sie, dass dann die folgende Ungleichung gilt

$$\bar{K}_1 - \bar{K}_2 \leq \left(1 - \frac{P}{100}\right) \cdot (s_2 - s_1).$$

Als Hinweis sei vermerkt, dass hieraus insbesondere die Ungleichung  $\bar{K}_1 - \bar{K}_2 \leq s_2 - s_1$  folgt, d. h. die Unterschiede zwischen den beobachteten Kopfschäden der betrachteten Tarife können nie größer sein als die Unterschiede zwischen den jeweiligen Selbstbeteiligungen.

### Weitere Hinweise zu Aufgabe 1

Die gestellten Fragen sind jeweils nur für eine feste homogene Risikogruppe zu beantworten. Eine Untersuchung der Änderung der Altersabhängigkeit der Kopfschäden ist nicht erforderlich. Es wird angenommen, dass in der betrachteten Schadenstatistik alle erstattungsfähigen Aufwendungen der Risikogruppe erfasst werden, insbesondere auch solche jährlichen Aufwendungen, die kleiner als die tatsächliche tarifliche SB sind.

zu a):

Die Eigenschaften von  $\bar{K}(s)$  beziehen sich auf eine feste Realisierung dieser Funktion.

zu c):

Vereinfachend kann angenommen werden, dass die jährlichen erstattungsfähigen Aufwendungen jedes VN genau um  $f\%$  pro Jahr steigen.

zu d):

Stellen Sie die beiden rohen Kopfschäden  $\bar{K}_1, \bar{K}_2$  als arithmetisches Mittel der erstattungsfähigen Aufwendungen der VN der betrachteten Risikogruppe unter Berücksichtigung der jeweiligen fiktiven SB dar. Benutzen Sie zur Abschätzung dieser Kopfschadendifferenz geeignete Fallunterscheidungen in Abhängigkeit von der Höhe der einzelnen Erstattungsbeträge.

### Lösung:

zu (1):

Sind  $Y$  die zufälligen Erstattungen eines VN, so ergibt sich die entsprechende zufällige Leistung  $Z(s)$  unter Berücksichtigung einer (fiktiven) SB  $s \geq 0$  je Kalenderjahr aus einer Abzugfranchise mit

$$Z(s) = \max(Y - s; 0), s \geq 0, \quad \text{oder äquivalent} \quad Z(s) = \begin{cases} Y - s, & 0 \leq s \leq Y \\ 0, & s > Y. \end{cases}$$

Folglich sind alle Realisierungen von  $Z(s)$  nichtnegative und nichtwachsende Funktionen in  $s$ . Die Summe von nichtnegativen, nichtwachsenden und konvexen Funktionen (zur Konvexität s. u.) sowie das arithmetische Mittel (normierte Summe von solchen Funktionen) haben ebenfalls diese Eigenschaften.

Zur Konvexität von Realisierungen  $Z(s)$ :

#### 1. Möglichkeit:

Einen einfachen Nachweis dieser Konvexität ergibt sich unmittelbar aus der zweiten Darstellung von  $Z(s)$  als stückweise lineare, nichtnegative, nichtwachsende und konvexe Funktion.

#### 2. Möglichkeit:

Zum Nachweis ist auch folgende Abschätzung ausreichend:

Für alle  $\lambda_1, \lambda_2 \geq 0$  mit  $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$  sowie für alle  $u_1, u_2 \geq 0$  gelten

$$\begin{aligned} \lambda_1 Z(u_1) + \lambda_2 Z(u_2) &= \\ &= \lambda_1 \cdot \max(Y - u_1, 0) + \lambda_2 \cdot \max(Y - u_2, 0) \\ &= \max(\lambda_1 \cdot (Y - u_1), 0) + \max(\lambda_2 \cdot (Y - u_2), 0) \\ &\geq \max(\lambda_1 \cdot (Y - u_1) + \lambda_2 \cdot (Y - u_2), 0) \quad (\text{Fallunterscheidung}) \\ &= \max(Y - \lambda_1 \cdot u_1 - \lambda_2 \cdot u_2, 0) \\ &= Z(\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2). \end{aligned}$$

zu (2):

Wegen (1) ist  $\bar{K}(s)$  konvex. Es gelte speziell  $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{1}{2}$ . Aus  $\frac{1}{2} \cdot (s_1 + s_3) = s_2$  ergibt sich somit

$$\frac{1}{2} \cdot (\bar{K}_1 + \bar{K}_3) = \frac{1}{2} \cdot (\bar{K}(s_1) + \bar{K}(s_3)) \geq \bar{K}(\frac{1}{2} \cdot (s_1 + s_3)) = \bar{K}(s_2) = \bar{K}_2.$$

Hieraus folgt durch einfache Umformung  $\bar{K}_1 - \bar{K}_2 \geq \bar{K}_2 - \bar{K}_3$ .

zu (3):

Sind  $Y_t$  die zufälligen erstattungsfähigen Aufwendungen in einem festen Jahre  $t$ , so können nach Voraussetzung die entsprechenden zufälligen Erstattungen im Jahr  $t + 1$  aus  $Y_{t+1} = h \cdot Y_t$  mit dem Erhöhungsfaktor  $h = (1 + f/100)$  geschätzt werden. Sind  $Z_t(s)$  die zufälligen Leistungen eines VN der Risikogruppe im Jahr  $t$  unter Berücksichtigung der SB  $s$ , so können folglich die entsprechenden Leistungen des Jahres  $t + 1$  in den Tarifen  $\tau_n$  aus

$$\begin{aligned} Z_{t+1,n} &= \max(Y_{t+1} - s_n, 0) \\ &= \max(h \cdot Y_t - s_n, 0) \\ &= h \cdot \max\left(Y_t - \frac{s_n}{h}, 0\right) \\ &= h \cdot Z_t\left(\frac{s_n}{h}\right) \end{aligned}$$

geschätzt werden. Unter Benutzung der Kopfschäden  $\bar{K}_t(s)$  aus (1) bezogen auf das Beobachtungsjahr  $t$  gilt folglich für die rohen Kopfschäden des Jahres  $t + 1$  in den Tarifen  $\tau_n$  die Schätzformel

$$\bar{K}_{t+1,n} = h \cdot \bar{K}_t\left(\frac{s_n}{h}\right).$$

Eine Schätzung für die prozentuale Erhöhung der Kopfschäden von  $t$  nach  $t + 1$  ergibt sich aus

$$f_n = 100 \cdot \left( \frac{\bar{K}_{t+1,n}}{\bar{K}_{t,n}} - 1 \right) = 100 \cdot \left( h \cdot \frac{\bar{K}_t\left(\frac{s_n}{h}\right)}{\bar{K}_t(s_n)} - 1 \right), \quad n = 1, 2, 3.$$

Da  $\bar{K}_t(s)$  nichtwachsend ist und wegen  $h > 1$  folgt  $\frac{\bar{K}_t\left(\frac{s_n}{h}\right)}{\bar{K}_t(s_n)} \geq 1$  und somit  $f_n \geq 100 \cdot (h - 1) = f$ ,  $n = 1, 2, 3$ .

zu (4):

Sei  $L$  die Anzahl der VN im Risikokollektiv,  $Y_k$  die zufälligen erstattungsfähigen Aufwendungen des  $k$ -ten VN,  $k = 1, 2, \dots, L$ , sowie  $Z_k(s)$  die entsprechenden Leistungen unter Berücksichtigung der fiktiven SB  $s$ . Weiterhin sei  $L(s)$ ,  $0 \leq L(s) \leq L$ , die Anzahl der VN des Risikokollektivs mit positiver Leistung, d. h. die Anzahl der VN mit  $Y_k > s$ . Dann gilt wegen der zweiten Formel für  $Z_k(s)$  aus (1)

$$\begin{aligned} \bar{K}(s) &= \frac{1}{L} \cdot \sum_{k=1}^L Z_k(s) \\ &= \frac{1}{L} \cdot \sum_{k: Y_k > s} (Y_k - s) \\ &= \frac{1}{L} \cdot \sum_{k: Y_k > s} Y_k - \frac{L(s)}{L} \cdot s. \end{aligned}$$

Für die Kopfschadendifferenzen gilt demzufolge

$$\begin{aligned} \bar{K}_1 - \bar{K}_2 &= \bar{K}(s_1) - \bar{K}(s_2) \\ &= \frac{1}{L} \cdot \left( \sum_{k: Y_k > s_1} Y_k - \sum_{k: Y_k > s_2} Y_k \right) - \frac{1}{L} \cdot (L(s_1) \cdot s_1 - L(s_2) \cdot s_2) \\ &= \frac{1}{L} \cdot \left( \sum_{k: s_1 < Y_k \leq s_2} Y_k \right) - \frac{1}{L} \cdot (L(s_1) \cdot s_1 - L(s_2) \cdot s_2). \end{aligned}$$

Offenbar gilt stets die Abschätzung

$$\sum_{k: s_1 < Y_k \leq s_2} Y_k \leq (L(s_1) - L(s_2)) \cdot s_2.$$

Es folgt

$$\bar{K}_1 - \bar{K}_2 \leq \frac{1}{L} \cdot (L(s_1) - L(s_2)) \cdot s_2 - \frac{1}{L} \cdot (L(s_1) \cdot s_1 - L(s_2) \cdot s_2) = \frac{L(s_1)}{L} \cdot (s_2 - s_1).$$

Nach Voraussetzung beanspruchen in  $\tau_1$  mindestens  $P$  % der VN keine Leistungen. Folglich beanspruchen höchstens  $(100-P)$ % der VN positive Leistungen und es gilt  $L(s_1)/L \leq (1 - P/100)$ . Somit ergibt sich

$$\bar{K}_1 - \bar{K}_2 \leq \left(1 - \frac{P}{100}\right) \cdot (s_2 - s_1).$$

### Aufgabe 2 (7 Punkte)

Definitionen:

$x$	Eintrittsalter
$b_x$	tarifliche monatliche Beitragsrate
$x + m$	Alter bei Umwandlung in die Grundversicherung
$a_{x+m}$	Leibrentenbarwert für das Alter $x + m$
$a_{x,m}$	Leibrentenbarwert für das Alter $x$ und die Dauer $m$
$P_x^\alpha$	Gezillmerter Nettobeitrag der Grundversicherung
${}^a P_x$	Nettoanwartschaftsbeitrag
${}^a b_x$	Anwartschaftsbeitrag in % des Beitrags der Grundversicherung
$\Delta^a$	Zuschlag für Verwaltungskosten und Sicherheitszuschlag während der Dauer der Anwartschaft (Kalkulation mit beitragsproportionalem Zuschlag)
$\alpha$	Zillmersatz der Grundversicherung
$\alpha^a$	Zillmersatz für den Anwartschaftsbeitrag
$\alpha^u$	Zillmersatz für den Mehrbeitrag bei Umwandlung
$V_{x,x+k}$	Alterungsrückstellung in der Grundversicherung im Alter $x + k$
$V_{x,x+k}^a$	Alterungsrückstellung in der Anwartschaftsversicherung im Alter $x + k$ , $0 < k < m$

*Aufgabe:*

Kalkulieren Sie eine große, langfristige Anwartschaftsversicherung (AW) für eine Person, die ohne Vorversicherung mit dem Alter  $x$  in die AW eintritt und diese mit dem Alter  $x + m$  in den zugrundeliegenden Tarif (Grundversicherung) umwandeln möchte. Gehen Sie davon aus, dass die Grundversicherung mit einer monoton steigenden Kopfschadenreihe kalkuliert ist. Unterstellen Sie ferner, dass während der Dauer der AW die gleichen Ausscheidewahrscheinlichkeiten gelten wie in der Grundversicherung und die Wahrscheinlichkeit einer Umwandlung vor dem Alter  $x + m$  vernachlässigt werden kann. Zur Deckung von Abschlusskosten sind bei Beginn der AW  $\alpha^a$  Anwartschaftsbeiträge und zum Zeitpunkt der Umwandlung  $\alpha^u$  monatliche Mehrbeiträge zu finanzieren.

- Bestimmen Sie die Formel für den Beitrag der AW ( ${}^a b_x$ ) in % der tariflichen monatlichen Beitragsrate der Grundversicherung
- Bestimmen Sie die Formel für die Alterungsrückstellung  $V_{x,x+k}^a$  im Alter  $x + k$ .
- Vergleichen Sie anhand einer Skizze den Verlauf der Alterungsrückstellung in der AW  $V_{x,x+k}^a$  mit dem in der Grundversicherung  $V_{x,x+k}$ .

*Lösung:*

a) *Formel für den Beitrag der AW*

Die Abschlusskosten bei Beginn der Anwartschaftsversicherung führen zu einer Zillmerung in Höhe von

$$\alpha^a \cdot \frac{{}^a b_x}{100} \cdot b_x.$$

Die Abschlusskosten bei der Umwandlung betragen

$$\alpha^u \cdot \left( b_x - \frac{a b_x}{100} \cdot b_x \right).$$

Merkmal der großen Anwartschaftsversicherung ist, dass nach der Umwandlung derselbe Beitrag zu zahlen ist, als wäre die Grundversicherung ab Beginn abgeschlossen worden. Da sich auch der Barwert der zukünftigen Leistungen nach der Umwandlung nicht mehr von dem einer Person unterscheidet, die ab Beginn in die Grundversicherung eingetreten ist, müssen also auch die Alterungsrückstellungen identisch sein. Im Alter  $x + m$  beträgt die Alterungsrückstellung in der Grundversicherung

$$V_{x, x+m} = A_{x+m} - P_x^a \cdot a_{x+m}.$$

Diese Beträge sind während der Dauer der Anwartschaft anzusparen, wobei die erst zur Umwandlung benötigten Beträge auf das Eintrittsalter abgezinst werden können. Hieraus ergibt sich folgender Nettobeitrag:

$$\begin{aligned} {}^a P_x &= \frac{\left( V_{x, x+m} + \alpha^u \cdot \left( b_x - \frac{a b_x}{100} \cdot b_x \right) \right) \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x} + \alpha^a \cdot \frac{a b_x}{100} \cdot b_x}{a_{x, m}} \\ &= \frac{(V_{x, x+m} + \alpha^u \cdot b_x) \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x} + \left( \alpha^a - \alpha^u \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x} \right) \cdot \frac{a b_x}{100} \cdot b_x}{a_{x, m}}. \end{aligned}$$

Mit  ${}^a b_x = \frac{{}^a P_x \cdot 100}{(1 - \Delta^a) \cdot 12 \cdot b_x}$  gilt dann weiter:

$${}^a P_x = \frac{(V_{x, x+m} + \alpha^u \cdot b_x) \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x} + \left( \alpha^a - \alpha^u \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x} \right) \cdot \frac{{}^a P_x}{(1 - \Delta^a) \cdot 12}}{a_{x, m}}.$$

Hieraus folgt

$${}^a P_x = \frac{(V_{x, x+m} + \alpha^u \cdot b_x) \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x}}{a_{x, m} - \frac{\left( \alpha^a - \alpha^u \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x} \right)}{(1 - \Delta^a) \cdot 12}}.$$

*b) Formel für die Deckungsrückstellung der AW*

Der Barwert der zukünftigen Versicherungsleistungen einschließlich der bei Umwandlung zu zahlenden Abschlussprovision beträgt:

$$\left( A_{x+m} + \alpha^u \cdot \left( b_x - \frac{a b_x}{100} \cdot b_x \right) \right) \cdot \frac{D_{x+m}}{D_{x+k}}.$$

Der Barwert der zukünftigen Nettobeiträge beträgt:

$${}^a P_x \cdot a_{x+k, m-k} + P_x^a \cdot a_{x+m} \cdot \frac{D_{x+m}}{D_{x+k}}.$$

Die Alterungsrückstellung ergibt sich als Differenz dieser beiden Werte, also:

$$\begin{aligned}
 V_{x,x+k}^a &= \left( A_{x+m} + \alpha^u \cdot \left( b_x - \frac{a \cdot b_x}{100} \cdot b_x \right) \right) \cdot \frac{D_{x+m}}{D_{x+k}} - {}^a P_x \cdot a_{x+k,m-k} + P_x^a \cdot a_{x+m} \cdot \frac{D_{x+m}}{D_{x+k}} \\
 &= \left( V_{x,x+m} + \alpha^u \cdot \left( b_x - \frac{a \cdot b_x}{100} \cdot b_x \right) \right) \cdot \frac{D_{x+m}}{D_{x+k}} - {}^a P_x \cdot a_{x+k,m-k} \\
 &= \left( V_{x,x+m} + \alpha^u \cdot \left( b_x - \frac{a \cdot b_x}{100} \cdot b_x \right) \right) \cdot \frac{D_{x+m}}{D_{x+k}} \\
 &\quad - \left( \left( V_{x,x+m} + \alpha^u \cdot \left( b_x - \frac{a \cdot b_x}{100} \cdot b_x \right) \right) \cdot \frac{D_{x+m}}{D_x} + \alpha^a \cdot \frac{a \cdot b_x}{100} \cdot b_x \right) \cdot \frac{a_{x+k,m-k}}{a_{x,m}} \\
 &= \left( V_{x,x+m} + \alpha^u \cdot \left( b_x - \frac{a \cdot b_x}{100} \cdot b_x \right) \right) \cdot \left( \frac{D_{x+m}}{D_{x+k}} - \frac{D_{x+m}}{D_x} \cdot \frac{a_{x+k,m-k}}{a_{x,m}} \right) - \alpha^a \cdot \frac{a \cdot b_x}{100} \cdot b_x \cdot \frac{a_{x+k,m-k}}{a_{x,m}} \\
 &= \left( V_{x,x+m} + \alpha^u \cdot \left( b_x - \frac{a \cdot b_x}{100} \cdot b_x \right) \right) \cdot \frac{D_{x+m}}{D_{x+k}} \cdot \frac{a_{x,k}}{a_{x,m}} \cdot \alpha^a \cdot \frac{a \cdot b_x}{100} \cdot b_x \cdot \frac{a_{x+k,m-k}}{a_{x,m}}
 \end{aligned}$$

Die Rückstellung setzt sich damit aus dem abgezinsten und zeitanteilig realisierten Sparziel abzüglich der noch nicht amortisierten Abschlusskosten zusammen.

*c) Vergleich der Alterungsrückstellung (AR) der AW mit der der Grundversicherung*

Die AR der Grundversicherung startet aufgrund der Zillmerung mit  $-\alpha \cdot b_x$ , die der AW mit  $-\alpha^a \cdot \frac{a \cdot b_x}{100} \cdot b_x$ . Die AR der Grundversicherung ist also bei Beginn kleiner als die der AW.

Da in der Grundversicherung der Sparbeitrag aufgrund der monoton steigenden Kopfschadenreihe zu Beginn am größten ist und im Laufe der Zeit immer kleiner wird, während er bei der langfristigen Anwartschaftsversicherung bis zur Umwandlung konstant bleibt, steigt die AR der Grundversicherung zunächst steiler an als die der AW und verläuft daher bereits kurz nach Beginn oberhalb der AR der AW.

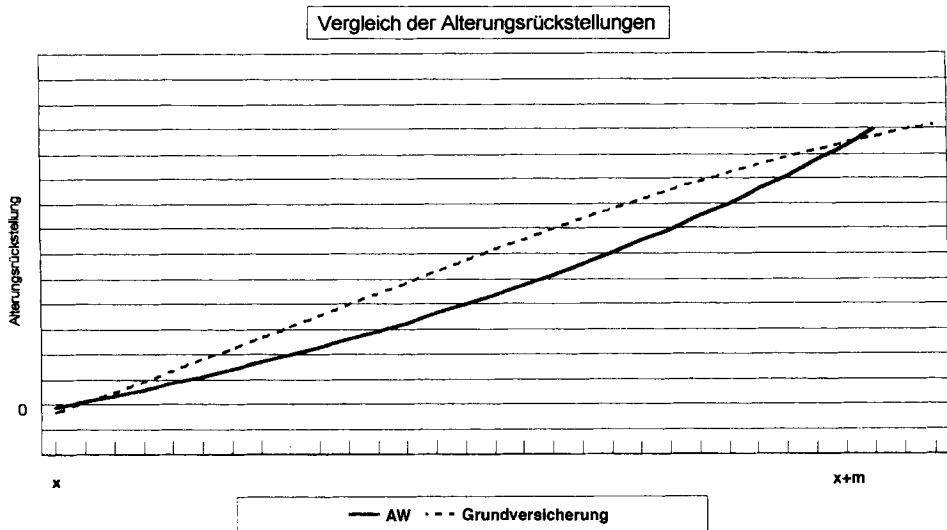


Abb. 1

Da bei der Umwandlung noch die Abschlusskosten zu decken sind, muss die AR der AW kurz vor der Umwandlung die AR der Grundversicherung überschreiten bis die Differenz den  $\alpha^u$  Mehrbeiträgen entspricht. Mit der Umwandlung fällt die AR der AW auf die der Grundversicherung zurück.

### Aufgabe 3 (7 Punkte)

Beantworten Sie folgende Fragen zum Rating von Krankenversicherungsunternehmen:

- Was ist ein Rating?
- Welche grundsätzlichen Anforderungen sind an ein Rating zu stellen?
- Welche Ziele hat ein Unternehmensrating?
- Welche Ziele hat ein Produktrating?
- Welche Berührungspunkte gibt es zwischen Produkt- und Unternehmensrating?
- Welche Besonderheiten sind beim Rating in Deutschland anderen Versicherungssparten gegenüber zu beachten?

### Lösung

- Ein Rating ist ein Verfahren zur Bewertung wirtschaftlicher Sachverhalte. Das Ergebnis ist eine Klassifikation der bewerteten Sachverhalte durch nicht numerische Symbole.
- Auf den jeweiligen Zeitpunkt des Ratings bezogen:
  - Angemessenheit im Sinne von Problemadäquanz
  - Einsichtigkeit im Sinne von Nachvollziehbarkeit
  - Genauigkeit im Sinne der Vollständigkeit und FehlerlosigkeitIm zeitlichen Ablauf aufeinanderfolgender Ratings:
  - Aktualität
  - StabilitätDarüber hinaus ist auch die Unabhängigkeit des Rating-Erstellers eine unabdingbare Voraussetzung.
- Mit einem Unternehmensrating sollen Sicherheitslage, Ertragskraft und Wachstumskraft beurteilt werden.
- Ziel eines Produktratings ist die Zuordnung einzelner Produkte zu bestimmten Qualitätsklassen. Maßstab für die Einordnung ist die Fähigkeit der Produkte, Erwartungen der Versicherungsnehmer zu erfüllen.  
Die Produktqualität wird von folgenden Merkmalen bestimmt:
  - Was (Produktinhalt und Beratung) erhält der Versicherungsnehmer?
  - In welcher Form (Vermittlung, Art der Beratung) erhält er es?
  - Welche Wirkung hat das auf seine Risikosituation?
  - Wie hoch ist die zugehörige Prämie und wie stabil bleibt diese?
- Je nach Auswahl der Kennziffern zum Unternehmensrating ergeben sich enge Verknüpfungen zum Produktrating, insbesondere zum Preis-/Leistungsverhältnis. So hat ein Unternehmen, das knapp kalkuliert, zwar günstige Beiträge für den Versicherungsnehmer, aber entsprechend weniger Überschüsse.  
Eine aussagefähige Beurteilung ist nur möglich, wenn Produkt- und Unternehmensrating gemeinsam betrachtet werden oder alternativ bei der Auswahl der Bewertungskriterien sorgfältig jede Berührung vermieden wird.
- Gegenüber anderen Sparten sind folgende Besonderheiten zu berücksichtigen
  - lebenslange Bindung (Lanfristigkeit muss berücksichtigt werden)
  - Gesetzliche Vorschriften (z. B. ist die Höhe des Eigenkapitals schon aus gesetzlichen Gründen ausreichend)
  - Vielfache Umbrüche in den Rahmenbedingungen (Änderungen gesetzlicher Rahmenbedingungen erschweren den Vergleich aufeinanderfolgender Jahre.)
  - Externe Einflussfaktoren (z. B. Kostensteigerungen in einzelnen Leistungsbereichen)
  - Besondere Verantwortung beim Rating (Auswirkungen auf die Bestände)

Quelle: Meierkamp; Abt. Bauer, Fühaupter, Hofer, Richter, Riedel „Rating von Krankenversicherungsunternehmen“ in Der Aktuar 5 (1999).

**Aufgabe 4 (8 Punkte)**

In § 6 a des Poolvertrages für den Standardtarif STB ist die Durchführung des Überschaden-Ausgleichs geregelt.

- Für welche Personengruppe gilt dieser Ausgleich?
- Geben Sie die formelmäßige Darstellung für den Schadensausgleich an!
- Welche andere Möglichkeit bestand für die unter a) genannte Personengruppe um einen PKV-Vollschutz zu erlangen? Gibt es auch hier einen Schadensausgleich? Wenn ja, beschreiben Sie diesen kurz!
- Geben Sie stichwortartig die weiteren Inhalte des Poolvertrages an! Es reicht aus, wenn Sie hier die Überschriften der Paragraphen nennen.

**Lösung:**

- Der Ausgleich gilt für Personen, die nach beamtenrechtlichen Vorschriften oder Grundsätzen bei Krankheit Anspruch auf Beihilfe haben, sowie deren berücksichtigungsfähige Angehörige, wenn sie nach allgemeinen Aufnahmeregeln aus Risikogründen nicht oder nur zu ungünstigen Konditionen versichert werden könnten. Die Aufnahme muss innerhalb der ersten sechs Monate nach der Feststellung einer Behinderung oder nach der Berufung in das Beamtenverhältnis oder bis zum 31.12.2000 beantragt werden.
1. Im ersten Schritt wird für alle Versicherten mit erhöhtem Risiko im VU der fiktive Risikozuschlag  $FR(UV)$  von 100% des ungekappten Bruttobeitrages ermittelt:

$$FR(VU) = \sum_{x \in n_{ris}^{stand}} B_x^{stand}$$

mit  $B_x^{stand}$  ungekappter Jahresbruttobeitrag eines Versicherten im STB  
 $n_{ris}^{stand}$  Personenbestand im Standardtarif STB mit erhöhtem Risiko und fiktivem Risikozuschlag

- Da der tatsächliche Ausgleich aber die entstandenen Verluste aus der Differenz zwischen rechnungsmäßigen und tatsächlichen Schäden nicht übersteigen soll, wird im zweiten Schritt die Differenz aus den fortgeschriebenen rechnungsmäßigen Schäden des Stütztarifs und den beobachteten Schäden im STB gebildet und unter Berücksichtigung der Anzahl der Personen mit erhöhtem Risiko über alle Alter summiert.

$$\ddot{U}S_2(VU) = \sum_{x,y} n_{risx(y)}^{stand}(VU) \cdot [K_{x(y)}^{stütz} - K_{risx(y)}^{stand}(VU)]$$

mit  $K_{x(y)}^{stütz}$  fortgeschriebene rechnungsmäßige Leistungen pro Kopf im Stütztarif  
 $K_{risx(y)}^{stand}$  beobachtete abgegrenzte Leistungen pro Kopf für erhöhte Risiken

Berücksichtigt werden für den Ausgleich die negativen  $\ddot{U}S_2(VU)$  in absoluter Höhe, soweit sie den fiktiven Risikozuschlag  $FR(VU)$  pro Unternehmen nicht übersteigen.

$$D_2(VU) = \min \{FR(VU); -\min \{0; \ddot{U}S_2(VU)\} \} .$$

Der insgesamt ausgleichende Betrag ergibt sich aus

$$D_2 = \sum_{VU} D_2(VU).$$

- Im dritten Schritt wird der Ausgleich nach einer der zwei folgenden Möglichkeiten durchgeführt:

- Wenn  $D_2 \leq \sum_{\ddot{U}S_2(VU)>0} \ddot{U}S_2(VU)$ , dann zahlt jedes Unternehmen mit

$$\ddot{U}S_2(VU) > 0 \text{ den Betrag: } \frac{\ddot{U}S_2(VU)}{\sum_{\ddot{U}S_2(VU)>0} \ddot{U}S_2(VU)} \cdot D_2 .$$

Die Unternehmen mit positiven  $D_2(VU)$  erhalten den Betrag  $D_2(VU)$  erstattet.



- b) Wenn  $D_2 > \sum_{\ddot{U}S_2(VU) > 0} \ddot{U}S_2(VU)$ , dann zahlt jedes Unternehmen mit  $\ddot{U}S_2(VU) > 0$  diesen Betrag. Die verbleibende Differenz

$$R = D_2 - \sum_{\ddot{U}S_2(VU) > 0} \ddot{U}S_2(VU)$$

wird auf alle Unternehmen entsprechend den Marktanteilen bzgl. der gebuchten Bruttobeitragseinnahmen der Optionstarife inkl. STB aufgeteilt.

Für jedes Unternehmen ergibt sich daraus der Zahlbetrag:

$$R \cdot \frac{B^{\text{ges}}(VU) + B^{\text{stand}}(VU)}{\sum_{VU} (B^{\text{ges}}(VU) + B^{\text{stand}}(VU))} = R \cdot \frac{B^{\text{KKV}}(VU)}{\sum_{VU} B^{\text{KKV}}(VU)}$$

mit  $B^{\text{ges}}(VU)$  gebuchte Bruttobeitragseinnahmen bzgl. der Optionstarife ohne STB  
 $B^{\text{stand}}(VU)$  gebuchte Bruttobeitragseinnahmen im STB

Die Unternehmen mit positiven  $D_2(VU)$  erhalten oder zahlen den Betrag:

$$D_2(VU) - R \cdot \frac{B^{\text{ges}}(VU) + B^{\text{stand}}(VU)}{\sum_{VU} (B^{\text{ges}}(VU) + B^{\text{stand}}(VU))}$$

Die Berechnung der Ausgleichsansprüche und -verpflichtungen erfolgt zum 15.03. eines jeden Jahres. Die Verzinsung der Ausgleichsbeträge erfolgt mit 4%.

- c) Die unter a) genannten Personen können sich in den angegebenen Fristen in den ‚normalen‘ Beihilfetarifen versichern. Das VU darf dann nur einen maximalen Risikozuschlag in Höhe von 30% erheben.

Besonders schwere Risiken können von den einzelnen VU unter Berücksichtigung von Selbstbehaltsgrenzen an den Überschadensausgleich gemeldet werden, der dann über einen Rückversicherer abgewickelt wird. Der von einem VU zu erhaltende oder zu zahlende Beitrag ist abhängig vom Marktanteil der Beitragseinnahmen in den Krankheitskostentarifen bzw. den Beihilfetarifen und der Anzahl der gemeldeten Personen mit hohem Risiko bzw. der Anzahl Personen mit Überschäden im Ausgleichsjahr.

- d) Der Poolvertrag beinhaltet bzw. regelt Name, Sitz, Zweck, Gesellschafterkreis, Geschäftsführung, Beitragskalkulation, Durchführung des Ausgleichs, Sonstige Verpflichtungen, Gemeinschaftsstatistik, Revision, Kosten, Änderungen des Vertrages, Ausscheiden von Gesellschaftern, Inkrafttreten.