



DAV

DEUTSCHE  
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Schriftliche Prüfung im Grundwissen

## **Modellierung und ERM**

gemäß Prüfungsordnung 4.1  
der Deutschen Aktuarvereinigung e.V.

am 15. Mai 2021

### *Hinweise:*

- Bitte beachten Sie:  
Zwischen dem persönlichen Login zum Download der Prüfungsaufgaben und dem Abschluss des Uploads der Lösungen ist jeglicher Kontakt zu anderen Personen (mit Ausnahme des Support-Teams) bezüglich der Prüfungsaufgaben untersagt.
- Als Hilfsmittel sind beliebige Schriften (z.B. Skript, eigene Notizen, Übungsaufgaben, Klausuren der Vorjahre) sowie ein nicht programmierbarer Taschenrechner zugelassen.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 180 Punkte. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens 90 Punkte erreicht werden.
- Bitte prüfen Sie die Ihnen vorliegende Prüfungsklausur auf Vollständigkeit. Die Klausur besteht einschließlich Deckblatt aus 13 Seiten.
- Alle Antworten sind zu begründen und bei Rechenaufgaben muss der Lösungsweg ersichtlich sein.

*Mitglieder der Prüfungskommission:*

Dr. Volker Goersmeyer, Dr. Lucattilio Tenuta,  
Andreas Wagner

**Aufgabe 1. [Marktrisiko] [30 Punkte]**

*Definition: Das Risiko, das sich aus Schwankungen in der Höhe und in der Volatilität der Marktpreise für Vermögenswerte, Verbindlichkeiten und Finanzinstrumente ergibt, heißt Marktrisiko.*

- (a) Erläutern Sie kurz, inwiefern das Zinsänderungsrisiko und das Währungsrisiko (Wechselkursrisiko) jeweils eine Ausprägung des Marktrisikos im Sinne der Definition darstellen. [4 Punkte]
- (b) Welche Bedeutung hat das Marktrisiko für Versicherungsunternehmen? Gehen Sie dabei auch auf die Ursachen der Risiken ein. Welche Sparte ist besonders betroffen und warum? [5 Punkte]
- (c) Das Spreadrisiko gehört eigentlich zu den Kreditrisiken. Begründen Sie diese Zuordnung! In der Standardformel von Solvency II wird das Spreadrisiko dagegen den Marktrisiken zugeordnet. Erläutern Sie, inwieweit auch diese Zuordnung eine Berechtigung hat. [3 Punkte]
- (d) Beschreiben Sie kurz zwei unterschiedliche Möglichkeiten, wie ein Lebensversicherer das Zinsrisiko steuern kann, und ordnen Sie diese den grundlegenden Vorgehensweisen bei der Risikosteuerung zu. Welche Nachteile haben diese Risikosteuerungsmaßnahmen? [6 Punkte]
- (e) Das Limitsystem eines Versicherungsunternehmens sieht für die aktuelle Geschäftsperiode folgende Risikobudgets vor (siehe Tabelle). Bei der letzten Messung haben sich dazu folgende Limitauslastungen ergeben (siehe Tabelle).

Angaben in Mio. EUR	Risikobudget	gemessene Auslastung
Vt. Risiko	25	14
Marktrisiko	27	21
Zinsrisiko	10	7
Aktienrisiko	8	9
Immobilienrisiko	5	3
Währungsrisiko	3	1
Spreadrisiko	8	6
Konzentrationsrisiko	2	1
(Diversifikation)	9	6

Die Gelb-Schwelle ist auf 80 Prozent festgelegt, die Rot-Schwelle auf 95 Prozent.

Beim Aktienrisiko ist die Rot-Schwelle deutlich überschritten. Eine temporäre Akzeptanz der Überschreitung in dieser Höhe lehnt der Vorstand ab. Sie haben noch folgende Möglichkeiten:



- Erhöhung des Risikoappetits der Gesellschaft;
- Reallokation der Risikobudgets;
- Reduktion des Aktienrisikos mit Risikominderungsmaßnahmen (z. B. Umschichtungen im Kapitalanlageportfolio oder Einsatz von Derivaten).

Welche Maßnahme empfehlen Sie als Risikomanagementfunktion dem Vorstand, um die Limitüberschreitung zu beheben? Erläutern und begründen Sie Ihren Vorschlag. Gehen Sie dabei auf alle drei Möglichkeiten ein und argumentieren Sie, warum Ihr Vorschlag der sinnvollste ist. *[8 Punkte]*

- (f) Welchen Bewertungsansatz für das Marktrisiko verfolgt die Standardformel? Erläutern Sie kurz dessen Vor- und Nachteile. *[4 Punkte]*

**Aufgabe 2.** *[Modelle in der Versicherung - Personenversicherung] [15 Punkte]*

Wegen des zunehmenden Wettbewerbes auf dem Versicherungsmarkt überlegt der Vorstand der Leichendorfer Rentenanstalt, einem Lebensversicherungsunternehmen, die Produktpalette zu erweitern bzw. bestehende Produkte attraktiver für den Kunden zu gestalten.

Bei Absicherungsprodukten (wie z. B. Risikoleben- oder Berufsunfähigkeitsversicherungen) möchte das Unternehmen eine kostenlose Nachversicherungsgarantie anbieten.

Diese Option würde den Versicherungsnehmern erlauben, alle fünf Jahre nach Vertragsabschluss ohne erneute Gesundheitsprüfung die versicherte Leistung um einen festen Betrag zu erhöhen. Der zu zahlende Zusatzbeitrag würde auf Basis der jeweils zum Ausübungszeitpunkt der Option aktuell geltenden Bedingungen berechnet werden.

Der Vorstand möchte wissen, welchen Wert diese Option hätte. Beschreiben Sie, wie Sie den Wert dieser Option bestimmen würden. Gehen Sie dabei sowohl auf die Methoden (z. B. welche Art von Modell...) als auch auf die benötigten Annahmen ein.

*Hinweis: Beachten Sie, dass die Punktevergabe von Ihrer Ausarbeitung und den Begründungen abhängt, weil es bei dieser Aufgabe keine eindeutige Lösung gibt. Ergänzen Sie die Informationen, die Ihnen vorliegen, mit weiteren Annahmen, falls Sie das für nötig erachten.*

**Aufgabe 3.** [Modelle in der Versicherung - Personenversicherung] [15 Punkte]

Wegen des zunehmenden Wettbewerbes auf dem Versicherungsmarkt überlegt der Vorstand der Leichendorfer Rentenanstalt, einem Lebensversicherungsunternehmen, die Produktpalette zu erweitern bzw. bestehende Produkte attraktiver für den Kunden zu gestalten.

Bei fonds- und indexgebundenen Produkten möchte das Unternehmen eine Garantie bei Ablauf einführen. Als Fallstudie entscheidet der Vorstand, eine indexgebundene Versicherung auf den DAX zu analysieren. Das Produkt besitzt folgende Eigenschaften:

- Der Versicherungsnehmer zahlt zu  $t = 0$  einen Einmalbeitrag  $EB = 10.000$ .
- Zu  $t = 1$  garantiert das Versicherungsunternehmen eine Auszahlung i. H. v. 100% des Einmalbeitrags.
- Wenn der DAX-Stand zu  $t = 1$  niedriger ist als der Stand zu  $t = 0$ , wird eine zusätzliche Überschussbeteiligung i. H. v.  $x\%$  (Partizipationsrate) der negativen DAX-Entwicklung, bezogen auf den garantierten Betrag ( $100\% * EB$ ), gewährt.

Zusätzlich sind allgemeine Marktinformationen bekannt:

- Der risikofreie Zins zu  $t = 0$  und Laufzeit 1 Jahr liegt bei 1%.
  - Zu  $t = 0$  beträgt der DAX-Stand  $DAX(0) = 1.000$ .
- (a) [5 Punkte] Zerlegen Sie das Garantieverprechen des Versicherungsunternehmens, indem Sie es so darstellen, dass eingebettete Optionen explizit werden, und beschreiben Sie, um welchen Optionstyp es sich dabei handelt.
- (b) [8 Punkte] Um die versprochene Ablaufleistung abzudecken, kann die Kapitalanlageabteilung folgende Finanzinstrumente, die sich alle auf den DAX beziehen, zu  $t = 0$  kaufen:

Art der Option	Fälligkeit (Monate)	Ausübungspreis	Preis zu $t = 0$
Put	12	800	9
Put	12	1000	69
Put	6	800	3
Put	6	1000	51
Call	12	800	225
Call	12	1000	89
Call	6	800	210
Call	6	1000	61



Welche Partizipationsrate kann das Versicherungsunternehmen anbieten, wenn die Kapitalanlageabteilung das Leistungsversprechen zu  $t = 1$  für jeden einzelnen Vertrag vollständig (d. h. ohne die Überlebenswahrscheinlichkeit der Versicherungsnehmer zu berücksichtigen) absichern möchte, unter den Annahmen, dass die Märkte arbitragefrei sind und eine risikoneutrale Bewertung der eingebetteten Option angewendet werden kann?

- (c) [2 Punkte] Falls die Kapitalanlageabteilung entscheiden sollte, die Absicherung auf Portfolioebene vorzunehmen (d. h. unter Berücksichtigung der Überlebenswahrscheinlichkeit der Versicherungsnehmer), welche qualitative Änderung an der Partizipationsrate würden Sie erwarten? Gehen Sie in Ihrer Antwort davon aus, dass der Lebensprozess der Versicherungsnehmer und der *DAX*-Prozess unabhängig voneinander sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

**Aufgabe 4.** [Modelle in der Versicherung - Personenversicherung] [15 Punkte]

Die Leichendorfer Rentenanstalt ist ein Lebensversicherungsunternehmen mit Sitz in Deutschland. Ein Teil des Bestandes des Unternehmens besteht aus Rentenanwartschaften, bei denen der Versicherungsnehmer zum Zeitpunkt des Rentenüberganges die Möglichkeit hat, entweder die Auszahlung des angesparten Kapitals oder eine lebenslange Rente auszuwählen. Das Produkt ist für das Neugeschäft geschlossen.

Falls der Versicherungsnehmer sich für eine lebenslange Rente entscheidet, hat er wiederum die Möglichkeit zu wählen, mit welcher Zinskurve das angesparte Kapital in eine Rente umgewandelt werden sollte (*Option auf eine garantierte Mindestverzinsung bei Rentenübergang*):

- Die aktuell am Markt geltende Zinskurve zu dem Zeitpunkt des Rentenüberganges.
- Eine garantierte Zinskurve, die bei Abschluss des Vertrages festgelegt wurde und Teil der Versicherungsbedingungen ist.

Alle anderen Annahmen (wie z. B. Sterblichkeit) sind nicht garantiert und werden erst bei dem Rentenübergang festgelegt.

Die aktuell am Markt geltende Zinskurve liegt deutlich über der garantierten und die allgemeine Erwartung ist, dass sich die Lage für mehrere Jahre nicht ändern wird.

- (a) [5 Punkte] Nehmen Sie an, dass sich die Versicherungsnehmer finanzrational verhalten. Wenn ein Versicherungsnehmer nächstes Jahr in Rente ginge (d. h. sich gegen die Kapitalauszahlung und für eine lebenslange Rente entscheiden würde), welche Zinskurve würde er wählen? Begründen Sie Ihre Antwort. Gehen Sie in Ihrer Antwort insbesondere näher auf die Begriffe „Innerer Wert“ und „Zeitwert“ einer Option ein.
- (b) [10 Punkte] Beschreiben Sie, wie die Leichendorfer Rentenanstalt den Wert der Option auf eine garantierte Mindestverzinsung bei Rentenübergang bestimmen könnte. Gehen Sie dabei sowohl auf die Methoden (z. B. welche Art von Modell...) als auch auf die benötigten Annahmen ein.

*Hinweis: Beachten Sie, dass die Punktevergabe von Ihrer Ausarbeitung und den Begründungen abhängt, weil es bei dieser Aufgabe keine eindeutige Lösung gibt. Ergänzen Sie die Informationen, die Ihnen vorliegen, mit weiteren Annahmen, falls Sie das für nötig erachten.*

**Aufgabe 5.** [Modelle in der Versicherung - Personenversicherung] [15 Punkte]

Sie sind in der Risikomanagementabteilung der Leichendorfer Rentenanstalt, einem Lebensversicherungsunternehmen, tätig und haben die Ergebnisse der Solvency II-Risikokapitalberechnung zu Jahresende in einer Präsentation für den Vorstand zusammengefasst. Das Risikokapital für die Leichendorfer Rentenanstalt zu Jahresende beträgt  $SCR_0$ .

- (a) [5 Punkte] Bei der Präsentation Ihrer Ergebnisse fragt der Vorstand nach, was damit gemeint ist, dass das Risikokapital unter Solvency II der notwendige Puffer gegen „ein 1-in-200-Jahres-Ereignis“ (Schaden mit einer Wiederkehrperiode von 200 Jahren) darstellt.

Erklären Sie welches Risikomaß unter Solvency II verwendet wird, wie das Risikokapital definiert ist und warum es als Puffer gegen „ein 1-in-200-Jahres-Ereignis“ interpretiert werden kann.

- (b) [10 Punkte] Der Vorstand bittet im Anschluss um eine Analyse der Auswirkungen einer zweijährigen statt einjähriger Risikosicht auf das Risikokapital.

Definieren Sie das Risikokapital als geeignetes Quantil der zweijährigen Verlustfunktion und nehmen Sie an, dass die Eigenmittelverluste eines jeden Jahres einer Normalverteilung mit Erwartungswert 0 und Standardabweichung  $\sigma$  folgen und unabhängig voneinander sind.

Bei welcher Schaden-Wiederkehrperiode müsste das Unternehmen auch bei einer zweijährigen Risikosicht das gleiche Risikokapital wie unter Solvency II vorhalten? Begründen Sie Ihre Antwort.

*Hilfsmittel: Quantile der Standardnormalverteilung  $Z \sim N_1(0, 1)$ . Fehlende Quantile können linear interpoliert werden.*

Sicherheitsniveau x%	Quantil $Q_Z(x\%)$
75%	0,67
80%	0,84
90%	1,28
95%	1,64
97,5%	1,96
99%	2,33
99,5%	2,58



**Aufgabe 6.** [Modellierung Schaden/Unfall, Solvency II] [30 Punkte] Die Wildbader Allgemeine Versicherung AG (WAV) ist ein Komposit-Versicherer, der unter anderem die gewerbliche Sachversicherung (Gebäude- und Inhaltsversicherung) betreibt. Für dieses Geschäft besteht eine passive Quoten-Rückversicherung mit einer Quote von 20% d.h. der Rückversicherer verpflichtet sich, der WAV 20% sämtlicher Schadenzahlungen in dieser Sparte zu erstatten. Im Rückversicherungsvertrag ist vereinbart, dass nach drei Abwicklungsjahren eine sogenannte Ablösung stattfindet, in dem der Rückversicherer im 4. Abwicklungsjahr 20% der per Ende des dritten Abwicklungsjahres vorhandenen Einzelschadenrückstellungen der WAV erstattet. An den von der WAV zu leistenden Schadenzahlungen ab dem 4. Abwicklungsjahr beteiligt sich der Rückversicherer dann nicht mehr.

Per 31.12.2020 liegt folgendes Netto-Abwicklungsdreieck (d.h. nach Berücksichtigung der Rückversicherung) inkrementeller Schadenzahlungen (in Tsd EUR) vor:

Anfalljahr	Abwicklungsjahr				
	1	2	3	4	5
2016	8.000	4.000	3.200	2.000	1.000
2017	8.800	4.000	4.000	2.000	
2018	10.400	5.600	4.800		
2019	9.600	4.800			
2020	12.800				

Zusätzlich ist bekannt, dass die (Brutto-)Einzelschadenrückstellungen für das Anfalljahr 2016 per 31.12.2018 5.000 TEUR und für das Anfalljahr 2017 per 31.12.2019 ebenfalls 5.000 TEUR betragen.

- (a) [5 Punkte] Ein Kollege von Ihnen äußert: „Aus ERM-Sicht sind nur nicht-proportionale passive Rückversicherungsverträge sinnvoll. Eine Quoten-Rückversicherung bietet hier keine Vorteile.“

Nehmen Sie dazu Stellung!

- (b) [5 Punkte] Bestimmen Sie das inkrementelle Brutto-Zahlungsdreieck!
- (c) [10 Punkte] Bestimmen Sie die Brutto-Chain-Ladder-Faktoren auf zwei Nachkommastellen gerundet und vervollständigen Sie das inkrementelle Brutto-Zahlungsdreieck mit den erwarteten Brutto-Zahlungen zum inkrementellen Abwicklungsviereck!
- (d) [5 Punkte] Bestimmen Sie den Barwert der Zahlungen des Rückversicherers per 31.12.2020! Gehen Sie von einem konstanten Zinssatz von 2% aus und



nehmen Sie an, dass die Zahlungen immer am Ende des Geschäftsjahres fließen. Gehen Sie außerdem davon aus, dass die Summe der Einzelschadenrückstellungen für jedes Anfalljahr per 31.12.2020 gerade der erwarteten undiskontierten Brutto-Best-Estimate-Reserve entspricht!

(e) [5 Punkte] Die Wildbader Rückversicherung AG (WRV) ist ein Rückversicherer der weltweit Geschäft zeichnet. Per 31.12.2020 liegen Ihnen folgende Schadenzahlungsdreiecke aus dem Haftpflichtgeschäft der WRV in den USA vor:

- Das Dreieck mit den Zahlungen in der Originalwährung USD,
- das Dreieck mit den Zahlungen in EUR auf Basis des Wechselkurses mit dem die Zahlung abgerechnet wurde und
- das Dreieck mit den auf Basis des am 31.12.2020 gültigen Wechselkurses in EUR umgerechneten Werten.

Des Weiteren liegen Ihnen die risikofreien Zinskurven für die Währungen USD und EUR per 31.12.2020 vor. Außerdem sind Ihnen die Ratings der Versicherer bekannt, gegenüber denen die Verpflichtungen der WRV bestehen.

Sie sollen nun den besten Schätzwert der Verpflichtung für die Solvabilitätsübersicht der WRV für dieses Geschäft bestimmen. Wie gehen Sie dabei vor? Begründen Sie Ihr Vorgehen!



**Aufgabe 7.** [ERM und Aufsichtsrecht nach Basel II/III] [60 Punkte] Die Unternehmensgründer V. und R. wollen für ihre neue Aktiengesellschaft „Die kleine Bank AG“ (kurz: DkB) im Land L. eine Lizenz für das Betreiben des Bankgeschäfts beantragen. In L. richtet sich die Bankenregulierung nach den Eigenkapitalanforderungen des Basler Ausschusses. Dem von V. und R. erstellten Businessplan sind folgende Informationen für eines der späteren Geschäftsjahre zu entnehmen (Werte in Tausend Währungseinheiten (WE)):

### Bilanz

#### Vermögenswerte

Forderungen an Kunden	3.610
<i>Verbraucherkredite</i>	2.375
<i>Unternehmenskredite</i>	1.235
Zahlungsmittel und Zahlungsmitteläquivalente	790
<b>Summe Vermögenswerte</b>	<b>4.400</b>

#### Verbindlichkeiten

Spareinlagen	4.000
<b>Summe Verbindlichkeiten</b>	<b>4.000</b>

#### Eigenkapital

Gezeichnetes Kapital	300
Gewinnrücklage	100
<b>Summe Eigenkapital</b>	<b>400</b>

Die Kredite sind dabei unter Berücksichtigung eines erwarteten Kreditausfalls (Risikovorsorge) in Höhe von 5 % angesetzt.

### GuV

#### Erträge

Zinserträge	50
Erträge aus Gebühren	20
<b>Summe Erträge</b>	<b>70</b>

#### Aufwendungen

Zinsaufwendungen	10
Aufwendungen für Provisionen und Gebühren	10
Sonstige betriebliche Aufwendungen	10
Risikovorsorge	10
<b>Summe Aufwendungen</b>	<b>40</b>

**Ergebnis vor Steuern** 30

Ertragssteuern 14

**Jahresüberschuss** 16

Für Investoren sollen zusätzlich auf Basis des Businessplans Informationen zu Risiko-Aspekten der Unternehmung erstellt werden. Sie werden gebeten hierzu Unterlagen zu erstellen.

- (a) [4 Punkte] Berechnen Sie die Eigenmittelanforderung (Säule 1) für das Kreditrisiko der DKB nach dem Kredit-Risiko-Standardansatz! Gehen Sie dabei von einem Risikogewicht von 50% für die Unternehmenskredite und 75% für die Verbraucherkredite aus!
- (b) [4 Punkte] Berechnen Sie die Eigenmittelanforderung (Säule 1) für das operationelle Risiko der DKB nach dem Basisindikatoransatz! Gehen Sie dabei davon aus, dass die obigen Zahlen für drei Geschäftsjahre konstant sind!
- (c) [9 Punkte] Berechnen Sie die Eigenmittelanforderung (Säule 1) für das operationelle Risiko der DKB nach dem Standardansatz! Gehen Sie dabei davon aus, dass
- die obigen Zahlen für drei Geschäftsjahre konstant sind,
  - alle Spareinlagen von Privatkunden stammen,
  - die Erträge aus Gebühren vollständig den Spareinlagen zuzurechnen sind,
  - mit Ausnahme der Zinsaufwendungen alle Aufwendungen im Verhältnis des Kreditvolumens aufzuteilen sind und
  - die Zinserträge im Verhältnis des Kreditvolumens aufzuteilen sind,

Die Beta-Faktoren betragen gemäß CRR für das Firmenkundengeschäft 15% und für das Privatkundengeschäft 12%.

- (d) [2 Punkte] Berechnen Sie die Eigenmittelanforderung für das Marktrisiko (Säule 1) der DKB!
- (e) [3 Punkte] Ordnen Sie die nachstehenden Definitionen den Begriffen Stress-test, Szenarioanalyse und Sensitivitätsanalyse zu!
- (i) Es werden die Auswirkungen unter der Annahme von Änderungen häufig mehrerer Randbedingungen/Variablen auch über einen längeren Zeitraum untersucht. Die Wahrscheinlichkeit des Eintritts dieser Änderungen spielt in der Regel keine Rolle.
- (ii) Es werden die Verluste quantifiziert, die durch extreme Variation von in der Regel einer Variablen entstehen. Die Wahrscheinlichkeit des Eintritts einer solchen Situation ist im Allgemeinen sehr gering oder bleibt unbestimmt.



- (iii) Es werden Veränderungen der Variablen/Parameter simuliert, die nicht unwahrscheinlich sind bzw. im Rahmen des Schätzfehlers des Parameters liegen. Von Interesse sind dabei sowohl positive als auch negative Veränderungen der Zielgröße.
- (f) [9 Punkte] Führen Sie drei Sensitivitätsanalysen auf Basis der vorliegenden Kennzahlen von Bilanz und GuV durch! Berücksichtigen Sie dabei plausible Abhängigkeiten anderer Größen, wenn Sie eine Größe variieren! Berechnen Sie dabei jeweils die Auswirkung auf das Ergebnis vor Steuern!
- (g) [1 Punkt] Definieren Sie den Begriff Risikoklassifikation!
- (h) [6 Punkte] Für interne Zwecke sind bei der DkB die Risikokategorien Marktrisiko, Kreditrisiko und Geschäftsrisiko vorgesehen. Geben Sie - unabhängig von der aufsichtsrechtlichen Definition - jeweils zwei Beispiele für existierende Risiken der DkB an, die unter die jeweilige Kategorie fallen könnten!
- (i) [12 Punkte] Diskutieren Sie wie
- (i) Marktrisiko
  - (ii) Kreditrisiko
  - (iii) Liquiditätsrisiko
  - (iv) operationelles Risiko
- außer mit den in (a)-(c) genannten Methoden noch quantifiziert werden könnten bzw. welche Voraussetzungen fehlen, um eine bestimmte Methode anzuwenden!
- (j) [5 Punkte] Ein potenzieller Investor, dem die Unterlagen vorliegen, merkt mit Blick auf die Eigenmittelanforderungen an: „Das Kreditrisiko ist sehr hoch. Da scheint sich ein Investment nicht zu lohnen.“ Was antworten Sie ihm?
- (k) [5 Punkte] Geben Sie 5 Beispiele dafür an, wie das Kreditrisiko reduziert werden kann, ohne es an Dritte zu übertragen!



## Lösungsvorschläge

### **Aufgabe 1.** [Marktrisiko] [30 Punkte]

*Definition: Das Risiko, das sich aus Schwankungen in der Höhe und in der Volatilität der Marktpreise für Vermögenswerte, Verbindlichkeiten und Finanzinstrumente ergibt, heißt Marktrisiko.*

- (a) Erläutern Sie kurz, inwiefern das Zinsänderungsrisiko und das Währungsrisiko (Wechselkursrisiko) jeweils eine Ausprägung des Marktrisikos im Sinne der Definition darstellen. [4 Punkte]

### Lösungsvorschlag

- **Zinsänderungsrisiko:** Wenn sich Marktzinsen ändern, ändern sich auch Marktpreise für festverzinsliche Wertpapiere (Vermögenswerte) oder für versicherungstechnische Rückstellungen (Verbindlichkeiten). Der Grund dafür ist, dass bei der Bestimmung der Marktpreise die Zahlungsströme des betreffenden Wertpapiers oder der Versicherungsverpflichtung mit dem aktuellen Marktzins diskontiert werden.
- **Währungsrisiko:** Das Währungsrisiko ist bei Vermögenswerten oder Verbindlichkeiten in Fremdwährung relevant. Änderungen der Wechselkurse ändern zwar nicht deren Marktpreise in der Originalwährung, aber in der Berichtswährung des eigenen Unternehmens. Auch die Marktpreise von bestimmten Finanzinstrumenten (z. B. Devisen-Termingeschäfte) können auf Änderungen der Wechselkurse reagieren.



- (b) Welche Bedeutung hat das Marktrisiko für Versicherungsunternehmen? Gehen Sie dabei auch auf die Ursachen der Risiken ein. Welche Sparte ist besonders betroffen und warum? [5 Punkte]

### **Lösungsvorschlag**

Aufgrund der zeitlichen Diskrepanz zwischen Prämien- und Leistungszahlungen legen Versicherer sehr große Summen an den Kapitalmärkten an. Sie gehören damit zu den größten institutionellen Anlegern. Aufgrund der vertraglich festgelegten Versicherungsleistungen ist das Versicherungsunternehmen von den daraus resultierenden Marktrisiken in der Regel stärker betroffen als der Versicherungsnehmer. Demnach hat das Marktrisiko eine sehr große Bedeutung. In der Lebensversicherung ist das Marktrisiko im Durchschnitt das bedeutendste, in der Schaden-Unfall-Versicherung das zweitbedeutendste.

In der Lebensversicherung ergibt sich die besondere Bedeutung des Marktrisikos aus den Eigenschaften der Produkte: Versicherungen mit Garantien über mehrere Jahrzehnte ohne die Möglichkeit, Prämien oder Leistungen anzupassen, dazu noch die Überschussbeteiligung und die daraus resultierende Asymmetrie des Geschäftsmodells: Gewinne müssen zum größten Teil an den VN weitergegeben werden, während im Garantiefall das Unternehmen die Verluste allein trägt. Aus der Durationslücke zwischen den versicherungstechnischen Verpflichtungen einerseits und den verfügbaren Anlageformen andererseits entsteht zudem ein Wiederanlagerisiko.



- (c) Das Spreadrisiko gehört eigentlich zu den Kreditrisiken. Begründen Sie diese Zuordnung! In der Standardformel von Solvency II wird das Spreadrisiko dagegen den Marktrisiken zugeordnet. Erläutern Sie, inwieweit auch diese Zuordnung eine Berechtigung hat. [3 Punkte]

### **Lösungsvorschlag**

Das Spreadrisiko bezieht sich auf die Höhe der so genannten Credit Spreads. Wie der Name suggeriert, sind die Spreads ein Maß für das Ausfallrisiko eines Wertpapiers.

Diese Bewertung der Bonität eines Papiers (oder seines Emittenten) wird von den Marktteilnehmern vorgenommen. Weiter kann es vorkommen, dass die Spreads von den Marktteilnehmern höher eingefordert werden, als es dem tatsächlichen Ausfallrisiko entspricht. Dieser zusätzliche Spread heißt auch „risikobereinigter Spread“. Die Änderungen des risikobereinigten Spreads haben keinen direkten Zusammenhang mehr zum Kreditrisiko und können daher auch als Marktrisiko angesehen werden.





- (d) Beschreiben Sie kurz zwei unterschiedliche Möglichkeiten, wie ein Lebensversicherer das Zinsrisiko steuern kann, und ordnen Sie diese den grundlegenden Vorgehensweisen bei der Risikosteuerung zu. Welche Nachteile haben diese Risikosteuerungsmaßnahmen? [6 Punkte]

### Lösungsvorschlag

- Derivative Finanzinstrumente (z. B. Zinsswaps oder Swaptions) zur Risikoübertragung: Sicherung eines bestimmten Zinsertrags in der Zukunft

Nachteile: u. U. hohe Kosten; Absicherung nur teilweise möglich, da Derivate nur mit bestimmten Laufzeiten verfügbar sind und da die passivseitigen Zinsaufwände mit Unsicherheiten verbunden sind (Ausübung von Optionen durch die Versicherungsnehmer, Höhe der künftigen Überschussbeteiligung).

- Produktgestaltung zur Risikominderung: Steuerung der Exponierung gegenüber dem Zinsrisiko über Art und Höhe der Garantien, Angebot fondsgebundener statt klassischer Versicherungen, ...

Nachteile: Die neuen Produkte könnten den Bedürfnissen der Versicherungsnehmer weniger entsprechen, so dass Marktanteile verloren gehen (strategisches Risiko). Ebenso kann die Reputation leiden, wenn die neuen Produkte schlechtere Ratings erhalten oder von Verbraucherschützern kritisiert werden. Der bedeutendste Nachteil ist jedoch, dass die Maßnahme nur auf das zukünftige Neugeschäft wirkt, aber nicht auf den bereits vorhandenen Versicherungsbestand.

- Aktiv-Passiv-Management (ALM) zur Risikominderung: Wenn die Zahlungsströme der Aktiv- und Passivseite möglichst genau aufeinander abgestimmt sind, müssen Verluste, die sich aus dem Zinsrisiko ergeben, nur selten realisiert werden. Auch das Wiederanlagerisiko wird dadurch minimiert. Nachteile: Passivseitige Zahlungsströme sind mit Unsicherheiten verknüpft (Ausübung von Optionen durch die Versicherungsnehmer, Höhe der künftigen Überschussbeteiligung) und können daher aktivseitig nur grob repliziert werden. Außerdem gibt es nur wenige Anlagen mit sehr langen Durationen. Weiter kann die Festlegung der Asset-Allokation nach ALM-Gesichtspunkten weniger Flexibilität und damit neue Marktrisiken mit sich bringen, etwa bei einem Zinsanstieg.

(Es waren zwei Beispiele verlangt.)



(e) Das Limitsystem eines Versicherungsunternehmens sieht für die aktuelle Geschäftsperiode folgende Risikobudgets vor (siehe Tabelle). Bei der letzten Messung haben sich dazu folgende Limitauslastungen ergeben (siehe Tabelle).

Angaben in Mio. EUR	Risikobudget	gemessene Auslastung
Vt. Risiko	25	14
Marktrisiko	27	21
Zinsrisiko	10	7
Aktienrisiko	8	9
Immobilienrisiko	5	3
Währungsrisiko	3	1
Spreadrisiko	8	6
Konzentrationsrisiko	2	1
(Diversifikation)	9	6

Die Gelb-Schwelle ist auf 80 Prozent festgelegt, die Rot-Schwelle auf 95 Prozent.

Beim Aktienrisiko ist die Rot-Schwelle deutlich überschritten. Eine temporäre Akzeptanz der Überschreitung in dieser Höhe lehnt der Vorstand ab. Sie haben noch folgende Möglichkeiten:

- Erhöhung des Risikoappetits der Gesellschaft;
- Reallokation der Risikobudgets;
- Reduktion des Aktienrisikos mit Risikominderungsmaßnahmen (z. B. Umschichtungen im Kapitalanlageportfolio oder Einsatz von Derivaten).

Welche Maßnahme empfehlen Sie als Risikomanagementfunktion dem Vorstand, um die Limitüberschreitung zu beheben? Erläutern und begründen Sie Ihren Vorschlag. Gehen Sie dabei auf alle drei Möglichkeiten ein und argumentieren Sie, warum Ihr Vorschlag der sinnvollste ist. [8 Punkte]

### Lösungsvorschlag

- Die Reallokation der Risikobudgets zwischen vt. Risiko und Marktrisiko ist eine naheliegende Maßnahme. Innerhalb des Marktrisikos ist für eine Reallokation zuwenig Marge in den einzelnen Budgets vorhanden, obwohl nach der Ampellogik alle Limits mit Ausnahme des Aktienrisikos auf grün stehen. Beim vt. Risiko könnte man um 4 Mio. Euro reduzieren, ohne die Gelb-Schwelle zu erreichen. Dieser Betrag würde genügen, um das Aktienrisiko wieder in den grünen Bereich zu bringen.



- Die Erhöhung des Risikoappetits stellt eine strategische Änderung dar und würde unter anderem dazu führen, dass dem höheren Gesamtrisikokapital auch höhere erwartete Erträge gegenüberstehen. In der gegebenen Situation ist nicht klar, ob diese Erträge auch tatsächlich realisiert werden können. Daher ist die Reallokation gegenüber der Erhöhung des Risikoappetits vorzuziehen.
- Risikominderungsmaßnahmen im Bereich des Aktienrisikos wären hinsichtlich des Risikokapitalbedarfs sicherlich effektiv. Jedoch wären diese entweder mit hohen Kosten verbunden (Kauf von Derivaten) oder die Ertragsaussichten würden sich bei einer konservativeren Anlagestrategie wahrscheinlich verschlechtern. Außerdem könnte bei einer Änderung der Asset-Allokation der Kapitalbedarf anderer Teilrisiken (z. B. des Spreadrisikos) steigen, so dass hier ebenfalls Schwellenwerte überschritten werden könnten. Daher ist die Reallokation gegenüber der Risikominderung vorzuziehen.

Insgesamt ist hier die Reallokation als Maßnahme zu empfehlen. Sie hat keine ersichtlichen wesentlichen Nachteile, erlaubt dafür aber einen effizienteren Einsatz des zur Verfügung stehenden Kapitals. Insbesondere kann dadurch die Chance auf höhere Erträge aus Aktieninvestments weiter genutzt werden, ohne dass sich insgesamt ein höherer Kapitalbedarf ergibt.



- (f) Welchen Bewertungsansatz für das Marktrisiko verfolgt die Standardformel? Erläutern Sie kurz dessen Vor- und Nachteile. [4 Punkte]

### **Lösungsvorschlag**

Die Standardformel unterteilt das Marktrisiko in Teilrisiken („Untermodule“) und verfolgt bei diesen durchgehend einen szenariobasierten Ansatz. Die Risikokapitalien der Untermodule werden mittels Korrelationen aggregiert.

Vorteil dieses Ansatzes ist die einfache Umsetzbarkeit und die Transparenz der Bewertung.

Nachteilig ist, dass die Kalibrierung der Szenarien schwierig und dadurch mit Unsicherheiten behaftet ist. Eine konsistente Kalibrierung der Korrelationen ist ebenfalls schwierig; zudem werden Abhängigkeiten zwischen den Risiken dadurch nur stark vereinfacht und möglicherweise unvollständig erfasst.

**Aufgabe 2.** *[Modelle in der Versicherung - Personenversicherung] [15 Punkte]*

Wegen des zunehmenden Wettbewerbes auf dem Versicherungsmarkt überlegt der Vorstand der Leichendorfer Rentenanstalt, einem Lebensversicherungsunternehmen, die Produktpalette zu erweitern bzw. bestehende Produkte attraktiver für den Kunden zu gestalten.

Bei Absicherungsprodukten (wie z. B. Risikoleben- oder Berufsunfähigkeitsversicherungen) möchte das Unternehmen eine kostenlose Nachversicherungsgarantie anbieten.

Diese Option würde den Versicherungsnehmern erlauben, alle fünf Jahre nach Vertragsabschluss ohne erneute Gesundheitsprüfung die versicherte Leistung um einen festen Betrag zu erhöhen. Der zu zahlende Zusatzbeitrag würde auf Basis der jeweils zum Ausübungszeitpunkt der Option aktuell geltenden Bedingungen berechnet werden.

Der Vorstand möchte wissen, welchen Wert diese Option hätte. Beschreiben Sie, wie Sie den Wert dieser Option bestimmen würden. Gehen Sie dabei sowohl auf die Methoden (z. B. welche Art von Modell...) als auch auf die benötigten Annahmen ein.

*Hinweis: Beachten Sie, dass die Punktevergabe von Ihrer Ausarbeitung und den Begründungen abhängt, weil es bei dieser Aufgabe keine eindeutige Lösung gibt. Ergänzen Sie die Informationen, die Ihnen vorliegen, mit weiteren Annahmen, falls Sie das für nötig erachten.*



## Lösungsvorschlag

Die Punktevergabe orientiert sich am folgenden Vorschlag (die maximale Anzahl an erreichbaren Punkten ist auf 15 begrenzt):

- (a) [3 Punkte] Die dargestellte Nachversicherungsgarantie ist eine versicherungstechnische Option, d. h., das sich für das Unternehmen aus der Option ergebende Risiko ist (überwiegend) ein Versicherungs- und kein Finanzrisiko. In diesem Fall ist das Risiko vor allem auf biometrische Rechnungsgrundlagen (Sterblichkeit oder Invalidität) zurückzuführen.
- (b) [2 Punkte] Für diese Art von Optionen werden in den meisten Fällen deterministische Modelle verwendet, keine stochastischen. Ausnahmen gelten bei Rückversicherern, bei denen wegen asymmetrischer Auszahlungsprofile eine stochastische Modellierung erforderlich sein kann.
- (c) [2 Punkte] Der Wert der Option zum Ausübungszeitpunkt ergibt sich aus der Differenz zwischen dem Barwert des durch die Nachversicherung zu zahlenden Beitrages und dem Beitragsbarwert derselben Versicherung nach erneuter Gesundheitsprüfung.
- (d) [1 Punkt] Wenn die Ausübung der Option mit höheren Kosten für das Unternehmen (z. B. höhere Verwaltungskosten) verbunden ist, sollten diese auch explizit modelliert werden.
- (e) [3 Punkte] Eine Bewertung erfordert Annahmen zu der Ausübungsrate der Option zu dem jeweiligen Ausübungszeitpunkt. Alternativ könnte man davon ausgehen, dass alle Versicherungsnehmer die Option ausüben (obere Grenze für den Optionswert).
- (f) [2 Punkte] Antiselektion (Versicherungsnehmer, die die Option ausüben, weisen wahrscheinlich eine höhere Sterblichkeit oder Invalidität als der restliche Bestand auf) sollte im Modell auch berücksichtigt werden.
- (g) [2 Punkte] Es ist unwahrscheinlich, dass ein Versicherungsunternehmen über ausreichend eigene Daten verfügt, um die Annahmen zu bestimmen. Deswegen könnte es notwendig sein, auf Marktdaten zurückzugreifen.
- (h) [2 Punkte] Alternativ könnte das Unternehmen untersuchen, ob Wettbewerber eine ähnliche Nachversicherungsgarantie auch kostenlos anbieten oder einen Zuschlag dafür verlangen.
- (i) [2 Punkte] Um die Unsicherheit bei den Annahmen zu berücksichtigen, auch wenn die Modellierung deterministisch erfolgt, sollte man Sensitivitäten rechnen, um die Auswirkungen von Änderungen in den Annahmen zu quantifizieren (z. B. Sterblichkeit nach Ausübung  $\pm 20\%$ , Ausübungsrate  $\pm 5\%$ ).

**Aufgabe 3.** [Modelle in der Versicherung - Personenversicherung] [15 Punkte]

Wegen des zunehmenden Wettbewerbes auf dem Versicherungsmarkt überlegt der Vorstand der Leichendorfer Rentenanstalt, einem Lebensversicherungsunternehmen, die Produktpalette zu erweitern bzw. bestehende Produkte attraktiver für den Kunden zu gestalten.

Bei fonds- und indexgebundenen Produkten möchte das Unternehmen eine Garantie bei Ablauf einführen. Als Fallstudie entscheidet der Vorstand, eine indexgebundene Versicherung auf den *DAX* zu analysieren. Das Produkt besitzt folgende Eigenschaften:

- Der Versicherungsnehmer zahlt zu  $t = 0$  einen Einmalbeitrag  $EB = 10.000$ .
- Zu  $t = 1$  garantiert das Versicherungsunternehmen eine Auszahlung i. H. v. 100% des Einmalbeitrags.
- Wenn der *DAX*-Stand zu  $t = 1$  niedriger ist als der Stand zu  $t = 0$ , wird eine zusätzliche Überschussbeteiligung i. H. v.  $x\%$  (Partizipationsrate) der negativen *DAX*-Entwicklung, bezogen auf den garantierten Betrag ( $100\% * EB$ ), gewährt.

Zusätzlich sind allgemeine Marktinformationen bekannt:

- Der risikofreie Zins zu  $t = 0$  und Laufzeit 1 Jahr liegt bei 1%.
  - Zu  $t = 0$  beträgt der *DAX*-Stand  $DAX(0) = 1.000$ .
- (a) [5 Punkte] Zerlegen Sie das Garantieverprechen des Versicherungsunternehmens, indem Sie es so darstellen, dass eingebettete Optionen explizit werden, und beschreiben Sie, um welchen Optionstyp es sich dabei handelt.
- (b) [8 Punkte] Um die versprochene Ablaufleistung abzudecken, kann die Kapitalanlageabteilung folgende Finanzinstrumente, die sich alle auf den *DAX* beziehen, zu  $t = 0$  kaufen:

Art der Option	Fälligkeit (Monate)	Ausübungspreis	Preis zu $t = 0$
Put	12	800	9
Put	12	1000	69
Put	6	800	3
Put	6	1000	51
Call	12	800	225
Call	12	1000	89
Call	6	800	210
Call	6	1000	61



Welche Partizipationsrate kann das Versicherungsunternehmen anbieten, wenn die Kapitalanlageabteilung das Leistungsversprechen zu  $t = 1$  für jeden einzelnen Vertrag vollständig (d. h. ohne die Überlebenswahrscheinlichkeit der Versicherungsnehmer zu berücksichtigen) absichern möchte, unter den Annahmen, dass die Märkte arbitragefrei sind und eine risikoneutrale Bewertung der eingebetteten Option angewendet werden kann?

- (c) [2 Punkte] Falls die Kapitalanlageabteilung entscheiden sollte, die Absicherung auf Portfolioebene vorzunehmen (d. h. unter Berücksichtigung der Überlebenswahrscheinlichkeit der Versicherungsnehmer), welche qualitative Änderung an der Partizipationsrate würden Sie erwarten? Gehen Sie in Ihrer Antwort davon aus, dass der Lebensprozess der Versicherungsnehmer und der *DAX*-Prozess unabhängig voneinander sind. Begründen Sie Ihre Antwort.





### Lösungsvorschlag

(a) [5 Punkte] Es gilt für die versicherte Leistung zu  $t = 1$  ( $VL_1$ ):

$$\begin{aligned} VL_1 &= \max \left\{ EB; EB - x\% * EB * \left[ \frac{DAX(1)}{DAX(0)} - 1 \right] \right\} \\ &= 10000 * \max \left\{ 1; 1 - \frac{x\%}{1000} [DAX(1) - 1000] \right\} \\ &= 10000 * \left\{ 1 + \frac{x\%}{1000} * \max[[1000 - DAX(1)]; 0] \right\}. \end{aligned}$$

D. h., in dem Produkt ist eine Put-Option auf den  $DAX$  mit Fälligkeit 12 Monate und Ausübungspreis  $DAX(0) = 1000$  eingebettet.

(b) [8 Punkte]

Die risikoneutrale Bewertung von  $VL_1$  zu  $t = 0$  ergibt:

$$\begin{aligned} VL_0 &= 10000 * (1 + 1\%)^{-1} + 10 * x\% * P_0(DAX(0), T = 12; DAX(0)) \\ &= 9901 + x\% * 690. \end{aligned}$$

Da jeder einzelne Vertrag vollständig abgesichert werden soll, wird die Überlebenswahrscheinlichkeit der Versicherungsnehmer bei der Berechnung nicht berücksichtigt. D. h., es gilt:

$$\begin{aligned} VL_0 &= EB \\ \Rightarrow 9901 + x\% * 690 &= 10000 \Rightarrow x\% = 0,14 \Rightarrow x = 14. \end{aligned}$$

(c) [2 Punkte] Wenn die Überlebenswahrscheinlichkeit der Versicherungsnehmer berücksichtigt wird, dann gilt (sei  $p_T$  die Überlebenswahrscheinlichkeit):

$$p_T * VL_0 = EB \Rightarrow VL_0 = \frac{EB}{p_T}.$$

Da  $0 < p_T < 1$  würde sich die Partipationsrate erhöhen.

**Aufgabe 4.** *[Modelle in der Versicherung - Personenversicherung] [15 Punkte]*

Die Leichendorfer Rentenanstalt ist ein Lebensversicherungsunternehmen mit Sitz in Deutschland. Ein Teil des Bestandes des Unternehmens besteht aus Rentenanwartschaften, bei denen der Versicherungsnehmer zum Zeitpunkt des Rentenüberganges die Möglichkeit hat, entweder die Auszahlung des angesparten Kapitals oder eine lebenslange Rente auszuwählen. Das Produkt ist für das Neugeschäft geschlossen.

Falls der Versicherungsnehmer sich für eine lebenslange Rente entscheidet, hat er wiederum die Möglichkeit zu wählen, mit welcher Zinskurve das angesparte Kapital in eine Rente umgewandelt werden sollte (*Option auf eine garantierte Mindestverzinsung bei Rentenübergang*):

- Die aktuell am Markt geltende Zinskurve zu dem Zeitpunkt des Rentenüberganges.
- Eine garantierte Zinskurve, die bei Abschluss des Vertrages festgelegt wurde und Teil der Versicherungsbedingungen ist.

Alle anderen Annahmen (wie z. B. Sterblichkeit) sind nicht garantiert und werden erst bei dem Rentenübergang festgelegt.

Die aktuell am Markt geltende Zinskurve liegt deutlich über der garantierten und die allgemeine Erwartung ist, dass sich die Lage für mehrere Jahre nicht ändern wird.

- (a) *[5 Punkte]* Nehmen Sie an, dass sich die Versicherungsnehmer finanzrational verhalten. Wenn ein Versicherungsnehmer nächstes Jahr in Rente ginge (d. h. sich gegen die Kapitalauszahlung und für eine lebenslange Rente entscheiden würde), welche Zinskurve würde er wählen? Begründen Sie Ihre Antwort. Gehen Sie in Ihrer Antwort insbesondere näher auf die Begriffe „Innerer Wert“ und „Zeitwert“ einer Option ein.
- (b) *[10 Punkte]* Beschreiben Sie, wie die Leichendorfer Rentenanstalt den Wert der Option auf eine garantierte Mindestverzinsung bei Rentenübergang bestimmen könnte. Gehen Sie dabei sowohl auf die Methoden (z. B. welche Art von Modell...) als auch auf die benötigten Annahmen ein.

*Hinweis: Beachten Sie, dass die Punktevergabe von Ihrer Ausarbeitung und den Begründungen abhängt, weil es bei dieser Aufgabe keine eindeutige Lösung gibt. Ergänzen Sie die Informationen, die Ihnen vorliegen, mit weiteren Annahmen, falls Sie das für nötig erachten.*



## Lösungsvorschlag

Die Punktevergabe orientiert sich am folgenden Vorschlag (die maximale Anzahl an erreichbaren Punkten ist auf 15 begrenzt).

(a) [5 Punkte] (Die maximale Anzahl an erreichbaren Punkten ist auf 5 begrenzt).

(i) [2 Punkte] Ein finanzrationaler Versicherungsnehmer würde nur dann die Option ausüben, wenn diese zum Ausübungszeitpunkt einen Wert größer als null aufweist.

(ii) [2 Punkte] Der Wert der Option setzt sich aus zwei Komponenten zusammen:

- Der Innere Wert: Der Betrag, der bei sofortiger Ausübung der Option erzielt werden würde.
- Der Zeitwert, der die an die Option geknüpfte Gewinnerwartung ausdrückt. Je länger die Restlaufzeit einer Option, desto höher die Wahrscheinlichkeit, dass sie am Ende der Laufzeit im Geld ist und deswegen ausgeübt wird.

(iii) [3 Punkte] Weil die aktuell am Markt geltende Zinskurve deutlich über der garantierten liegt und die Erwartung ist, dass in einem Jahr die Lage ähnlich sein wird, befindet sich die Option sowohl aktuell als auch zukünftig *aus dem Geld*.

Das bedeutet, dass derer Innerer Wert und Zeitwert zum Ausübungszeitpunkt (Rentenübergang) beide null sind. Ein finanzrationaler Versicherungsnehmer würde deswegen die Option nicht ausüben und stattdessen die aktuell am Markt geltende Zinskurve wählen.

(b) [10 Punkte] (Die maximale Anzahl an erreichbaren Punkten ist auf 10 begrenzt).

(i) [2 Punkte] Die dargestellte *Option auf eine garantierte Mindestverzinsung bei Rentenübergang* ist eine Finanzoption, die im Allgemeinen durch gewisse Eigenschaften des Kapitalmarktes (hier von dem Zinsniveau) beeinflusst wird.

(ii) [4 Punkte] Finanzoptionen, die in Versicherungsverträgen eingebettet sind, können prinzipiell auf drei verschiedene Arten und Weisen, entsprechend der Fair Value Bewertungshierarchie, bewertet werden:

- Marktwert. Falls für die Option ein tiefer, liquider und transparenter Markt existiert, ist der Wert der Option gleich dem Marktwert.



- Marktkonsistente Bewertung. Wenn die Option nicht gehandelt wird, aber ähnliche Optionen auf einem tiefen, liquiden und transparenten Markt verfügbar sind, kann man die Option anhand von Modellen bewerten, die durch Marktdaten kalibriert wurden.
  - Reine Modellbewertung. Wenn das Bewertungsmodell nicht anhand von Marktdaten kalibriert werden kann und die Bewertung deswegen auf nicht beobachtbaren Inputs basiert, dann spricht man von „reiner Modellbewertung“.
- (iii) [3 Punkte] Theoretisch könnte man die *Option auf eine garantierte Mindestverzinsung bei Rentenübergang* durch eine Call-Option auf Zerobonds, die den Rentenzahlungen entsprechen, replizieren. Oder durch eine sogenannte Swaption, eine Option auf einen Tausch zwischen festen und variablen Zinszahlungen. Es ist jedoch unwahrscheinlich, dass die langen Laufzeiten, die bei einer lebenslangen Rente erfolgen können, auch am Markt verfügbar sind. Deswegen ist die Option eher rein modellbasiert zu bewerten.
- (iv) [2 Punkte] Finanzoptionen sollten wegen des asymmetrischen Auszahlungsprofils für das Versicherungsunternehmen mit einem stochastischen Modell bewertet werden.
- (v) [2 Punkte] Die für die Modellierung notwendigen Kapitalmarktszenarien können mit einem ESG (Economic Scenario Generator) erzeugt werden.
- (vi) [2 Punkte] Da es in der Aufgabe um eine Bewertungsfrage geht, sollte der ESG risikoneutral kalibriert werden.
- (vii) [3 Punkte] Eine Bewertung erfordert Annahmen zu der Ausübungsrate der Option zu dem jeweiligen Ausübungszeitpunkt. Alternativ könnte man davon ausgehen, dass alle Versicherungsnehmer die Option ausüben (obere Grenze für den Optionswert).
- (viii) [2 Punkte] Wie bei der Modellierung von Stornooptionen, sollte man auch in diesem Fall berücksichtigen, dass die Ausübungsrate von dem Zinsniveau (oder besser gesagt von der „Moneyness“, d. h. die Geldnähe der Option) abhängen kann.
- (ix) [2 Punkte] Wenn, wie in der Aufgabe angenommen, die Option stark aus dem Geld ist, dann könnte man davon ausgehen, dass die Option nie ausgeübt wird und in allen Szenarien einen Wert von null besitzt. Bei Anwendung dieser Vereinfachung würde sich eine stochastische Modellierung erübrigen.

**Aufgabe 5.** [Modelle in der Versicherung - Personenversicherung] [15 Punkte]

Sie sind in der Risikomanagementabteilung der Leichendorfer Rentenanstalt, einem Lebensversicherungsunternehmen, tätig und haben die Ergebnisse der Solvency II-Risikokapitalberechnung zu Jahresende in einer Präsentation für den Vorstand zusammengefasst. Das Risikokapital für die Leichendorfer Rentenanstalt zu Jahresende beträgt  $SCR_0$ .

- (a) [5 Punkte] Bei der Präsentation Ihrer Ergebnisse fragt der Vorstand nach, was damit gemeint ist, dass das Risikokapital unter Solvency II der notwendige Puffer gegen „ein 1-in-200-Jahres-Ereignis“ (Schaden mit einer Wiederkehrperiode von 200 Jahren) darstellt.

Erklären Sie welches Risikomaß unter Solvency II verwendet wird, wie das Risikokapital definiert ist und warum es als Puffer gegen „ein 1-in-200-Jahres-Ereignis“ interpretiert werden kann.

- (b) [10 Punkte] Der Vorstand bittet im Anschluss um eine Analyse der Auswirkungen einer zweijährigen statt einjähriger Risikosicht auf das Risikokapital.

Definieren Sie das Risikokapital als geeignetes Quantil der zweijährigen Verlustfunktion und nehmen Sie an, dass die Eigenmittelverluste eines jeden Jahres einer Normalverteilung mit Erwartungswert 0 und Standardabweichung  $\sigma$  folgen und unabhängig voneinander sind.

Bei welcher Schaden-Wiederkehrperiode müsste das Unternehmen auch bei einer zweijährigen Risikosicht das gleiche Risikokapital wie unter Solvency II vorhalten? Begründen Sie Ihre Antwort.

*Hilfsmittel: Quantile der Standardnormalverteilung  $Z \sim N_1(0, 1)$ . Fehlende Quantile können linear interpoliert werden.*

Sicherheitsniveau x%	Quantil $Q_Z(x\%)$
75%	0,67
80%	0,84
90%	1,28
95%	1,64
97,5%	1,96
99%	2,33
99,5%	2,58



### Lösungsvorschlag

- (a) [5 Punkte] Das Risikomaß, das unter Solvency II verwendet wird, ist der sogenannte *Value at Risk (VaR)*. Der *VaR* wird durch zwei Komponenten bestimmt:
- (i) Der Zeitraum.
  - (ii) Die Verlustwahrscheinlichkeit (oder das Sicherheitsniveau).

Unter Solvency II ist der Zeitraum 1 Jahr und die Verlustwahrscheinlichkeit 0,5% (oder das Sicherheitsniveau 99,5%). Das Risikokapital ist deswegen definiert als *Value at Risk* der Verteilung der Eigenmittelverluste über einen Zeitraum von einem Jahr mit einem Sicherheitsniveau von 99,5%.

Die Wiederkehrperiode eines Verlustes ist deswegen:

$$\frac{\text{Zeitraum}}{\text{Verlustwahrscheinlichkeit}} = \frac{1 \text{ Jahr}}{0,5\%} = 200 \text{ Jahre.}$$

- (b) [10 Punkte] Seien  $V_t$  die ökonomischen Eigenmittel des Unternehmens zu dem Zeitpunkt  $t$ . Die entsprechende Verlustfunktion über einen Zeitraum  $\Delta t$  ist gegeben durch die Formel:

$$L_{t+\Delta t} = -\Delta V_{t+\Delta t} = V_t - V_{t+\Delta t}.$$

Unter Verwendung des Risikomaßes *Value at Risk* ist das Risikokapital *SCR* definiert wie folgt:

$$P[L_{t+\Delta t} < SCR] = x\%,$$

wobei  $x\%$  das geeignete Sicherheitsniveau darstellt. D. h., das Risikokapital ist das  $x\%$ -Quantil der Verlustverteilung der ökonomischen Eigenmittel über den Zeitraum  $\Delta t$ .

Wenn man  $\Delta t = 2$  Jahre wählt, kann man entsprechend umformen:

$$L_{t+2} = V_t - V_{t+2} = V_t - V_{t+1} + V_{t+1} - V_{t+2} = L_{0;1} + L_{1;2},$$

wobei  $L_{0;1} := V_t - V_{t+1}$  und  $L_{1;2} := V_{t+1} - V_{t+2}$ .



Das Solvency II-Risikokapital entspricht dem VaR für  $L_{0;1}$  zu dem Sicherheitsniveau 99,5% (einjährige Risikosicht).

Laut Aufgabentext sind  $L_{0;1}$  und  $L_{1;2}$  unabhängig und identisch verteilt und folgen einer Normalverteilung mit Erwartungswert 0 und Standardabweichung  $\sigma$ .

Die Summe von normalverteilten Zufallsvariablen ist auch normalverteilt. Da die zwei Summanden unabhängig verteilt sind, folgt:

$$E(L_{t+2}) = 0,$$
$$\sigma_{L_{t+2}}^2 = \sigma_{L_{0;1}}^2 + \sigma_{L_{1;2}}^2 = 2 \cdot \sigma^2.$$

Sei  $Z$  eine Zufallsvariable, die der Standardnormalverteilung folgt, d. h.,  $E(Z) = 0$  und  $\sigma_Z = 1$ . Sei außerdem  $Q(x\%)$  das Quantil zu dem Sicherheitsniveau  $x\%$ . Gemäß den allgemeinen Eigenschaften der Normalverteilung gilt:

$$Q_{L_{t+2}}(x\%) = \sqrt{2} \cdot \sigma \cdot Q_Z(x\%) = \sqrt{2} \cdot Q_{L_{0;1}}(x\%).$$

Außerdem gilt:

$$SCR_0 = Q_{L_{0;1}}(99,5\%) = \sigma \cdot Q_Z(99,5\%) \Rightarrow \sigma = \frac{SCR_0}{Q_Z(99,5\%)}$$

Das bedeutet:

$$Q_{L_{t+2}}(x\%) = SCR_0 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{Q_Z(x\%)}{Q_Z(99,5\%)}$$

Die Anforderung ist, dass das Risikokapital unter zweijähriger Risikosicht gleich bleibt, d. h.:

$$SCR_0 = Q_{L_{t+2}}(x\%) = SCR_0 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{Q_Z(x\%)}{Q_Z(99,5\%)}$$
$$\Rightarrow Q_Z(x\%) = \frac{Q_Z(99,5\%)}{\sqrt{2}} = \frac{2,58}{\sqrt{2}} = 1,82$$



Durch lineare Interpolation der Daten in der Tabelle bestimmt man ein  $\alpha$  so dass:

$$\begin{aligned}(1 - \alpha) \cdot 1,64 + \alpha \cdot 1,96 &= 1,82 \Rightarrow \alpha = 0,56 \\ \Rightarrow x &= (1 - 0,56) \cdot 95\% + 0,56 \cdot 97,5\% = 96,4\% \\ \Rightarrow \frac{\text{Zeitraum}}{\text{Verlustwahrscheinlichkeit}} &= \frac{2 \text{ Jahre}}{1 - 96,4\%} = 56 \text{ Jahre.}\end{aligned}$$



**Aufgabe 6.** [Modellierung Schaden/Unfall, Solvency II] [30 Punkte] Die Wildbader Allgemeine Versicherung AG (WAV) ist ein Komposit-Versicherer, der unter anderem die gewerbliche Sachversicherung (Gebäude- und Inhaltsversicherung) betreibt. Für dieses Geschäft besteht eine passive Quoten-Rückversicherung mit einer Quote von 20% d.h. der Rückversicherer verpflichtet sich, der WAV 20% sämtlicher Schadenzahlungen in dieser Sparte zu erstatten. Im Rückversicherungsvertrag ist vereinbart, dass nach drei Abwicklungsjahren eine sogenannte Ablösung stattfindet, in dem der Rückversicherer im 4. Abwicklungsjahr 20% der per Ende des dritten Abwicklungsjahres vorhandenen Einzelschadenrückstellungen der WAV erstattet. An den von der WAV zu leistenden Schadenzahlungen ab dem 4. Abwicklungsjahr beteiligt sich der Rückversicherer dann nicht mehr.

Per 31.12.2020 liegt folgendes Netto-Abwicklungsdreieck (d.h. nach Berücksichtigung der Rückversicherung) inkrementeller Schadenzahlungen (in Tsd EUR) vor:

Anfalljahr	Abwicklungsjahr				
	1	2	3	4	5
2016	8.000	4.000	3.200	2.000	1.000
2017	8.800	4.000	4.000	2.000	
2018	10.400	5.600	4.800		
2019	9.600	4.800			
2020	12.800				

Zusätzlich ist bekannt, dass die (Brutto-)Einzelschadenrückstellungen für das Anfalljahr 2016 per 31.12.2018 5.000 TEUR und für das Anfalljahr 2017 per 31.12.2019 ebenfalls 5.000 TEUR betragen.

- (a) [5 Punkte] Ein Kollege von Ihnen äußert: „Aus ERM-Sicht sind nur nicht-proportionale passive Rückversicherungsverträge sinnvoll. Eine Quoten-Rückversicherung bietet hier keine Vorteile.“

Nehmen Sie dazu Stellung!

- (b) [5 Punkte] Bestimmen Sie das inkrementelle Brutto-Zahlungsdreieck!
- (c) [10 Punkte] Bestimmen Sie die Brutto-Chain-Ladder-Faktoren auf zwei Nachkommastellen gerundet und vervollständigen Sie das inkrementelle Brutto-Zahlungsdreieck mit den erwarteten Brutto-Zahlungen zum inkrementellen Abwicklungsviereck!
- (d) [5 Punkte] Bestimmen Sie den Barwert der Zahlungen des Rückversicherers per 31.12.2020! Gehen Sie von einem konstanten Zinssatz von 2% aus und



nehmen Sie an, dass die Zahlungen immer am Ende des Geschäftsjahres fließen. Gehen Sie außerdem davon aus, dass die Summe der Einzelschadenrückstellungen für jedes Anfalljahr per 31.12.2020 gerade der erwarteten undiskontierten Brutto-Best-Estimate-Reserve entspricht!

(e) [5 Punkte] Die Wildbader Rückversicherung AG (WRV) ist ein Rückversicherer der weltweit Geschäft zeichnet. Per 31.12.2020 liegen Ihnen folgende Schadenzahlungsdreiecke aus dem Haftpflichtgeschäft der WRV in den USA vor:

- Das Dreieck mit den Zahlungen in der Originalwährung USD,
- das Dreieck mit den Zahlungen in EUR auf Basis des Wechselkurses mit dem die Zahlung abgerechnet wurde und
- das Dreieck mit den auf Basis des am 31.12.2020 gültigen Wechselkurses in EUR umgerechneten Werten.

Des Weiteren liegen Ihnen die risikofreien Zinskurven für die Währungen USD und EUR per 31.12.2020 vor. Außerdem sind Ihnen die Ratings der Versicherer bekannt, gegenüber denen die Verpflichtungen der WRV bestehen.

Sie sollen nun den besten Schätzwert der Verpflichtung für die Solvabilitätsübersicht der WRV für dieses Geschäft bestimmen. Wie gehen Sie dabei vor? Begründen Sie Ihr Vorgehen!

### Lösungsvorschlag

- (a)
- Nicht-proportionale Rückversicherungsverträge sorgen insbesondere beim für Katastrophen benötigten Risikokapital für Entlastung.
  - Abhängig von Risikomaß und Priorität kann die Kapitalanforderung deutlich reduziert werden bei nur relativ geringem Rückgang des erwarteten Gewinns.
  - Eine Quoten-Rückversicherung senkt für das entsprechende Teilrisiko/Untermodul die Kapitalanforderung in der Regel genau um den Anteil der Quote und genau so den erwarteten Ertrag.
  - Ist das vorhandene Risikokapital des Unternehmens begrenzt, so kann dadurch die (Brutto-)Zeichnungskapazität erhöht werden.
  - Durch den Diversifikationseffekt kann gegebenenfalls durch eine Quoten-Rückversicherung bei der Aggregation der Teilrisiken zum Gesamtrisiko des Unternehmens das benötigte Gesamtrisiko des Unternehmens relativ stärker gesenkt werden als der erwartete Gewinn.

(je stichhaltiger Anmerkung ein Punkt)



(b) Das inkrementelle Brutto-Zahlungsdreieck ist:

Anfalljahr	Abwicklungsjahr				
	1	2	3	4	5
2016	10.000	5.000	4.000	3.000	1.000
2017	11.000	5.000	5.000	3.000	
2018	13.000	7.000	6.000		
2019	12.000	6.000			
2020	16.000				

Bis zum dritten Abwicklungsjahr erhält man die Brutto-Werte, in dem man die Netto-Werte durch 0,8 teilt. Für die Anfalljahre 2016 und 2017 ist bekannt, dass der Rückversicherer im vierten Abwicklungsjahr

$$5.000 * 20\% = 1.000 \text{ (TEUR)}$$

erstattet hat. Damit betragen die Brutto-Zahlungen im vierten Abwicklungsjahr für die Anfalljahre 2016 und 2017 jeweils

$$2.000 + 1.000 = 3.000 \text{ (TEUR).}$$

Im 5. Abwicklungsjahr entsprechen die Brutto-Zahlungen den Netto-Zahlungen.

(2 Punkte für die korrekte Berechnung der ersten drei Abwicklungsjahre, zwei Punkte für die korrekte Berechnung des 4. Abwicklungsjahres und ein Punkt für das 5. Abwicklungsjahr)

(c) Zunächst wird das kumulierte Brutto-Zahlungsdreieck bestimmt

Anfalljahr	Abwicklungsjahr				
	1	2	3	4	5
2016	10.000	15.000	19.000	22.000	23.000
2017	11.000	16.000	21.000	24.000	
2018	13.000	20.000	26.000		
2019	12.000	18.000			
2020	16.000				

Damit ergeben sich die Chain-Ladder Faktoren

$$\frac{15.000 + 16.000 + 20.000 + 18.000}{10.000 + 11.000 + 13.000 + 12.000} = 1,5$$

$$\frac{19.000 + 21.000 + 26.000}{15.000 + 16.000 + 20.000} = 1,29$$

$$\frac{22.000 + 24.000}{19.000 + 21.000} = 1,15$$

$$\frac{23.000}{22.000} = 1,05$$



Das resultierende kumulierte Zahlungs-Viereck ist

	Abwicklungsjahr				
Anfalljahr	1	2	3	4	5
2016	10.000	15.000	19.000	22.000	23.000
2017	11.000	16.000	21.000	24.000	25.200
2018	13.000	20.000	26.000	29.900	31.396
2019	12.000	18.000	23.220	26.703	28.038
2020	16.000	24.000	30.960	35.604	37.384

Durch Differenzenbildung erhält man das inkrementelle Zahlungs-Viereck

	Abwicklungsjahr				
Anfalljahr	1	2	3	4	5
2016	10.000	5.000	4.000	3.000	1.000
2017	11.000	5.000	5.000	3.000	1.200
2018	13.000	7.000	6.000	3.900	1.495
2019	12.000	6.000	5.220	3.483	1.335
2020	16.000	8.000	6.960	4.644	1.780

(2 Punkte für Erstellung des kumulierten Brutto-Zahlungsdreiecks, 4 Punkte für die Berechnung der Chain-Ladder-Faktoren, 2 Punkte für das kumulierte Zahlungs-Viereck, 2 Punkte für das inkrementelle Zahlungsverviereck)

(d) Die Zahlungen des Rückversicherers betragen im jeweiligen Geschäftsjahr

$$\begin{aligned} \text{GJ 2021} &: 20\% * ((3.900 + 1.495) + 5.220 + 8.000) &= 3.723 \\ \text{GJ 2022} &: 20\% * ((3.483 + 1.335) + 6.960) &= 2.356 \\ \text{GJ 2023} &: 20\% * (4.644 + 1.780) &= 1.285 \end{aligned}$$

Damit erhält man den Barwert

$$\frac{3.723}{1,02} + \frac{2.356}{1,02^2} + \frac{1.285}{1,02^3} = 7.125 \text{ (TEUR)}$$

(3 Punkte für die Bestimmung der Cashflows, 2 Punkte für den Barwert)

- (e)
- Es wird das Dreieck in Originalwährung USD für die aktuariellen Schätzungen verwendet.
  - Die historischen Wechselkurse im EUR-Dreieck haben keine Aussagekraft für die Entwicklung des Wechselkurses in der Zukunft. Die Verpflichtungen aber müssen in künftigen Jahren in USD beglichen werden.



- Die Verwendung des Dreiecks auf Basis des Umrechnungskurses zum Bewertungsstichtag führt undiskontiert mit den üblichen Verfahren wie z.B. Chain-Ladder zum gleichen Ergebnis wie die Ermittlung auf Basis des Originalwährung mit Umrechnung der Reserve zum Bewertungsstichtag.
- Zur Diskontierung muss jedoch die USD-Zinskurve herangezogen werden. Mit einer Anlage in EUR in Höhe des Barwerts der Verpflichtung zum EUR-Zins kann bei abweichenden USD-Zins keine Übereinstimmung mit den Cashflows der Verpflichtung erreicht werden.
- Die Bonität der Versicherer gegenüber denen die Verpflichtungen bestehen, spielt keine Rolle bei der Bewertung.

(je stichhaltiger Anmerkung ein Punkt)



**Aufgabe 7.** [ERM und Aufsichtsrecht nach Basel II/III] [60 Punkte] Die Unternehmensgründer V. und R. wollen für ihre neue Aktiengesellschaft „Die kleine Bank AG“ (kurz: DkB) im Land L. eine Lizenz für das Betreiben des Bankgeschäfts beantragen. In L. richtet sich die Bankenregulierung nach den Eigenkapitalanforderungen des Basler Ausschusses. Dem von V. und R. erstellten Businessplan sind folgende Informationen für eines der späteren Geschäftsjahre zu entnehmen (Werte in Tausend Währungseinheiten (WE)):

### Bilanz

#### Vermögenswerte

Forderungen an Kunden	3.610
<i>Verbraucherkredite</i>	2.375
<i>Unternehmenskredite</i>	1.235
Zahlungsmittel und Zahlungsmitteläquivalente	790
<b>Summe Vermögenswerte</b>	<b>4.400</b>

#### Verbindlichkeiten

Spareinlagen	4.000
<b>Summe Verbindlichkeiten</b>	<b>4.000</b>

#### Eigenkapital

Gezeichnetes Kapital	300
Gewinnrücklage	100
<b>Summe Eigenkapital</b>	<b>400</b>

Die Kredite sind dabei unter Berücksichtigung eines erwarteten Kreditausfalls (Risikovorsorge) in Höhe von 5 % angesetzt.

### GuV

#### Erträge

Zinserträge	50
Erträge aus Gebühren	20
<b>Summe Erträge</b>	<b>70</b>

#### Aufwendungen

Zinsaufwendungen	10
Aufwendungen für Provisionen und Gebühren	10
Sonstige betriebliche Aufwendungen	10
Risikovorsorge	10
<b>Summe Aufwendungen</b>	<b>40</b>

**Ergebnis vor Steuern** 30

Ertragssteuern 14

**Jahresüberschuss** 16

Für Investoren sollen zusätzlich auf Basis des Businessplans Informationen zu Risiko-Aspekten der Unternehmung erstellt werden. Sie werden gebeten hierzu Unterlagen zu erstellen.

- (a) [4 Punkte] Berechnen Sie die Eigenmittelanforderung (Säule 1) für das Kreditrisiko der DKB nach dem Kredit-Risiko-Standardansatz! Gehen Sie dabei von einem Risikogewicht von 50% für die Unternehmenskredite und 75% für die Verbraucherkredite aus!
- (b) [4 Punkte] Berechnen Sie die Eigenmittelanforderung (Säule 1) für das operationelle Risiko der DKB nach dem Basisindikatoransatz! Gehen Sie dabei davon aus, dass die obigen Zahlen für drei Geschäftsjahre konstant sind!
- (c) [9 Punkte] Berechnen Sie die Eigenmittelanforderung (Säule 1) für das operationelle Risiko der DKB nach dem Standardansatz! Gehen Sie dabei davon aus, dass
- die obigen Zahlen für drei Geschäftsjahre konstant sind,
  - alle Spareinlagen von Privatkunden stammen,
  - die Erträge aus Gebühren vollständig den Spareinlagen zuzurechnen sind,
  - mit Ausnahme der Zinsaufwendungen alle Aufwendungen im Verhältnis des Kreditvolumens aufzuteilen sind und
  - die Zinserträge im Verhältnis des Kreditvolumens aufzuteilen sind,

Die Beta-Faktoren betragen gemäß CRR für das Firmenkundengeschäft 15% und für das Privatkundengeschäft 12%.

- (d) [2 Punkte] Berechnen Sie die Eigenmittelanforderung für das Marktrisiko (Säule 1) der DKB!
- (e) [3 Punkte] Ordnen Sie die nachstehenden Definitionen den Begriffen Stress-test, Szenarioanalyse und Sensitivitätsanalyse zu!
- (i) Es werden die Auswirkungen unter der Annahme von Änderungen häufig mehrerer Randbedingungen/Variablen auch über einen längeren Zeitraum untersucht. Die Wahrscheinlichkeit des Eintritts dieser Änderungen spielt in der Regel keine Rolle.
- (ii) Es werden die Verluste quantifiziert, die durch extreme Variation von in der Regel einer Variablen entstehen. Die Wahrscheinlichkeit des Eintritts einer solchen Situation ist im Allgemeinen sehr gering oder bleibt unbestimmt.



- (iii) Es werden Veränderungen der Variablen/Parameter simuliert, die nicht unwahrscheinlich sind bzw. im Rahmen des Schätzfehlers des Parameters liegen. Von Interesse sind dabei sowohl positive als auch negative Veränderungen der Zielgröße.
- (f) [9 Punkte] Führen Sie drei Sensitivitätsanalysen auf Basis der vorliegenden Kennzahlen von Bilanz und GuV durch! Berücksichtigen Sie dabei plausible Abhängigkeiten anderer Größen, wenn Sie eine Größe variieren! Berechnen Sie dabei jeweils die Auswirkung auf das Ergebnis vor Steuern!
- (g) [1 Punkt] Definieren Sie den Begriff Risikoklassifikation!
- (h) [6 Punkte] Für interne Zwecke sind bei der DkB die Risikokategorien Markttrisiko, Kreditrisiko und Geschäftsrisiko vorgesehen. Geben Sie - unabhängig von der aufsichtsrechtlichen Definition - jeweils zwei Beispiele für existierende Risiken der DkB an, die unter die jeweilige Kategorie fallen könnten!
- (i) [12 Punkte] Diskutieren Sie wie
- (i) Markttrisiko
  - (ii) Kreditrisiko
  - (iii) Liquiditätsrisiko
  - (iv) operationelles Risiko
- außer mit den in (a)-(c) genannten Methoden noch quantifiziert werden könnten bzw. welche Voraussetzungen fehlen, um eine bestimmte Methode anzuwenden!
- (j) [5 Punkte] Ein potenzieller Investor, dem die Unterlagen vorliegen, merkt mit Blick auf die Eigenmittelanforderungen an: „Das Kreditrisiko ist sehr hoch. Da scheint sich ein Investment nicht zu lohnen.“ Was antworten Sie ihm?
- (k) [5 Punkte] Geben Sie 5 Beispiele dafür an, wie das Kreditrisiko reduziert werden kann, ohne es an Dritte zu übertragen!

### Lösungsvorschlag

- (a) Die Eigenmittelanforderung beträgt

$$\begin{aligned} & 2375 * 75\% * 8\% \\ & + 1235 * 50\% * 8\% \\ & = 191,9 \end{aligned}$$

(je 2 Punkte für die korrekte Berechnung der Anforderung für die Verbraucherkredite und für die Unternehmenskredite)





(b) Die Eigenmittelanforderung beträgt

$$\begin{aligned} & (50 + 20 \\ & \quad - 10 - 10) \\ & * 15\% \\ & = 7,5 \end{aligned}$$

(je 2 Punkte für die korrekte Berücksichtigung der Erträge und der Aufwendungen)

(c) Zunächst wird der Aufteilungsschlüssel für die Aufwendungen (ohne Zinsaufwendungen) und die Zinserträge bestimmt. Der Anteil beträgt für das Firmenkundengeschäft (gerundet):

$$\frac{1235}{3610} = 34\%$$

und für das Privatkundengeschäft demnach 66%.

Wir teilen nun die für die Berechnung der Eigenmittelanforderung für das operationelle Risiko relevanten Aufwendungen und Erträge nach den beiden Geschäftsfeldern der DKB auf:

	<b>Gesamt</b>	<b>Firmenkunden</b>	<b>Privatkunden</b>
<b>Erträge</b>			
Zinserträge	50	17	33
Erträge aus Gebühren	20	0	20
<b>Summe relevante Erträge</b>	<b>70</b>	<b>17</b>	<b>53</b>
<b>Aufwendungen</b>			
Zinsaufwendungen	10	0	10
Aufwendungen für Provisionen und Gebühren	10	3,4	6,6
<b>Summe relevante Aufwendungen</b>	<b>20</b>	<b>3,4</b>	<b>16,6</b>

Die sonstigen betrieblichen Aufwendungen und die Risikovorsorge sind nicht relevant. Damit beträgt die Eigenmittelanforderung für das Firmenkundengeschäft:

$$(17 - 3,4) * 15\% = 2,04$$

und für das Privatkundengeschäft:

$$(53 - 16,6) * 12\% = 4,368$$

Damit beträgt die Eigenmittelanforderung insgesamt:

$$2,04 + 4,368 = 6,408$$

Tausend WE.

(je 4 Punkte für die korrekte Eigenmittelanforderung für das Geschäftssegment und ein Punkt für die gesamte Eigenmittelanforderung.)



(d) Die Eigenmittelanforderung beträgt 0 WE, da keine Positionen im Handelsbuch vorhanden sind und auch keine Währungs- und Rohwarenrisiken vorhanden sind. (ein Punkt für den Wert, ein Punkt für die Begründung)

(e) (i) Szenarioanalyse

(ii) Stresstest

(iii) Sensitivitätsanalyse

(je ein Punkt)

(f) Variation: Höheres Geschäftsvolumen über die Zeit resultierend in 20% höherem Kredit- und Einlagenvolumen.

(i) Zinserträge, Erträge aus Gebühren, Zinsaufwendungen, Aufwendungen für Provisionen und Gebühren, Risikovorsorge werden im gleichen Maße zunehmen.

(ii) Die sonstigen Aufwendungen werden gleich bleiben (Gebäudemiete, Personalkosten etc.).

(iii) Veränderung des Ergebnisses vor Steuern dadurch:

$$(50 + 20 - 10 - 10 - 10) * 20\% = 8$$

Variation: Erhöhung der Gebührensätze für die Verwaltung der Spareinlagen um 20%

(i) Die Spareinlagen gehen zurück. Schätzung: um 10%.

(ii) Die Zinsaufwendungen gehen um 10% zurück.

(iii) Die Erträge aus Gebühren steigen um  $20\% * 0,9 = 18\%$  und damit absolut um 3,6 TWE.

(iv) Veränderung des Ergebnisses vor Steuern dadurch:

$$10 * 0,1 + 3,6 = 4,6$$

Variation: Es wird durchweg von einem um 20% höheren Ausfallrisiko ausgegangen.

(i) In der Bilanz werden auf der Aktivseite die Forderungen an Kunden entsprechend geringer angesetzt.

(ii) In gleichem Maße verringert sich auf der Passivseite das Eigenkapital.



(iii) In der GuV fallen die Aufwendungen für die Risikovorsorge um 20% höher aus.

(iv) Veränderung des Ergebnisses vor Steuern dadurch:

$$-10 * 20\% = -2$$

(Je Variante ein Punkt für die Beschreibung, ein Punkt für die Abhängigkeiten und ein Punkt für die Berechnung der Veränderung des Ergebnisses vor Steuern.)

(g) Eine Sammlung abstrakter Risikokategorien, die zur Abgrenzung und Ordnung verwendet wird, heißt Risikoklassifikation.

(h) (i) Marktrisiko:

- Änderungen an den Finanzmärkten. Beispielsweise könnten Zinsänderungen die Zinserträge oder -aufwendungen direkt beeinflussen oder zu vorzeitigen Rückzahlungen von Krediten oder Kündigungen von Spareinlagen führen.
- Änderungen im Marktumfeld der Geschäftssegmente. Beispielsweise Auftreten von Konkurrenten im entsprechenden Segment mit Druck auf die Margen, Verlust von Geschäftsvolumen.

(ii) Kreditrisiko:

- Änderungen im Ausfallrisiko z.B. durch Änderungen bei den Ratings des Kreditbestandes.
- Allgemeine Spreadausweitung insoweit dies bei der Berechnung des erwarteten Kreditausfalls eingeht.

(iii) Geschäftsrisiko:

- Änderungen im allgemeinen wirtschaftlichen Umfeld z.B. Konjunkturunbruch mit Folgen für Risikovorsorge und Geschäftsvolumen.
- Änderungen im spezifischen von der DKB betriebenen Geschäft z.B. gesetzliche Änderungen bei Verbraucherkrediten.

(je passendem Beispiel ein Punkt)

(i) (i) Marktrisiko:

- Auch wenn in Säule 1 keine Eigenmittelanforderung dafür besteht, unterliegen die Positionen im Anlagebuch der DKB dem Zinsänderungsrisiko.



- Dieses entsteht u.a. durch unterschiedliche Fristigkeit bei den Positionen der Aktiv- und der Passiv-Seite.
- Das Risiko kann quantifiziert werden durch Szenarien/Stresse der jeweiligen Cashflows in barwertiger Betrachtung bei variiertes Zinskurve.
- Es können auch stochastische Zinsmodelle verwendet werden.
- Eine weitere Möglichkeit wäre den Einfluss auf ein Periodenergebnis aufgrund von Auswirkungen auf Zinserträge und -aufwendungen einer Periode bei einem vorgegebenen Szenario zu quantifizieren.

(ii) Kreditrisiko:

- Die Verwendung von IRBA wird nicht möglich sein, da es an internen Daten zur Bestimmung eigener Ausfallwahrscheinlichkeiten bzw. Ausfallverlustquoten fehlt.
- Es können Kredit-Scoringmodelle zur Bestimmung des Ausfallrisikos auf Basis von externen Daten oder Informationen aus dem Antragsprozess herangezogen werden.
- Die Ausfallverlustquoten können in Abhängigkeit der projizierten vorhandenen Sicherheit je Kredit modelliert werden.
- Es können Ausfallwahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit makroökonomischer Variablen (z.B. BIP-Wachstum) auf Basis historischer Marktdaten verwendet werden.

(iii) Liquiditätsrisiko:

- Asset-Liability-Modellierung auf Basis der Cashflows je künftiger Periode.
- Quantifizierung bestehender Mismatches z.B. durch Bestimmung von Duration-Gap.
- Bildung von Liquiditätsquoten auf Basis von Fristigkeitsklassen der Aktiva und Passiva z.B. die Bedeckung langfristiger Forderungen mit Laufzeit von einem Jahr oder mehr müssen bedeckt sein durch langfristige Passiva (z.B. Eigenkapital).
- Liquiditätsquote auf Basis flüssiger Mittel d.h. Verhältnis flüssiger Mittel zur Summe aller Aktiva. Vergleich mit Markt.

(iv) Operationelles Risiko:



- Aufgrund Neugründung liegt keine eigene Verlustdatenbank zur Modellierung auf Basis eines fortgeschrittenen Messansatzes vor
- Für eine interne Modellierung können ggf. Marktdaten herangezogen werden.
- Es können Szenarioanalysen herangezogen werden.

(je valider Anmerkung ein Punkt, maximal drei Punkte je Risikokategorie)

- (j)
- Die Vergabe von Krediten ist das Kerngeschäft der DKB. Mit diesem Geschäft geht das Kreditrisiko natürlicherweise einher.
  - Für die Deckung hält die Bank Eigenmittel vor. Dazu gehört das von den Investoren bereitgestellte Eigenkapital.
  - Ob sich das Investment lohnt hängt daher vom erwarteten Ertrag und dem Risikoappetit des Eigenkapitalgebers ab.
  - Der Investor kann die erwartete Rendite vergleichen mit den Renditen von alternativen Investmentmöglichkeiten mit vergleichbarem Risiko.
  - Ein Investment kann auch dann sinnvoll sein, wenn ein Investor in seinem Portfolio bisher kein Kreditrisiko hat und durch dessen Hinzunahme die risikoadjustierte Rendite des Portfolios durch den Diversifikationseffekt steigt.

(je valider Anmerkung ein Punkt)

- (k)
- Weniger Geschäft schreiben d.h. weniger Kredite vergeben. Das Kreditrisiko sinkt absolut.
  - Geschäftsvolumen erhöhen. Das Kreditrisiko sinkt relativ durch bessere Diversifikation.
  - Verschärfung der Kreditprüfung (höhere Anforderungen an die Bonität) und dadurch Erhöhung der Kreditqualität.
  - Viele kleine Kredite statt weniger große Kredite vergeben erhöht die Diversifikation.
  - Mehr Kreditsicherheiten verlangen, Beleihungsgrenzen senken.
  - Die Fälligkeiten auf Aktiv- und Passivseite aufeinander abstimmen.

(je Beispiel ein Punkt)