

Schriftliche Prüfung im CERA-Modul D

Ökonomisches Kapital in der Unternehmenssteuerung

gemäß Prüfungsordnung 2.0
der Deutschen Aktuarvereinigung e. V.
zum Erwerb der Zusatzqualifikation CERA

am 25.05.2019

Hinweise:

- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 180 Punkte. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens 90 Punkte erreicht werden.
- Bitte prüfen Sie die Ihnen vorliegende Prüfungsklausur auf Vollständigkeit.
Die Klausur besteht aus 14 Seiten.
- Alle Antworten sind zu begründen und bei Rechenaufgaben muss der Lösungsweg ersichtlich sein.

Mitglieder der Prüfungskommission:

Dr. Martin Leitz-Martini, Dr. Thomas Viehmann, Dr. Ralph Schuster,
Dr. Markus Wadé, Benedikt Schierl

Aufgabe 1. Case Study – Analyse der ökonomischen Bilanz von VitaLife
[40 Punkte]

Case Study: die dargestellte vereinfachte Bilanz der VitaLife Lebensversicherung ist Grundlage für die Aufgabe 1.

Stellen Sie sich vor, Sie sind Risikomanager in der VitaLife Lebensversicherung. Die VitaLife ist ein Versicherungsverein auf Gegenseitigkeit (VVaG). Die VitaLife vertreibt klassische Kapitallebensversicherungen mit einer Rentenoption bei garantierten Rentenfaktoren. VitaLife hat die folgende Bilanz. Gehen Sie davon aus, dass bei den Zinstiteln das Nominal dem Buchwert entspricht.

Nutzen Sie für die Umbewertung von Buchwerten zu Marktwerten das vereinfachende Verfahren des Durationsansatzes, sofern keine anderen Angaben gemacht werden.

Darstellung der Aktivseite

Pos.	Aktiva	Book Value / Buchwert	Market Value / Marktwert	Zusätzliche Information
A1.1	Immobilien (Grundstücke, Gebäude, etc.)	80	88	Bewertungsreserven: 10% des Buchwerts
A1.2	Aktien (direkt & Fonds)	100	100	Keine Bewertungsreserven
A1.3	Hypothekenschuldforderungen	110	125	Bewertungsreserven von 15. Modifizierte Duration: 5,75.
A1.4	Namenschuldverschreibungen	400	???	Mittlerer Kupon von 2,3%, modifizierte Duration von 10, korrespondierender Marktzins von 0,8%. Annahme: Buchwert = Nominalwert. Berechnen Sie den Marktwert mit dem sehr einfachen Durationsansatz!
A1.5	Schuldscheindarlehen	200	???	Mittlerer Kupon von 1,5%, modifizierte Duration von 5, korrespondierender Marktzins von 0,2%. Annahme: Buchwert = Nominalwert.
A2	Einlagen bei Kreditinstituten	10	10	
A3	Sonstige Aktiva	10	10	
A4	Aktive latente Steuern	0	???	Berechnen Sie das latente Steuerguthaben mit dem Steuersatz 25%, wobei Sie diesen vereinfachend auf die Bewertungsdifferenz der Passiva ohne Eigenmittel und ohne latente Steuerverpflichtung anwenden.
	Summe	910	???	

Darstellung der Passivseite

Pos.	Passiva	Book Value / Buchwert	Market Value / Marktwert	Zusätzliche Information
L1	Eigenmittel / Own Funds	49	???	Berechnen Sie den Marktwert der Eigenmittel.
L2	Passive latente Steuern	0	???	Berechnen Sie die latente Steuerverpflichtung mit dem Steuersatz 25%, wobei Sie diesen vereinfachend auf die Bewertungsdifferenz der Aktiva ohne latentes Steuerguthaben anwenden.
L3.1	nicht-festgelegte RfB	64	x	Keine explizite Umbewertung!
L3.2	festgelegte RfB	22	x	Keine explizite Umbewertung!
L4.1	Risikomarge	x	???	Risikomarge: 3% des besten Schätzwerts der Verpflichtungen (BEL = Barwert der Garantie plus O&G)
L4.2	O&G	x	???	Kosten für O&G: 4% des Eigenwerts der Garantie
L4.3	Deckungsrückstellung / Eigenwert der Garantie	760	???	Mittlerer Rechnungszins 2,8%, aktuell verwendet bei der Berechnung der Deckungsrückstellung bzw. des Barwerts der Garantie in HGB, modifizierte Duration 12, korrespondierender Marktzins 1%. Berechnen Sie den besten Schätzwert der Verpflichtungen mit dem sehr einfachen Durationsansatz!
L5	Sonstige Passiva	15	15	
	Summe	910	???	

- (a) [10 Punkte] Berechnen Sie die fehlenden Positionen in der Marktwertbilanz und ersetzen Sie die Fragezeichen durch die berechneten Marktwerte. Berechnen Sie die latenten Steuern vereinfacht, indem Sie die entsprechenden Umbewertungsdifferenzen der Aktivseite bzw. Passivseite jeweils in Summe ansetzen. Beachten Sie den Steuersatz von 25%. Runden Sie Ihre Ergebnisse jeweils ohne Nachkommastellen.
- (b) [10 Punkte] Berechnen Sie das Saldo der Positionen A4 „Aktive latente Steuern“ minus L2 „Passive latente Steuern“ aus Teilaufgabe (a). Dies ist der Aktivüberhang an latenten Steuern. Sollten Sie aus der Berechnung „A4 minus L2“ keine positive Zahl erhalten, führen Sie die Aufgabe bitte mit dem Ergebnis 10 durch. Beachten Sie, dass dies NICHT das Ergebnis der korrekten Berechnung aus Teilaufgabe (a) ist.

Prüfen Sie die Werthaltigkeit des Aktivüberhangs in den folgenden zwei Planungsszenarien:

- (i) *Das Unternehmen plant in den nächsten 16 Jahren jeweils einen Jahresüberschuss vor Steuern von 3.*
- (ii) *Das Unternehmen plant in den nächsten 16 Jahren einen Jahresüberschuss vor Steuern von Null.*

Gehen Sie bei der Prüfung davon aus, dass die Planung realistischen Annahmen folgt und eine angemessene Abbildung der realen Verhältnisse darstellt. Der Steuersatz entspricht dem Steuersatz aus Teilaufgabe (a).

Welche Auswirkung hat die Werthaltigkeitsprüfung des Aktivüberhangs der latenten Steuern auf das ökonomische Eigenkapital (Own Funds) aus Teilaufgabe (a). Berechnen Sie die Ergebnisse. Diskutieren Sie die Konsequenzen für das Unternehmen. Jeweils im Planungsszenario (i) und (ii).

Welche Konsequenzen könnte die Relevanz der Werthaltigkeitsprüfung der aktiven latenten Steuern in Bezug auf die Prüfung der Solvenzbilanz durch den Wirtschaftsprüfer oder die Aufsichtsbehörde haben?

- (c) *[8 Punkte]* Berechnen Sie mit Ihren Ergebnissen aus Teilaufgabe (a) die gemeinsame Duration von Hypothekenschuldforderungen (A1.3), Namensschuldverschreibungen (A1.4) und Schuldscheindarlehen (A1.5) auf 2 Nachkommastellen gerundet. Bestimmen Sie die Durationslücke zu den versicherungstechnischen Rückstellungen mit Risikomarge (L4.3, L4.2, L4.1) auf 2 Nachkommastellen gerundet. Interpretieren Sie das Ergebnis.

Diskutieren Sie, ob außer den klar zinssensitiven Positionen Hypothekenschuldforderungen (A1.3), Namensschuldverschreibungen (A1.4) und Schuldscheindarlehen (A1.5) nicht auch Immobilien (A1.1) und Aktien (A1.2) in die Durationsberechnung einbezogen werden sollten. Geben Sie Gründe dafür und dagegen an.

- (d) *[12 Punkte]* Nehmen Sie an, dass vor 5 Jahren eine Berufsunfähigkeitsversicherung (BU) eingeführt wurde. In der Marktwert-Bilanz aus Teilaufgabe (a) entfallen nun 20% der versicherungstechnischen Rückstellungen auf die BU, während 80% auf die klassische Kapitallebensversicherung entfallen. Die BU hat eine Duration von 7.

Bestimmen Sie die Durationslücke unter diesen Annahmen erneut auf 2 Nachkommastellen gerundet. Diskutieren Sie das Ergebnis im Vergleich zum Ergebnis aus Teilaufgabe (c).

Diskutieren Sie aufgrund Ihres Wissens, wie sich die Einführung der Berufsunfähigkeitsversicherung auf das Risiko in dem Modell (in Anlehnung an Solvency II) und in der Realität auswirken wird. Gehen Sie dabei insbesondere auf das Risikoprofil der VitaLife ein.

Aufgabe 2. Case Study – Bewertung von Bonds [20 Punkte]

Für diese Aufgabe ist ein Bond mit folgender Charakteristik gegeben:

- Nominalbetrag: EUR 100
- Jährlicher Kupon: 10% (jährliche Kuponzahlung)
- Laufzeit: 3 Jahre ab dem Bewertungsstichtag
- Kündigungsoption nach 2 Jahren (am Jahresende, nach der Kuponzahlung). Zur Vereinfachung wird eine Eintrittswahrscheinlichkeit von 60% unterstellt.

Bitte beantworten Sie folgende Fragen (Runden auf drei Nachkommastellen):

- (a) [5 Punkte] Gegeben ist folgende risikofreie Zinskurve:

Laufzeit (Jahre)	1	2	3
Spotrate	1,50 %	1,70 %	1,90 %
Diskontfaktor			
Erwarteter Cashflow (CF)			
Barwert CF			

Ergänzen Sie bitte die Diskontfaktoren, die erwarteten Cashflows und die dazugehörigen Barwerte. Wie hoch ist der Preis des Bonds nach der risikofreien Bewertung?

- (b) [2 Punkte] Der Marktpreis eines Bonds ohne Kündigungsoption, aber sonst identischen Merkmalen wie zu Beginn der Aufgabe beschrieben, beträgt EUR 123,47. Vergleichen Sie diesen mit dem in Teilaufgabe (a) berechneten Preis. Was kann ein Grund dafür sein, dass die Preise nicht identisch sind? Wie kann die Struktur des Bonds mit Kündigungsoption angepasst werden, so dass die Preise identisch sind?
- (c) [3 Punkte] Diskutieren Sie, ob es für Vita Life (siehe Aufgabe 1) sinnvoll ist Bonds mit Kündigungsoption (des Emittenten) zu kaufen, d.h. die Kapitalanlage in Bonds mit Kündigungsoption zu tätigen?

- (d) *[5 Punkte]* Was besagt das Modell von Fons? Skizzieren Sie wie man den korrespondierenden Wert aus einem gegebenen Spread ermittelt. Welche Parameter spielen dabei eine Rolle? Nennen Sie zwei weitere Faktoren, welche den Spread Aufschlag beeinflussen.
- (e) *[5 Punkte]* Im internen Modell von Vita Life wird aktuell die risikofreie Zinskurve zur Bewertung der Verpflichtungen verwendet. Es wird überlegt, einen Aufschlag auf diese Zinskurve vorzunehmen. Diskutieren Sie, unter welchen Voraussetzung dies möglich ist. Bedenken Sie auch die Auswirkung auf die Kapitalanlagesteuerung.

Aufgabe 3. Bewertung, Risikokapital und Kapitalallokation [60 Punkte]

(a) Mehrjahressicht [20 Punkte]

Gegenwärtig hat die KULANZ-Versicherung Eigenmittel von 260 und eine Solvency-II Solvenzanforderung von 200.

Sie möchten eine zweijährige Risikoperspektive einnehmen. Dabei nehmen Sie an, dass die Eigenmittel nach jeweils einem Jahr normalverteilt sind mit Erwartung gleich den aktuellen Eigenmitteln sowie gleichbleibender Volatilität.

Hinweis: Unter den getroffenen Annahmen kann die Wurzelformel für die Zerlegung des Zeitraums genutzt werden.

- (i) Angenommen, Sie behalten das Sicherheitsniveau von 99,5% bei, wie sind die Kapitalanforderung und die Solvenzbedeckung wenn Sie von unkorrelierten jahresweisen Änderungen ausgehen?
- (ii) Bei welchem Sicherheitsniveau für den 2-jährigen-Horizont ergibt sich dieselbe Kapitalanforderung wie für den 1-Jahres-Horizont und 99,5% Sicherheitsniveau, wenn die jahresweisen Änderungen unkorreliert sind?
- (iii) Bei welcher Korrelationsannahme ergibt die Kapitalanforderung für den 2-jährigen Horizont und ein Sicherheitsniveau von 95% dieselbe Kapitalanforderung wie für den 1-Jahres-Horizont und 99,5% Sicherheitsniveau?
- (iv) Wie vergleicht sich die zweijährige Kapitalanforderung im Fall von (ii) mit der Forderung, nach einem Jahr noch die Solvency II-Anforderung zu erfüllen?
- (v) Im Kontext von Solvency II wird das 99,5%-Perzentil oft als 1-in-200-Jahres-Ereignis bezeichnet. Was bedeuten die obigen Varianten (i) bis (iii) in dieser Interpretation?
- (vi) Ein Kollege, der gehört hat, dass das 99,5%-Perzentil in der Solvency II-Kalibrierung sehr schwer bestimmbar ist, schlägt vor, dieses über c) und das 2-Jahres-95%-Perzentil zu berechnen. Unterziehen sie den Vorschlag einer kritischen Würdigung!

p	75%	76%	77%	78%	79%	80%	95,0%	95,5%	96,0%	96,5%	97,0%	99,5%
$\Phi^{-1}(p)$	0,67	0,71	0,74	0,77	0,81	0,84	1,64	1,70	1,75	1,81	1,88	2,58

Runden sie Wahrscheinlichkeiten auf 1% / 0,5%-Schritte.

(b) **Kapitalallokationsprinzipien** [15 Punkte]

Sie haben ein Kapitalallokationsmodell als Basis für die Renditeermittlung vorgestellt und vorgeschlagen, die Allokation nach dem im Seminar vorgestellten (diskreten) Marginalprinzip zu benutzen.

Ihr in der betriebswirtschaftlichen Literatur belesene Kollege K stellt fest, dass in der Arbeit von Merton und Perold die Kapitalallokationsformel des Marginalprinzips für Risiko j als

$$EC_j^{(A,MP)} = EC(X) - EC(X - X_j)$$

angegeben wird. Diese weicht von Ihrer Formel ab.

- (i) Geben Sie Ihre Formel für das Risikokapital EC_j^A an.
- (ii) Für drei gemeinsam normalverteilte Risiken X_1, X_2, X_3 haben Sie die Stand-Alone-Risikokapitalien $EC(X_i) = 150, 200$ und 250 berechnet.

Die Risiken X_1 und X_2 sind mit $\rho = 0.5$ korreliert, Risiko X_3 ist nicht mit den anderen beiden Risiken korreliert.

Berechnen Sie die Risikokapitalien $EC(X_1 + X_2), EC(X_1 + X_3), EC(X_2 + X_3), EC(X_1 + X_2 + X_3)$, indem Sie die Wurzelformel benutzen.
- (iii) Berechnen Sie die allokierten Risikokapitalien $EC_j^{(A,MP)}$ und EC_j^A .
- (iv) Warum ist Ihre Formel besser für Ihren Allokationszweck geeignet?
- (v) Ergründen Sie, in welcher Situation die Original-MP-Allokation sinnvollerweise verwendet werden kann.
- (vi) Geben Sie eine ökonomische Interpretation der beobachteten Differenzen in (iii) an.

Runden Sie bitte auf ganze Geldeinheiten.

(c) **Kapitalallokation** [10 Punkte]

Ein Satellit wird im nächsten Jahr auf die Erde stürzen. Es ist bekannt, dass es in einem Gebiet von $20 * 20 \text{ km}^2$ aufschlagen wird. Ein genauer Ort kann aber nicht angegeben werden, daher wird der Einschlagsort als zufällig gleichverteilt angenommen.

In dem Gebiet gibt es 5 Inseln von je 1 km^2 Größe. Auf diesen bieten fünf Tochtergesellschaften der Vereinigen Inselversicherung Policen gegen den Einschlag des Satelliten auf Ihrer jeweiligen Heimatinsel an. Ein Schadenfall würde den betroffenen Versicherer 100 Geldeinheiten kosten, die Prämie ist schon bilanziert und wird hier nicht berücksichtigt.

- (i) Geben Sie die Schadenverteilung der einzelnen Einheiten sowie der Gruppe an.
- (ii) Welche Solvenzkapitalia wären für Solvency II (99,5%-VaR) vorzuhalten?
- (iii) Erläutern Sie das auftretende Problem bei einer proportionalen Kapitalallokation. Welche mathematische Eigenschaft der Solvenzkapitalberechnung ist die Ursache des Problems?
- (iv) Machen Sie einen Lösungsvorschlag für (iii) und begründen Sie ihn.

(d) **Arbitragefreiheit** [15 Punkte]

Die VitaLife Lebensversicherung hat eine aktienbasierte Police mit Garantie begeben. Der Einfachheit halber wird diese als zweiperiodige Aktienoption bewertet. Das Underlying hat zu Beginn den Wert 100. Dies ist zugleich die Mindestauszahlung. Steigt das Underlying werden mindestens 80% des Werts ausgezahlt.

Zur Bewertung wird eine Monte-Carlo-Simulation mit folgenden Pfaden benutzt. Es wird ein risikofreier Zins von 0 angenommen.

Pfad Nr	Wert zu t=0	Wert zu t=1	Wert zu t=2
1	100	150	225
2	100	150	75
3	100	50	75
4	100	50	25

- (i) Berechnen Sie den risikofreien Wert der Police.
- (ii) Führen Sie einen 1=1 Test durch.
- (iii) Ein Kursrückgang auf 25 wird für zu extrem gehalten. Daher wird Pfad Nr. 4 gestrichen. Die übrigen Pfade werden umgewichtet, so dass der 1=1 Test aufgeht. Berechnen Sie die Gewichte w_1 , w_2 , w_3 der verbleibenden Pfade.
- (iv) Wie ändert sich der risikofreie Wert der Police.
- (v) Ein Kollege schlägt vor, dass die umgewichteten Pfade eine adäquate Bewertungsgrundlage für das Aufstellen der ökonomischen Bilanz darstellen, solange man davon ausgeht, dass die Anlagestrategie für die bedeckenden Aktiva keine Optionen beinhaltet. Unterziehen Sie diesen Vorschlag und den 1=1-Test auf „Arbitragefreiheit“ einer kritischen Würdigung.

Aufgabe 4. Ökonomische Steuerung [60 Punkte]

Hinweis: Bitte beachten Sie, dass die Punktevergabe stark von Ihrer Ausarbeitung und den Begründungen abhängig ist, da es häufig keine eindeutige Lösung gibt. Bitte arbeiten Sie mit den Informationen, die Ihnen vorliegen und definieren Sie nur im Zweifelsfall weitere Annahmen, die Sie für Ihren Lösungsvorschlag benötigen.

Ihr Unternehmen führt ein partielles internes Modell für Nichtleben, das für Berichtszwecke vom Regulator anerkannt wurde.

Sie zeichnen Geschäft in folgenden Bereichen: Feuer (mit Naturkatastrophenexpositionierung), Haftpflicht (insbesondere Architekten- und Ärzthaftpflicht) sowie Cyber.

Sie möchten in Ihrem Unternehmen eine VBM Steuerung einrichten.

- (a) [8 Punkte] Als Vorbereitung eruieren Sie die Erwartungen unterschiedlicher Gruppen von Stakeholdern.

Welche sind relevante Gruppen von Stakeholdern für Ihre Strategie, die Sie berücksichtigen möchten? Nennen Sie mindestens fünf unterschiedliche Gruppen und ihre möglichen Erwartungen.

Definieren Sie nun, wie Sie ökonomischen Wert in Ihrem Unternehmen für das Nichtleben Geschäft messen wollen. Welche Komponenten machen Ihr Maß „ökonomisch“?

- (b) [14 Punkte]

(i) Ihr Unternehmen steuert momentan auf Basis der Gewinne in der lokalen Rechnungslegung (alternativ: aktuelles IFRS). Beschreiben Sie die wesentlichen Aspekte der Wertschöpfung unter Ihrer lokalen Rechnungslegung (alternativ: aktuelles IFRS). Welche zentralen Elemente unterscheiden die Wertschöpfung gemäß Ihrer lokalen Rechnungslegung (alternativ: aktuellem IFRS) und derjenigen gemäß Ihrer oben definierten ökonomischen Wertmessung?

(ii) Diskutieren Sie konkret, wie sich die Wertschöpfung unter der lokalen Rechnungslegung (alt: IFRS) von Ihrer ökonomischen Wertgenerierung unterscheidet (oder auch nicht) für die Zweige

- Feuer

- Architektenhaftpflicht
- Cyber

- (c) *[14 Punkte]* VBM ist nun in Ihrem Unternehmen eingeführt und der ökonomische Wert erhält mehr Gewicht in der Steuerung. Zusätzlich zu der Steuerung nach lokaler Rechnungslegung wurde auch eine RoRaC Steuerung eingerichtet. Das Management erhält ein RoRaC Ziel.

Welche Auswirkungen erwarten Sie von dieser Umstellung auf das Geschäft, die Unternehmenskultur und die Mitarbeiter?

Wie könnte diese Veränderung Ihr internes Modell beeinflussen? Welche Herausforderungen sehen Sie dabei und wie bereiten Sie sich darauf vor?

- (d) *[9 Punkte]* Das Management möchte nun die Funktionsweise des Risikomodells besser verstehen und bittet Sie um eine Schulung. Das Management ist besonders an der Quantifizierung der Diversifikationseffekte im Versicherungsportfolio interessiert. In Ihrem Modell verwenden Sie die Gauß-Copula, um die unterschiedlichen Zweige zu aggregieren.

Erläutern Sie dem Management das Konzept der Gauß-Copula!

Ein Mitglied des Managements hat gehört, dass Konkurrenzunternehmen teilweise andere Copulas verwenden. Erläutern Sie dem Management mögliche Nachteile der Gauß-Copula, aber verteidigen Sie die Verwendung in Ihrem Modell überzeugend!

- (e) *[10 Punkte]* Angesichts der wachsenden Bedeutung von Cyber-Geschäft werden Sie vom CEO während der Schulung gefragt, wie die Cyber-Risiken in Ihrem Modell quantifiziert werden. Beschreiben Sie die speziellen Herausforderungen, denen Sie in dieser Hinsicht ausgesetzt waren. Wie geht der Prozess, den Sie im Rahmen des Partialmodells für die Quantifizierung dieser Risiken aufgesetzt haben, mit den Herausforderungen um? Bitte nehmen Sie auch Ihre Erwartungen an zukünftige Entwicklungen in die Erläuterungen auf.
- (f) *[5 Punkte]* Nach Ihren Erläuterungen argumentiert der Leiter der Controlling-Abteilung: „Cyber Policen sind extrem profitabel und weisen einen sehr hohen RoRaC aus. Daher halte ich unser aktuelles Limit für solch ein profitables Geschäftsfeld für viel zu niedrig. Hinzu kommt, dass dieser Zweig auch in unserer lokalen Rechnungslegung sehr profitabel ist. Daher schlage

ich vor, das Limit signifikant zu erhöhen, um unsere Gewinnziele schneller zu erreichen.“

Beziehen Sie Position und verteidigen Sie diese!

Lösungs- vorschläge

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 1.

Teil (a) (10 Punkte)

Pos.	Aktiva	Book Value / Buchwert	Market Value / Marktwert	Zusätzliche Information
A1.1	Immobilien (Grundstücke, Gebäude, etc.)	80	88	Bewertungsreserven: 10% des Buchwerts
A1.2	Aktien (direkt & Fonds)	100	100	Keine Bewertungsreserven
A1.3	Hypothekenschuld-forderungen	110	125	Bewertungsreserven von 15. Modifizierte Duration: 5,75.
A1.4	Namenschuld-verschreibungen	400	460	Mittlerer Kupon von 2,3%, modifizierte Duration von 10, korrespondierender Marktzins von 0,8%. Annahme: Buchwert = Nominalwert. Berechnen Sie den Marktwert mit dem sehr einfachen Durationsansatz!
A1.5	Schuldscheindarlehen	200	213	Mittlerer Kupon von 1,5%, modifizierte Duration von 5, korrespondierender Marktzins von 0,2%. Annahme: Buchwert = Nominalwert.
A2	Einlagen bei Kreditinstituten	10	10	
A3	Sonstige Aktiva	10	10	
A4	Aktive latente Steuern	0	36	Berechnen Sie das latente Steuerguthaben mit dem Steuersatz 25%, wobei Sie diesen vereinfachend auf die Bewertungsdifferenz der Passiva ohne Eigenmittel und ohne latente Steuerverpflichtung anwenden.
	Summe	910	1.042	

Pos.	Passiva	Book Value / Buchwert	Market Value / Marktwert	Zusätzliche Information
L1	Eigenmittel / Own Funds	49	13	Berechnen Sie den Marktwert der Eigenmittel.
L2	Passive latente Steuern	0	24	Berechnen Sie die latente Steuerverpflichtung mit dem Steuersatz 25%, wobei Sie diesen vereinfachend auf die Bewertungsdifferenz der Aktiva ohne latentes Steuerguthaben anwenden.
L3.1	nicht-festgelegte RfB	64	x	Keine explizite Umbewertung!
L3.2	festgelegte RfB	22	x	Keine explizite Umbewertung!
L4.1	Risikomarge	x	29	Risikomarge: 3% des besten Schätzwerts der Verpflichtungen (BEL = Barwert der Garantie plus O&G)
L4.2	O&G	x	37	Kosten für O&G: 4% des Eigenwerts der Garantie
L4.3	Deckungsrückstellung / Eigenwert der Garantie	760	924	Mittlerer Rechnungszins 2,8%, aktuell verwendet bei der Berechnung der Deckungsrückstellung bzw. des Barwerts der Garantie in HGB, modifizierte Duration 12, korrespondierender Marktzins 1%. Berechnen Sie den besten Schätzwert der Verpflichtungen mit dem sehr einfachen Durationsansatz!
L5	Sonstige Passiva	15	15	
	Summe	910	1.042	

Die approximative Umbewertung mit Durationsansatz erfolgt mit der Formel:
Für Aktiva: Marktwert = Buchwert * [1 + (mittlerer Kupon - Marktzins) * Duration]
Für Passiva: Marktwert = Buchwert * [1 + (mittlerer Rechnungszins - Marktzins) * Duration]

Teil (b) (10 Punkte)

Aus Teil (a) hat man aktive latente Steuern von 36 und passive latente Steuern von 24. Die aktiven latenten Steuern sind auf Werthaltigkeit zu prüfen. In einem ersten Schritt können die als werthaltig angesehen werden, die durch passive latente Steuern bedeckt sind. Da sich saldiert ein Aktivüberhang von 12 ergibt, ist dieser Teil der aktiven latenten Steuern durch zukünftige Gewinne abzudecken.

Fall (i): Gewinne von 3 in den nächsten 16 Jahren ergeben einen kumulierten Gewinn von 48 über diesen Zeitraum. Es muss zunächst entschieden werden, ob die Periode zur Bestimmung der Werthaltigkeit der Steuern über 16 Jahr oder weniger angesetzt wird. Bei 16 Jahren können die gesamten Gewinne von 48 in der Werthaltigkeitsprüfung angesetzt werden. Beim angegebenen Steuersatz von 25% wären $12 = 48 * 25\%$ an Steuern in den nächsten 16 Jahren zu zahlen. Hier können die aktiven latenten Steuern (latente Steuerforderungen) gegen gerechnet werden. Der Überhang von 12 an aktiven latenten Steuern ist damit werthaltig und kann in der Bilanz angesetzt werden. Es ist jedoch zu beachten, dass latente Steuern nur als Tier-3-Eigenmittel gelten und damit bei der Bedeckung des SCR eine Beschränkung unterliegen. Bei einer kürzeren Anrechnungszeit verringern sich die zukünftigen Steuerschulden und damit verringert sich die Werthaltigkeit der aktiven latenten Steuern.

Fall (ii): Ohne geplante Gewinne sind die aktiven latenten Steuern in der Höhe von 12 nicht werthaltig und dürfen in der Bilanz nicht angesetzt werden. Die Eigenmittel verringern sich dann um 12 von 13 auf 1. Als Folge kann in der Risikoberechnung auch keine risikomindernde Wirkung latenter Steuern angesetzt werden.

Es besteht das Risiko, dass Änderungen in der steuerlichen Gesetzgebung die Eigenmittel beeinflussen. Ebenso besteht das Modellrisiko aus der Planungsrechnung. Die interne Planung mit ihren Annahmen wird über die Werthaltigkeitsprüfung aktiver latenter Steuern Bestandteil der Berechnung der Solvenzbilanz. Im hier beschriebenen Fall wirkt dies unmittelbar auf die Höhe der Eigenmittel.

Bei einer Prüfung der Solvenzbilanz durch Wirtschaftsprüfer oder Aufsichtsbehörde rückt hierdurch die interne Planungsrechnung in den Fokus. Die Annahmen der Planungsrechnung müssen in diesem Fall den Anforderungen an eine Best-Estimate-Berechnung genügen.

Teil (c) (8 Punkte)

Die Duration berechnet sich als Marktwert-gewichtetes Mittel der Durationen der einzelnen Kapitalanlagenklassen:

$$(125 \cdot 5,75 + 460 \cdot 10 + 213 \cdot 5) / (125 + 460 + 213) = 7,9997$$

Gerundet also 8,00.

Die Durationslücke berechnet sich nach der Formel

$$(798 / 990) \cdot 8 - 12 = -5,551516 \text{ (gerundet: } -5,55)$$

Dies bedeutet, dass die versicherungstechnischen Rückstellungen schneller und stärker reagieren auf Zinsänderungen. Die VitaLife ist dem Zinsrückgangrisiko ausgesetzt.

Gegenüber der einfachen Subtraktion gehen in die Formel auch die Marktwert-Gewichte der Positionen ein. Die einfache Subtraktion ergibt -4, durch die Gewichtung „vergrößert“ sich die Lücke.

Aktien und Immobilien generieren in der realen Welt auch einen Cashflow an Erträgen für das Unternehmen. Die Bewertungsmodelle für Aktien und Immobilien setzen auch auf diesem Cashflow auf und verwenden normalerweise in der einen oder anderen Form ein DCF-Verfahren. Dies rechtfertigt die Annahme der Zinssensitivität von Aktien und Immobilien. Sowohl Aktien als auch Immobilien könnte daher eine Duration zu geordnet werden. Aktien und Immobilien würden dann mit ihrem Marktwert und der zugeordneten Duration in die Duration der Aktivseite mit eingehen. Aus ALM-Sicht (z.B. CF-Matching) ist dieser Ansatz sinnvoll. Allerdings ist zu beachten, dass der Cashflow bei Aktien (Dividenden) und der bei Immobilien (Mieteträge minus Investitionen) unsicher ist und daher nicht voll angesetzt werden sollte.

Andererseits werden in den Kapitalmarktmodellen die Performance von Aktien und Immobilien über Indizes modelliert. Ebenso wird das Risiko bzw. die Volatilität der Substanzwerte (= Aktien bzw. Immobilien) über die Schwankung von Indizes am Markt (z.B. DAX, EuroStoxx50, IPD, ...) gemessen. Bei den Indizes fließen beobachtete Handelswerte ein und ein Zusammenhang mit Zinsentwicklungen ist nicht unmittelbar gegeben. Dieser wird in den Risikomodellen über die Korrelation zwischen Aktienpreis und Zins bzw. zwischen Immobilienpreis und Zins erfasst. Aktien und Immobilien wird daher keine unmittelbare Zinssensitivität zugeschrieben und daher auch keine Duration. In der Performance ist zwar die Dividende bzw. der

Mietertrag enthalten, jedoch wird die gesamte Wertentwicklung betrachtet. Aktien und Immobilien tragen in dieser Art der Modellierung nicht zur Duration bei.

Teil (d) (12 Punkte)

Durch die Berufsunfähigkeitsversicherung verringert sich die Duration der Passivseite um 1 von 12 auf 11:

$$(80\% * 12 + 20\% * 7) = 11.$$

Neue Durationslücke:

$$(798 / 990) * 8 - 11 = -4,551516 \text{ (gerundet: -4,55)}$$

Es verringert sich auch die Durationslücke um 1

Die Berufsunfähigkeitsversicherung bringt erstmal das neue versicherungstechnische Risiko der Invalidität in den Bestand. Das Risiko Invalidität ist jedoch durch rechtliche Regelungen beeinflusst. Dies führt zu Schwankungen im Risiko. Z.B. gibt es auch Abhängigkeiten zu konjunkturellen Schwankungen.

Da die BU-Versicherungen gegenüber den Kapitallebensversicherungen kurzlaufend sind ist die modifizierte Duration der Passivseite entsprechend niedriger. Die Höhe des Effekts hängt auch von der Höhe der Rückstellung ab, welche die BU-Versicherungen innerhalb der gesamten Rückstellungen einnehmen. Hierdurch ist eine (geringe) entlastende Wirkung im Zinsrisiko (Zins down) zu erwarten, da die Durationslücke geringer wird.

BU-Versicherungen haben üblicherweise ein gutes Risikoergebnis, welches zur Entlastung der Kapitalsituation beiträgt. Das gute Risikoergebnis kann ein negatives Kapitalanlageergebnis ausgleichen. Dies ist wichtig in angespannten Kapitalmarktsituationen.

Bezüglich Kumulschadenrisiko und Großschäden ist zu überlegen, ob nicht Rückversicherungsschutz einzukaufen ist. Dadurch wird versicherungstechnisches Risiko im Modell vermindert, das Ausfallrisiko des Rückversicherers kommt hinzu. Auch in Realität ist es wichtig bei großen Versicherungssummen die Risiken durch eine XL-Rückversicherung zu reduzieren.

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 2.

Teil (a) (5 Punkte)

Laufzeit (Jahre)	1	2	3
Spotrate	1,50 %	1,70 %	1,90 %
Diskontfaktor	0,985	0,967	0,945
Erwarteter Cashflow (CF)	10	70	44
Barwert CF	9,85	67,69	41,58

Der Marktpreis beträgt EUR 119,12.

(Vorschlag: Jeder berechnete Wert 0,5 Punkte)

Teil (b) (2 Punkte)

Der Preis mit Kündigungsoption ist geringer, da der Cashflow verkürzt wird. Die Option kostet Geld.

Durch einen höheren Kupon kann man den Cashflow des Bonds mit Kündigungsoption erhöhen und den Marktpreis auf das Niveau des Vergleichsbonds ohne Kündigungsoption anheben.

(Vorschlag: Jede Frage 1 Punkt)

Teil (c) (3 Punkte)

Pro: Höhere Einnahmen, da der Emittent seine Kündigungsoption durch einen höheren Kupon an den Anleger (Vita Life) bezahlt. Dies kann bei einem „seitlichen“ Zinsverlauf (d.h. Kündigungsoption wird nicht ausgeübt) die Finanzierung der Garantien von Vita Life erleichtern.

Con: Kündigungsoption wird vor allem in einer Niedrigzinsphase ausgeübt. D.h. Geld fließt in dieser Phase in das VU und muss unter diesen Umständen neu investiert werden. Außerdem wird die Duration auf der Aktivseite verkürzt, was das Durationsgap weiter vergrößert. Die Duration des Bonds hängt vom Zinsniveau ab („optionsadjustierte“ Duration).

Letztendlich überwiegen die Nachteile, da ein Lebensversicherer wegen des Garantiezins gerade bei fallenden Zinsen ungern Wiederanlage in diese niedrigen Zinsen tätigt.

(Vorschlag: Pro 0,5 Punkte, Cons 2 Punkte, Schlussfolgerung 0,5 Punkte)

Teil (d) (5 Punkte)

Skizze einer Möglichkeit:

Der Spread kann in eine Ausfallwahrscheinlichkeit (= korrespondierender Wert) übergeführt werden. (0,5 Punkte)

Die Ausfallwahrscheinlichkeit erhält man, indem man über die Ausfallwahrscheinlichkeit iteriert. In jedem Iterationsschritt berechnet man mit der Ausfallwahrscheinlichkeit einen erwarteten Cashflow. Dieser ist offensichtlich kleiner als der Cashflow ohne Ausfall. Danach wird der Barwert des Cashflows errechnet. Die Iteration stoppt, wenn dieser mit dem Barwert des Cashflows unter Bewertung mit Spread (mit Toleranz) übereinstimmt. (3 Punkte)

Wichtiger Parameter ist dabei die Recovery Rate. (0,5 Punkte)

2 Faktoren: (je 0,5 Punkte)

Migrationsrisiko, Liquiditätsrisiko, steuerliche Aspekte, Optionen in den Papieren

Teil (e) (5 Punkte)

Voraussetzungen:

- Der angestrebte Aufschlag muss am Kapitalmarkt verdient werden können. Dies setzt entweder Arbitragemöglichkeiten am Kapitalmarkt voraus oder bei Annahme eines arbitragefreien Kapitalmarkts müssen andere Ausgestaltungsbestandteile eines Bonds zu einem Aufschlag auf den Kupon führen.
- Das Modell von Fons beschreibt, dass der Aufschlag nicht dauerhaft risikolos verdient werden kann. Es müssen Komponenten gefunden werden, mit welchen der Aufschlag verdient werden kann. Man könnte beispielsweise die

Illiquiditätsprämie als diesen Aufschlag heranziehen. Diese kann vereinnahmt werden, wenn das Unternehmen mit den Bonds nicht handeln will, sondern diese bis zur Endfälligkeit hält (Buy-and-Hold-Strategie).

- Die Volatilitätsanpassung unter Solvency II entspricht beispielsweise solch einem Aufschlag.

Kapitalanlagestrategie:

- Das Unternehmen muss tatsächlich in die genannten nicht bzw. schwer fungiblen Papiere investieren, um eine Illiquiditätsprämie zu bekommen.
- Die Kapitalanlagestrategie muss berücksichtigen, dass die Papiere tatsächlich nicht gehandelt werden, um die Illiquiditätsprämie auch zu vereinnahmen, welche den gewünschten Aufschlag erzeugen (Buy-and-Hold-Strategie).

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 3.

(a) Mehrjahressicht

(i) $\text{Var}(99,5, 2\text{-Jahre, Korrel}=0) = \text{Var}(99,5, 1\text{-Jahr}) * \text{sqrt}(2) = 200 * \text{sqrt}(2) \approx 282$

(ii) $2,58 / \text{sqrt}(2) \approx 1,82$ also bei ca. $\Phi(1,82) \approx 96,5\%$

(iii) Volatilität für ein Jahr: $\sigma_1 = 200 / 2,58$

Volatilität für 2 Jahre bei Korrelation ρ : $\sigma_2 = \text{sqrt}(2 * \sigma_1^2 + 2 * \rho * \sigma_1^2)$

$\text{Var}(2 \text{ Jahre } 95, \text{ Korrel}=\rho) = \sigma_1 * \Phi^{-1}(95\%) * \text{sqrt}(2 + 2\rho)$

Gleichsetzen: $\sigma_1 \Phi^{-1}(99,5\%) = \sigma_1 * \Phi^{-1}(95\%) * \text{sqrt}(2 + 2\rho)$

Daraus folgt Korrelation $\rho = ((\Phi^{-1}(99,5\%) \Phi^{-1}(95\%))^2) / 2 - 1 \approx 22,6\%$
mit obigen Rundungen $\approx 23,7\%$

(iv) Die einjährige Sicht ist strenger, da die „Aufholung“ (Jahr 1 Quote $< 100\%$, dann Besserung) nicht „zugelassen“ wird in dem Sinne, dass für sie die Anforderung verletzt wird.

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Solvenzanforderung von 100% nach einem Jahr erreicht wird, $\Phi((260-200) / \sigma_1) \approx \Phi(0,77) \approx 78\%$,
 $\sigma_1 = 200 / \Phi^{-1}(99,5\%)$

(v) Wenn man die Solvency II-Anforderung als „Eigenmittel, die in einem 1-in-200 Jahre-Ereignis aufgezehrt werden“, interpretiert, wäre die 2-Jahres-Anforderung „ungefähr“ $99,5\%$ ein 400-Jahres-Ereignis (wenn man davon absieht, dass entsprechend Aufgabe iv) es eine Erleichterung ist, nicht die „ungeraden“ Jahre zu betrachten). Es ist also naheliegend, das Sicherheitsniveau zu reduzieren.

Auf zwei Jahres-Sicht ist die Anforderung ii) nur noch ein $2 / (1 - 96,5\%)$ -Jahres-Ereignis also ca. 1-in-57 Jahre, bei iii) wird die Frequenz $2 / (1 - 95\%) = 40$ Jahre.

Die Festlegung des 1-Jahres-Horizonts beeinflusst also das Sicherheitsniveau in dieser Anschauung erheblich. Die Festlegung beruht auf der Sicht, dass Geschäftsjahre eine natürliche Einheit sind und die mutmaßliche Zeit für das wirksame Eingreifen der Aufsicht ungefähr ein Jahr ist.

(vi) Wie ii) und iii) zeigen, spielt die Korrelation eine erhebliche Rolle. Korrelationen sind notorisch schwierig zu schätzen. Insofern ist der Vorteil fraglich.

(b) Kapitalallokationsprinzipien

(i) $EC_j^A = (EC(X) - EC(X-X_j)) * EC(X) / \sum_j (EC(X) - EC(X-X_j))$

(ii) $EC(X_1 + X_2) = 304$

$EC(X_1 + X_3) = 292$

$EC(X_2 + X_3) = 320$

$EC(X_1 + X_2 + X_3) = 394$

(iii) Berechnen Sie die allozierten Risikokapitalien $EC_j^{(A,MP)}$ und EC_j^A .
 $EC_1^{(A,MP)} = 394 - 320 = 74$, $EC_2^{(A,MP)} = 102$, $EC_3^{(A,MP)} = 90$. Summe: 266

$EC_1^A = 74 * 394 / 266 = 109$, $EC_2^A = 152$, $EC_3^A = 133$

(iv) Mit der Formel des Seminars wird das gesamte Kapital alloziert, dies ist eine wichtige Eigenschaft einer Allokation, falls alle Einzelpositionen in eine Überlegung einbezogen werden, z.B. damit die Rendite des Gesamtportfolios ein gewichtetes Mittel der Einzelrenditen ist.

(v) Soll eine Entscheidung über eine einzelne Position getroffen werden (z.B. Zukauf / Verkauf eines Risikos), geben die Marginalien die Änderung des Gesamt-Risikokapitals an.

(vi) Bei der Merton/Perold-Originalallokation werden Diversifikationseffekte gegebenenfalls mehreren Positionen zugeordnet, daher ist die Summe der Marginalpositionen kleiner als das Gesamtkapital. Die Skalierung wirkt dieser Doppelzählung von Diversifikation entgegen.

(c) Kapitalallokation

(i) Der Verlust beträgt 100 mit Wahrscheinlichkeit 1/400, 0 mit Ws. 399 / 400. Für die Gruppe beträgt der Verlust 100 mit Wahrscheinlichkeit 5 / 400.

(ii) Einzelpositionen: 0, Gruppe 100.

(iii) Wird proportional alloziert, kann wegen der Einzel-VaR von 0 nicht das Kapital aufgeteilt werden. Der negative Diversifikationseffekt der Risikokapitalien, d.h. dass die Gruppe ein höheres Risikokapital besitzt als die Einzelgesellschaften, ist unintuitiv.

Ursache ist die nicht-Kohärenz des Risikomaßes VaR. Die Subadditivität ist ja gerade die Forderung, dass das aggregierte Risikokapital durch die Summe der Einzelkapitalien beschränkt ist.

- (iv) Man könnte auf TVaR-Basis allozieren. Dieser ist kohärent, daher tritt das Problem nicht auf.

Ebenso ist eine Allokation nach Marginalprinzip möglich.

- (d) Arbitragefreiheit

(i) $180 * 0,25 + 100 * 0,75 = 120$

- (ii) Zu Prüfen $E(X_t) = 100$. $E(X_1) = 0,5 * 150 + 0,5 * 50 = 100$, ebenso $E(X_2) = 100$.

- (iii) Gleichungssystem:

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1, E(X_1) = (w_1 + w_2) * 150 + w_3 * 50 = 100$$

$$E(X_2) = 225 * w_1 + 75 * (w_2 + w_3) = 100,$$

$$\text{Auflösen: } w_1 = 1/6; w_2 = 1/3; w_3 = 1/2$$

- (iv) Er beträgt nur noch 113.

- (v) Da letztlich die Option auf der Passivseite der Bilanz bewertet werden soll, genügt es nicht, nur die Kapitalanlagestrategie in Betracht zu ziehen.

Letztlich ist hier zu sehen, dass der $1=1$ Test nur notwendig für die Arbitragefreiheit ist, nicht aber hinreichend. Dafür wäre nötig, dass $E(X_2 | X_1 = x_1) = x_1$ für beliebige auftretende x_1 ist.

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 4.

(a) Siehe Skript.

(b)(i)

local GAAP: Die Werteschöpfung ist charakterisiert durch das Vorsichtsprinzip, keine Risikokomponente, keine zukünftigen Gewinne, keine Zeitkomponente. Damit werden die ausgewiesenen Werte tendenziell geringer ausfallen, aber stabiler sein.

Ökonomische Sicht: Die Werteschöpfung ist charakterisiert durch diskontierte Größen, Risikokapital, zukünftige Gewinne nach Abzug von Kapitalkosten. Unterschiede vor allem in Risikokapital und Vorsichtsprinzip. Die Werteschöpfung in der ökonomischen Sicht kann deutlich volatiler sein.

(ii)

Feuer: da eher kurzlaufend, i.a. keine großen Unterschiede in den Metriken. Naturkatastrophen: hohe Risikokosten. Hier eventuell Unterschied durch Ansatz der Kapitalkosten.

Architektenhaftpflicht: langlaufend, zukünftige Gewinne könnten relevant sein. Vorsichtsprinzip schlägt hier wahrscheinlich stark zu. Auch Risikokapitalkosten spielen eine Rolle.

Cyber: sieht vermutlich in der lokalen Rechnungslegung gut aus, ebenso in der ökonomischen Sicht aufgrund von vorerst niedrigen Schäden. Letzteres liegt aber eher an dem Modell, da die Kalibrierung extrem unsicher ist. Höhe der Kapitalkosten spielt hier auch eine Rolle, hängt aber davon ab, wie das Modell mit Modellunsicherheiten umgeht.

(c) Veränderungen im Portfolio erwartet: Veränderungen weg von risikoreichen LoBs. Aber auch hin zu noch nicht realisierten zukünftigen Gewinnen. Hier muss man das Bewusstsein erhöhen, welches zentrale Modellannahmen und Unsicherheiten sind. Dies sollte sich auch in der Limit- und Triggersteuerung niederschlagen: sie sollte ebenfalls überarbeitet werden.

Das RoRaC-Ziel bringt Modellergebnisse in Vorstandsvergütung. Über die Allokation von Diversifikationseffekten können Portfolioveränderungen auch bei stabilen Portfoliobereichen zu Schwankungen im Risikokapital führen. Dies muss verstanden und akzeptiert werden. Bei der Vergütung kann ein Ausgleichsmechanismus über die Zeit angedacht werden, da sehr volatiles Geschäft sonst bei kurzen Amtszeiten zu Ungerechtigkeiten führen kann.

Durch die Kopplung der Ziele des Managements auf eine Risikogröße kann es zu Änderungen in der Verzielung der Mitarbeiter kommen. Eventuell steigt der Druck auf Mitarbeiter in Valuations- und Risikomanagementeinheiten, deren Ergebnisse relevant für die Zielerreichung sind.

Die veränderte Risikokultur im Unternehmen muss gelebt werden und das Risikomanagement muss Feedback vom operativen Geschäft erhalten, um das Modell aktuell und adäquat führen zu können. Dies setzt voraus, dass das Risikomanagement in Gremien vertreten ist. Rückversicherung gewinnt an Gewicht, eventuell müssen Prozesse überdacht werden und die Rückversicherungsstruktur an die neue Steuerung angepasst werden.

Das interne Modell muss den Entwicklungen folgen und auf die veränderte Risikosituation reagieren können. Daher sind regelmäßige Feedbackschleifen mit operativen Einheiten installiert und die Validierungen im Hinblick auf die Aussagekraft des Modells und der Methoden bei veränderter Risikozusammensetzung verstärkt.

(d) Eine Copula ist ein mathematisches Konstrukt, das definiert, wie Schäden oder Ergebnisse (im Allgemeinen: Zufallsvariablen) zusammenspielen und legt eine gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung fest. Die Gauß-Copula verwendet dafür wenige einfache Parameter: im Wesentlichen beschreiben diese die linearen Abhängigkeiten zwischen den modellierten Größen und können relativ einfach bestimmt werden. Der Hauptnachteil der Gauß-Copula ist, dass sie keine Tailabhängigkeit für Extremereignisse modelliert. Das bedeutet, dass große Ereignisse nicht öfter zusammen modelliert werden als kleine. Je nach Art des Risikos kann dies zu einer Unterschätzung von Extremereignissen führen. Da wir im Partialmodell aber nur Nichtleben Zweige betrachten, sind Tailabhängigkeiten (die beispielsweise zwischen Markt- und Versicherungstechnik existieren) nicht der Hauptergebnistreiber. Hinzu kommt, dass Copulas mit Tailabhängigkeit mehr Parameter benötigen und damit die Modellunsicherheit erhöhen. Sollte die Validierung ergeben, dass eine Tailabhängigkeit berücksichtigt werden muss, so kann dies als ein Zuschlag auch bei Verwendung der Gauß-Copula realisiert werden.

(e) Herausforderungen und Umgang/Mitigation:

- Beschränkte Datenverfügbarkeit und Erfahrung

Umgang: Schlüsselrolle für Experten, Mitarbeit in industrieweitem Projekt

- Breites Knowhow wird benötigt (v.a. IT und Underwriting)

Umgang: Einrichtung eines heterogenen Projektteams mit festgesetzten Treffen und Informationsaustausch. Hoher Aufwand, um Informationen auszutauschen, Transparenz zu erhöhen und Wissen bereitzustellen.

- Potenzieller Bias durch Persönlichkeits- und Gruppenprozesse in den Expertenschätzungen

Umgang: Einrichtung eines Prozesses, der diesen Bias transparent macht und minimiert. Der Prozess sollte gut strukturiert und dokumentiert sein, Teile der Informationssammlung und Bewertung sollte außerhalb der Gruppensituation stattfinden. Offene Diskussionen von möglichen Verzerrungen sollten vorgesehen werden.

- In Zukunft: mehr Daten und Erfahrung muss in die Risikobewertung einfließen.

Umgang: Ein Verantwortlicher aus der Arbeitsgruppe / dem Team sollte neue Ereignisse beobachten und die Kommunikation in operativen Einheiten und ins Risikomanagement hinein steuern.

- In Zukunft: selbst mit mehr Daten wird Cyber ein sehr dynamisches Emerging Risk bleiben, bei dem sich Schadensmaß und Eintrittswahrscheinlichkeiten schnell ändern können.

Umgang: Enges Monitoring der Entwicklungen im Kontext eines Emerging Risk Prozesses. Bewertung der relevanten Veränderungen, z.B. die Interaktion mit anderen Risikokategorien und Technologien.

- (f) Momentan existieren zwar noch wenig Schäden, aber hohe Unsicherheit aufgrund des Emerging Risk Charakters. Da es erst wenig Erfahrung mit diesen Produkten und Risiken gibt, kann sich das Ergebnis schnell komplett ändern. Ein besonderes Risiko sind in diesem Kontext auch extreme Kumulschäden (zB über Viren), die absolut denkbar aber bisher noch nicht eingetreten sind. Daher bleibt hohe Unsicherheit – im Modell wie in der Ergebnisvolatilität. Ebenfalls offene Frage bzgl. Silent Cyber, d.h. mögliche ungewollte Cyber-Risiken bei anderen Produkten durch fehlende oder zu ungenaue Auschlüsse. Die Limite sollten erst angepasst werden, wenn ausreichend Erfahrung mit den Produkten gesammelt wurde und wenn die Entwicklungen in diesem Geschäftssegment besser absehbar sind.

Written Examination for CERA Module D

Economic Capital in Enterprise Management

pursuant to Examination Regulations 2.0
of the *Deutsche Aktuarvereinigung* e. V.
for the additional qualification as a CERA

Date: 25.05.2019

Please Note:

- You may use a calculator.
- The examination has a total of 180 marks. The pass mark is 90 marks.
- Please check that your examination paper is complete.
It consists of 14 pages.
- Give reasons for your answers. You must show your working out for any questions that involve calculations.

Members of the Examinations Committee:

Dr. Martin Leitz-Martini, Dr. Thomas Viehmann, Dr. Ralph Schuster,
Dr. Markus Wadé, Benedikt Schierl

Question 1. Case Study – Analysis of the economic balance sheet of VitaLife [40 marks]

Case Study: Question 1 is based on the simplified balance sheet of life insurer VitaLife.

Imagine that you are a risk manager at life insurer VitaLife, a mutual insurer. It sells classic endowment policies with an annuity option with guaranteed annuity factors. VitaLife's balance sheet is given below. Assume that, for interest-bearing securities, the nominal is the same as the book value.

When revaluing book values to market values use the duration method for reasons of simplification unless otherwise stated.

Assets

Pos.	Assets	Book Value / Buchwert	Market Value / Marktwert	Additional Information
A1.1	Real Estate (land, buildings, etc.)	80	88	Hidden Reserves: 10% of book value
A1.2	Funds)	100	100	No Hidden Reserves
A1.3	Mortgage Loans	110	125	Hidden Reserves of 15. Modified Duration of 5.75.
A1.4	Registered Bonds	400	???	Average coupon of 2.3%, modified duration of 10, corresponding market interest rate of 0.8%. Assume Book Value = Principal Value. Calculate MV with the very simple Duration Approach!
A1.5	Debentures / Bonds	200	???	Average coupon of 1.5%, modified duration of 5, corresponding market interest rate of 0.2%. Assume Book Value = Principal Value.
A2	Deposits with Credit Institutions	10	10	
A3	Other Assets	10	10	
A4	Deferred Tax Asset	0	???	Calculate the Deferred Tax Asset with Tax Rate 25% applied to the Valuation Difference of the Liabilities without Own Funds and Deferred Tax Liability
	Sum	910	???	

Liabilities

Pos.	Liabilities	Book Value / Buchwert	Market Value / Marktwert	Additional Information
L1	& Subordinated Loan/ Own Funds	49	???	Calculate Market Value of Own Funds!
L2	Deferred Tax Liability	0	???	Calculate the Deferred Tax Liability with Tax Rate 25% applied to the Valuation Difference of the Assets without Deferred Tax Assets
L3.1	for premium refunds	64	x	Not explicitly re-evaluated!
L3.2	premium refunds	22	x	Not explicitly re-evaluated!
L4.1	Risk Margin	x	???	Risk Margin: 3% of Best Estimate Liabilities (= Present Value of guarantees plus O&G)
L4.2	O&G	x	???	O&G Charge: 4% of Present Value of Guaranteed Cashflow
L4.3	Technical Provisions / Present Value of guaranteed Cashflow	760	???	Average technical interest rate of 2.8% currently used in the discounting of TP/PV of guaranteed Cashflow, modified duration of 12, corresponding market interest rate of 1%. Calculate BEL with the very simple Duration Approach!
L5	Other Liabilities	15	15	
	Sum	910	???	

- (a) [10 Marks] Calculate the missing positions in the market value balance sheet and replace the question marks (???) with the market values you have calculated. Calculate the deferred taxes in a simplified way by stating the corresponding revaluation differences on the assets or liabilities side as a total. Note the tax rate of 25%. Round your answers, with no decimal places.
- (b) [10 Marks] Calculate the total of positions A4 "Deferred tax assets" minus L2 "Deferred tax liabilities" from section (a). This is the asset surplus of

deferred taxes. If, after calculating "A4 minus L2", you do not have a positive figure then answer the question using the number 10. Please note that this is NOT the answer to the correct calculation in section (a).

Test the recoverability of the asset surplus of deferred taxes in the following two planning scenarios:

- (i) *In the next 16 years, the company plans an annual pre-tax profit of 3 each year.*
- (ii) *In the next 16 years, the company plans an annual pre-tax profit of zero each year.*

Assume that planning is based on realistic assumptions and is a true representation of the actual circumstances. The tax rate is the one given in section (a) above.

What effect does the impairment test of the asset surplus of deferred taxes have on the Own Funds from section (a) above? Calculate the results. Discuss the consequences for the company if planning scenarios (i) and (ii) are used.

What consequences could the relevance of the impairment test for the deferred tax assets have if the solvency balance sheet were audited by external auditors or by the regulatory authorities?

- (c) *[8 marks]* Using your results from section (a) above calculate the joint duration of mortgage loans (A1.3), registered bonds (A1.4) and debentures / bonds (A1.5) rounded to two decimal places. Calculate the duration gap in the technical reserves with risk margin (L4.3, L4.2, L4.1) rounded to two decimal places. Interpret the result.

Discuss whether the positions real estate (A1.1) and equities (A1.2) should also be included in the duration calculation in addition to the positions mortgage loans (A1.3), registered bonds (A1.4) and debentures / bonds (A1.5), which are clearly sensitive to changes in interest rates. Give reasons for and against.

- (d) *[12 marks]* Assume that an occupational disability insurance product was launched 5 years previously. The market value balance sheet from section (a) now has 20% of the technical reserves for occupational disability insurance and 80% for classic life endowment cover. The occupational disability insurance has a duration of 7.

Based on this assumption determine the duration gap, once again rounded to two decimal places. Discuss your result compared to the result from section (c).

Using your own knowledge discuss how the launch of the occupational disability insurance product will impact on the risk in the model (following Solvency II) and in reality. Make particular reference to VitaLife's risk profile.

Question 2. Case Study – Valuation of Bonds [20 marks]

This question assumes a bond with the following properties:

- Nominal: EUR 100
- Annual coupon: 10% (coupon paid annually)
- Term: 3 years from the valuation date
- Call provision after two years (at the end of the year, after payment of the coupon). For reasons of simplification a probability of occurrence of 60% is assumed.

Answer the following questions (Round your answers to three decimal places):

(a) [5 marks] Consider the following risk-free yield curve:

Term (years)	1	2	3
Spot rate	1.50 %	1.70 %	1.90 %
Discount factor			
Expected cashflow (CF)			
Present value of CF			

Complete the boxes for the discount factor, expected cashflow and corresponding present value. How high is the bond price after risk-free valuation?

(b) [2 marks] The market price of a bond with no call provision but with otherwise identical properties as described at the beginning of the question is EUR 123.47. Compare this with the price you calculated in section (a). What could be a reason for these prices not being identical? How can the structure of the bond with a call provision be adjusted so as to make the prices identical?

- (c) *[3 marks]* Discuss whether it would make sense for VitaLife (see Question 1 above) to purchase bonds with a call provision (for the issuer), i.e., to invest in bonds with a call provision?
- (d) *[5 marks]* What does the Fons model state? Describe how one can determine the corresponding value from a given spread. Which parameters are important when doing so? List two further factors that can have an impact on the spread.
- (e) *[5 marks]* Vita Life's internal model currently uses the risk-free yield curve to value liabilities. The company is considering applying a spread to this yield curve. Discuss the conditions under which this is possible. Consider, too, the impact on its investment management.

Question 3. Valuation, risk capital and capital allocation [60 marks]

(a) Multi-year view [20 marks]

At present KULANZ Insurance has Own Funds of 260 and a Solvency-II solvency requirement of 200.

The company wishes to adopt a two-year risk perspective. You assume that the Own Funds are normally distributed after each year with an expectation that corresponds to the current Own Funds and that volatility will be constant.

Note: Using the assumptions made, the square root formula may be used to split the time period.

- (i) Assuming you maintain the security level of 99.5%, what will the capital requirements and the solvency cover be if you work on the premise of uncorrelated annual changes?
- (ii) Which security level for the two-year horizon produces the same capital requirement as for the one-year horizon and 99.5% security level if the annual changes are uncorrelated?
- (iii) For which correlation assumption does the capital requirement for the two-year horizon and a security level of 95% produce the same capital requirement as for the one-year horizon and security level of 99.5%?
- (iv) How does the two-year capital requirement in case (ii) compare with the requirement to meet the Solvency II requirement after one year?
- (v) In the context of Solvency II the 99.5% percentile is often designated as a 1-in-200-year event. What do the above variants (i) to (iii) mean in this interpretation?
- (vi) A colleague who has heard that the 99.5% percentile in the Solvency II calibration is very difficult to determine proposes calculating this using c) and the two-year 95% percentile. Give a critical appraisal of this proposal!

p	75%	76%	77%	78%	79%	80%	95,0%	95,5%	96,0%	96,5%	97,0%	99,5%
$\Phi^{-1}(p)$	0,67	0,71	0,74	0,77	0,81	0,84	1,64	1,70	1,75	1,81	1,88	2,58

Round the probabilities to 1% / 0.5% steps.

(b) Principles of capital allocation [15 marks]

You have introduced a capital allocation model as a basis for determining yields and have proposed performing the allocation using the (discrete) marginal principle introduced in the seminar.

Your colleague -- who is very familiar with the appropriate business administration literature -- states that, in the work of Merton and Perold, the capital allocation formula for the marginal principle for risk j is given as

$$EC_j^{(A,MP)} = EC(X) - EC(X - X_j)$$

This differs from your formula.

- (i) Give your formula for risk capital EC_j^A .
- (ii) For three common normally distributed risks X_1, X_2, X_3 you have calculated the stand-alone risk capital $EC(X_i) = 150, 200$ and 250 .

The risks X_1 and X_2 are correlated with $\rho = 0.5$, risk X_3 is not correlated with the other two risks.

Calculate the risk capital $EC(X_1 + X_2)$, $EC(X_1 + X_3)$, $EC(X_2 + X_3)$, $EC(X_1 + X_2 + X_3)$ using the square root formula.
- (iii) Calculate the allocated risk capital $EC_j^{(A,MP)}$ and EC_j^A .
- (iv) Why is your formula better for your allocation purpose?
- (v) Explore in which situation the original MP allocation can be meaningfully used.
- (vi) Give an economic interpretation of the observed differences in section (iii).

Please round up to whole currency units.

(c) **Capital allocation** [10 marks]

A satellite is to fall to earth next year. It is known that it will hit the earth in a region measuring $20 * 20 \text{ km}^2$. A more precise location is not known so the point of impact is assumed to be uniformly randomly distributed.

In the region there are 5 islands each with a size of 1 km^2 . Five subsidiaries of the insurer *Vereinigten Inselversicherung* (United Island Insurance) are selling policies to provide cover in case the satellite strikes their respective island base. A claim would cost the insurer affected 100 currency units, the premium is already reported in the balance sheet and is not considered here.

- (i) State the loss distribution of the single entities as well as of the group.
- (ii) What solvency capital should be maintained for Solvency II (99.5% VaR)?
- (iii) Explain the problem that would emerge if proportional capital allocation were used. Which mathematical property of calculating solvency capital is the cause of the problem?
- (iv) Propose a solution for section (iii) and give reasons for your answer.

(d) **No-arbitrage** [15 marks]

The life insurer VitaLife has issued an equity-based policy with guarantees. For reasons of simplicity this is valued as a two-period equity option. The underlying has the value of 100 at the outset. This corresponds to the minimum payment. If the underlying increases at least 80% of the value will be paid out.

For valuation a Monte-Carlo simulation with the following paths is used. A risk-free interest rate of 0 is assumed.

Path No.	Value at t=0	Value at t=1	Value at t=2
1	100	150	225
2	100	150	75
3	100	50	75
4	100	50	25

- (i) Calculate the risk-free value of the policy.
- (ii) Perform a $1=1$ test.
- (iii) A drop in the price of 25 is considered to be too extreme. Thus path 4 is deleted. The remaining paths are re-weighted so that the $1=1$ test works. Calculate the weightings w_1, w_2, w_3 for the remaining paths.
- (iv) How does the risk-free value of the policy change?
- (v) One of your colleagues proposes that the reweighted paths are an adequate basis for calculation for preparing the economic balance sheet provided that one assumes that the investment strategy for the covering assets does not contain any options. Give a critical appraisal of your colleague's proposal and the $1=1$ test for "no-arbitrage".

Question 4. Value-Based Steering and Management [60 marks]

Note: Please bear in mind that the number of marks awarded will depend to a great extent on your working out and on the reasoning for your answer as there will often be more than one answer possible. Please use only the information provided. You should only make and define any further assumptions that you may require for your answer in case of doubt.

Your company uses a partial internal model for non-life business which has been accepted by the regulatory authority for reporting purposes.

You underwrite business in the following lines: fire (with exposure to natural catastrophes), liability (particularly professional liability for architects and medical liability for doctors) as well as cyber risk.

You wish to implement value-based management (VBM) in your company.

- (a) [8 marks] In preparation for this you elicit the expectations of various stakeholder groups.

Which stakeholder groups are relevant and should be considered? Name at least five different groups and their respective potential expectations.

Define how you intend to measure economic value in your company for its non-life business. Which components make your measuring 'economic'?

- (b) [14 marks]

- (i) Your company is currently steered and managed on the basis of profits as per local accounting standards --so-called local GAAP (alternatively: the current version of IFRS). Describe the main aspects of value under your local accounting standards --local GAAP (alternatively: the current version of IFRS). Which core elements distinguish value under your local accounting standards -- local GAAP (alternatively: the current version of IFRS) and those under your economic measurement of value as defined above?
- (ii) Discuss in concrete terms how value under your local accounting standards -- local GAAP (alternatively: the current version of IFRS) differs (or not) from your economic generation of value for the Lines of Business

- Fire

- Architectural liability
- Cyber risk

- (c) *[14 marks]* VBM has now been introduced in your company and economic value has gained more significance in steering and management. In addition to steering and management in line with local GAAP, steering and management based on RoRaC has also been implemented. The management board have been given a RoRaC target.

What consequences do you expect from this change for the business, for the corporate culture and for the employees?

How might this change affect your internal model? What challenges do you anticipate and how can you prepare yourself for these challenges?

- (d) *[9 marks]* Your management board now wishes to have a better understanding of how the risk model works and asks you to run training sessions on this. They are particularly interested in the quantification of the diversification effects in the insurance portfolio. In your model you use the Gauß copula to aggregate the various Lines of Business.

Explain the concept behind the Gauß copula to your management board!

One of the company's management board has discovered that some of your competitors use other copulas. Explain the potential disadvantages of the Gauß copula to your management board but defend your use of the Gauß copula in your model robustly and convincingly!

- (e) *[10 marks]* Given the growing significance of cyber business, during the training your CEO asks you how cyber risks are quantified in your model. Describe the particular challenges to which you have been exposed in this context. How does the process that you have employed to quantify these risks within the partial model deal with these challenges? In your explanation be sure to refer to your expectations concerning future developments.
- (f) *[5 marks]* Following your explanation, the Head of Controlling argues:

"Cyber policies are extremely profitable and generate a very high RoRaC. I thus feel that our present limit is much too low for such a profitable Line of Business. Moreover, this Line of Business is very profitable under our local accounting standards, too. I therefore propose raising the limit significantly in order to meet our profit targets more quickly."

State your position on this and then defend it!

Model Answers

Model answer for Question 1.

Section (a) (10 marks)

Pos.	Assets	Book Value / Buchwert	Market Value / Marktwert	Additional Information
A1.1	Real Estate (land, buildings, etc.)	80	88	Hidden Reserves: 10% of book value
A1.2	Equity (direct & Funds)	100	100	No Hidden Reserves
A1.3	Mortgage Loans	110	125	Hidden Reserves of 15. Modified Duration of 5.75.
A1.4	Registered Bonds	400	460	Average coupon of 2.3%, modified duration of 10, corresponding market interest rate of 0.8%. Assume Book Value = Principal Value. Calculate MV with the very simple Duration Approach!
A1.5	Debentures / Bonds	200	213	Average coupon of 1.5%, modified duration of 5, corresponding market interest rate of 0.2%. Assume Book Value = Principal Value.
A2	Deposits with Credit Institutions	10	10	
A3	Other Assets	10	10	
A4	Deferred Tax Asset	0	36	Calculate the Deferred Tax Asset with Tax Rate 25% applied to the Valuation Difference of the Liabilities without Own Funds and Deferred Tax Liability
	Sum	910	1'042	

Pos.	Liabilities	Book Value / Buchwert	Market Value / Marktwert	Additional Information
L1	Stockholders' Capital & Subordinated Loan/ Own Funds	49	13	Calculate Market Value of Own Funds!
L2	Deferred Tax Liability	0	24	Calculate the Deferred Tax Liability with Tax Rate 25% applied to the Valuation Difference of the Assets without Deferred Tax Assets
L3.1	non-fixed provision for premium refunds	64	x	Not explicitly re-evaluated!
L3.2	fixed provision for premium refunds	22	x	Not explicitly re-evaluated!
L4.1	Risk Margin	x	29	Risk Margin: 3% of Best Estimate Liabilities (= Present Value of guarantees plus O&G)
L4.2	O&G	x	37	O&G Charge: 4% of Present Value of Guaranteed Cashflow
L4.3	Technical Provisions / Present Value of guaranteed Cashflow	760	924	Average technical interest rate of 2.8% currently used in the discounting of TP/PV of guaranteed Cashflow, modified duration of 12, corresponding market interest rate of 1%. Calculate BEL with the very simple Duration Approach!
L5	Other Liabilities	15	15	
	Sum	910	1'042	

The approximative revaluation using the duration method is done using the formula:

For assets: market value = book value * [1 + (average coupon - market interest rate) * duration]

For liabilities: market value = book value * [1 + (average actuarial interest rate - market interest rate) * duration]

Section (b) (10 marks)

From Section (a) we know that deferred tax assets are 36 and deferred tax liabilities are 24. The deferred tax assets should be subjected to an impairment test. Initially those that are covered by deferred tax liabilities can be considered to be recoverable. In sum, there is an asset surplus of 12. This part of the deferred tax liabilities must be covered by future profits.

Case (i): Profits of 3 in the next 16 years produce a cumulative profit of 48 over this period. The first decision must be whether the period for determining the impairment of the taxes is set at 16 years or fewer. If 16 years is selected the total profits of 48 can be used in the impairment test. Using the given tax rate of 25% this would mean tax payments of 12 = 48 * 25% over the next 16 years. The deferred tax assets (deferred tax claims) can be offset against this. The deferred

tax asset surplus of 12 thus becomes recoverable and can be included in the balance sheet. Nevertheless, one must consider that deferred taxes only count as Tier 3 Own Funds and are thus subject to limitations when it comes to SCR coverage. Using a shorter period will reduce the future tax liabilities, which will also reduce the recoverability of the deferred tax assets.

Case (ii): Without planned profits the deferred tax assets of 12 are not recoverable and may not be included in the balance sheet. The Own Funds are then reduced by 12 from 13 to 1. Consequently, no risk-mitigating effect of deferred taxes may be used in the risk calculation.

There is the risk that changes to tax legislation have an impact on Own Funds. Likewise, we also have model risk arising from budgetary planning. Via the impairment test relating to deferred tax assets internal planning and its assumptions becomes part of the calculation of the solvency balance sheet. In the case described this has a direct impact on the level of Own Funds.

If the solvency balance sheet is audited by external auditors or the supervisory / regulatory authority this would shift the focus onto internal budgetary planning. In this case the assumptions included in the budgetary planning have to satisfy the requirements of a Best-Estimate calculation.

Section (c) (8 marks)

The duration is calculated as a market-value weighted average of the durations of the individual asset classes:

$$(125 \cdot 5.75 + 460 \cdot 10 + 213 \cdot 5) / (125 + 460 + 213) = 7.9997$$

Rounded to 8.00.

The duration gap is calculated according to the formula

$$(798 / 990) \cdot 8 - 12 = -5.551516 \text{ (rounded: -5.55)}$$

This means that the technical reserves react more quickly and strongly to changes in interest rates. VitaLife is therefore exposed to the risk of declining interest rates.

Compared to the simple subtraction the market-value weightings of the positions are also included in the formula. Simple subtraction produces -4; the weighting "widens" the gap.

In the real world equities and real estate produce cash flow returns for the company. The valuation models for equities and real estate are based on this cashflow

and usually use a DCF calculation in one form or another. This justifies the assumption that equities and real estate are sensitive to interest rate movements. Therefore, both equities and real estate could be allocated to a duration. Equities and real estate would thus, with their market value and the duration allocated to them, be included in the duration of the assets. From an ALM perspective (e.g., CF matching) this method makes sense. However, one must consider that the cash flow for equities (dividends) and for real estate (rental income minus investments) is not certain and, as a consequence, should not be fully included.

On the other hand, capital market models use indices to model the performance of equities and real estate. Similarly, the risk and/or the volatility of the underlying assets (= equities and/or real estate) is measured by means of the rise and fall of the indices on the market (e.g., DAX, EuroStoxx50, IPD, ...). These indices contain observed commercial / trading prices and there is no direct connection to movements in interest rates. In risk models this is measured by means of the correlation between share price and interest rate and/or real estate price and interest rate. Therefore, no direct sensitivity to movements in interest rates, and thus no duration, is attributed to equities and real estate. The performance may well contain the dividend and/or rental income but it is usually the total performance that is considered. In this kind of modelling equities and real estate do not contribute to the duration.

Section (d) (12 marks)

The occupational disability insurance product reduces the duration of the liabilities by 1 from 12 to 11:

$$(80\% * 12 + 20\% * 7) = 11.$$

New duration gap:

$$(798 / 990) * 8 - 11 = -4.551516 \text{ (rounded: -4.55)}$$

The duration gap is thus also reduced by 1.

The occupational disability insurance product introduces the new underwriting risk of disability / invalidity to the in-force portfolio for the first time. However, disability / invalidity risk is affected by legal regulations. This leads to volatility of the risk. For example, there are also dependencies relating to fluctuations in the economy.

Since the occupational disability insurance products are short tail business compared to life endowment products the modified duration of the liabilities is correspondingly lower. The effect depends, too, on the reserves that are allocated to occupational disability insurance as part of the total reserves. This means that a (slight) reduction in the interest rate risk (interest down) is to be expected since the duration gap is lower.

Occupational disability insurance products are usually considered to generate a good risk results, helping to ease the capital situation. The good risk results can compensate for negative investment results, something is important when markets are strained.

In terms of accumulation risk and large losses it might make sense to consider purchasing reinsurance cover. This reduces the underwriting risk in the model although it does add default risk on the part of the reinsurer. In reality, when large sums insured are involved it is important to reduce risks by means of excess of loss (XL) reinsurance.

Model answer for Question 2.

Section (a) (5 marks)

Term (years)	1	2	3
Spot rate	1.50 %	1.70 %	1.90 %
Discount factor	0.985	0.967	0.945
Expected cashflow (CF)	10	70	44
Present value of CF	9.85	67.69	41.58

The market price is EUR 119.12.

(Proposal: Award 0.5 marks for every value calculated)

Section (b) (2 marks)

The price with the callability option is lower since the cash flow is reduced. The option costs money.

A higher coupon enables the cash flow of the bond with the callability provision option to be increased and the market price to be raised to the level of the comparable bond without the callability provision option.

(Proposal: 1 mark per question)

Section (c) (3 marks)

Pro: Higher earnings since the issuer pays the callability option by way of a higher coupon to the investor (Vita Life). This may, in the event of a "lateral" interest rate movement, make it easier to fund the Vita Life guarantees.

Cons: Callability option is primarily exercised in period of low interest rates. This means that the cash flows into the insurance company during this period and may, in these circumstances, have to be reinvested. Moreover, the duration of the assets is reduced which further increases the duration gap. The duration of the bond depends on the level of interest rate ("option-adjusted" duration).

Ultimately there are more disadvantages than advantages since, because of the guaranteed return, a life insurer will be reluctant to reinvest in such low-interest instruments, particularly in times of falling interest rates.

(Proposal: Pros 0.5 marks, Cons 2 marks, Conclusion 0.5 marks)

Section (d) (5 marks)

Outline of one possibility:

The spread can be carried over into a probability of default (= corresponding value). (0.5 marks)

One arrives at the probability of default by iterating via the probability of default. At every stage of iteration one calculates an expected cash flow using the probability of default. This is obviously lower than the cash flow with no default. Afterwards one calculates the present value of the cash flow. The iteration stops when it matches the present value of the cash flow valued with a spread (with tolerance). (3 marks)

The important parameter is the recovery rate. (0.5 marks)

2 factors: (0.5 marks each)

Migration risk, liquidity risk, tax aspects, options in the papers

Section (e) (5 marks)

Prerequisites:

- It must be possible to earn the desired spread on the capital markets. This pre-supposes either the possibility of arbitrage on the capital market or, if one assumes a no-arbitrage capital market, other bond design features have to result in a spread on the coupon.
- The Fons model states that the spread cannot be earned risk free long term. Components have to be found by means of which the spread can be earned. One could, for example, use the illiquidity premium as this spread. This can

be obtained if the company does not wish to trade the bonds but simply to hold them to maturity (so-called buy-and-hold strategy).

- The volatility adjustment under Solvency II corresponds, for example, to such a spread.

Investment strategy:

- In order to obtain an illiquidity premium, the company has to actually invest in the given instruments that are not interchangeable or replaceable (fungible) at all and/or difficult to interchange or replace.
- The investment strategy has to take into consideration the fact that the instruments that generate the desired spread are really not traded if it is to obtain the illiquidity premium (so-called buy-and-hold strategy).

Model answer for Question 3.

(a) Multi-year view

(i) $\text{Var}(99.5, 2\text{-years, correl}=0) = \text{Var}(99.5, 1\text{-year}) * \text{sqrt}(2) = 200 * \text{sqrt}(2) \approx 282$

(ii) $2.58 / \text{sqrt}(2) \approx 1.82$ also bei ca. $\Phi(1.82) \approx 96.5\%$

(iii) Volatility for one year: $\sigma_1 = 200 / 2.58$

Volatility for 2 years with correlation ρ : $\sigma_2 = \text{sqrt}(2 * \sigma_1^2 + 2 * \rho * \sigma_1^2)$

$\text{Var}(2 \text{ years } 95, \text{ correl}=\rho) = \sigma_1 * \Phi^{-1}(95\%) * \text{sqrt}(2 + 2\rho)$

Equating to: $\sigma_1 \Phi^{-1}(99.5\%) = \sigma_1 * \Phi^{-1}(95\%) * \text{sqrt}(2 + 2\rho)$

As a result: correlation $\rho = ((\Phi^{-1}(99.5\%) \Phi^{-1}(95\%))^2) / 2 - 1 \approx 22.6\%$
with the above rounding $\approx 23,7\%$

(iv) The single-year view is stricter since the "catch up" (year 1 ratio < 100%, then improvement) is not "permitted" in the sense that it contravenes the requirement.

The probability of meeting the solvency requirement of 100% after one year, $\Phi((260-200) / \sigma_1) \approx \Phi(0.77) \approx 78\%$, $\sigma_1 = 200 / \Phi^{-1}(99.5\%)$

(v) If one interprets the Solvency II requirement as "Own Funds that are exhausted in a 1-in-200-year event" then the 2-year requirement would be "about" 99.5% of a 400-year event (if one considers, in line with Section iv), that it is a relief to not consider the "odd" years). Thus, it makes sense to reduce the safety level.

From a two-year perspective, requirement ii) is only a $2 / (1 - 96.5\%)$ -year event, namely approximately 1 in 57 years, in the case of iii) the frequency becomes $2 / (1 - 95\%) = 40$ years.

Setting the 1-year horizon affects the safety level considerably in this approach. It is based on the view that business years are a natural unit and the presumed time for effective intervention by the supervisory / regulatory authority is around one year.

(vi) As ii) and iii) demonstrate the correlation is very important. Correlations are notoriously difficult to estimate. As a result, the advantage is questionable.

(b) Principles of capital allocation

(i) $EC_j^A = (EC(X) - EC(X-X_j)) * EC(X) / \sum_j (EC(X) - EC(X-X_j))$

(ii) $EC(X_1 + X_2) = 304$

$EC(X_1 + X_3) = 292$

$EC(X_2 + X_3) = 320$

$EC(X_1 + X_2 + X_3) = 394$

(iii) Calculate the allocated risk capital sums $EC_j^{(A,MP)}$ and EC_j^A .
 $EC_1^{(A,MP)} = 394 - 320 = 74$, $EC_2^{(A,MP)} = 102$, $EC_3^{(A,MP)} = 90$. Total: 266

$EC_1^A = 74 * 394 / 266 = 109$, $EC_2^A = 152$, $EC_3^A = 133$

(iv) Using the formula from the seminar the total capital is allocated, this is an important property of an allocation in case all individual positions are included in a consideration, e.g., so that the return of the total portfolio is a weighted average of the individual returns.

(v) If a decision is to be made about an individual position (e.g., purchase / disposal of a risk, the marginals state the change in the total risk capital.

(vi) With the Merton/Perold original allocation, diversification effects are, if appropriate, allocated to several positions, thus the sum of the marginal positions is less than the total capital. Scaling counteracts this double counting of diversification.

(c) Capital allocation

(i) The loss is 100 with 1/400 probability, 0 with 399 / 400 probability. For the Group the loss is 100 with 5 / 400 probability.

(ii) Individual positions: 0, Group 100.

(iii) If one allocates proportionally the single VaR of 0 means the capital cannot be split. The negative diversification effect of the risk capital sums, i.e., the fact that the Group has a higher risk capital than the individual companies, is unintuitive.

The cause is the non-coherence of the risk measure VaR. The sub-additivity is precisely the requirement that the aggregated risk capital is restricted by the sum of the individual capital sums.

- (iv) One could allocate on a TVaR basis. This is coherent, thus the problem does not arise.

Allocation using the equi-marginal principle is also possible.

- (d) No-Arbitrage

(i) $180 * 0,25 + 100 * 0,75 = 120$

- (ii) Check $E(X_t) = 100$. $E(X_1) = 0.5 * 150 + 0,5 * 50 = 100$, also $E(X_2) = 100$.

- (iii) System of equation:

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1, E(X_1) = (w_1 + w_2) * 150 + w_3 * 50 = 100$$

$$E(X_2) = 225 * w_1 + 75 * (w_2 + w_3) = 100,$$

$$\text{Liquidate: } w_1 = 1/6; w_2 = 1/3; w_3 = 1/2$$

- (iv) It is only 113.

- (v) Since the option is to be valued on the liabilities side of the balance sheet it is not sufficient only to consider the investment strategy.

Ultimately one must see that the $1=1$ test is only necessary for no-arbitrage but is not sufficient. For this it would be necessary for $E(X_2 | X_1 = x_1) = x_1$ for any arising x_1 .

Model answer for Question 4.

(a) See lecture notes.

(b)(i)

local GAAP: the value generation is characterised by the principle of prudence, no risk components, no future profits, no time components. Values are rather understated, but more stable over time.

Economic view: the value generation is characterised by discounted inputs, risk capital, future profits after deduction of costs of capital. Differences mainly in risk capital and principle of prudence. Value in the economic view can be much more volatile.

(ii)

Fire: since rather short-tailed, i.e., no large differences in the metrics. Natural catastrophes: high risk costs. Here there may be a difference caused by the costs of capital.

Architect liability: long-tailed, future profits could be relevant. Principle of prudence probably has a strong effect here. Also risk capital costs are important.

Cyber: probably looks good under local accounting rules, also under the economic view thanks to initially low losses / claims. The latter is, however, more due to the model since the calibration is extremely insecure. Level of costs of capital is also significant here but depends on how the model deals with model insecurities.

(c) Changes in the portfolio expected: changes away from risky LoBs. But also towards not yet realised future profits. Here one has to raise the awareness concerning central model assumptions and insecurities. These should also be reflected in the limit and trigger management: they should also be reviewed.

The RoRaC target means that model results are introduced into management board remuneration. Via the allocation of diversification effects, portfolio changes could result in fluctuations in risk capital even in stable sections of the portfolio. This has to be understood and accepted. In terms of remuneration it may be possible to consider a compensation mechanism over the time period since very volatile business can lead to unfairness if board members are only in post for short periods of time.

Linking management objectives to a risk parameter could result in changes to employee targets. This may lead to increased pressure on employees working in valuation and risk management units whose results are relevant for the meeting of targets.

The new risk culture in the company has to be lived and risk management has to receive feedback from the operational business in order to be able to operate the model sufficiently and keep it up to date. This makes it necessary for risk management to be represented in the company's board and/or management committees. Reinsurance becomes more important, processes may have to be reviewed and the reinsurance structure be aligned with the new form of management and steering.

The internal model has to follow the developments and be able to respond to the new risk situation. Therefore, regular feedback loops with operational units have to be created and validation concerning the significance and informative value of the model and the methods deployed if the risk composition changes has to be reinforced.

- (d) A copula is a mathematical construct that defines how losses or results (in general: random variables) interact and determines a common probability distribution. To do so the Gauß copula uses a few simple parameters: these mainly describe the linear dependencies between the modelled values and are relatively easy to determine. The main disadvantage of the Gauß copula is that it does not model tail dependency for extreme events. This means that large events are not modelled together more often than small ones. Depending on the type of risk this can result in the underestimation of extreme events. However, because in the partial model we are only looking at non-life LoBs tail dependencies (that exist, for example, between market techniques and underwriting) are not the main driver of results. Moreover, copulas with tail dependency need more parameters and hence increase the insecurity of the model. If the validation concludes that a tail dependency has to be considered then this can be done as a loading even if the Gauß copula is used.

(e) Challenges and management / mitigation:

- Limited availability of data and experience
Management: key role for experts, experience in an industry-wide project
- Broad know-how required (primarily IT and Underwriting)

Management: create a heterogeneous project team with fixed meetings and exchange of information. Much time and effort to exchange information, increase transparency and make knowledge available.

- Potential bias due to personality and group processes in the expert assessments

Management: set up a process to make this bias transparent and to minimise it. The process should be well-structured and documented, some of the information gathering and evaluation ought to be done outside the Group situation. Open discussions concerning potential 'distortions' ought to be planned.

- In future: more data and experience has to be incorporated in the risk assessment.

Management: A responsible person from the working group / team should observe new events and manage the communication to the operational units and to risk management.

- In future: even with more data cyber risk will remain a very dynamic emerging risk and one whose losses and likelihood of occurrence can change very rapidly.

Management: Close monitoring of developments in the context of an emerging risk process. Evaluation / Assessment of any relevant changes, e.g., interaction with other risk categories and technologies.

- (f) At present there are few losses but a great deal of insecurity because of the emerging risk character. Since there is very little experience of these products and risks this could change completely very rapidly. In this context, one particular risk is extreme accumulation losses (e.g., caused by viruses) that are certainly conceivable even if they have not yet occurred. hence the high degree of insecurity -- in the model and in the volatility of the results. There are also open questions concerning so-called silent cyber, i.e., possible unintentional cyber risks from other products caused by a lack of or too imprecise exclusions. The limits ought to be only adjusted when there is sufficient experience with the products and when developments in this segment can be better predicted.