



DAV

DEUTSCHE  
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Schriftliche Prüfung im CERA-Modul 4

## **Instrumente des Risikotransfers und der Risikosteuerung**

gemäß Prüfungsordnung 1.0  
der Deutschen Aktuarvereinigung e. V.  
zum Erwerb der Zusatzqualifikation CERA

am 19.10.2018

### *Hinweise:*

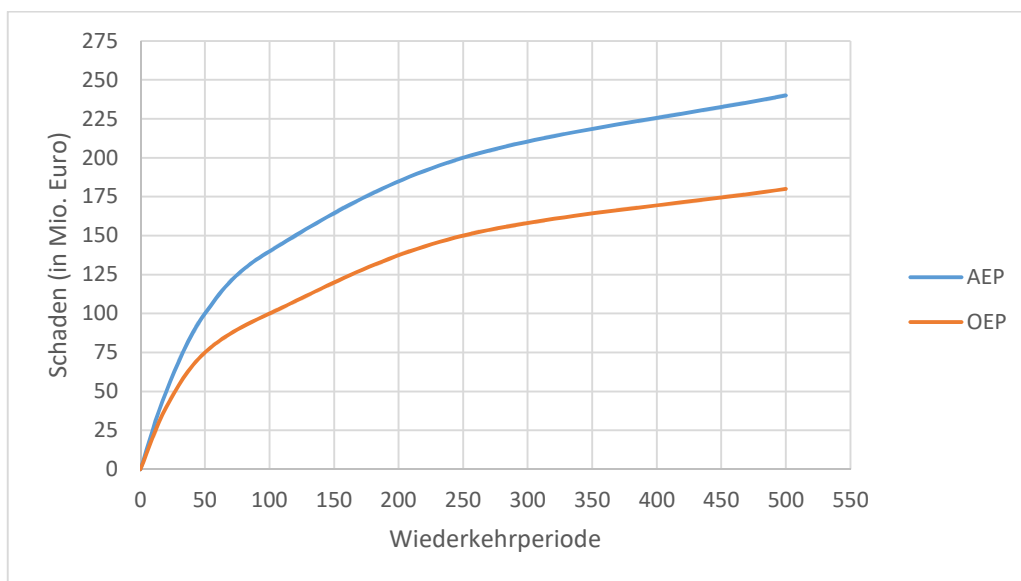
- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 90 Punkte. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens 45 Punkte erreicht werden.
- Bitte prüfen Sie die Ihnen vorliegende Prüfungsklausur auf Vollständigkeit.
- Alle Antworten sind zu begründen und bei Rechenaufgaben muss der Lösungsweg ersichtlich sein.

### *Mitglieder der Prüfungskommission:*

Prof. Dr. Hubert Bornhorn, Dr. Steve Brüske, Dr. Nora Gürtler,  
Dr. Peter Henseler, Ingo Kraus, Dr. Frank Schiller

### Aufgabe 1. Risikotransfer Schadenversicherung [15 Punkte]

Sie arbeiten in der Rückversicherungsplatzierung und sollen anhand der Ergebnisse aus dem Internen Modell eine Einschätzung zum Risikotransfer geben. Ihnen liegen die folgenden Parametrisierungen bzw. Resultate aus dem Modell für die Sparte Feuerversicherung vor. Für die Basisschäden wird eine Lognormalverteilung simuliert, deren 99,5% Quantil bei 130 Mio. Euro und deren Erwartungswert bei 100 Mio. Euro liegt. Der erwartete Jahresgesamtschaden aus Naturkatastrophenschäden liegt bei ca. 10 Mio. Euro und die Brutto Exceedance Probability Kurven der Naturgefahrensimulation sehen wie folgt aus:



- (a) (5 Punkte) Sie wollen einen Quotenrückversicherungsvertrag mit einer 30% Quote zeichnen. Wie hoch ist das Nettoprämienrisikorisiko nach Rückversicherung gemäß Solvency II dieser Sparte und wie hoch ist der Diversifikationseffekt zwischen den Schadenarten?  
*Hinweis: Gehen Sie davon aus, dass Basis- und Naturgefahrenschäden unabhängig sind und rechnen Sie vereinfacht mit der Wurzelformel!*
- (b) (3 Punkte) Sie überlegen nun einen Cat XL Vertrag für Naturgefahrenschäden einzukaufen. Mit dem Vertrag wollen Sie nach Rückversicherung einen Maximalschaden i.H.v 10 Mio. Euro nur alle 250 Jahre überschreiten. Wie muss der Vertrag gestaltet werden?  
*Hinweis: Ignorieren Sie Wiederauffüllungen und zedierte Prämie!*
- (c) (7 Punkte) Sie sollen nun für den Vorstand eine Entscheidungshilfe vorbereiten, welcher der Verträge aus a) und b) aus Steuerungssicht gezeichnet werden soll. Hierzu liegen Ihnen die Bruttoprämie i.H.v. 150

Mio. Euro, der Provisionsfaktor der Quotenrückversicherung i.H.v. 20% und die Prämienrate des Cat XL-Vertrags i.H.v. 5% vor.  
Das Gesamtrisiko nach XL Rückversicherung reduziert sich auf 40 Mio. Euro und im Mittel werden 5 Mio. Euro zediert.

Wie hoch ist die Capital Cost Ratio und welcher Vertrag ist nach diesem Kriterium am sinnvollsten?

### Lösungsvorschlag

- (a) Zunächst ermittelt man aus den Daten der Basisschadenverteilung des Risiko  $30\text{MEUR} = 130\text{MEUR} - 100\text{MEUR}$ . Bei den Naturkatastrophenschäden wird das 99,5% Quantil über das 200 Jahresereignis der AEP Kurve abgelesen (Jahresgesamtschaden) und beträgt ca. 185MEUR. Abzüglich Erwartungswert erhält man hier 175MEUR. Durch die Unabhängigkeitsannahme erhält man das folgende Gesamtrisiko vor Rückversicherung:

$$\sqrt{(30\text{MEUR})^2 + (175\text{MEUR})^2} \approx 178\text{MEUR}$$

Durch die 30% Quotenabgabe bleiben somit ca. 124 Mio. Euro Netto Risiko übrig. Der Diversifikationseffekt nach Rückversicherung beträgt 19 Mio. Euro.

- (b) Anhand der OEP Kurve (Jahresmaximalschaden) ergibt sich der Schaden zur Wiederkehrperiode 250 Jahre als 150 Mio. Euro. Da man alle 250 Jahre nur einen Maximalschaden i.H.v. 10 Mio. Euro haben will, kann man eine Priorität von 10 Mio. Euro und eine Haftungsstrecke von  $150\text{MEUR} - 10\text{MEUR} = 140\text{MEUR}$  wählen.
- (c) Sie müssen zunächst die mittleren Abgaben an den Rückversicherer für beide Verträge bestimmen.

Für den Quotenvertrag geben Sie 30% der Bruttoprämie, also 45 Mio. Euro ab, erhalten aber eine Provision i.H.v. 9 Mio. Euro und eine mittlere Schadenzahlung i.H.v. 33 Mio. Euro. Sie geben also im Mittel  $45\text{MEUR} - 9\text{MEUR} - 33\text{MEUR} = 3\text{MEUR}$  an den Rückversicherer ab. Auf der anderen Seite erhalten Sie eine Reduzierung des Risikos i.H.v.  $30\% * 175\text{MEUR} = 52,5\text{MEUR}$ . Die Capital Cost Ratio beträgt demnach ca. 5,7%.

Für den Cat XL Vertrag geben Sie 5% der Bruttoprämie ab, also 7,5 Mio. Euro und erhalten im Mittel eine Schadenzahlung von 5 Mio. Euro. Sie geben also hier  $7,5\text{MEUR} - 5\text{MEUR} = 2,5\text{MEUR}$  an den Rückversicherer. Das SCR reduziert sich im Gegenzug um 138 Millionen Euro. Die Capital Cost Ratio beträgt demnach ca. 1,8%.

Der Cat XL Vertrag ist nach diesem Kriterium der bessere Vertrag, da er eine geringere Kapitalkostenquote hat.

**Aufgabe 2.** Hedging von Garantieprodukten („Greeks“) [15 Punkte]

Der Versicherer hat in der Vergangenheit ein Garantieprodukt verkauft, das derzeit noch eine Restlaufzeit von 10 Jahren über alle ausstehenden Verträge besitzt. Die Garantiesumme über alle Verträge beträgt 500.000.000,00 €. Der Stand der zugrundeliegenden Fondsanteile liegt bei 120,00 €. Es handelt sich hierbei um einen aktiv gemanagten Fonds eines externen Anbieters. Der aktuelle Auszahlungswert für die ausstehenden Verträge liegt bei 600.000.000,00 €. Der Versicherungsnehmer erhält am Ende der Laufzeit das Maximum aus Fondsinvestment und Garantiesumme.

Für das Garantieprodukt ergeben sich folgende Charakteristika, abgeleitet aus der zugrundeliegenden Benchmark des Fondsinvestments:

Theoretischer Marktwert: 670.000.000 €

Delta: - 6.100.000 €

Gamma: - 20.000 €

Vega: - 5.500.000 €

Das aktivseitiges Portfolio besteht aktuell aus einem 600.000.000 € Index-Investment mit der gleichen Benchmark, wie der Fonds und 30.000.000,00 € Kasse.

- (a) (6 Punkte) Sie haben die Vorgabe, ihre Kapitalanlage so zu gestalten, dass das Gesamtrisiko Delta und Gamma neutral ist. Ihr Kapitalanleger bietet hierzu zwei mögliche Derivateportfolien an, in die sie die aktuelle Kasse investieren können.

	Laufzeit in Jahren	Delta	Gamma	Vega	Preis
PF 1 (put option)	2,5	1.100.000	38.000	2.700.000	25.000.000
PF 2 (put option)	2,0	1.000.000	40.000	2.300.000	20.000.000

Für welches der beiden Portfolios würde man sich entscheiden, wenn man davon ausgehen, dass die aktuelle Volatilität im Markt außergewöhnlich niedrig ist?

- (b) (2 Punkte) Wie würde die Antwort von a) sich verändern, wenn man nur einen vollständigen Deltahedge verlangen würde?
- (c) (3 Punkte) Welche zusätzlichen Risiken entstehen für den Hedge in a) dadurch, dass es sich um einen aktiv gemanagten Fonds handelt?
- (d) (4 Punkte) Bitte beantworten Sie die nachfolgenden Fragen mit WAHR oder FALSCH. Für eine richtige Beantwortung erhalten Sie einen halben Punkt, für eine falsche Beantwortung wird ein halber Punkt abgezogen. Fehlende Angaben werden mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl kann nicht negativ werden.

Hinweis: Modellierungsvereinfachungen aus dem Skript für die Berechnung von Portfoliorisiken sind für die Beantwortung der Fragen nicht gültig.

„Greek“-Risiken können ausschließlich durch Derivate gehedgt werden	
Das Vega eines Puts ist immer positiv	
Das Vega eines Calls ist immer positiv	
Vegas eines Portfolios ergeben sich als die Summe der Einzel-Vegas	
Für einen Gamma-Hedge kann man sowohl einen Put als auch einen Call verwenden.	
Das Gamma eines Portfolios ist gleich der Linearkombination der Gammas der Einzeltitel	
Je näher eine Option am Verfallstag liegt, desto grösser ist ihr Vega	

Zur Ableitung eines optimalen Hedges in diskreter Zeit braucht man eine Einschätzung über die erwartete Driftrate des Underlyings	
---	--

*Lösungsvorschlag*

- (a) Durch die Vorgabe der Gammaneutralität ergeben sich für PF1 und PF2 die nachstehenden skalierten Vegas (Die Delta-neutralität kann mittels dem Underlying gesteuert werden):

PF 1 wird zu ca 52% gekauft (20.000/38.000). Das Vega ergibt sich zu ca 1.420.000.

PF 2 wird zu ca 50% gekauft (20.000/40.000). Das Vega ergibt sich zu ca. 1.150.000

Vega Gesamt PF 1:  $1.420.000 - 5.500.000 \approx -4.080.000$

Vega Gesamt PF 2:  $1.150.000 - 5.500.000 \approx -4.350.000$

Bei einem Hedge mit PF1 wäre bei steigenden Volatilitätsumfeld ein geringerer Vega-Verlust als mit PF2 zu erwarten. Somit wäre PF 1 vorzuziehen

- (b) Hier gäbe es nur aus der Forderung der Delta-Neutralität keine eindeutige Antwort für eine Präferenz. Theoretisch kann man mit beiden Portfolios das Vega-Risiko auf Null reduzieren, und anschließend die Deltaneutralität durch den Kauf oder Verkauf des Index herstellen.
- (c) Aus dem aktiven Management entsteht ein Basisrisiko. Das tatsächliche Portfolio weicht von der Benchmark ab. Hierdurch werden sich sowohl der Marktwert des Underlying, das Delta und Gamma von ihren berechneten Hedge-Werten abweichen.
- (d)

„Greek“-Risiken können ausschließlich durch Derivate gehedget werden	FALSCH
Das Vega eines Puts ist immer positiv	RICHTIG

Das Vega eines Calls ist immer positiv	RICHTIG
Vegas eines Portfolios ergeben sich als die Summe der Einzel-Vegas	FALSCH
Für einen Gamma-Hedge kann man sowohl einen Put, als auch einen Call verwenden.	RICHTIG
Das Gamma eines Portfolios ist gleich der Linearkombination der Gammas der Einzeltitel	RICHTIG
Je näher eine Option am Verfallstag liegt, desto grösser ist ihr Vega	FALSCH
Zur Ableitung eines optimalen Hedges in diskreter Zeit braucht man eine Einschätzung über die erwartete Driftrate des Underlyings	RICHTIG



### Aufgabe 3. Rückversicherung und Verbriefung [15 Punkte]

Ein Lebensversicherungsunternehmen will sich gegen Massenstorno seines Bestands aus fondsgebundenen Lebensversicherungen absichern, der sehr stabile Kosten- und Risikogewinne liefert. In der Vergangenheit wurden folgende jährliche Stornoraten (aggregiert über den gesamten Bestand) beobachtet:

Jahr	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Stornorate	8%	6%	4%	6%	5%	17%	20%

In den Jahren 2011 bis 2015 hat er damit eine durchschnittliche Stornorate von 5,8% beobachtet, und in den Jahren 2011 bis 2017 von 9,4%. Die Standardabweichung in den Jahren 2011 bis 2015 beträgt 1,5%, in den Jahren 2011 bis 2017 6,4%. Das Exposure für Storno-Erhöhung ist in 2017 insgesamt 2.000.000 € und die restliche Laufzeit der Verträge beträgt 3 Jahre.

Parameter der Solvency II Storno-Szenarien: Mass Lapse 40% absolut, Lapse Up 50% mehr als Best Estimate

- (6 Punkte) Das Unternehmen rechnet in seinem Modell noch mit Best Estimate Annahmen aus den Jahren 2011 bis 2015. Ermittle die maximal mögliche  $SCR_{\text{Lapse}}$ -Entlastung bei einer Mass Lapse Verbriefung.
- (2 Punkte) Die Gegenpartei will nur eine Deckung 10% xs 30% anbieten. Wie hoch ist dann die  $SCR_{\text{Lapse}}$ -Entlastung?
- (3 Punkte) Entscheide mit dem Kapitalkostensatz unter Solvency II von 6% und einer nach Diversifikation effektiven Entlastung des gesamten  $SCR_{\text{Tot}}$  von 55% ob ein Transfer für einen Preis von 3% Exposure lohnt.
- (4 Punkte) Diskutiere die Nachteile der beschriebenen Struktur und schlage Verbesserungen der Struktur vor, um die Wirkung zu erhöhen. Bewerte dafür jeweils auch die mögliche Auswirkung auf die Kosten.

#### Lösungsvorschlag

- Mass-Lapse-Szenario:  $40\% \cdot 2.000.000\text{€} = 800.000\text{€}$   
Lapse-Up-Szenario ( $1,5 \cdot 5,8\% = 8,7\%$ ):  
- Jahr 1:  $(8,7\% - 5,8\%) \cdot 2.000.000\text{€} = 58.000\text{€}$   
- Jahr 2:  $(8,7\% \cdot (1 - 8,7\%) - 5,8\% \cdot (1 - 5,8\%)) \cdot 2.000.000\text{€} = 49.590\text{€}$   
- Jahr 3:  $(8,7\% \cdot (1 - 8,7\%)^2 - 5,8\% \cdot (1 - 5,8\%)^2) \cdot 2.000.000\text{€} =$

42.107€

Gesamt (das erste Jahr wird nicht abgezogen, da eine uneingeschränkte Mass Lapse Lösung auch im ersten Jahr für Lapse Up wirkt):

$$800.000€ - 49.590€ - 42.107€ = 708.303€$$

- (b) Mass-Lapse-Szenario:  $(40\% - 30\%) \cdot 2.000.000€ = 200.000€$   
Lapse-Up-Szenario nicht relevant, da Selbstbehalt bei 30%.
- (c) Entlastung:  $200.000€ \cdot 6\% \cdot 55\% = 6.600€$   
Preis:  $200.000€ \cdot 3\% = 6.000€$   
Der Transfer lohnt sich gerade, die Einsparung in Höhe von 600€ ist aber nicht wirklich wesentlich im Vergleich zu den damit verbundenen Kosten.
- (d) Hoher Selbstbehalt: Mit 10% xs 30% ist der Selbstbehalt vergleichsweise hoch. Eine Struktur unter 20% xs 20% wird die Gegenpartei wegen der aktuell hohen Stornoquote von 20% kaum anbieten und auch bei z.B. 15% xs 25% werden vermutlich die Kosten überproportional steigen und damit die Attraktivität geringer werden.

Einjährige Deckung: Regulatoren bemängeln oft, dass die einjährige Deckung nicht gut genug die Struktur von Storno-Szenarien abbildet oder keine langfristige Risikostrategie beweist. Stattdessen sollte die Deckung auf mindestens auf 2 Jahre angelegt werden. Dies kann (insb. in diesem Fall der bereits hohen Stornoraten) zu einer Preiserhöhung führen.

#### Aufgabe 4. Traditionelles LV-Geschäft [15 Punkte]

Ein Versicherer hat gewinnberechtigtes Geschäft mit Garantien in der Vergangenheit geschrieben und folgende vereinfachte Marktwertbilanz ermittelt:

Basisfall

Assets		Liabilities	
<b>MVA</b>	100	<b>PVGB</b>	90
		<b>FDB</b>	7.5
		<b>PVFP</b>	2.5

Es gelten folgende Abkürzungen:

- Marktwert Kapitalanlagen („market value assets“): MVA
- Barwert der garantieren Leistungen („present value guaranteed benefits“): PVGB
- Barwert der Leistungen aus zukünftig zu erwartender Gewinnbeteiligung auf Basis der gesetzlichen Mindestgewinnbeteiligungsregelung („Future discretionary benefits“): FDB
- Barwert der erwarteten Gewinne vor Steuer und Kapitalkosten („present value future profits“): PVFP

Die Kapitalanlagen bestehen nur aus festverzinslichen Papieren. Es sei angenommen, dass die Zinskurve flach ist. Es handelt sich nur um reine Sparprodukte mit Stornooption, d.h. es gibt keine biometrische Komponente. Kosten und Kostenbeiträge seien vernachlässigbar.

Das Unternehmen rechnet einige Zinsstresstests (jeweils einfache Parallelverschiebung)

-50bp

Assets		Liabilities	
<b>MVA</b>	102.5	<b>PVGB</b>	99.0
		<b>FDB</b>	2.6
		<b>PVFP</b>	0.9

-75bp

Assets		Liabilities	
<b>MVA</b>	103.8	<b>PVGB</b>	103.5
		<b>FDB</b>	0.2
		<b>PVFP</b>	0.1

-150bp

Assets		Liabilities	
<b>MVA</b>	107.5	<b>PVGB</b>	117.0

<b>FDB</b>	0.0
<b>PVFP</b>	-9.5

+75bp	Assets		Liabilities	
	<b>MVA</b>	96.3	<b>PVGB</b>	76.5
			<b>FDB</b>	14.8
			<b>PVFP</b>	4.9

+300bp	Assets		Liabilities	
	<b>MVA</b>	85.0	<b>PVGB</b>	36.0
			<b>FDB</b>	36.8
			<b>PVFP</b>	12.3

- (1 Punkt) Auf welche Mindestgewinnbeteiligung lassen die gezeigten Marktwertbilanzen schließen?
- (1 Punkt) Was lässt sich auf Basis der -50bp Zinssensitivität über die Modified Duration von MVA und PVGB schlussfolgern?
- (3 Punkte) Was lässt sich auf Basis der -50bp Zinssensitivität über die Modified Duration von FDB und PVFP schlussfolgern? Interpretieren Sie das Ergebnis auch in Relation zum Aufgabenteil b).
- (4 Punkte) Welche Schlüsse lassen sich aus dem Vergleich der -75bp und -150bp Sensitivität ziehen?
- (4 Punkte) Unter welchen Umständen könnten die gezeigten Ergebnisse der +300bp Sensitivität die Wirklichkeit nicht sachgerecht widerspiegeln (welcher Fehler könnten die Risikomanager, die die Kalkulation vorgenommen haben, gemacht haben)?
- (2 Punkte) Nennen Sie zwei Hedgingmöglichkeiten, um auch nach dem -150bp Stress noch einen positiven Wert für den Aktionär zu generieren? Für den Hedge sollten keine bestehenden Kapitalanlagen veräußert werden.

### *Lösungsvorschlag*

- (a) Der Marktwertzuwachs geht zu 25% an den Aktionär und zu 75% an den Versicherungsnehmer, d.h. die Mindestgewinnbeteiligung beträgt 75% vom Zinsergebnis.
- (b) Die Duration MVA beträgt etwa 5% und die von PVGB etwa 20%.
- (c) Die Duration von PVFP und FB beträgt etwa 130%. Beide Größen reagieren positiv auf einen Zinsanstieg und negativ auf eine Reduktion des Zinsniveaus aufgrund der kürzeren Laufzeit auf der Aktivseite im Vergleich zu Passivseite. Die (absolut betrachtet kleine) Differenz zwischen MVA und PVGB reagiert (relativ gesehen) viel stärker auf Zinsänderungen als die Größen MVA und PVGB selbst aufgrund des sehr großen Durationgaps.
- (d) Der Garantiezins wird unterschritten, d.h. PVGB übersteigt MVA. Damit entfällt die Überschussbeteiligung und der Aktionär wird alleine an den Verlusten partizipieren.
- (e) Die Risikomanager haben kein höheres Storno antizipiert, welcher bei einem starken Zinsanstieg auftreten könnte, wenn die Versicherungsnehmer sich alternativen höherverzinslichen Anlagen zuwenden. In solch einem Fall könnte der Rückkaufswert über den Marktwerten liegen.
- (f) Receiver Swaps oder Receiver Swaptions

### Aufgabe 5. Kreditrisiko [15 Punkte]

Alle betrachteten Bonds sind ohne eingebettete Optionen.

Tabelle 1

Bond	Nominal	Marktwert	Kupon	Restlaufzeit
A	30.000	30.000	1%	5
B	20.000	19.000	1%	5
C	10.000	9.500	3%	5
D	15.000	14.700	3%	5
E	18.000	12.000	0%	1

Tabelle 2

Bond	Emittent	Sektor
A	1	Sek1
B	2	Sek1
C	3	Sek2
D	3	Sek2
E	4	Sek3

Tabelle 3

CDS	Reference Obligation	Reference Entity	Sektor der Reference Entity	Laufzeit
X	Bond B	2	Sek1	5
Y	Bond K	7	Sek2	5
Z	Bond L	4	Sek3	5

- (6 Punkte) Ordnen sie die Bonds A bis E gemäß ihrem Kreditrisiko, gegeben die Informationen aus Tabelle 1. Begründen sie ihre Entscheidung. Bond A ist risikofrei.
- (3 Punkte) Was schließen sie angesichts der zusätzlichen Informationen aus Tabelle 2 über die kreditrisikorelevanten Eigenschaften der Bonds C und D?
- (6 Punkte) Sie besitzen das Bondportfolio aus Tabelle 1 und erwägen eine Absicherung des Kreditrisikos durch CDS aus Tabelle 3. Diskutieren sie für jeden CDS die Eigenschaften der Absicherung bzw. Vor- und Nachteile ei-

nes Kaufs. Dabei dürfen sie annehmen, dass die Ausfallwahrscheinlichkeiten von Bonds aus demselben Sektor recht hoch korreliert sind. Welcher CDS, vermuten sie, ist am billigsten? Begründen sie ihre Vermutung.

### Lösungsvorschlag

- (a) Wir schreiben „<“ für „ist riskanter als“, die Marktwerte werden normiert pro Nominal 100 betrachtet.
- Bond A ist risikofrei, der risikofreie Zins für 5 Jahre ist also 1%
  - $A > B$  und  $D > C$ : B (bzw. C) hat einen niedrigeren Marktwert als A (bzw. D) bei sonst gleichen Merkmalen, ist also riskanter
  - $C < B$ : B und C haben beide Marktwert 95, aber C hat einen höheren Kupon, ist also billiger (hat eine höhere interne Rendite) und riskanter.
  - $D < B$ : Die Summe der ausstehenden Zahlungen (pro Nominal 100) von Bond B bzw. D ist 105 bzw. 115. Die Marktwerte hingegen liegen deutlich näher beieinander, nämlich 95 bzw. 98. So betrachtet erscheint D billiger und diese Einschätzung ändert sich unter einer 5-jährigen Diskontierung mit sicherem Zins 1% nicht.
  - $C > E$ : E ist ein Zerobond mit kurzer Restlaufzeit, der Marktwert ist jedoch bei 66, das entspricht einer internen Rendite von 50%. Dieser Bond ist sehr stark ausfallgefährdet. Das Augenmaß zeigt, dass die interne Rendite von C deutlich unter 50% liegt, also weniger riskant ist.
  - Folglich gilt  $A > B > D > C > E$
- (b) Bonds C und D haben denselben Emittenten aber C ist riskanter als D. Deshalb müssen die Bonds verschiedene kreditrisikorelevante Eigenschaften haben. D könnte etwa eine höhere Seniorität haben als C oder eine (bessere) Besicherung.
- (c) CDS X ergäbe eine direkte Absicherung von Bond B (Vorteil). Aufgrund der Annahme, dass die Ausfallwahrscheinlichkeiten von Bonds aus demselben Sektor recht hoch korreliert sind, ist CDS X eine Proxy-Absicherung von Bond A. Allerdings ist A risikofrei, es handelt sich also um eine makroökonomische Absicherung. Deshalb ist das Ausfallrisiko klein und der CDS am

billigsten. Die Lösung der Teilaufgabe (a) unterstützt diese Vermutung. CDS Y sichert nur gegen denselben Sektor (Sek2) der Bonds C und D ab, der Kauf wäre (unter der Annahme wie oben) eine Proxy-Absicherung der beiden Bonds. CDS Z ist eine indirekte Absicherung des Bonds E, allerdings hat der Bond eine Restlaufzeit von einem Jahr und der CDS eine 5-jährige Laufzeit. Der CDS könnte nach einem Jahr eventuell glattgestellt werden, aber das erzeugt zusätzliche Kosten.



### **Aufgabe 6. Operationelles Risiko [15 Punkte]**

Eine Lebensversicherung verfügt über ein veraltetes Bestandsführungssystem. Aus diesem Grund möchte die Versicherung ein neues System entwickeln. Die Entwicklung soll in einer Projektstruktur durchgeführt werden.

- (a) (5 Punkte) Was könnten relevante Treiber für das Projektrisiko sein? Benennen Sie vier Treiber!
- (b) (10 Punkte) Welche Methoden aus dem operationellen Risikomanagement könnte man zur Identifikation und zum Management des Projektrisikos verwenden? Beschreiben Sie für zwei Methoden unter Verwendung von Beispielen, wie man diese im Projektrisikomanagement anwenden könnte!

#### *Lösungsvorschlag*

- (a) Z.B. vier aus:
  - a. unzureichende Dokumentationen
  - b. fehlerhafte Versionierungen
  - c. Anforderungen, die vom Auftraggeber zu Anfang nur sehr unzureichend spezifiziert werden und dann während des Projektverlaufs immer weiter detailliert und erweitert werden
  - d. fehlende Kommunikationskultur in Projekt und Unternehmen
  - e. keine klare Definition, was Projekterfolg bedeutet
  - f. fehlende oder unzureichende Entscheidungskompetenz des Projektleiters bei Ressourcenkonflikten
- (b) Z.B.
  - a. Man könnte eine Art Self-Assessment zur Risikoidentifikation in Form einer strukturierten Teambefragung anwenden. Mögliche Fragen könnten sein
    - i. Sind die formulierten Projektziele klar und operational formuliert?

- ii. Ist das gewünschte Produkt mit allen benötigten Funktionen ausgestattet?
  - iii. Existieren realistische Terminpläne?
  - iv. etc.
- b. Man wendet ein Frühwarnsystem mit Indikatoren an. Als Indikatoren kommen hier beispielhaft in Frage:
- i. Anzahl der Projektinformationen/-dokumentationen
  - ii. Anzahl unklarer oder fehlender Definitionen von Meilensteinen oder Aktivitäten
  - iii. Anzahl fehlender Projektstatusberichte
  - iv. etc.



DAV

DEUTSCHE  
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Written Examination in CERA Module 4

## **Risk Management Tools and Techniques**

pursuant to Examination Regulations 1  
of the Deutsche Aktuarvereinigung e. V.  
for the additional qualification as a CERA

Date: 19.10.2018

*Please Note:*

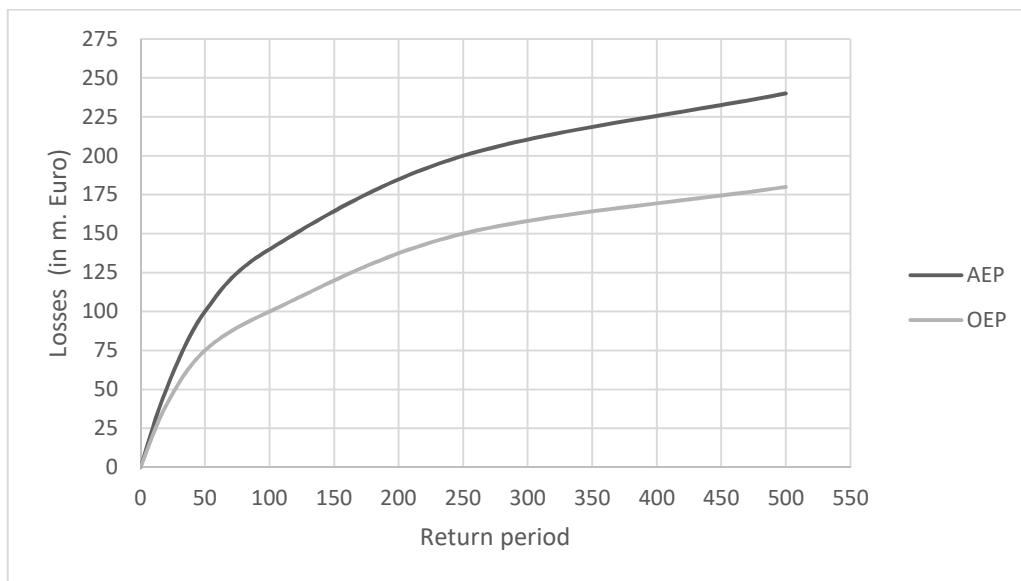
- You may use a calculator.
- The examination has a total of 90 marks. The pass mark is 45 marks.
- Please check that your examination paper is complete. It consists of 12 pages.
- Give reasons for your answers. You must show your working out for any questions that involve calculations.

*Members of the Examinations Committee:*

Prof. Dr. Hubert Bornhorn, Dr. Steve Brüske, Dr. Nora Gürtler,  
Dr. Peter Henseler, Ingo Kraus, Dr. Frank Schiller

**Question 1.** Transfer of risk: indemnity insurance [15 marks]

You work in the placing of reinsurance and have been asked to provide an assessment of the transfer of risk using the results from the internal model. You have the following parameterisations and/or results from the model for the LoB fire insurance at your disposal. For the basis losses a lognormal distribution is simulated whose 99.5% quantile is 130 million Euros and whose expected value is 100 million Euros. The expected total annual loss from natural catastrophes is approximately 10 million Euros and the gross exceedance probability curves for natural catastrophe simulation are as follows:



- (a) (5 marks) You wish to enter into a quota share reinsurance contract with a 30% quota. How high is the net premium risk after reinsurance under Solvency II for this LoB and how high is the diversification effect between the types of losses?

*Note: Assume that basis and natural disaster losses are independent and perform a simplified calculation using the root formula!*

- (b) (3 marks) You are now considering purchasing a Cat XL contract for natural catastrophe losses. With the contract you want to exceed a maximum loss of 10 million Euros after reinsurance only every 250 years. What must the contract look like?

*Note: Ignore reinstatements and ceded premium!*

- (c) (7 marks) You have now been asked to prepare a paper for the board to help them decide which of the contracts from sections a) and b) should be entered into from a management view. To do so you have the follow-

ing information: gross premium is 150 million Euros, commission factor for the quota share reinsurance is 20% and the premium rate for the Cat XL-contract is 5%.

The total risk after XL reinsurance is reduced to 40 million Euros and, on average, 5 million Euros are ceded.

How high is the capital cost ratio and which contract makes most sense under this criterion?

**Question 2.** Hedging of Guaranteed Products (Greeks) [15 marks]

In the past the insurer sold a guaranteed product that currently has a residual time to maturity of 10 years for all outstanding contracts. Over all contracts, the guaranteed sum is €500,000,000.00. The amount of the underlying fund units is €120.00. It is an actively managed fund offered by an external provider. The current disbursement value for the outstanding contracts is €600,000,000.00. At the end of the term the policyholder receives the maximum from the fund investment and the guaranteed sum.

The guaranteed product has the following characteristics, derived from the underlying benchmark of the fund investment:

Notional market value: €670,000,000

Delta: - €6,100,000

Gamma: - €20,000

Vega: - €5,500,000

The asset-side portfolio currently consists of a €600,000,000 index investment with the same benchmark as the fund and €30,000,000.00 cash assets.

- (a) (6 marks) You are asked to design the investment so that the total risk for Delta and Gamma is neutral. Your investor offers two possible derivative portfolios in which you can invest the current cash assets.

	Term in years	Delta	Gamma	Vega	Price
PF 1 (put option)	2.5	1,100,000	38,000	2,700,000	25,000,000
PF 2 (put option)	2.0	1,000,000	40,000	2,300,000	20,000,000

Which of the two portfolios would one select if one can assume that the current market volatility is extraordinarily low?

(b) (2 marks) How would the answer to a) change if one only demanded a complete delta hedge?

(c) (3 marks) What additional risks are incurred for the hedge in a) because it is an actively managed fund?

(d) (4 marks) Please answer the following questions with TRUE or FALSE. For a correct answer you will receive half a mark, for an incorrect answer you will lose half a mark. If you do not give an answer you will receive 0 marks. Your total number of marks cannot be negative.

Please Note: Modelling simplifications from the lecture notes for calculating portfolio risks are not valid when answering the questions.

Do not write your answer on this question sheet!

a) "Greek" risks can only be hedged using derivatives.	
b) The vega of a put is always positive.	
c) The vega of a call is always positive.	
d) The vega of a portfolio is the sum of the individual vegas	
e) For a gamma hedge it is possible to use both a put and a call.	
f) The gamma of a portfolio is the same as the linear combination of the gammas of the individual instrument.	
g) The nearer an option is to maturity the larger is its vega.	

h) To derive an optimum hedge in a discrete period one requires an estimation of the expected drift rate of the underlying.	
---	--



### Question 3. Reinsurance and Securitisation [15 marks]

A life insurance company wishes to hedge against mass lapse of its portfolio of endowment insurance policies, which provides very stable cost and risk profits. In the past the following annual lapse rates have been observed (aggregated over the entire portfolio):

Year	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Lapse rate	8%	6%	4%	6%	5%	17%	20%

In the years from 2011 to 2015 the insurer observed an average lapse rate of 5.8%, and in the years between 2011 and 2017 of 9.4%. The standard deviation between 2011 and 2015 is 1.5%, and in 2011 to 2017 6.4%. The exposure for lapse increase is, in 2017, in total €2,000,000 and the remaining term of the contracts is 3 years.

Parameters of the Solvency II lapse scenarios: mass lapse 40% absolute, lapse Up 50% more than Best Estimate

- (6 marks) In its model the company still calculates using Best Estimate assumptions from 2011 to 2015. Determine the maximum possible  $SCR_{\text{Lapse}}$ -relief in the event of a Mass Lapse securitisation.
- (2 marks) The counterparty only wishes to offer cover of 10% xs 30%. How high is the  $SCR_{\text{Lapse}}$  relief then?
- (3 marks) Using a cost of capital rate under Solvency II of 6% and an effective relief after diversification of the entire  $SCR_{\text{Tot}}$  of 55%, decide whether a transfer for a price of 3% exposure is worthwhile.
- (4 marks) Discuss the disadvantages of the structure described and propose improvements to the structure that would increase the impact. In so doing, evaluate the possible impact on the costs in each case.

**Question 4.** *Traditional Life Insurance Business [15 marks]*

An insurer has written with-profits business with guarantees in the past and has drawn up the following simplified market value balance sheet:

Basis case

Assets		Liabilities	
<b>MVA</b>	100	<b>PVGB</b>	90
		<b>FDB</b>	7.5
		<b>PVFP</b>	2.5

Please note the following abbreviations:

- Market Value Assets: MVA
- Present Value Guaranteed Benefits: PVGB
- Future Discretionary Benefits: FDB
- Present Value Future Profits: PVFP

The investments are exclusively fixed-interest notes. Assume that the yield curve is flat. It is a pure savings product with a surrender option, i.e., there are no biometric components. Costs and cost contributions are negligible.

The company is anticipating some interest stress tests (in each case simple parallel shifts)

-50bp

Assets		Liabilities	
<b>MVA</b>	102.5	<b>PVGB</b>	99.0
		<b>FDB</b>	2.6
		<b>PVFP</b>	0.9

-75bp

Assets		Liabilities	
<b>MVA</b>	103.8	<b>PVGB</b>	103.5
		<b>FDB</b>	0.2
		<b>PVFP</b>	0.1

-150bp

Assets		Liabilities	
<b>MVA</b>	107.5	<b>PVGB</b>	117.0
		<b>FDB</b>	0.0
		<b>PVFP</b>	-9.5

+75bp

Assets		Liabilities	
--------	--	-------------	--

<b>MVA</b>	96.3	<b>PVGB</b>	76.5
		<b>FDB</b>	14.8
		<b>PVFP</b>	4.9

+300bp	Assets		Liabilities	
	<b>MVA</b>	85.0	<b>PVGB</b>	36.0
			<b>FDB</b>	36.8
			<b>PVFP</b>	12.3

- (1 mark) What is the minimum policyholder profit participation that can be concluded from the market value balance sheets shown?
- (1 mark) What can be concluded about the modified duration of the MVA and PVGB on the basis of the -50bp interest sensitivity?
- (3 marks) What can be concluded about the modified duration of the FDP and PVFB on the basis of the -50bp interest sensitivity? Interpret the results in relation to question section b).
- (4 marks) What conclusions can be drawn from the comparison of the -75bp and the -150bp sensitivity?
- (4 marks) Under what circumstances could the results of the +300bp sensitivity not properly reflect reality (what mistakes could have been made by the risk managers who performed the calculation)?
- (2 marks) Name two hedging possibilities that would still generate a positive value for shareholders even after the -150bp stress? No existing assets should be disposed of for the hedge.

**Question 5. Credit risk [15 marks]**

All considered bonds are without embedded options.

Table 1

Bond	Nominal	Market value	Coupon	Residual Term
A	30.000	30.000	1%	5
B	20.000	19.000	1%	5
C	10.000	9.500	3%	5
D	15.000	14.700	3%	5
E	18.000	12.000	0%	1

Table 2

Bond	Issuer	Sector
A	1	Sec1
B	2	Sec1
C	3	Sec2
D	3	Sec2
E	4	Sec3

Table 3

CDS	Reference Obligation	Reference Entity	Sector of the Reference Entity	Term
X	Bond B	2	Sec1	5
Y	Bond K	7	Sec2	5
Z	Bond L	4	Sec3	5

- (6 marks) Sort the bonds A to E according to their credit risk given the information from Table 1. Give reasons for your decision. Bond A is risk free.
- (3 marks) What do you conclude about the properties of bonds C and D from a credit risk point of view given the additional information given in Table 2?
- (6 marks) You hold the bond portfolio shown in Table 1 and are considering hedging against the credit risk using CDS from Table 3. For each CDS discuss the properties of the hedge and the advantages and disadvantages of a purchase. You may assume that the probabilities of default

of bonds from the same sector are rather highly correlated. Which CDS do you think is the cheapest? Give reasons for your answer.

**Question 6. Operational Risk [15 marks]**

A life insurance company has an outdated policy administration system. It therefore wishes to develop a new system. The development is to be done by means of a project.

- (a) (5 marks) What could be relevant drivers for the project risk? List four drivers.
- (b) (10 marks) Which methods from operational risk management could be used to identify and manage the project risk? For two methods, using examples, describe how these could be used in project risk management.

**Question 1.** *Transfer of risk: indemnity insurance*

*Model Answers*

- (a) First of all one determines from the data the basis loss distribution of the risk 30 million EURO = 130 million EURO – 100 million EURO. In the case of the natural catastrophe losses the 99.5% quantile is read via the 200 year result of the AEP curve (total annual loss) and it is approx. 185 million EURO. Less the expected value one arrives at 175 million EURO. By means of the independence assumption one arrives at the following total risk before reinsurance:

$$\sqrt{(30MEUR)^2 + (175MEUR)^2} \approx 178MEUR$$

The 30% quota share cession leaves approx. 124 million Euro net risk. The diversification effect after reinsurance is 19 million Euro.

- (b) Using the OEP curve (maximum annual loss) the loss for the return period of 250 years is 150 million Euros. Since one only wants a maximum loss of 10 million Euros every 250 years, one could select a priority of 10 million Euros and a liability cover of 150 million EURO – 10 million EURO = 140 million EURO.
- (c) First of all you have to determine the average cessions to the reinsurer for both contracts.

For the quota share treaty you pay 30% of the gross premium, namely 45 million Euros, but you receive a commission of 9 million Euros and an average claims payment of 33 million Euros. Thus, on average you pay 45 million EURO – 9 million EURO – 33 million EURO = 3 million EURO to the reinsurer. On the other hand you receive a reduction of the risk that amounts to 30% \* 175 million EURO = 52.5 million EURO. This means that the capital cost ratio is about 5.7%.

For the Cat XL treaty you pay 5% of the gross premium, namely 7.5 million EURO and receive on average a claims payment of 5 million EURO. Thus, in this case you pay 7.5 million EURO – 5 million EURO = 2.5 million EURO to the reinsurer. The SCR is reduced by 138 million Euro. This means that the capital cost ratio is about 1.8%.

Thus, based on this criterion, the Cat XL treaty is the better one since it has a lower capital cost ratio.

**Question 2. Hedging of Guaranteed Products (Greeks)**

*Model Answers:*

- a) Given the gamma neutrality, PF1 and PF2 have the below scaled vegas (the delta neutrality can be steered / managed by means of the underlying):

About 52% of PF 1 is sold (20,000/38,000). The vega is about 1,420,000.

About 50% of PF 2 is sold (20,000/40,000). The vega is about 1,150,000

Vega total PF 1:  $1,420,000 - 5,500,000 \approx -4,080,000$

Vega total PF 2:  $1,150,000 - 5,500,000 \approx -4,350,000$

With an increasing volatility environment a hedge with PF1 would mean a smaller vega loss would be expected than with PF2. PF 1 would therefore be preferable.

- b) In this case the requirement for Delta neutrality there would be no clear answer concerning a preference. Theoretically one can reduce the vega risk to zero with both portfolios and subsequently produce the delta neutrality by buying or selling the index.
- c) Active management means a basis risk arises. The actual portfolio deviates from the benchmark. This means that both the market value of the underlying, the delta and gamma deviate from their calculated hedge values.
- d)

"Greek" risks can only be hedged using derivatives.	FALSE
The vega of a put is always positive.	TRUE
The vega of a call is always positive.	TRUE
The vega of a portfolio is the sum of the individual vegas	FALSE
For a gamma hedge it is possible to use both a put and a call.	TRUE



The gamma of a portfolio is the same as the linear combination of the gammas of the individual instrument.	TRUE
The nearer an option is to maturity the larger is its vega.	FALSE
To derive an optimum hedge in a discrete period one requires an estimation of the expected drift rate of the underlying.	TRUE

### Question 3. Reinsurance and Securitisation

#### Model Answers

- (a) Mass Lapse scenario:  $40\% \cdot \text{€}2,000,000 = \text{€}800,000$   
 Lapse Up scenario ( $1.5 \cdot 5.8\% = 8.7\%$ ):  
 - Year 1:  $(8.7\% - 5.8\%) \cdot \text{€}2,000,000 = \text{€}58,000$   
 - Year 2:  $(8.7\% \cdot (1 - 8.7\%) - 5.8\% \cdot (1 - 5.8\%)) \cdot \text{€}2,000,000 = \text{€}49,590$   
 - Year 3:  $(8.7\% \cdot (1 - 8.7\%)^2 - 5.8\% \cdot (1 - 5.8\%)^2) \cdot \text{€}2,000,000 = \text{€}42,107$   
 Overall (the first year is not deducted since an unrestricted Mass Lapse solution also has an effect for Lapse Up in the first year):  
 $\text{€}800,000 - \text{€}49,590 - \text{€}42,107 = \text{€}708,303$
- (b) Mass Lapse scenario:  $(40\% - 30\%) \cdot \text{€}2,000,000 = \text{€}200,000$   
 Lapse Up scenario not relevant since the deductible is 30%.
- (c) Relief:  $\text{€}200,000 \cdot 6\% \cdot 55\% = \text{€}6,600$   
 Price:  $\text{€}200,000 \cdot 3\% = \text{€}6,000$   
 The transfer is just about worthwhile, the savings of €600 are not really significant, however, compared to the associated costs.
- (d) High deductible: With a 10% xs 30% the deductible is comparatively high. A structure below 20% xs 20% is hardly likely to be offered by the counterparty because of the currently high lapse rate of 20% and even at a rate of, for example, 15% xs 25% the costs will presumably increase disproportionately, thus making this option less attractive.

One-year cover: Regulators often bemoan the fact that one-year cover does not sufficiently represent the structure of lapse scenarios or does not represent a long-term risk strategy. Instead the cover ought to be set at at least two years. This can (especially in this case with lapse rates that are already high) result in a price increase.

**Question 4. Traditional Life Insurance Business**

*Model Answers*

- (a) 25% of the increase in market value goes to shareholders and 75% to policyholders. This means that the minimum profit participation is 75% of the investment surplus.
- (b) The MVA duration MVA is around 5% and for PVGB around 20%.
- (c) The duration of the PVFP and FB is around 130%. Both amounts react positively to a rise in interest rates and negatively to a reduction because of the short term nature of the asset side compared to the liability side. The (in absolute terms small) difference between MVA and PVGB reacts (relatively) much stronger to changes in interest rates than the MVA and PVGB themselves because of the very big duration gap.
- (d) The guaranteed interest rate is not met, i.e. the PVGB exceeds the MVA. This means there is no profit participation and only shareholders will participate in the losses.
- (e) The risk managers did not anticipate a potentially higher lapse, which could arise as a consequence of a strong increase in interest rates if policyholders opt for higher-yielding alternative investments. In such cases the surrender value could be higher than the market values.
- (f) Receiver swaps or receiver swaptions

## Question 5. Credit risk

### Model Answers

- (a) We write " $<$ " for "is riskier than", the market values are regarded per Nominal 100.
- Bond A is risk-free, the risk free interest for 5 years is therefore 1%
  - $A > B$  and  $D > C$ : B (or C) has a lower market value than A (or D) but has otherwise identical properties, so is therefore riskier
  - $C < B$ : B and C both have the market value of 95, but C has a higher coupon, is therefore cheaper (has a higher internal return) and riskier.
  - $D < B$ : The sum of the outstanding payments (per Nominal 100) of bond B or D is 105 or 115. However, the market values are much closer together, namely 95 or 98. Thus, D appears cheaper and this assessment does not change with a 5-year discount with risk free interest rate of 1%.
  - $C > E$ : E is a zerobond with a short residual term to maturity, its market value is, however, 66, which equates to an internal return of 50%. This bond has significant default risk. Sound judgement indicates that the internal return of C is way below 50% and is thus less risky.
  - The following apply  $A > B > D > C > E$
- (b) Bonds C and D have the same issuer but C is riskier than D. Therefore the bonds have to have different properties in terms of credit risk. D could, for example, have higher seniority than C or a (better) collateralisation.
- (c) CDS x would yield a direct hedging of bond B (advantage). Because of the assumption that the probabilities of default of bonds from the same sector are very highly correlated, CDS x is a proxy hedge of bond A. However, A is risk-free, it is thus a macro-economic hedge. Therefore the default risk is low and the CDS is the cheapest. The answer to question section (a) supports this assumption. CDS y only hedges against the same sector (Sec2) of bonds C and D, the purchase would be (under the same assumption as above) a proxy hedge of both bonds. CDS z is an indirect hedge of bond E, however, the bond has a residual term to maturity of one year and

the CDS has a five year term. The CDS could be closed after one year but that would create additional costs.

**Question 6. Operational Risk**

*Model Answers*

- (a) For example, four from:
- a. Incomplete documentation
  - b. Incorrect versioning
  - c. Client requirements that are not sufficiently specified at the outset and then become more detailed and are added to during the project
  - d. Poor communication culture in the project and in the company
  - e. No clear definition of what the success of the project means
  - f. Missing or insufficient decision-making competence on the part of the project lead if there are any conflicts in terms of project resources
- (b) For example:
- a. One could use a type of self-assessment to identify the risk in the form of a structured team questionnaire. Possible questions could be
    - i. Are the project objectives clearly and operationally formulated?
    - ii. Does the desired product have all necessary functions?
    - iii. Are the deadlines / time frames realistic?
    - iv. etc.
  - b. An early-warning system with indicators is used. Possible indicators could be, for example:
    - i. Volume of project information / documentation
    - ii. Number of unclear or missing definitions of milestones or activities
    - iii. Number of missing project status reports
    - iv. etc.