

Klausur DAV CERA Modul 4 „Instrumente des Risikotransfers und der Risikosteuerung“

Hinweise:

- Die nachfolgenden Aufgaben sind alle zu bearbeiten.
- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Sie haben 120 Minuten Zeit und können 120 Punkte erreichen.
- Zum Bestehen der Klausur sind 60 Punkte hinreichend (entspricht 50%).

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: (20 Punkte)

a) (9 Punkte)

In einem Schaden-/Unfallversicherungsunternehmen mit ausschließlich Sparten kurzer Abwicklungsdauer wird über den Einfluss von Rückversicherung auf das Gesamtrisiko nachgedacht. Die Bruttoprämie sei 1000 und der Bruttokapitalbedarf der Versicherungstechnik (SCR_{non-life}) sei 200 und entspräche Ihrer persönlichen Risikoeinschätzung. Gegeben sei weiter ein 50%iger Quotenrückversicherungsvertrag mit Deckung der Reserveentwicklungen ohne Staffelpension oder Gewinnanteile. Der Quotenrückversicherungsvertrag enthalte weiter eine Klausel, die den Rückversicherern jederzeit ermöglicht den Vertrag zu stornieren (Rückzahlung aller Leistungen und Gegenleistungen) sobald diese feststellen, dass die Raten im Markt gesunken sind („the reinsurer be the sole judge“):

- i. Welches netto SCR_{non-life} ergibt sich mit der Standardformel (ohne Berücksichtigung der oben genannten Klausel)? (mit Begründung) (1P)
- ii. Entspricht das mit der Standardformel für das Nettorisiko ermittelte SCR_{non-life} den Ansprüchen der Rahmenrichtlinie? Welche Kriterien sind gegebenenfalls nicht erfüllt? (mit Begründung) (2P)
- iii. Welche Risiken gemäß Solvency II Säule 1 sind von wirksamer proportionaler Rückversicherung betroffen und wie würden Sie bei dem hier genannten Quotenrückversicherungsvertrag mit diesen Risiken verfahren? (mindestens ein Risiko je Änderungsrichtung betrachten, mit Begründung) (6P)

b) (5 Punkte)

Eine Anzahl von n Schaden-/Unfall Erstversicherern mit unabhängigen normalverteilten Portfolios mit identischer Standardabweichung ($N(m, s^2)$) und ein Rückversicherer befinden sich in einem abgeschlossenen Markt mit einer Regulierung des Kapitalbedarfs. Der Kapitalbedarf betrage für die Erstversicherer die Standardabweichung des Portfolios, für den Rückversicherer das doppelte der Standardabweichung seines Portfolios.

Es seien 50% Quotenabgaben zwischen den Erstversicherern und dem Rückversicherer vereinbart. Der Rückversicherer habe sonst kein Geschäft.

Wie viele Erstversicherer n sind nötig, damit der Kapitalbedarf aller Unternehmen geringer ausfällt, als der Bruttokapitalbedarf der Erstversicherer?

c) (6 Punkte)

Die Hop-Top Versicherung versichert explosionsgefährdete Gebäude. Wir nehmen an, dass Schäden nur als Totalschäden auftreten. Das Portfolio bestehe aus 1000 Gebäuden mit je € 10 Mio. Versicherungssumme und unabhängigem Schadeneintritt mit einer Wahrscheinlichkeit von je $1/1000$. Die Prämie betrage 25 Promille der Versicherungssumme. Es fallen aus der Versicherungstechnik zu deckende Kosten von € 5 Mio. an. Der regulatorische Kapitalbedarf sei 2 Standardabweichungen des Portfolios, der Solvency Ratio 100%. Derzeit existieren keine Risikominderungsinstrumente. Eine Anfrage bei Rückversicherern hat ergeben, dass Sie eine proportionale Deckung zu 20% Fixprovision auf einen beliebigen Teil des Portfolios erhalten können. (Rundungen der Ergebnisse können auf ganze Prozent oder Mio. € vorgenommen werden.)

- i. Welchen regulatorischen Kapitalbedarf hat das versicherungstechnische Risiko? (2P)
- ii. Wie viele Schäden kann die Hop-Top bezahlen? (2P)
- iii. Der Vorstand hat öffentlich geäußert, dass Hop-Top in der Lage wäre 5 Schäden zu bezahlen. Wenn nötig, empfehlen Sie bitte ein ungefähr ausreichendes Risikominderungsinstrument. (2P)

Aufgabe 1: Lösungen

a) (9 Punkte)

- i. *Antwort: Da die Netto-Prämien und Netto-Reserven als Skalierungsfaktor nur halb so hoch wie die Brutto-Prämien und Reserven sind, reduziert sich das SCR_{non-life} auf 100, die Risiken laut Standardformel werden somit zu 50% abgegeben.*
- ii. *Antwort: Nein, es ist kein der Reduktion des SCR_{non-life} in der Standardformel entsprechender wirksamer Risikotransfer vorhanden. Das Kriterium „Es gibt einen effektiven Risikotransfer §111 (1) f“ ist nicht erfüllt, da der Rückversicherer den Vertrag stornieren kann, sobald er als einziger Beurteilender feststellt, dass die Raten im Markt nicht weiter spezifiziert gesunken sind.*
- iii. *Antwort: Versicherungstechnisches Risiko SCR_{non-life} und Marktrisiko SCR_{market} nicht gegenüber dem Bruttoisiko ändern, da die Risiken bei Storno durch den Rückversicherer unmittelbar aufleben und die Rückversicherung den Ansprüchen der Rahmenrichtlinie nicht entspricht. Das Kreditrisiko SCR_{default} ist unabhängig von der Anrechnung der Reduktionen voll einzubeziehen.*

b) (5 Punkte)

Antwort:

Kapitalbedarf brutto: $n \cdot N(m,s) = s \cdot n$

Kapitalbedarf netto: $n \cdot N(m,s/2) = s/2 \cdot n$

Rückversicherer: $2 \cdot \sqrt{((s/2)^2 \cdot n)} = s \cdot \sqrt{n}$

Bedingung: Kapitalbedarf netto + Kapitalbedarf Rückversicherer < Kapitalbedarf brutto, also $s/2 \cdot n + s \cdot \sqrt{n} < s \cdot n \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot n + \sqrt{n} < n \Rightarrow n + 2\sqrt{n} < 2n \Rightarrow 2\sqrt{n} < n \Rightarrow 4 < n$

Fünf oder mehr Erstversicherer reichen aus, damit der Kapitalbedarf aller Versicherer und des Rückversicherers auf Nettobasis geringer ist als der aller Versicherer auf Bruttobasis.

c) (6 Punkte)

- i. *Antwort: Einzelvarianz beträgt ca 0,1 mio. Bei 1000 Risiken beträgt die Gesamtvarianz ca. 100mio, die Gesamtstandardabweichung 10 mio. Damit beträgt der Kapitalbedarf 20 mio.*
- ii. *Antwort: Zur Deckung von Schäden stehen 20 mio aus Prämien abzüglich Kosten und 20 mio aus dem Solvenzkapital zur Verfügung. Damit könnten 4 Schäden gedeckt werden.*
- iii. *Antwort: Das notwendige Kapital zur Deckung von 5 Schäden beträgt 50 mio, es wird also zusätzliches Kapital von 10 mio benötigt. Z.B. ist eine 1/3 Quote ausreichend: bei 5 Schäden gehen $2/3 \cdot 50 = 33,3$ mio zu Lasten des EV, das zur Deckung vorhandene Kapital beträgt ebenfalls 33,3 mio, $2/3 \cdot 20$ mio aus Prämien + 20 mio aus Solvenzkapital. (Die Fixprovision sorgt dafür, dass die Kosten weiterhin in gleichem Umfang gedeckt werden.) [Eine 20% Quote ist nicht ausreichend.]*

Aufgabe 2: (20 Punkte)

Die Standardformel zur Bewertung des operationellen Risikos unter Solvency II lautet wie folgt:

$$SCR_{Op} = \min\{0,3 \cdot BSCR; Op\} + 0,25 \cdot Exp_{ul}$$

$$Op = \max\{Op_{premiums}, Op_{provisions}\}$$

$$\begin{aligned} Op_{premiums} &= 0,04 \cdot (Earn_{life} - Earn_{life-ul}) + 0,03 \cdot Earn_{non-life} \\ &+ \max\{0; 0,04 \cdot (Earn_{life} - 1,2 \cdot pEarn_{life} \\ &\quad - (Earn_{life-ul} - 1,2 \cdot pEarn_{life-ul}))\} \\ &+ \max\{0; 0,03 \cdot (Earn_{non-life} - 1,2 \cdot pEarn_{non-life})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Op_{provisions} &= 0,0045 \cdot \max\{0; TP_{life} - TP_{life-ul}\} \\ &+ 0,03 \cdot \max\{0; TP_{non-life}\} \end{aligned}$$

Benennungen:

Earn* = verdiente Bruttoprämien (Berichtsjahr) der Sparte *=life, life unit-linked und non-life

pEarn* = dito (vorangegangenes Geschäftsjahr)

TP* = Rückstellungen der Sparte *=life, life unit-linked und non-life

- Erläutern Sie die Formel! Gehen Sie dabei auf die Komponenten der Formel ein und erklären Sie den jeweiligen fachlichen Hintergrund! **(3,5 Punkte)**
- Diskutieren Sie die Schwächen und Stärken einer solchen Formel! Einige dieser Schwächen und Stärken haben wir im Seminar kennengelernt. Diese sollten in Ihre Diskussion Eingang finden. Darüber hinaus sollten Sie (insgesamt) fünf weitere Schwächen und Stärken finden! **(6,5 Punkte)**
- Ein Versicherer ist seit 60 Jahren am Markt und hat eine gut dokumentierte Historie von OpRisk-Verlusten. Wie können diese Daten genutzt werden, um das Risiko aus OpRisk alternativ zur Standardformel zu berechnen? Beschreiben Sie das Vorgehen des Versicherers im Detail! Begründen Sie zugrunde liegende modellhafte Annahmen! **(7 Punkte)**
- Welchen Schwierigkeiten hinsichtlich der Datenqualität sieht der Versicherer sich dabei evtl. ausgesetzt? **(3 Punkte)**

Aufgabe 2: Lösungen

a) *Fachliche Bedeutung: z.B. (je 0,5P)*

- grundlegende Kennzahlen für die Höhe des operationellen Risikos gemäß Standardformel sind verdiente Bruttoprämien und Rückstellungen
- SCR_{Op} gedeckelt auf 30% des Basis-SCR
- Op_Premiums im Wesentlichen 4% der verdienten Brutto-Beiträge Leben bzw. 3% der verdienten Brutto-Beiträge Nichtleben
- Op_Provisions im Wesentlichen 0,45% der konventionellen Brutto-Rückstellung Leben 3% der Reserven Nichtleben
- die Rückstellungen sind ohne Risikomarge zu verstehen (Best Estimate)
- ungewöhnlich hohe Sprünge in der Entwicklung der verdienten Brutto-Beiträge sind mit zusätzlichem Kapital zu unterlegen (3. Formel, die letzten beiden Terme)
- aufgrund anderer Risikocharakteristik („auf Rechnung und Risiko des VN“) werden in der Sparte Leben fondsgebundene LV anders behandelt als klassische LV → life unit linked wird aus Beiträgen und Rückstellungen herausgerechnet; als Proxy dienen hier Aufwände für fondsgebundene LV

b) *Aus dem Seminar (je 0,5P)*

- einfache Formel zur Ermittlung des SCR aus OpRisk
- nicht risikosensitiv
- kein Anreiz für Verbesserungen des OpRisk-Managements

Weitere Stärken und Schwächen z.B. (je 1 P)

- von der Aufsicht schon genehmigt
- die Formel ist deterministisch und passt daher nicht in jede Sparte
- die Formel wurde anhand des Gesamtmarktes kalibriert und passt daher nicht auf Spezifika von einzelnen Versicherern oder Business Lines
- statische Formel, die die mit der Zeit größer werdende Historie interner OpRisk-Verluste nicht berücksichtigt
- kein Nutzen für die Steuerung von OpRisk im Unternehmen

c) *Der Versicherer kann die Daten verwenden, um das operationelle Risiko intern zu modellieren. Z.B. über Loss Distribution Approach ... Modellierung des Verlustes L als*

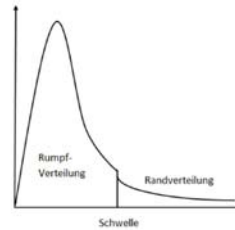
$$L = \sum_{i=1}^N S_i$$

Dabei: S_i einzelne Verlustereignisse (i.i.d.); N Schadenhäufigkeit (1P)

Verteilungen:

N : Poisson-Verteilung, Negative Binomialverteilung (1P)

S : Aufteilung in Rumpf- (trunkierte Lognormalverteilung) und Randverteilung (Generalised Pareto Distribution) (1P)



Begründungen:

Poisson-Verteilung: Reproduktivität der Poissonverteilung (praktisch bei Aggregation von Verlustzahlen über mehrere Risk Units); bei OpRisk meist nur kurze Datenzeitreihen → Schätzung nur eines Parameters vorteilhaft (1P)

Negative Binomialverteilung: zwei Parameter → bessere Flexibilität bei der Anpassung an empirische Verlustdaten (1P)

Rumpf: aus deskriptiver Analyse der Verlustdaten folgt: nur linkssteile Dichtefunktionen kommen in Frage! Häufige Wahl: Lognormalverteilung. Evtl. trunziert wg. Erfassungsschwelle/Bagatellschwelle (1P)

Rand: fat tails bei OpRisk (1P)

d) *Es handelt sich um interne Daten. Es fehlen evtl. einzelne Verlustkategorien (hoher Schaden, geringe Wahrscheinlichkeit). (1P)*

Auch eine 60-jährige Historie reicht evtl. nicht aus, um das Modell vernünftig zu parametrisieren. Man muss auf externe Daten (Pool oder kommerzielle Datenbanklösung) zurückgreifen (1P)

Bei der Modellierung des OpRisk pro Eintrag einer Risikomatrix kann es sein, dass einzelne Einträge der Matrix kaum besetzt sind. Man müsste dann evtl. mit ergänzenden Szenarien für diese Einträge arbeiten (1P)

Aufgabe 3: (20 Punkte)

a) CDS (6 Punkte)

- i. Definieren Sie die Begriffe *reference obligation* und **reference entity** eines CDS.
- ii. Gegeben sei eine direkte CDS-Absicherung (*direct protection*). Angenommen die realisierte *recovery rate* ist höher als erwartet, unter welchen Annahmen an das CDS-Nominal führt das zu einem Gewinn in der Hedge-G&V und warum?
- iii. Was ist eine indirekte CDS-Absicherung (*indirect protection*) und wie kann sie im Risikomanagement eingesetzt werden? Diskutieren Sie die Risiken einer solchen Strategie.

b) Swaps und Spreads (8 Punkte)

- i. Welcher Zinssatz ist normalerweise höher und warum: EONIA oder 6M-EURIBOR? Welcher 10-jährige Swapsatz ist normalerweise höher und warum: wenn die *floating rate* des Swaps auf EONIA oder auf 6M-EURIBOR basiert?
- ii. Warum ist der IRR-Spread kein vernünftiger (Kredit-)Spreadbegriff (*sound notion of spread*)? Welcher Begriff ist besser und wie ist er definiert?
- iii. Warum sollten, theoretisch, CDS-Spreads und Kredit-Spreads nah beieinander sein?

c) CPPI Strategien (6 Punkte)

- i. Definieren Sie zwei verschiedene CPPI Strategien die anfangs voll in Aktien investiert sind.
- ii. Bei einer CPPI Strategie mit Multiplikator 3 hat sich das *cushion* in einer Periode um 60 EUR erhöht. Welcher Betrag wird am nächsten Periodenbeginn von Cash in Aktien umgeschichtet? Gibt es Restriktionen, auf die geachtet werden muss?
- iii. Eine Bank verkauft CPPI(75%, 4) als Einmalbeitragsprodukt mit einer 75% Beitragsgarantie bei Ablauf. Diskutieren Sie die wahrscheinlichen Annahmen der Bank zur Aktienperformance sowie die Folgen einer Aktienperformance in der ersten Periode von (a) +20% und (b) -30%.

Aufgabe 3: Lösungen

a) CDS

- i. 1 point: Reference obligation: the bond protected by the CDS, reference entity: the issuer of the reference obligation.
- ii. 2 points: $P\&L = (C - PN) + R(N - C)$. For $C < N$, the P&L increases with R.
- iii. 3 points: Indirect CDS-protection: reference entity is different from issuer exposed to. Proxy hedge and tail risk hedge are application. Risk: high basis risk, own risk might realise without CDS payoff.

b) Swaps and Spreads

- i. 2 points: The 6M-EURIBOR quotes the price (rate) for 6 months borrowing and EONIA quotes the price for overnight borrowing. The former has higher credit risk and therefore, EURIBOR rates are higher. Any swap based on an index with higher rates has (all else equal) higher swap rates, so EURIBOR Swap rates are higher.
- ii. 3 points: Two bonds with the same maturity can be constructed that have an IRR-spread but are both risk-free, this is not intuitive. The Z-Spread is better, it is defined as the solution of $P =$

$$\sum_{t=1}^n CF_t \cdot (1 + r_t + z)^{-t}$$

- iii. 3 points: Both are a measure of credit risk and should therefore be highly correlated. Moreover, there is a no-arbitrage argument: a risk-free bond can be replicated by a bond with credit risk and a CDS referring to this bond such that "risk free rate + credit-spread – CDS-spread = risk free rate" should hold.

c) CPPI Strategies

- i. 1 point: Any CPPI($f, m=1/(1-f)$) with $f < 1$ is initially fully invested in stocks.
- ii. 2 points: The amount reallocated from cash to stocks is $(3-1) \cdot 60 = 120$. In case this amount exceeds the amount of cash, the long only restriction takes effect and only the remaining cash amount is invested in stocks.
- iii. 3 points: The bank probably assumes that the maximum periodical loss is at most 25%. This strategy is initially fully invested in stocks. In case (a) the usual mechanism would lead to a reallocation from cash to stocks on the first rebalancing trade, but the long only restriction avoids this. In case (b), the value of the portfolio is 70% and below the floor. The portfolio will be fully reallocated from stocks to cash, so the cash-lock takes effect and the portfolio value will remain at 70% until end of contract term. The bank will have a loss of 5% as 75% was guaranteed.

Aufgabe 4: (20 Punkte)

Ein Versicherer schreibt gewinnberechtigtes Geschäft mit Garantien und weist im Bestand einen durchschnittlichen Garantiezins von 2% aus sowie eine Duration der Verbindlichkeiten von etwa 10. Der Garantiezins im Neugeschäft wird jedes Jahr angepasst und entspricht dem 10-jährigen Swapsatz abzüglich 50bp. Die Risikomanagementabteilung hat eine Szenarioanalyse durchgeführt und die statutarischen Gewinne und Verluste sowie die Cash Flows aus Versichererssicht (Leistungen abzüglich Prämien) über 10 Jahre projiziert. Die vier Szenarien sind charakterisiert durch die Entwicklung des 10-jährigen Swapsatzes sowie eines Aktienindizes.

Die Ergebnisse der Szenarioanalyse sehen wie folgt aus:

		Year 1	Year 2	Year 3	Year 4	Year 5	Year 6	Year 7	Year 8	Year 9	Year 10
Scenario1	10year swap	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	1170	1217	1265	1316	1369	1423
	Profits	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	Policyholder cash flows	-100	-80	-60	-40	-20	0	20	40	60	80
Scenario2	10year swap	2,5%	2,3%	2,1%	1,9%	1,7%	1,5%	1,3%	1,1%	0,9%	0,7%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	1170	1217	1265	1316	1369	1423
	Profits	10	10	10	10	8	6	4	2	0	-2
	Policyholder cash flows	-100	-80	-60	-40	-20	-5	15	35	55	75
Scenario3	10year swap	2,5%	3,5%	4,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	1170	1217	1265	1316	1369	1423
	Profits	10	10	10	-50	0	5	5	5	5	5
	Policyholder cash flows	-100	-80	-60	800	50	50	50	50	50	50
Scenario4	10year swap	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	700	728	757	787	819	852
	Profits	10	10	10	10	-30	8	8	8	8	8
	Policyholder cash flows	-100	-80	-60	-40	-20	0	5	10	15	20

- a) (8 Punkte) Fassen Sie Ihre Beobachtungen der Szenarioanalyse zusammen und erstellen Sie eine Risikoanalyse! Beschreiben Sie dabei die Bewegungen und interpretieren Sie die Ergebnisse! Wie mag die Kapitalanlagestrategie des Versicherers aussehen und welchen Risiken ist er ausgesetzt? Bitte jedes Szenario einzeln betrachten und sowohl die Zahlungsströme aus Versichererssicht als auch Unternehmenssicht analysieren.

Der Versicherer plant nun ein Hedgingprogramm zu implementieren, um die Risiken zu mitigieren, die das Management nicht eingehen möchte. Die Risikomanagementabteilung hat nun erneut diese vier Szenarien gerechnet unter der Annahme, dass der Hedge bereits implementiert ist.

Die Ergebnisse sehen dann wie folgt aus:

		Year 1	Year 2	Year 3	Year 4	Year 5	Year 6	Year 7	Year 8	Year 9	Year 10
Scenario1	10year swap	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	1170	1217	1265	1316	1369	1423
	Profits	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
	Policyholder cash flows	-105	-85	-65	-45	-25	-5	15	35	55	75
Scenario2	10year swap	2,5%	2,3%	2,1%	1,9%	1,7%	1,5%	1,3%	1,1%	0,9%	0,7%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	1170	1217	1265	1316	1369	1423
	Profits	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	Policyholder cash flows	-100	-80	-60	-40	-20	0	20	40	60	80
Scenario3	10year swap	2,5%	3,5%	4,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	1170	1217	1265	1316	1369	1423
	Profits	9	9	9	9	5	4	4	4	4	4
	Policyholder cash flows	-105	-85	-65	800	-25	-5	15	35	55	75
Scenario4	10year swap	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	700	728	757	787	819	852
	Profits	9	9	9	9	-10	9	9	9	9	9
	Policyholder cash flows	-105	-85	-65	-45	-20	0	13	25	38	50

- b) (12 Punkte)** Fassen Sie Ihre Beobachtungen der Szenarioanalyse zusammen und erstellen Sie eine Risikoanalyse! Beschreiben Sie dabei die Bewegungen und interpretieren Sie die Ergebnisse! Was für einen Hedge plant der Versicherer zu implementieren? Bitte jedes Szenario einzeln betrachten und sowohl die Zahlungsströme aus Versicherungsnehmersicht als auch Unternehmenssicht analysieren.

Aufgabe 4: Lösungen

- a) Sc1: Stabile Gewinne dank auskömmlicher Zinserträge sowie guter Renditen auf dem Aktienmarkt. Das Unternehmen realisiert eine Gewinnmarge, weil das Zinsniveau kontinuierlich höher ist als der Garantiezins. Die VN Zahlungsströme sind zunächst negativ, weil die Prämieinnahmen die Leistungen übersteigen doch wird es nach einiger Zeit positiv, d.h. der Bestand altert und Neugeschäft kann den auslaufenden Bestand nicht mehr kompensieren.

Sc2: Die fallenden Zinsen reduzieren die Gewinne mit der Zeit, d.h. die Zinsmarge schrumpft und wird dann sogar negativ. Das Szenario zeigt einen Durationmismatch zwischen Aktiv- und Passivseite und eine starke Abhängigkeit der Ergebnisse von Zinstiteln. Der negative Einfluss der fallenden Zinsen auf die Gewinnmarge ist zeitverzögert, weil der Bestand an Kapitalanlagen noch Titel enthält, die eine höhere Verzinsung liefern (Buchwertsicht). Auch die VN Zahlungsströme sind geringer am langen Ende aufgrund der niedrigeren Überschussbeteiligung.

Sc3: Die steigenden Zinsen machen die VN Policen weniger attraktiv aus Renditegesichtspunkten, weil der VN womöglich bei einer alternativen Kapitalanlage eine bessere Rendite erzielen kann. Dies führt im Jahr vier zu einem Massenstorno. Durch den starken Anstieg der Zinsen sind die Marktwerte der Zinstitel stark zurückgegangen und der stornobedingte erzwungene Verkauf liefert ein negatives Ergebnis, weil die Rückkaufswerte garantiert und über dem Marktwert der Aktiva liegen. Anschließend sind die Gewinne ebenfalls geringer aufgrund des geringeren Volumens – doch teilweise kompensiert durch die höhere Zinsmarge.

Sc4: Der Crash am Aktienmarkt führt zu einem negativen Ergebnis in Jahr 5, welches nicht durch das stabile Zinsniveau kompensiert werden kann. VN Zahlungsströme gehen ebenfalls zurück, weil weniger Gewinnbeteiligung gezahlt werden kann.

- b) Szenario 4 zeigt, dass der Hedge eine risikomindernde Maßnahme enthält hinsichtlich der Aktienexponierung, weil der Einfluss auf den Gewinn und die VN Cash Flows viel geringer ist. Szenario 2 zeigt, dass die Gewinne nicht schmaler werden, wenn das Zinsniveau sinkt, was darauf schließen lässt, dass der Versicherer die Duration gematched hat oder Derivate gegen fallende Zinsen gekauft hat wie z.B. receiver swaptions. Szenario 3 zeigt, dass ein Massenstorno die Profitabilität in dem Jahr nicht beeinflusst (allerdings aufgrund des geringeren Volumens in den Folgejahren) was dafür sprechen könnte, dass die Duration der Aktivseite sehr gering ist oder ein Hedge gegen steigende Zinsen gekauft wurde (z.B. Payer swaptions). Wenn man die Szenarien 2 und 3 zusammenbetrachtet erkennt man, dass der Versicherer entweder eine Strategie verfolgt

- a. Lange Duration plus payer swaptions
- b. Kurze Duration plus receiver swaptions

Szenario 1 zeigt, dass VN cash flows und Unternehmensgewinne etwas niedriger sind, was mit den Kosten für den Hedge in Verbindung gebracht werden kann, welcher in dem Szenario keine Wirkung entfaltet.

Risiken in Verbindung mit dem Hedge:

- Counterparty default risk
- Versteht das Management den Hedge?
- Kann man den Hedge unter Pillar I abbilden?
- Könnte der Hedge aufgrund der Komplexität dazu führen, dass man ein Internes Modell erstellen muss?

Aufgabe 5: „Greeks“ (20 Punkte)

a) Portfolio Greeks (2 Punkte)

Gegeben ist ein Portfolio mit den folgenden Positionen und Charakteristika von einfachen derivativen und nicht derivativen Kapitalmarktinstrumenten

Instrument	Anzahl	Delta (Gesamt)	Gamma (Gesamt)	Vega(Gesamt)
I1	200	200	0	0
I2	600	-800	-1100	1800
I3	-500	-700	-3000	-4000

Ordnen Sie den Instrumenten und der Position (in welcher Art sind die Instrumente im Portfolio vertreten) in der Tabelle ihre Bezeichnungen zu und begründen Sie dieses kurz (*Hinweis: Ohne Begründung können keine Punkte vergeben werden. Es kann mehrere Lösungen für ein Instrument geben. Eine Zuordnung und Begründung pro Instrument genügt. Zusätzliche Bezeichnungen und Erklärungen darüber hinaus bringen **keine** zusätzlichen Punkte*). Sollte ein Instrument nicht zuzuordnen sein, so begründen Sie dies kurz.

b) Neutralität (13 Punkte)

Sie möchten ein neues Variable Annuity (VA) Produkt an den Markt bringen, das dem Versicherungsnehmer nach Ablauf einer Zeit von 9 Jahren den Stand eines Investments in einen aktiv gemanagten Fonds auszahlt zumindest aber den Sparbeitrag aus der gezahlten Einmalprämie.

Die Benchmark des Fonds hat zum Produktbeginn am Markt eine implizite Volatilität von 30% für jede Laufzeit bis einschließlich Jahr 9.

Der risikofreie Zins liegt ebenfalls konstant bei 5% für die gesamte Laufzeit des Produktes.

B1) Berechnen Sie den Mindestbetrag für die Hedgingkosten pro 100 EUR Prämie, wenn die weiteren Kosten mit 5% der Einmalprämie abgegolten sind. Wie hoch wäre dann die gegebene Garantie?

B2) Am Kapitalmarkt stehen zur gleichen Benchmark Futures und Optionen mit 1 und 2 jähriger Laufzeit (Calls und Puts) zur Verfügung. Wie stellen Sie ihr Portfolio aktivseitig zusammen, damit Sie nach Möglichkeit keine ALM Hedgingrisiken zum Aussatzeitpunkt haben?

Das passivseitige Gamma pro 1 EUR Garantie ist 0.003 und Vega ist 0.77.

Die Charakteristika der Calls und Puts liegen bei

	Laufzeit	Delta	Gamma	Vega	Preis
Call 1	1.000	0.63	0.012	0.36	0.14
Call 2	2.00	0.67	0.008	0.52	0.21
Put 1	1.00	- 0.37	0.012	0.36	0.09
Put 2	2.00	- 0.33	0.008	0.52	0.18

B3) Die Kapitalanlageabteilung gibt Ihnen als Nebenbedingung mit, dass sie aus Kostengründen nur einmal im Jahr den Hedge erneuern kann. Warum können Sie davon ausgehen, dass die unter B1) zur Verfügung gestellten Hedgingkosten nicht ausreichend sind, um das Portfolio wirklich Hedgeneutral zu gestalten? Wie hoch sollten Sie die Prämie alternativ wählen (Näherungswert genügt)?

B4) Nennen Sie zwei weitere Risiken, die dieses Produkt verursachen kann, die Sie nicht durch Kapitalmarktinstrumente beeinflussen können (Standardrisiken aus Nicht-VA Produkten werden hier nicht berücksichtigt).

Hinweis:

- Ergebnisse und Zwischenergebnisse können auf zwei Nachkommastellen gerundet werden.
- Werte aus den Hilfstabellen entnehmen Sie bitte gemäß dem nächstliegenden Referenzwert. Eine Interpolation ist nicht notwendig.

c) Zusammenhänge (5 Punkte)

Bitte beantworten Sie die nachfolgenden Fragen mit WAHR oder FALSCH. Für eine richtige Beantwortung erhalten Sie einen halben Punkt, für eine falsche Beantwortung wird ein halber Punkt abgezogen. Fehlende Angaben werden mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl kann nicht negativ werden.

Hinweis:

- Modellierungsvereinfachungen aus dem Skript für die Berechnung von Portfoliorisiken sind für die Beantwortung der Fragen nicht gültig.

Das Delta eines Calls ist immer negativ.	
Das Delta eines Portfolios ist gleich der Linearkombination der Deltas der Einzeltitel	
Das Gamma eines Puts ist immer positiv	
Das Gamma eines Calls ist immer positiv	
Das Gamma eines Calls ist zu jedem Zeitpunkt der Laufzeit der Option At-the-money am höchsten	
Je näher eine Option am Verfallstag liegt, desto grösser ist ihr Vega	
Das Vega eines Portfolios ist gleich der Linearkombination der Vegas der Einzeltitel	
Das Gamma eines Portfolios ist gleich der Linearkombination der Gammas der Einzeltitel	
Zur Ableitung eines optimalen Hedges in diskreter Zeit braucht man eine Einschätzung über die erwartete Driftrate des Underlyings	
Durch das Hedging in diskreter Zeit wird die angepasste Hedgingvolatilität immer höher, wenn wir von einer Driftrate oberhalb des risikofreien Zinses ausgehen.	

Formelsammlung

Legende:

Preis des Underlyings: S

Strikepreis: X

Zeit bis zum Verfallstag T

Risikofreier Zins r

Implizite Volatilität σ

Preis eines Calls

$$c = SN(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2)$$

Preis eines Puts

$$p = SN(-d_1) + Xe^{-rT}N(-d_2)$$

Delta eines Calls

$$\Delta_c = N(d_1)$$

Delta eines Puts

$$\Delta_p = N(d_1) - 1$$

Gamma

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}}$$

$$Vega = S\sqrt{T}N'(d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Anpassungen für Hedging in diskreter Zeit

$$\hat{\sigma} = \sigma \left(1 + \frac{\Delta t}{2\sigma^2} (\mu - r)(r - \mu - \sigma^2) \right)$$

Hedgingfehler

$$\sigma_{Err} \approx \sqrt{\frac{\pi}{4}} Sn(d_1) \sqrt{T} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\pi}{4}} Vega \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

n = Anzahl der äquidistanten Hedgezeitpunkte

$$\pi \approx 3.14$$

N() = Standardnormalverteilung.

Hilfstabellen

x	ln(x)
1.2	0.182322
1.1	0.09531
1	0
0.9	-0.10536
0.8	-0.22314

x	e ^{-x}
0.4	0.67
0.45	0.64
0.5	0.61
0.55	0.58
0.6	0.55

d1	N(d1)	d1	N(d1)
1.1	0.864	-0.1	0.460
1	0.841	-0.2	0.421
0.9	0.816	-0.3	0.382
0.8	0.788	-0.4	0.345
0.7	0.758	-0.5	0.309
0.6	0.726	-0.6	0.274
0.5	0.691	-0.7	0.242
0.4	0.655	-0.8	0.212
0.3	0.618	-0.9	0.184
0.2	0.579	-1	0.159
0.1	0.540	-1.1	0.136
0	0.500	-1.2	0.115

Aufgabe 5: Lösungen

a) Portfolio Greeks (2 Punkte)

- I1: Gamma und Vega sind Null, es ist nicht zwingend ein derivatives Instrument. Positives Delta gleich 1, somit kann es sich hier um einen Forward oder das Underlying selbst handeln. Die Anzahl ist positiv, also ist die Position Future long (bzw Underlying long)
- I2: Gamma und Vega von Null verschieden, also derivatives Instrument. Negatives Delta, somit kann es sich hier um einen Put handeln. Das Gamma für einen Put ist jedoch stets positiv. Somit ist die Position nicht zuzuordnen
- I3: Gamma und Vega von Null verschieden, also derivatives Instrument. Positives Delta, somit kann es sich hier um einen Call handeln. Die Anzahl ist negativ, also ist die Position Short Call

b) Neutralität (13 Punkte)

Lösung B1)

Der Sparbeitrag sind 95 EUR. Aus diesem Wert müssen sowohl die Hedgingkosten für die Garantie bezahlt werden, als auch das zugehörige Underlying.

Diese Verpflichtung lässt sich als Portfolio aus dem Underlying und einem zugehörigen Put zusammensetzen. Der Wert der Garantie ergibt sich als Wert eines Puts für die Parameter Strike = Underlying (Das Underlying ist zum Aufsatzzeitpunkt exakt at-the-money), $r = 5\%$, $T = 9$ und $\sigma = 30\%$ ergibt sich mit

$$p = -SN(-d_1) + Xe^{-rT}N(-d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/S) + (0.05 + 0.3^2/2) * 9}{0.3\sqrt{9}} = \frac{\ln(1) + (0.05 + 0.045) * 9}{0.9} = \frac{0 + (0.095)}{0.1} = 0.95$$

$$d_2 = d_1 - 0.3\sqrt{9} = 0.95 - 0.9 = 0.05$$

$$p = -XN(-0.95) + Xe^{-0.45}N(-0.05) \approx X * (-0.16 + 0.64 * 0.46) = 0.134X$$

Damit ergibt sich für die Verpflichtungsseite

$$95\text{€} = X(1 + 0.134)$$

$$X = 95\text{€} / 1.134 = 83.78\text{€}$$

Somit ergibt sich ein Garantiebetrug von 83.78€ und zugehörige Mindesthedgingkosten von 11.22€. (Durch unterschiedliche Rundungen können die Ergebnisse variieren)

Lösung B2)

Die 95 € Sparbeitrag ergeben sich zu den folgenden Kenngrößen der Passivseite:

$$\text{Gamma: } 11.22 * 0.003 = 0.03466$$

$$\text{Vega: } 11.22 * 0.77 = 8.64$$

$$\text{Delta: } 11.22 * -0.17 + 83.78 = 81.87$$

Herstellung der Vega und Gamma Neutralität muss simultan erzeugt werden. Hierzu wird ein LGS erstellt:

$$\text{GAMMA} \quad 0,012 * P1 + 0,008 * P2 = 0.035$$

$$\text{VEGA} \quad 0.36 * P1 + 0.52 * P2 = 8.64$$

	Laufzeit	Delta	Gamma	Vega	Preis
Call 1	1.000	0.63	0.012	0.36	0.14
Call 2	2.00	0.67	0.008	0.52	0.21
Put 1	1.00	- 0.37	0.012	0.36	0.09
Put 2	2.00	- 0.33	0.008	0.52	0.18

Durch Lösen des LGS ergibt sich $P1 = -15.16$ Stk und $P2 = 27.11$ Stk.

Das Delta ergibt sich für die Derivatekomponente aus $P1 = -15.16 * -0.37 = 5.61$ und $P2 = 27.11 * -0.33 = -8.95$ zu insgesamt -3.34 .

Um das Gesamtdelta der Passivseite von 81.87 zu erreichen benötigt man noch 85.21 EUR Investment im Underlying.

Somit ergibt sich für das aktivseitige Portfolio die folgende Zusammenstellung:

Underlying	85.21 EUR
P1 (15.16 Stk short)	- 15.16 * 0.09 = -1.36 EUR
P2 (27.11 Stk long)	27.11 * 0.18 = 4.88 EUR
Kasse	6.27 EUR
Gesamt	95.00 EUR

Lösung B3)

Das Hedging der passivseitigen Risiken erfolgt nur an 8 Zeitpunkten in diskreter Zeit. Hierdurch entsteht ein Hedgefehler von

$$\sigma_{Err} \approx \sqrt{\frac{\pi}{4}} Vega \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{3.14}{4}} 8.64 \frac{0.3}{\sqrt{8}} = 0.89 * 8.64 * 0.3 / 2.83 = 0.815$$

Das heißt die Hedgingkosten müssten mit ungefähr $(11.22 + 0.815) * 95/95.815 = 11.93$ angesetzt werden.

Lösung B4)

- Basisrisiko (Aktives Management des Fonds weicht in der Anlage von der Benchmark ab)
- Diskontinuität des Index
- Transaktionsrisiken
- Counterparty Risiko bei Derivatekontrahenten

c) Zusammenhänge (5 Punkte)

<i>Das Delta eines Calls ist immer negativ.</i>	<i>FALSCH</i>
<i>Das Delta eines Portfolios ist gleich der Linearkombination der Deltas der Einzeltitel</i>	<i>RICHTIG</i>
<i>Das Gamma eines Puts ist immer positiv</i>	<i>RICHTIG</i>
<i>Das Gamma eines Calls ist immer positiv</i>	<i>RICHTIG</i>
<i>Das Gamma eines Calls ist zu jedem Zeitpunkt der Laufzeit der Option At-the-money am höchsten</i>	<i>FALSCH</i>
<i>Je näher eine Option am Verfallstag liegt, desto grösser ist ihr Vega</i>	<i>FALSCH</i>
<i>Das Vega eines Portfolios ist gleich der Linearkombination der Vegas der Einzeltitel</i>	<i>FALSCH</i>
<i>Das Gamma eines Portfolios ist gleich der Linearkombination der Gammas der Einzeltitel</i>	<i>RICHTIG</i>
<i>Zur Ableitung eines optimalen Hedges in diskreter Zeit braucht man eine Einschätzung über die erwartete Driftrate des Underlyings</i>	<i>RICHTIG</i>
<i>Durch das Hedging in diskreter Zeit wird die angepasste Hedgingvolatilität immer höher, wenn wir von einer Driftrate oberhalb des risikofreien Zinses ausgehen.</i>	<i>FALSCH</i>

Aufgabe 6: (20 Punkte)

- a) Ein international agierender Versicherer betreibt Geschäft in sechs Ländern, in denen die Versicherungsdichte und die Summe aller versicherten Werte identisch sind.

Für das Jahr 201X hat die Gesellschaft folgende Versicherungssummen im Portfolio (in Mio. EUR):

Land	A	B	C	D	E	F
Versicherungssumme	10,000	60,000	40,000	40,000	80,000	20,000

Der Versicherer kauft sich Schutz über einen Cat Bond ein, der alle sechs Länder gemeinsam deckt. Das bei Investoren platzierte Volumen des Cat Bonds beträgt EUR 200 Mio. und deckt einen pro-rata Anteil eines Layers von EUR 500 Mio. xs EUR 2.000 Mio. Die Schäden aus den einzelnen Ländern werden mit den Marktanteilen im jeweiligen Land gewichtet. Die Gewichte werden vor der Berechnung normalisiert, so dass die Summe der Gewichte 1 ergibt. Anschließend werden die gewichteten Schäden über alle Länder aggregiert. Dabei darf der Beitrag aus einem einzelnen Land EUR 500 Mio. nicht überschreiten.

Im Jahr 201X hat es folgende Schäden für das Land (Gesamtmarkt) gegeben (in Mio. EUR):

Land	A	B	C	D	E	F
Schäden	2,000	3,000	500	4,000	1,500	6,000

- i) Wie hoch sind die pro Land gedeckten Schäden? (6 Punkte)
 - ii) Wie viel Geld kann die Versicherungsgesellschaft aus dem platzierten Cat Bond kollektieren? (4 Punkte)
- b) Nennen und beschreiben Sie stichpunktartig 4 Gründe, die das Wachstum des ILS-Markts einschränken! (maximal 4 Punkte, pro Grund 1 Punkt)
- c) Partei X schließt mit Partei Y einen Longevity Swap ab, durch den sich Partei Y gegen unerwartet hohe Langlebigkeit absichern möchte.
- i) Welche Partei muss unter dem Swap Sicherheiten (Collateral) stellen? (1 Punkt)
 - ii) Welche Partei zahlt den variablen Zins (floating amount)? (1 Punkt)
 - iii) Welche Partei zahlt den fixen Zins (fixed amount)? (1 Punkt)
 - iv) Ist der variable Zins größer als der fixe Zins oder umgekehrt, wenn die Überlebensrate geringer ausfällt als erwartet? Erklären Sie, warum das so ist! (3 Punkte)

Aufgabe 6: Lösungen

- a) Da die Versicherungssummen in jedem Land identisch sind und die Gewichte normalisiert werden, ergibt sich der Marktanteil und somit das Gewicht pro Land:

Land	A	B	C	D	E	F
Marktanteil	4%	24%	16%	16%	32%	8%

Die gewichteten Schäden pro Land lauten:

Land	A	B	C	D	E	F
Gewichteter Schaden	80	720	80	640	480	480

Schäden werden gekappt bei EUR 500 Mio. pro Land (6 Punkte, 1 Punkt pro Land):

Land	A	B	C	D	E	F
Gekappter Schaden	80	500	80	500	480	480

Gesamtsumme der gewichteten und gekappten Schäden:

$$80 + 500 + 80 + 500 + 480 + 480 = \text{EUR } 2.120 \text{ Mio.}$$

Somit belaufen sich die Schäden gegen den Layer EUR 500 Mio. xs EUR 2.000 Mio. auf EUR 120 Mio.

Der Anteil des Cat Bonds daraus ermittelt sich pro rata auf EUR 120 Mio. x EUR 200 Mio. / EUR 500 Mio. = EUR 48 Mio. (4 Punkte)

- b) Aus der Präsentation:

1. Little standardization
2. Investors do not like their money to be tied up
3. Protection buyers are cautious with synthetic triggers
4. No deep secondary market for trading
5. Risk Modeling

Weitere überzeugende und relevante Argumente werden ebenfalls akzeptiert

- c) Sicherheiten werden immer vom Investor gestellt, hier also Partei X

Der variable Zins (floating amount) wird vom Schutzkäufer bezahlt (Partei Y)

Der fixe Zins (fixed amount) wird vom Investor bezahlt (Partei X)

Überlebensrate ist geringer als erwartet -> Sterberate ist höher als erwartet -> floating amount is höher. Das Portfolio vom Schutzkäufer läuft besser als erwartet und seine Gewinne gibt er über den Swap an den Investor weiter (floating > fixed). (1 Punkt für die richtige Antwort, 2 Punkte für die Begründung)

Exam DAV CERA Module 4 „Risk Management Tools and Techniques“

Introductory Remarks:

- Please work on all exercises
- You may use a pocket calculator
- Available time: 2 hours
- Maximum points that can be achieved: 120
- You need to achieve at least 60 points to pass the exam

Good luck!

Exercise 1: (20 points)

a) (9 Points)

Within a Property Casualty Insurance Company, writing short tail business only, it is thought on the influence of reinsurance on the overall risk. Let the gross premium be 1000 and the gross capital requirement of insurance risks (Standard Formula SCR_{non-life}) be 200 coinciding with your personal risk assessment.

Furthermore a 50% quota share reinsurance contract including reserve risk coverage without sliding scale commission or profit commission is given. The quota share reinsurance contract contains a clause which enables the reinsurers to cancel the contract at any time (return of all payments in both directions) if they recognize that the market rates have reduced („the reinsurer be the sole judge“):

- i. What net SCR_{non-life} results from the standard formula (without recognition of the abovementioned clause)? (give Reasons) (1P)
- ii. Does the SCR_{non-life} calculated with the standard formula (from i.) comply with the requirements of the framework directive? In case: Which criteria are not fulfilled? (give reasons) (2P)
- iii. Which risks according to Solvency II Pillar 1 are affected by effective proportional reinsurance and how would you proceed with these risks in case of the quota share reinsurance contract mentioned here? (at least one risk changing in each direction, give reasons) (6P)

b) (5 Points)

A number of n Property Casualty Primary Insurance companies with independent normally distributed portfolios with identical standard deviation ($N(m, s^2)$) and one reinsurer operate within one closed market with regulation of capital requirements. The capital requirement of a primary insurer is defined as the standard deviation of its portfolio and for a reinsurer as twice the standard deviation of its portfolio.

There are 50% quota share agreements between each primary insurer and the reinsurer in place. The reinsurer has no further business.

How many primary insurer n are necessary to get a capital requirement of all companies lower than the gross capital requirement of the primary insurers?

c) (6 Points)

The Hop-Top Insurance insures buildings on explosion hazard. We assume that losses are total losses only. The portfolio consists of 1000 buildings with sum insured of € 10 m each and independent loss occurrences with a probability of $1/1000$ each. Let the premium be 25 per mille of the sum insured. There are costs to be covered by the technical insurance of € 5 m. The regulatory capital requirement should be 2 standard deviations of the portfolio, the Solvency Ratio is 100%. Currently no risk mitigation instruments exist. A request with reinsurers provided the information, that proportional coverages at 20% fixed commission on an arbitrary share of the portfolio are available. (Results can be rounded on full percent or € m.)

- i. Which regulatory capital requirement has the technical insurance risk? (2P)
- ii. How many losses can be paid by Hop-Top? (2P)
- iii. The Board of Management has mentioned to the public, that Hop-Top is able to pay 5 losses. If necessary, please recommend a roughly sufficient risk mitigation instrument. (2P)

Exercise 1: Solution

a) (9 points)

- i. Answer: As the net-premiums and net-reserves as scaling factor are only half of the gross-premiums and reserves, the SCR_non-life is reduced to 100, 50% of the risks, according to the standard formula are thus transferred.
- ii. Answer: No, there is no effective risk transfer according to the reduction of the SCR_non-life according to the standard formula. The criterion "There is an effective risk transfer Section 111 (1) f" is not satisfied because the reinsurer may cancel the contract as soon as it detects as the sole judge that the rates in the market have fallen not further specified.
- iii. Answer: Technical insurance risk SCR_non-life and market risk do not change to the gross risks, as they may revive immediately in case of cancellation by the reinsurer. Credit default risk SCR_default is independent of the credit for reductions to be fully involved.

b) (5 points)

Answer:

Gross capital requirement: $n \cdot N(m,s) = s \cdot n$

Net capital requirement: $n \cdot N(m,s/2) = s/2 \cdot n$

Reinsurer: $2 \cdot \sqrt{((s/2)^2 \cdot n)} = s \cdot \sqrt{n}$

Condition: Net capital requirement + Reinsurers capital requirement < Gross capital requirement, thus $s/2 \cdot n + s \cdot \sqrt{n} < s \cdot n \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot n + \sqrt{n} < n \Rightarrow n + 2\sqrt{n} < 2n \Rightarrow 2\sqrt{n} < n \Rightarrow 4 < n$

Five or more insurers are sufficient to ensure that the capital requirements of all insurers and the reinsurer on a net basis is lower than the capital requirement of all insurers on a gross basis.

c) (6 points)

- i. Answer: Single risks variance is approximately $0.1 \text{ million}^2 = 0,1 \text{ trillion}$. At 1000 risks the total variance is approximately $100 \text{ million}^2 = 100 \text{ trillion}$, the overall standard deviation 10 million. Thus, the capital requirement is 20 million.
- ii. Answer: There are 245 million of premiums net of costs and 20 million from the solvency capital to cover losses. This means 26 losses are covered.

Alternative answer at 2.5 per mille premium rate (instead of 25 per mille): There are 20 million of premiums net of costs and 20 million from the solvency capital to cover losses. This means 4 losses are covered.
- iii. Answer: The capital is sufficient to cover 5 losses. There is no reinsurance necessary.

Alternative answer at 2.5 per mille premium rate: The capital required to cover 5 losses is 50 million, so it is required additional capital of 10 million. For example, a quota share with a cession ratio of 1/3 is sufficient: with 5 losses $2/3 \cdot 50 = 33.3 \text{ million}$ are payed by the Primary Insurer. The available capital is also 33.3 million, $2/3 \cdot 20 \text{ million}$ from premiums + 20 million of solvency capital. (The fix-provision ensures that costs will continue to be covered to the same extent.) [A 20% quota share is not sufficient.]

Exercise 2: (20 points)

The standard formula for assessing the operational risk under Solvency II reads as follows:

$$SCR_{Op} = \min\{0,3 \cdot BSCR; Op\} + 0,25 \cdot Exp_{ul}$$

$$Op = \max\{Op_{premiums}, Op_{provisions}\}$$

$$\begin{aligned} Op_{premiums} &= 0,04 \cdot (Earn_{life} - Earn_{life-ul}) + 0,03 \cdot Earn_{non-life} \\ &+ \max\{0; 0,04 \cdot (Earn_{life} - 1,2 \cdot pEarn_{life} \\ &\quad - (Earn_{life-ul} - 1,2 \cdot pEarn_{life-ul}))\} \\ &+ \max\{0; 0,03 \cdot (Earn_{non-life} - 1,2 \cdot pEarn_{non-life})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Op_{provisions} &= 0,0045 \cdot \max\{0; TP_{life} - TP_{life-ul}\} \\ &+ 0,03 \cdot \max\{0; TP_{non-life}\} \end{aligned}$$

Inputs:

Earn* = earned gross premiums (reporting year) in *= life, life unit-linked and non-life

pEarn* = same as above (previous financial year)

TP* = obligations in *= life, unit-linked and non-life

- a) Explain the formula! Consider each single component of the formula and explain its technical background! **(3.5 points)**
- b) Discuss the strengths and weaknesses of such a formula! Some of these weaknesses and strengths were already mentioned in the seminar. These should be reflected in your discussion. Additionally, you should find (in total) another five strengths and weaknesses! **(6.5 points)**
- c) An insurer entered the market about 60 years ago and has a well-documented history of operational risk losses. Alternatively to the standard formula, how can one use this data to assess the operational risk of the company? Describe the method in detail! Justify underlying assumptions! **(7 points)**
- d) In terms of data quality what are the difficulties the insurer has to face following the approach of c)? **(3 points)**

Exercise 2: Solutions

a) *Technical Background: e.g. (each 0,5P)*

- *basic proxies for the level of operational risk in accordance with the standard formula are earned gross premiums and provisions*
- *SCR_{Op} capped at 30 % of the basic SCR*
- *Op_{Premiums} substantially 4 % of earned gross premiums (life) or 3% of earned gross premiums (non-life)*
- *Op_{Provisions} substantially 0.45% of the conventional provision (life) or 3 % of non-life reserves*
- *the provisions are to be understood without risk margin (best estimate)*
- *unusually high jumps in the development of gross premiums are to be backed by additional capital (3rd formula , the last two terms)*
- *because of other risk characteristics (e.g. investment risk born by policyholder) unit linked insurance is treated differently from classical life insurance □ “life unit linked” is deducted from premiums and reserves; expenses serve as a proxy for OpRisk from unit linked life*

b) *From seminar (each 0.5P)*

- *simple formula for determining the SCR of OpRisk*
- *not risk-sensitive*
- *no incentive for improvement of operational risk management*

Other strengths and weaknesses (examples; each 1 P)

- *already approved by the regulatory authorities*
- *the formula is deterministic and therefore doesn't fit in all branches of insurance industry (e.g. “deterministic” life branch vs. “stochastic” non-life branch)*
- *the formula was calibrated using the overall market; it therefore might not fit on specifics of individual insurers or single business lines*
- *static formula that does not take into account growing individual loss experience*
- *no benefit for actual management of OpRisk*

c) *The insurer might use the data to model operational risk with an internal model. E.g. Loss Distribution Approach ... Modeling of loss L as*

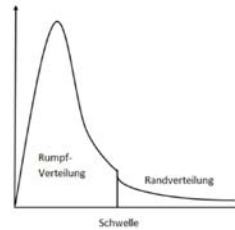
$$L = \sum_{i=1}^N S_i$$

Here: S_i are the individual i.i.d. loss events (severity); N loss frequency (1P)

Distributions:

N: Poisson distribution, Negative Binomial distribution (1P)

S: Separate modelling of a body (truncated lognormal distribution) and tail distribution (Generalised Pareto distribution) (1P)



Underlying assumptions:

Poisson-distribution: addition of two independent Poisson distributed random variables is again Poisson distributed (nice to have for aggregation of loss frequencies across several risk units); estimation of only one distributional parameter is an advantage since usually for OpRisk only short time series are available (1P)

Negative Binomial distribution: two parameters → better flexibility in fitting to empirical loss data (1P)

Body distribution: descriptive analysis of loss data shows that only right-skewed density functions are suitable! Common choice is lognormal distribution (maybe truncated to reflect a materiality threshold) (1P)

Tail distribution: must reflect fat tails in the data (1P)

d) *The data collected is internal loss data. Therefore it usually lacks some loss categories (e.g. high loss with a low probability) (1P)*

Even 60 years of history are possibly not enough to parametrize the model reasonably. To get more data one usually has to fall back on external data (pool data or commercial database solution) (1P)

When modeling OpRisk entrywise in a risk matrix, it might show that individual entries of the matrix are barely occupied. A fitting of a distribution is getting hard then. Since there is too few data, we possibly have to consider additional scenarios (1P)

Exercise 3: (20 points)

a) CDS (6 points)

- i. Define the notions of reference obligation and reference entity of a CDS.
- ii. For a direct CDS-protection, let the realized recovery rate be higher than expected. To lead to a profit in the hedge P&L, what has to hold for the CDS-nominal and why?
- iii. What is an indirect CDS-protection and how can it be applied in risk management? Discuss the risks of such a strategy.

b) Swaps and Spreads (8 points)

- i. Which interest rate is usually higher and why: EONIA or 6M-EURIBOR? Which 10 year swap rate is usually higher and why: when the floating rate of the swap is based on EONIA or on 6M-EURIBOR?
- ii. Why is the IRR-Spread not a sound notion of (credit) spread? Which notion is better and how is it defined?
- iii. Why should, in theory, CDS-spreads and credit-spreads be close to each other?

c) CPPI Strategies (6 points)

- i. Define two different CPPI strategies that are initially fully invested in stocks.
- ii. For a CPPI strategy with multiplier 3, the cushion has increased by 60 EUR during a period. What is the amount reallocated from cash to stocks on the next rebalancing date? Are there any restrictions to be taken care of?
- iii. A bank sells CPPI (75%, 4) as a single premium product with a guarantee at of 75% of the premium at end of the contract term. Discuss the assumptions the bank will probably have on stock performance and consequences of a stock performance in the first period of (a) +20% and (b) -30%.

Exercise 3: Solution

a) CDS

- i. 1 point: Reference obligation: the bond protected by the CDS, reference entity: the issuer of the reference obligation.
- ii. 2 points: $P\&L = (C - PN) + R(N - C)$. For $C < N$, the P&L increases with R.
- iii. 3 points: Indirect CDS-protection: reference entity is different from issuer exposed to. Proxy hedge and tail risk hedge are application. Risk: high basis risk, own risk might realise without CDS payoff.

b) Swaps and Spreads

- i. 2 points: The 6M-EURIBOR quotes the price (rate) for 6 months borrowing and EONIA quotes the price for overnight borrowing. The former has higher credit risk and therefore, EURIBOR rates are higher. Any swap based on an index with higher rates has (all else equal) higher swap rates, so EURIBOR Swap rates are higher.
- ii. 3 points: Two bonds with the same maturity can be constructed that have an IRR-spread but are both risk-free, this is not intuitive. The Z-Spread is better, it is defined as the solution of $P =$

$$\sum_{t=1}^n CF_t \cdot (1 + r_t + z)^{-t}$$

- iii. 3 points: Both are a measure of credit risk and should therefore be highly correlated. Moreover, there is a no-arbitrage argument: a risk-free bond can be replicated by a bond with credit risk and a CDS referring to this bond such that "risk free rate + credit-spread – CDS-spread = risk free rate" should hold.

c) CPPI Strategies

- i. 1 point: Any CPPI($f, m=1/(1-f)$) with $f < 1$ is initially fully invested in stocks.
- ii. 2 points: The amount reallocated from cash to stocks is $(3-1) \cdot 60 = 120$. In case this amount exceeds the amount of cash, the long only restriction takes effect and only the remaining cash amount is invested in stocks.
- iii. 3 points: The bank probably assumes that the maximum periodical loss is at most 25%. This strategy is initially fully invested in stocks. In case (a) the usual mechanism would lead to a reallocation from cash to stocks on the first rebalancing trade, but the long only restriction avoids this. In case (b), the value of the portfolio is 70% and below the floor. The portfolio will be fully reallocated from stocks to cash, so the cash-lock takes effect and the portfolio value will remain at 70% until end of contract term. The bank will have a loss of 5% as 75% was guaranteed.

Exercise 4: (20 points)

The insurer has issued traditional with profit business in the past subject to an annual average guarantee of 2% and average outstanding duration of 10 years. The guaranteed rate for the new business is adjusted annually and is set to the 10yr swap rate less 50bps. The risk management department has performed a scenario analysis and projected statutory profits as well as policyholder cash flows (benefits less premium income) over a 10 year horizon. The four scenarios considered are characterised by the 10yr swap rate and an equity index development.

The results of the scenario analysis are as follows:

		Year 1	Year 2	Year 3	Year 4	Year 5	Year 6	Year 7	Year 8	Year 9	Year 10
Scenario1	10year swap	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	1170	1217	1265	1316	1369	1423
	Profits	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	Policyholder cash flows	-100	-80	-60	-40	-20	0	20	40	60	80
Scenario2	10year swap	2,5%	2,3%	2,1%	1,9%	1,7%	1,5%	1,3%	1,1%	0,9%	0,7%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	1170	1217	1265	1316	1369	1423
	Profits	10	10	10	10	8	6	4	2	0	-2
	Policyholder cash flows	-100	-80	-60	-40	-20	-5	15	35	55	75
Scenario3	10year swap	2,5%	3,5%	4,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	1170	1217	1265	1316	1369	1423
	Profits	10	10	10	-50	0	5	5	5	5	5
	Policyholder cash flows	-100	-80	-60	800	50	50	50	50	50	50
Scenario4	10year swap	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	700	728	757	787	819	852
	Profits	10	10	10	10	-30	8	8	8	8	8
	Policyholder cash flows	-100	-80	-60	-40	-20	0	5	10	15	20

- a) (8 points) Summarise your observations to form a risk assessment when looking at the results of the scenario analysis, i.e. describe the movements in each scenario you observe and interpret the movements. How may the asset allocation of the insurer look like and what kind of risks is the insurer facing? Please consider each scenario and both profits and policyholder cash flows separately!

The insurer plans to launch a hedging programme to mitigate some of the risks the management of the insurer is unwilling to accept. The risk management department has again run those four scenarios under the assumption that the hedging programme is already implemented.

Then, the results of the scenario analysis are as follows:

		Year 1	Year 2	Year 3	Year 4	Year 5	Year 6	Year 7	Year 8	Year 9	Year 10
Scenario1	10year swap	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	1170	1217	1265	1316	1369	1423
	Profits	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
	Policyholder cash flows	-105	-85	-65	-45	-25	-5	15	35	55	75
Scenario2	10year swap	2,5%	2,3%	2,1%	1,9%	1,7%	1,5%	1,3%	1,1%	0,9%	0,7%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	1170	1217	1265	1316	1369	1423
	Profits	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	Policyholder cash flows	-100	-80	-60	-40	-20	0	20	40	60	80
Scenario3	10year swap	2,5%	3,5%	4,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	1170	1217	1265	1316	1369	1423
	Profits	9	9	9	9	5	4	4	4	4	4
	Policyholder cash flows	-105	-85	-65	800	-25	-5	15	35	55	75
Scenario4	10year swap	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%
	Equity index	1000	1040	1082	1125	700	728	757	787	819	852
	Profits	9	9	9	9	-10	9	9	9	9	9
	Policyholder cash flows	-105	-85	-65	-45	-20	0	13	25	38	50

- b)** (12 points) Summarise your observations to form a risk assessment when looking at the results of the scenario analysis, i.e. describe the movements in each scenario you observe and interpret the movements. What type of hedge may the insurer plan to implement? Please consider each scenario and both profits and policyholder cash flows separately. Discuss also risks associated with the hedge itself!

Excercise 4: Solution

- a) Sc1: Stable profits thanks to the unchanged interest level and equity returns. There is a profit margin because the interest rate level is high than the average guaranteed rate. Policyholder cash flows are first negative since premium income exceeds benefits but this turns negative after several years showing that the book of business is maturing, i.e. new business cannot compensate for the in-force running-off.

Sc2: The declining interest rate level results in reduced profits overtime since the investment margin is shrinking and eventually turns negative. The scenario shows a duration mismatch between assets and liabilities and strong dependence on fixed income assets. The negative impact on the profit margin is delayed since the investment income benefits from higher yielding bonds bought in the past. Also policyholder cash flows are lower in the long run due to lower profit sharing.

Sc3: The increasing interest rate level makes the policies unattractive from a return perspective since policyholders may get better returns elsewhere. This leads to a mass lapse event in year 4. Due to the increased level of interest rates the market value of the bond portfolio declines and the forced sale to pay surrender benefits results in a negative result. Profits are reduced afterwards as well due to the lower in-force volumes but partly compensated thanks to the high interest margin.

Sc4: The stock market crash leads to a negative result in year 5 which cannot be compensated by stable interest margins. Policyholder cash flows also decline since less profit sharing can be paid out.

- b) The scenario 4 shows that the hedge includes a mitigation strategy for the equity exposure since the impact on profits (and policyholder cash flows) is much smaller. Scenario 2 shows that profits do not suffer from the declining interest rate level which indicate that the insurer has matched the duration of assets and liabilities or bought interest related options such as receiver swaptions. Scenario 3 shows that a mass lapse event does not hurt profitability (other than the reduced future margins driven by the lower volumes), i.e. it indicates that either the duration is very short not causing a market value loss with increasing interest rates or the insurer plans to buy a hedge against increasing rates (payer swaptions). Looking at scenarios 2 and 3 jointly shows that the insurer has either combined a duration matching strategy with payer swaptions (or similar options) or combined a short duration strategy with receiver swaptions (or similar options).

Scenario 1 shows that profits and policyholder cash flows are lower after the implementation of the hedging strategy if interest rates remain unchanged which indicates costs associated with the hedge not paying off in such a scenario.

Risks associated with the hedge itself:

- Counterparty default risk
- Is the hedge well understood with the management of the company?
- Can the hedge be modelled under Pillar I using the current model infrastructure?
- May the hedge trigger the need to move to an Internal Model due to the complexity?

Exercise 5: (20 points)

a) Portfolio Greeks (2 credits)

Given a portfolio with the following positions and characteristics of simple derivative and non-derivative capital market instruments

<i>Instrument</i>	<i>Nominal</i>	<i>Delta (Total)</i>	<i>Gamma (total)</i>	<i>Vega(Total)</i>
<i>I1</i>	200	200	0	0
<i>I2</i>	600	-800	-1100	1800
<i>I3</i>	-500	-700	-3000	-4000

Assign the instrument type and the type of position in the table above and justify this shortly (Note:.. without justification no points can be awarded, there may be multiple solutions for one instrument. One assignment and justification per instrument is sufficient. Additional descriptions and explanations won't result in additional points). If an instrument is unidentifiable please explain.

b) Neutrality (13 credits)

You are about to issue a new variable annuity (VA) product. Premium payments are one off premium. At the end of the product life time of 9 years the insured will receive the higher of the investment in a fund and the paid savings premium. The fund underlying is actively managed by an external fund manager.

The implicit volatility of the funds benchmark is 30%. The volatility structure is expected to be flat over the coming life time of your VA product. The interest rate term structure is flat at 5%.

b1) Calculate the minimum initial hedge premium per 100 EUR. Other costs and risk premiums are covered by 5% of the initial premium. Assuming you use the minimum initial hedge premium, what would be the given guarantee?

b2) At the capital market you can find futures and options (calls and puts) with 1 year and 2 year time to maturity with respect to the same benchmark as above.

Please structure your asset portfolio in a way, that at the issue date of your product your total ALM balance sheet shows no hedging risk.

The liability has a Gamma of 0.003 and a Vega of 0.77 per EUR of guarantee

Further characteristics of the market instruments are provided by:

	Time to maturity	Delta	Gamma	Vega	Price
Call 1	1.000	0.63	0.012	0.36	0.14
Call 2	2.00	0.67	0.008	0.52	0.21
Put 1	1.00	- 0.37	0.012	0.36	0.09
Put 2	2.00	- 0.33	0.008	0.52	0.18

b3) The asset management department of your company can not afford to re-hedge on a continuous basis due to high hedging costs. They can only renew and rebalance the hedge once a year. Why would you ask for a higher hedging premium than calculated under b1) to get your total initial portfolio hedge neutral? Give an approximation of the new hedge premium.

b4) Name two further risks of this specific product that can arise that you can't manage using capital market instruments Standard risks that occur in non-VA products are not to be considered.

Note:

- Results and interim results are allowed to be rounded to two digits.
- Values in the provided look up table are allowed to be taken from the nearest provided point. There is no need to interpolate nor use calculator precision.

c) Relationships (5 credits)

Please answer the following questions with TRUE or FALSE. For a correct answer you get 0.5 credits. For a wrong answer 0.5 credits are deducted. Missing values are evaluated with 0 credits. The total score cannot be negative.

Note:

- modeling simplifications of the script for the calculation of portfolio risks are not valid for answering the questions.

The delta of a call is always negative	
The portfolio delta is a linear combination of single instruments delta	
A puts Gamma is always positive	
A calls Gamma is always positive	
The Gamma of a calls has its peak At-the-money independently of time	
Vega is getting bigger the closer an option gets to the date of maturity	
The portfolio vega is a linear combination of single instruments vega	
The portfolio gamma is a linear combination of single instruments gamma	
Hedges in diskrete time need an assumption about a future driftrate	
The adjusted volatility in hedging in discrete time will always be higher than the continuous volatility. Assuming a drift rate higher than the risk free rate	

Glossary:

Price of an underlying: S

Strike price: X

Time to maturity T

Risk free interest r

Expected volatility σ

Pricing formula for a call option

$$c = SN(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2)$$

Pricing formula for a put option

$$p = -SN(-d_1) + Xe^{-rT} N(-d_2)$$

Delta of a call option

$$\Delta_c = N(d_1)$$

Delta of a put option

$$\Delta_p = N(d_1) - 1$$

Further "Greeks"

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}}$$

$$Vega = S\sqrt{T}N'(d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Volatility adjustment for hedging in discrete time

$$\hat{\sigma} = \sigma \left(1 + \frac{\Delta t}{2\sigma^2} (\mu - r)(r - \mu - \sigma^2) \right)$$

Hedge error for discrete time hedging

$$\sigma_{Err} \approx \sqrt{\frac{\pi}{4}} Sn(d_1) \sqrt{T} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\pi}{4}} Vega \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

n = number of equidistant hedging points

$$\pi \approx 3.14$$

N() = cumulative standard normal distribution

Look up tables

X	$\ln(x)$
1.2	0.18232
1.1	0.09531
1	0.00000
0.9	-0.10536
0.8	-0.22314

x	e^{-x}
0.4	0.67
0.45	0.64
0.5	0.61
0.55	0.58
0.6	0.55

d1	N(d1)		d1	N(d1)
1.1	0.864		-0.1	0.460
1	0.841		-0.2	0.421
0.9	0.816		-0.3	0.382
0.8	0.788		-0.4	0.345
0.7	0.758		-0.5	0.309
0.6	0.726		-0.6	0.274
0.5	0.691		-0.7	0.242
0.4	0.655		-0.8	0.212
0.3	0.618		-0.9	0.184
0.2	0.579		-1	0.159
0.1	0.540		-1.1	0.136
0	0.500		-1.2	0.115

Exercise 5: Solutions

a) Portfolio Greeks (2 credits)

- I1: Gamma and Vega are zero, it is not necessarily a derivative instrument. Positive delta equal to 1, thus it may be here a Forward or the underlying asset itself. The number is positive, the position is Future long (long underlying)
- I2: Gamma and Vega are both non zero, ie derivative instrument. Negative Delta, so it may be a put. . But puts always have a positive Gamma, therefore not identifiable
- I3: Gamma and Vega are both non zero, ie derivative instrument. Positive delta, thus it may be here a call. The number is negative, that is, the position of short call

Answer b1)

Savings premium is 95 EUR. This amount has to cover the hedging premium as well as the amount of underlying.

The liability portfolio including the given guarantee can be represented as the amount off guaranteed underlying and an at-the-money put with nominal equal to the guaranteed amount. The hedging premium is then equal to a put option with the following characteristics:

Strike price = amount of underlying (At-the-money), $r = 5\%$, $T = 9$ and $\sigma = 30\%$

$$p = -SN(-d_1) + Xe^{-rT}N(-d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/S) + (0.05 + 0.3^2/2) * 9}{0.3\sqrt{9}} = \frac{\ln(1) + (0.05 + 0.045) * 9}{0.9} = \frac{0 + (0.095)}{0.1} = 0.95$$

$$d_2 = d_1 - 0.3\sqrt{9} = 0.95 - 0.9 = 0.05$$

$$p = -XN(-0.95) + Xe^{-0.45}N(-0.05) \approx X * (-0.16 + 0.64 * 0.46) = 0.134X$$

This results in a total portfolio split of:

$$95\text{€} = X(1 + 0.134)$$

$$X = 95\text{€} / 1.134 = 83.78\text{€}$$

Therefore the guaranteed premium is 83.78€ and the according minimum hedging costs are 11.22€. (Results can vary due to different rounding)

Answer b2)

The characteristics of our total liability portfolio represented by the put and the underlying are in total

$$\text{Gamma: } 11.22 * 0.003 = 0.03466$$

$$\text{Vega: } 11.22 * 0.77 = 8.64$$

$$\text{Delta: } 11.22 * -0.17 + 83.78 = 81.87$$

Set up a linear equation system to simultaneously hedge Vega and Gamma:

$$\text{GAMMA} \quad 0,012 * P1 + 0,008 * P2 = 0.035$$

$$\text{VEGA} \quad 0.36 * P1 + 0.52 * P2 = 8.64$$

	Laufzeit	Delta	Gamma	Vega	Preis
Call 1	1.000	0.63	0.012	0.36	0.14
Call 2	2.00	0.67	0.008	0.52	0.21
Put 1	1.00	- 0.37	0.012	0.36	0.09
Put 2	2.00	- 0.33	0.008	0.52	0.18

Solving the linear equation systems: -15.16 units of P1 and 27.11 units of P2.

The derivative delta is then $P1 = -15.16 * -0.37 = 5.61$ and $P2 = 27.11 * -0.33 = -8.95$ adding to a total delta of -3.34.

To reach the total liability delta we need to buy 85.21 EUR worth units of the underlying

The total active portfolio structure will then be represented by

Underlying	85.21 EUR
P1 (15.16 units short)	- 15.16 * 0.09 = -1.36 EUR
P2 (27.11 units long)	27.11 * 0.18 = 4.88 EUR
Cash	6.27 EUR
Total	95.00 EUR

Answer b3)

The rebalancing of our hedge off our liability risk will be executed only in 8 equidistant points of time. The assumed hedge error results in

$$\sigma_{Err} \approx \sqrt{\frac{\pi}{4}} \text{Vega} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{3.14}{4}} 8.64 \frac{0.3}{\sqrt{8}} = 0.89 * 8.64 * 0.3 / 2.83 = 0.815$$

This cost of error has also to be covered by the initial hedging costs. Therefore we need to adjust our hedging cost by this approximate amount $(11.22 + 0.815) * 95/95.815 = 11.93$.

Answer b4)

- Base risk (active management of the fond deviates in its investments from the benchmark)
- Discontinuity of the underlying benchmark
- Transaction risks
- Counterparty risk in derivative contracts

c) Relationships (5 credits)

The delta of a call is always negative	FALSE
The portfolio delta is a linear combination of single instruments delta	TRUE
A puts Gamma is always positive	TRUE
A calls Gamma is always positive	TRUE
The Gamma of a calls has its peak At-the-money independently of time	FALSE
Vega is getting bigger the closer an option gets to the date of maturity	FALSE
The portfolio vega is a linear combination of single instruments vega	FALSE
The portfolio gamma is a linear combination of single instruments gamma	TRUE
Hedges in diskrete time need an assumption about a future driftrate	TRUE
The adjusted volatility in hedging in discrete time will always be higher than the continuous volatility. Assuming a drift rate higher than the risk free rate	FALSE

Exercise 6: (20 points)

- a) An internationally operating insurance company conducts business in six countries, in which the insurance penetration in terms of take-up rates and total sums insured are entirely identical.

In year 201X, the company has the following exposure in its portfolio (in EUR million):

Country	A	B	C	D	E	F
Sums insured	10,000	60,000	40,000	40,000	80,000	20,000

The insurance company buys protection by means of issuing a cat bond, which covers losses in all six countries combined. The volume of cover placed with investors is EUR 200 million and functions as a pro rata share of a layer EUR 500 million xs EUR 2.000 million. The losses in each country are being weighted with the respective market shares in such country after being normalized such that the sum of weights equals 1. Thereafter, the weighted losses are aggregated over all countries. However, the loss contribution from a single country may not exceed EUR 500 million.

In the year 201X, the following losses are observed (market / industry loss, in EUR million):

Country	A	B	C	D	E	F
Losses	2,000	3,000	500	4,000	1,500	6,000

- i) How large are the covered losses in each country? (6 points)
 - ii) How much money can the insurer collect from the cat bond placement? (4 points)
- b) Name and describe in bullet points four reasons that are holding back the growth of the ILS market! (total 4 points, each reason 1 point)
- c) Counterparty X enters into a swap with counterparty Y through which party Y wants to get protection against unexpectedly high longevity.
- i) Which party needs to post collateral under the arrangement? (1 point)
 - ii) Which party will pay the floating rate? (1 point)
 - iii) Which party will pay the fixed rate? (1 point)
 - iv) In case the survival rate is lower than expected: will the floating rate be larger than the fixed rate or lower? Explain! (3 points)

Exercise 6: Solutions

- a) Because sums insured are identical in all countries and the weights are normalised, the market share and hence weight for each country is:

Country	A	B	C	D	E	F
Market share / weight	4%	24%	16%	16%	32%	8%

The weighted losses per country are:

Country	A	B	C	D	E	F
Weighted loss	80	720	80	640	480	480

Losses are capped at EUR 500 million for each country (6 points, 1 for each country):

Country	A	B	C	D	E	F
Contributing loss	80	500	80	500	480	480

Total sum of weighted and capped losses is:

$$80 + 500 + 80 + 500 + 480 + 480 = \text{EUR } 2.120 \text{ million}$$

Therefore, losses against the layer EUR 500 million xs EUR 2.000 million are EUR 120 million.

The loss to the cat bond is the pro rata share of the loss: $\text{EUR } 120 \text{ million} \times \text{EUR } 200 \text{ million} / \text{EUR } 500 \text{ million} = \text{EUR } 36 \text{ million}$ (4 Points)

- b) From the presentation:

1. Little standardization
2. Investors do not like their money to be tied up
3. Protection buyers are cautious with synthetic triggers
4. No deep secondary market for trading
5. Risk Modeling

Other relevant and convincing arguments will be accepted also

- c) Collateral will always be posted by the investor, her party X

The floating rate is paid by the protection buyer (party Y)

The fixed rate is paid by the protection buyer (party X)

Survival rate is lower than expected → mortality rate is higher than expected → floating amount is higher. The portfolio of the protection buyer will perform better than expected and he will pass on the gains of the development to the investor via the swap (floating > fixed) (1 point for correct answer, 2 points for reasoning)