

## Klausur DAV CERA Modul 4 „Instrumente des Risikotransfers und der Risikosteuerung“

### Hinweise:

- Die nachfolgenden Aufgaben sind alle zu bearbeiten.
- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Sie haben 120 Minuten Zeit und können 120 Punkte erreichen.
- Zum Bestehen der Klausur sind 60 Punkte hinreichend (entspricht 50%).

**Viel Erfolg!**

### Aufgabe 1: (20 Punkte)

- a) Ein Lebensversicherer hat Zinsversprechen gegeben und möchte Absicherungsinstrumente erwerben, so dass er in Zukunft unabhängig vom Zinsniveau immer in der Lage ist, zu einem Mindestzins die Wiederanlage in festverzinsliche Wertpapiere zu tätigen
- (4 Punkte) Nennen sie zwei Beispiele, warum es schwierig ist, das Wiederanlageprofil zu bestimmen!
  - (5 Punkte) Welche Absicherungsinstrumente kommen in Frage und warum?
  - (2 Punkte) Wan könnte passieren, wenn der Versicherer zu lange mit dem Erwerb der Absicherungsinstrumente wartet?
  - (4 Punkte) Nennen Sie zwei Beispiele, wie man eine Absicherung mittels Receiver Swaptions günstiger gestalten könnte und erläutern Sie kurz die resultierenden Nachteile?
- b) (5 Punkte) Die Mindestzuführungsverordnung aus dem Jahr 2008 sieht u.a. vor, dass Quersubventionen zwischen den Gewinnquellen normalerweise nicht erlaubt sind. Welche Nachteile ergeben sich für den Versicherer hinsichtlich Einhaltung von Zinsversprechen und möglicher Strategien zur Absicherung der Garantien?

### 2. Aufgabe (20 Punkte)

a) Nennen Sie je einen Vor- bzw. Nachteil der Standardformel zur Bewertung des OpRisk aus Solvency II! (2 Punkte)

b) Nennen Sie drei verschiedene Typen von Verlustdatenbanken! (3 Punkte)

c) Beschreiben Sie kurz das Verfahren des Self-Assessment von Operationalen Risiken:

- Ziele des Verfahrens **(3 Punkte)**
- einzelne Schritte im Ablauf des Verfahrens (inkl. stichwortartige Beschreibung der Schritte) **(12 Punkte)**

**Aufgabe 3: (20 Punkte)**

c) (9 Punkte)

In einem Schaden-/Unfallversicherungsunternehmen wird über die Einführung von Risikolimitierungen nachgedacht. Sie sollen aufklären:

- i. Wie können zu limitierende Risiken aus einer Gesamtrisikobetrachtung abgeleitet werden? (3 Punkte)
- ii. Welche Kenngrößen dienen zur Ableitung von Risikolimiten? (Nennen Sie zwei Beispiele) (3 Punkte)
- iii. Wie können Risiken im Portfolio, die über die Risikolimite hinausgehen, effektiv gemildert werden? (Nennen Sie zwei Beispiele) (3 Punkte)

d) (6 Punkte)

Ein Kompositversicherer zeichne die Branchen Feuer, Kraftfahrt-Kasko und Kraftfahrt-Haftpflicht ohne Abgabe von Rückversicherung. In der Branche Feuer bestehe die Kumulexponierung nur durch die Sturmdeckung. Es wird nun über die Einführung eines Kumulschadenexzedenten in der Branche Feuer diskutiert.

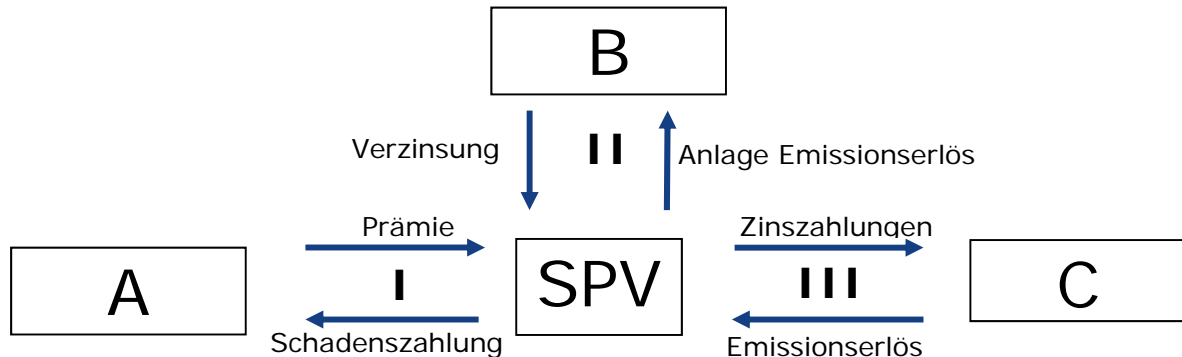
- i. Benennen Sie die durch die Kumulschadenexzedentenrückversicherung angesprochenen Einflussfaktoren auf das SCR-non-life unter der Solvency Standardformel. (3 Punkte)
- ii. Sie beobachten durch die Einführung des Kumulschadenexzedenten einen starken Rückgang im SCR-non-life. Welche Schlüsse ziehen Sie daraus bei einer angedachten Einführung eines Limitsystems? Begründen Sie diese. (3 Punkte)

e) (5 Punkte)

Ein Erstversicherer gebe das Risiko  $W$  an einen Rückversicherer ab, die Schäden entsprechen den Ergebnisse eines sechsseitigen Würfels (Zahlen 1 bis 6 mit gleicher Wahrscheinlichkeit). Der Erstversicherer bezahle dafür eine Prämie von 5. Erfüllt diese Rückversicherung den ERD-Test (zu 1%)?

**Aufgabe 4: (20 Punkte)**

- f) Benennen Sie die wesentlichen an einer Verbriefung beteiligten Parteien A, B, C und erläutern Sie deren Rollen I, II, III in einer Transaktion (3 Punkte)!



- g) Diskutieren Sie jeweils drei Vorteile und Nachteile einer Verbriefungslösung im Vergleich zur Rückversicherung (2 x 6 Punkte)!

- h) Erläutern Sie, warum der Kapitalmarkt einen geeigneten Träger für Versicherungsrisiken darstellt (5 Punkte)!

**Aufgabe 5: (20 Punkte)**

**i) Portfolio Greeks (3 Punkte)**

Gegeben ist ein Portfolio mit den folgenden Positionen und Charakteristika von einfachen derivativen und nicht derivativen Kapitalmarktinstrumenten

Instrument	Anzahl	Delta (Gesamt)	Gamma (Gesamt)	Vega(Gesamt)
I1	-1000	-500	-800	-1500
I2	2000	-800	1900	1800
I3	-500	-500	0	0

Ordnen Sie den Instrumenten und der Position (in welcher Art sind die Instrumente im Portfolio vertreten) in der Tabelle ihre Bezeichnungen zu und begründen sie dieses kurz (*Hinweis: Ohne Begründung können keine Punkte vergeben werden. Es kann mehrere Lösungen für ein Instrument geben. Eine Zuordnung und Begründung pro Instrument genügt. Zusätzliche Bezeichnungen und Erklärungen darüber hinaus bringen **keine** zusätzlichen Punkte*).

**j) Neutralität (10 Punkte)**

Gegeben sei ein Portfolio mit den folgenden Eigenschaften:

- Delta = 0
- Gamma = -1200
- Vega = -750

Am Markt stehen bezüglich des Underlyings (Total Return Aktienindex) zwei Optionen C1 und C2 zur Verfügung, mit den folgenden Eigenschaften:

	Delta	Gamma	Vega
C1	0,9	0,8	0,7
C2	-1,4	1,0	0,5

- Welche Transaktionen sind notwendig, um das Gesamtportfolio zusätzlich zur Deltaneutralität noch Gamma- und Veganeutral zu gestalten? (Es sind long und short Transaktionen gestattet).
- Unter welchen Umständen (Charakteristika) wären C1 und C2 nicht für diesen Hedge geeignet?

**k) Zusammenhänge (7 Punkte)**

Vorausgesetzt ist die Black-Scholes Differentialgleichung

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf$$

mit dem Preis des Instruments  $f(S, X, r, \sigma, T)$ , S dem Wert des Underlying, X dem Strikepreis des Derivats, r dem risikofreien Zins,  $\sigma$  der Volatilität des Underlying und T der Restlaufzeit des Derivats.

Welche Aussage können sie über das  $\Theta$  (Theta) treffen, wenn das betrachtete Instrument kein Derivat, sondern das Underlying S selbst repräsentiert (*Hinweis: Die Herleitung aus der Formel ist für die Punktevergabe notwendig*)?

### Aufgabe 6 (20 Punkte)

Nehmen Sie an alle Zahlungen auf dem CDS Markt erfolgen jährlich am Ende der Periode, risikofreie Zinsen sind für alle Laufzeiten null und bei einem Ausfall beträgt die Rückerstattungsrate (recovery rate) 40% (und es werden keine unterjährigen angesammelten Zinsen/CDS Prämien erstattet).

- a. (5 Punkte) Schreiben Sie den Wert eines N-Jahres Par CDS (d.h. den CDS Spread der zu dem Marktwert eines CDS von null führt), abhängig von den Überlebenswahrscheinlichkeiten  $Q(\cdot)$ , der Rückerstattung  $R$  und den risikolosen Diskontsätzen  $D(\cdot)$ . Vereinfachen Sie dabei die Formel soweit wie möglich.
- b. (5 Punkte) Zeigen Sie dass die Spread-Kurve zwischen Jahr eins und Jahr zwei steigt, wenn, und nur wenn die Ausfall-Intensität steigt. (Wir nehmen an, dass die Ausfallintensitäten stückweise konstant sind.)
- c. (5 Punkte) Wir nehmen an, dass die die marktkonsistenten (d.h. risikoneutralen) Ausfallwahrscheinlichkeiten eines:
  - Investment Grade (IG) Emittenten bei 1% für Jahr eins liegt, und kumuliert auf zwei Jahre bei 4.65%
  - High Yield (HY) Emittenten bei 20% für Jahr eins liegt, und kumuliert auf zwei Jahre bei 33.15%.

Zeigen Sie dass die Par-CDS Spreads zwischen Laufzeit 1-Jahr und 2-Jahre des

- IG Emittenten steigt
  - HY Emittenten fällt.
- d. (5 Punkte) Zu welchem Preis handelt eine ein-Jahres Anleihe des High Yield Emittenten die einem Kupon von 10% zahlt. Wir nehmen an, dass der Markt die Anleihe und den CDS konsistent bewertet (d.h. der Finanzierungs-Spread bzw die CDS-Bondbasis ist gleich null).



DAV

DEUTSCHE  
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Fabian Hupe  
Michael Klüttgens

Wolfgang Baumann  
Prof. Dr. Hubert Bornhorn  
Jörg Dittrich  
Dr. Michael Florig

## Klausur DAV CERA Modul 4 „Instrumente des Risikotransfers und der Risikosteuerung“

### Musterlösungen

#### Aufgabe 1:

a)

- i. Die cash flows sind unsicher, weil u.a. das zukünftige Neugeschäft unbekannt ist, das Stornoverhalten der VN und auch die laufenden Erträge aus Immobilien und Aktien
- ii. Receiver Swaptions können erworben werden, die sicherstellen, dass man immer zu einem Mindestzins wiederanlegen kann auch wenn die Zinsen runtergehen sollten. Bei einem Zinsanstieg verbunden mit Storno sind die Derivate zwar wertlos doch kann man Rentenpapiere kurzer Duration mit geringem Wertverlust verkaufen.
- iii. Das Zinsniveau könnte sich reduzieren, was die Absicherungskosten erhöhen würde.
- iv. a) niedriger Strike, b) nur Absicherung bis zu einem gewissen Niveau oder c) upside gleichzeitig verkaufen

- b) Zinsverluste können nicht (teilweise) ausgeglichen werden mit Kosten- und Risikogewinnen. Damit steigt das Risiko, die Garantieverprechen nicht einhalten zu können und Absicherungen werden teurer, da das Garantieniveau implizit höher ist bzw. nicht durch Kosten- und Risikomargen implizit reduziert wird.

## Aufgabe 2

a) z.B.

Vorteil: einfache Formel zur Ermittlung des SCR aus OpRisk

Nachteil: Standardformel misst OpRisk nicht risikosensitiv. Ansatz basiert auf

relevanten größenspezifischen Merkmalen des VU → höhere Eigenmittelanforderungen unabhängig von tatsächlichem OpRisk

b) Interne operationelle Verlustdaten; Externe, gepoolte operationelle Verlustdaten; Externe, öffentliche operationelle Verlustdaten

c) z.B.

Ziele:

- Wesentliche operationelle Risiken identifizieren und bewerten
- Bewusstsein für OpRisk schaffen
- systematische Bestandaufnahme von OpRisk für Weiterverarbeitung im Risiko-Management und bei Prozessverbesserungen

Ablaufschritte (inkl. stichwortartige Beschreibung):

Definition bewerteter Objekte: z.B. Einheiten, Prozesse, Systeme, Produkte, Aufgaben und Verantwortlichkeiten

Strukturierung der Fragen: Eintrittswahrscheinlichkeiten, Schadenhöhen, Qualität von Kontrollen

Expertenauswahl: gleicher Kenntnisstand und gleiches Niveau der Experten

Befragung: Interviews/Workshops (mit Moderator) oder elektronische Befragungen

Validierung: Plausibilisierung der Daten durch hausinterne Dritte

Auswertung: Daten werden den Experten zur Verfügung gestellt, zu einem Report zusammengefasst und für die weitere Nutzung aufbereitet

### Aufgabe 3

a)

- i. Mittels Identifikation von Risiken mit hoher Risikoelastizität, d.h. hohem inkrementellen oder marginalem Beitrag zum Gesamtrisiko.
- ii. 2 aus z.B. Eigenmittel, Gewinnerwartung, Ausschüttungsfähigkeit
- iii. Rückversicherung: Kumulschäden durch Kumulschadenexzedenten, Einzelschäden durch Einzelschadenexzedenten 3P

b)

- i. SCR des Szenarios Sturm in NL\_CAT.
- ii. Die Sturmgefahr ist in das Limitsystem aufzunehmen, da die Gesamtrisiken beeinflusst werden.

- c) Mit Wahrscheinlichkeit  $1/6 \sim 16,6\%$  beträgt der Verlust des RV 1 (1P), d.h. der Verlust ist größer als 10% der Prämie (1P). Damit ist die 10-10-Regel erfüllt (1P). Aus der Erfüllung der 10-10-Regel folgt die Erfüllung des ERD-Test zu 1% (2P).

Oder:

$$\text{ERD} = E(R-)/P = (1/6 * 1)/5 = 1/30 > 1\% \text{ (Formel 1P, Einsetzen 2P, Ergebnis 2P)}$$



## Aufgabe 4

a) A: Rückversicherer / Sponsor

B: Investments

C: Investoren

- i. Sponsor schließt mit Zweckgesellschaft einen (Rück-)Versicherungsvertrag ab
- ii. Eingenommene Gelder aus der Emission werden in einen Treuhandfonds angelegt
- iii. Zweckgesellschaft emittiert Anleihen an den Kapitalmarkt

b) **Pro:**

Geringeres Kreditrisiko

Größere Kapazität

Mehrjährige Laufzeit

Reputation (aus Sponsorensicht)

Diversifikation (aus Investorensicht)

**Con:**

Höhere Kosten

Nur modellierbare Risiken sind platzierbar

Basisrisiko

Langwieriger Strukturierungsprozess (aus Sponsorensicht)

Illiquide Anlageklasse (aus Investorensicht)

c) Versicherungsmarkt ist winzig im Vergleich zum Kapitalmarkt

Der Kapitalmarkt operiert nicht geographisch eingeschränkt wie viele Versicherer

ILS ist als Assetklasse anerkannt

ILS sind für Nicht-Versicherungsunternehmen stark diversifizierend

## Aufgabe 5

a)

- I1: Gamma und Vega von Null verschieden, also derivatives Instrument. Positives Delta, somit kann es sich hier um einen Call handeln. Die Anzahl ist negativ, also ist die Position Short Call
- I2: Gamma und Vega von Null verschieden, also derivatives Instrument. Negatives Delta, somit kann es sich hier um einen Put handeln. Die Anzahl ist positiv, also ist die Position Long Put
- I3: Gamma und Vega sind Null, es ist nicht zwingend ein derivatives Instrument. Positives Delta gleich 1, somit kann es sich hier um einen Forward oder das Underlying selbst handeln. Die Anzahl ist negativ, also ist die Position Future Short (bzw Underlying short)

b)

Herstellung der Vega und Gamma Neutralität muss simultan erzeugt werden. Hierzu wird ein LGS erstellt:

$$I) -1200 + 0,8 * C1 + 1,0 * C2 = 0$$

$$II) -750 + 0,7 * C1 + 0,5 * C2 = 0$$

-2\* II) in I) ergibt

$$III) \quad 300 - 0,6 * C1 = 0 \quad \rightarrow C1 = 500$$

C1 = 500 in I) ergibt

$$IV) -1200 + 400 + C2 = 0 \rightarrow C2 = 800$$

Durch Lösen des LGS ergibt sich C1 = 500 und C2 = 800.

Das Delta des Portfolios wird durch den Kauf auf

$$500 * 0,9 + 800 * -1,4 = 450 - 1120 = -670$$

Durch den Kauf von 670 Einheiten des Underlyings stellt man die Delta-Neutralität wieder her. Alternativ auch der Kauf von 670 Futures.

Sind die Gamma-Vega Vektoren der beiden Optionen linear abhängig, so kann mit den gegebenen Derivaten keine Vollständige Neutralität hergestellt werden.

c)

Mit

$$\Theta = \frac{\partial f}{\partial t}, \Delta = \frac{\partial f}{\partial S} \text{ und } \Gamma = \frac{\partial^2 f}{\partial S^2}$$

Folgt

$$\Theta + rS\Delta + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Gamma = rf$$

Mit  $f = S$  ergibt sich:

$$\Theta + rS\Delta + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \Gamma = rS$$

Gamma für das underlying ist Null und Delta gleich 1, somit gilt für Theta:

$$\Theta + rS1 + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 0 = rS$$

$$\Theta + rS = rS$$

$$\Theta = 0$$

## Aufgabe 6

a)  $PV(CDS) = PV(Protection\ Leg) - PV(Premium\ Leg)$  mit

$$PV(Premium\ Leg) = S \cdot \sum_{i=1}^N D(t_i) \cdot Q(t_i)$$

$$PV(Protection\ Leg) = (1-R) \cdot \sum_{i=1}^N D(t_i) \cdot [Q(t_{i-1}) - Q(t_i)] \text{ mit } Q(t_0) = 1$$

Da die risikofreien Zinsen gleich null sind, gilt für alle  $i=1, \dots, N$ ,  $D(t_i)=1$  und damit

$$PV(Premium\ Leg) = S \cdot \sum_{i=1}^N Q(t_i) \quad PV(Protection\ Leg) = (1-R) \cdot [1 - Q(t_N)]$$

Bei einem Par CDS gilt

$$PV(Par\ CDS) = PV(Protection\ Leg) - PV(Premium\ Leg) = 0 \text{ d.h.}$$

$$\left[ S_N \cdot \sum_{i=1}^N Q(t_i) \right] - (1-R) \cdot [1 - Q(t_N)] = 0 \text{ und somit } S_N = \frac{(1-R) \cdot [1 - Q(t_N)]}{\sum_{i=1}^N Q(t_i)}.$$

b) Das Ergebnis von (a) auf  $S_2-S_1$  angewendet ergibt:

$$S_2 - S_1 = \frac{(1-R) \cdot [1 - Q(t_2)]}{\sum_{i=1}^2 Q(t_i)} - \frac{(1-R) \cdot [1 - Q(t_1)]}{Q(t_1)} > 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{[S_2 - S_1]}{1-R} \cdot [Q(t_1) + Q(t_2)] \cdot Q(t_1) = [1 - Q(t_2)] \cdot Q(t_1) - [1 - Q(t_1)] \cdot [Q(t_1) + Q(t_2)] > 0 \Leftrightarrow$$

$$[Q(t_1) - Q(t_1) \cdot Q(t_2)] - [Q(t_1) + Q(t_2) - Q(t_1)] \cdot Q(t_1) - Q(t_1) \cdot Q(t_2) = Q(t_1) \cdot Q(t_1) - Q(t_2) > 0 \Leftrightarrow$$

$$\exp[-2\lambda_1] - \exp[-\lambda_1 - \lambda_2] > 0 \Leftrightarrow \exp[-\lambda_1] - \exp[-\lambda_2] > 0 \Leftrightarrow \lambda_2 > \lambda_1 \text{ (exp(\cdot) ist stetig steigend)}$$

$$\text{somit } S_2 - S_1 > 0 \Leftrightarrow \lambda_2 > \lambda_1$$

c) Da die kumulierte Ausfallwahrscheinlichkeit über N-Jahre  $DN = [1-Q(tN)]$ , ergibt das Einsetzen der Ausfallwahrscheinlichkeiten in die Formel aus (a):

$$S_1 [IG] = \frac{60\% \cdot 1\%}{99\%} \approx 0.61\% < 1.44\% \approx \frac{60\% \cdot 4.65\%}{[99\% + 95.35\%]} = S_2 [IG]$$

$$S_1 [HY] = \frac{60\% \cdot 20\%}{80\%} = 15\% > 13.54\% \approx \frac{60\% \cdot 33.15\%}{[80\% + 66.85\%]} = S_2 [HY]$$

d) Eine Bewertung der Anleihe, konsistent mit den marktimpliziten Ausfallwahrscheinlichkeiten ergibt einen Barwert von:

$$PV(Bond) = \sum_{i=1}^N CF(t_i) \cdot D(t_i) \cdot Q(t_i) + \sum_{i=1}^N R \cdot D(t_i) \cdot [Q(t_{i-1}) - Q(t_i)]$$

wobei  $CF(t_i)$  = geplanter Zahlungsstrom der Anleihe zum Zeitpunkt  $t_i$ .

Da die risikofreien Zinsen gleich null sind ist der Barwert der Anleihe gleich

$$PV(Bond) = CF(t_1) \cdot Q(t_1) + R \cdot [1 - Q(t_1)] = 110\% \cdot 80\% + 40\% \cdot 20\% = 96\%$$