

Klausur im Grundwissen Wertorientiertes Risikomanagement

10.05.2013

Hinweise:

- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt **90**. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens **36** Punkte erreicht werden.

Aufgabe 1. (14 Punkte) *Operationelle Risiken.*

- a) (2 Punkte) Operationelle Risiken dienen in der Risikoklassifikation oft als Residualkategorie. Nennen Sie zwei Beispiele für Risiken, die unter Solvency II als operationelle Risiken klassifiziert werden.
- b) (4 Punkte) Begründen Sie, warum operationelle Risiken im Vergleich zu Marktrisiken nur schwer durch statistische Verfahren, etwa durch analytische Modelle oder Simulationsmodelle, quantifizierbar sind.
- c) (4 Punkte) Beschreiben Sie zwei alternative Methoden, die anstelle eines statistischen Verfahrens zur Bewertung operationeller Risiken eingesetzt werden können.
- d) (4 Punkte) Es kann vorkommen, dass Auswirkungen operationeller Risiken in der Risikoüberwachung anderer Risikokategorien erfasst werden. Nennen Sie zwei **konkrete** Beispiele für Markt- oder Kreditrisiken, die letztlich auf die Realisation eines operationellen Risikos zurückzuführen sind.

Aufgabe 2. (23 Punkte) *Ökonomische Bewertung, Risikokapital und Erfolgsmessung.*

Die No-Risk-No-Fun AG ist ein Versicherungsunternehmen, das zum 31.12.2012 die folgende HGB-Bilanz aufweist. Alle Werte sind in Mio. Euro angegeben.

Aktiva nach HGB		Passiva nach HGB	
Kapitalanlagen	940	Eigenkapital	100
Forderungen gegenüber Versicherungsnehmern	30	versicherungstechnische Verbindlichkeiten	850
sonstige Aktiva	30	sonstige Passiva	50
Summe Aktiva	1000	Summe Passiva	1000

Im Anhang der HGB-Bilanz finden sich die folgenden Informationen:

- In den Kapitalanlagen des Unternehmens sind stille Reserven in Höhe von 51 Mio. Euro sowie stille Lasten in Höhe von 3 Mio. Euro enthalten.
 - Die Forderungen gegenüber Versicherungsnehmern wurden in Höhe von 10 Mio. Euro pauschalwertberichtigt. In den Vorjahren konnten aber im Mittel 80% der Forderungen (**vor Pauschalwertberichtigung**) realisiert werden.
 - Die Versicherungsprodukte enthalten **keine** Optionen und Garantien.
 - Bei den versicherungstechnischen Verbindlichkeiten handelt es sich um nicht diskontierte Werte. Wenn man die Verbindlichkeiten mit den zum 31.12.2012 gültigen Swap-Sätzen diskontiert, so ergibt sich ein Wert von 780 Mio. Euro. Diskontiert man die Verbindlichkeiten mit den Swap-Sätzen zuzüglich eines Spreads von 200 Basispunkten, so ergibt sich ein Wert von 700 Mio. Euro.
 - Um im Fall einer Insolvenz des Unternehmens die Abwicklung des Bestandes sicherzustellen, müsste eine zusätzliche Rückstellung (Risikomarge) in Höhe von 20 Mio. Euro gebildet werden.
 - Im Jahr 2012 wurde eine Dividende von 10 Mio. Euro an den Aktionär ausgezahlt.
 - Die HGB-Wertansätze der sonstigen Aktiva und der sonstigen Passiva stimmen zum Bilanzstichtag mit den Marktwerten dieser Positionen überein.
- a) (3 Punkte) Erläutern Sie anhand **eines** Beispiels, wie stille Lasten bei den Kapitalanlagen einer HGB-Bilanz entstehen können, obwohl das HGB grundsätzlich eine vorsichtige Bewertung vorschreibt. Ermitteln Sie aus den Anhangangaben einen ökonomischen Wert für die Kapitalanlagen.
- b) (3 Punkte) Geben Sie **zwei** konkrete Beispiele für Forderungen gegenüber Versicherungsnehmern an. Ermitteln Sie aus den Anhangangaben einen ökonomischen Wert für die Forderungen gegenüber Versicherungsnehmern.
- c) (3 Punkte) Geben Sie auf Basis der Anhangangaben einen ökonomischen Wert für die versicherungstechnischen Verbindlichkeiten an. Begründen Sie Ihre Antwort.
- d) (2 Punkte) Ermitteln Sie auf Basis der Berechnungen aus den Aufgabenteilen a), b) und c) einen ökonomischen Wert für das Eigenkapital zum 31.12.2012.

Im veröffentlichten Risikobericht schreibt die No-Risk-No-Fun AG, dass sie ein internes Simulationsmodell zur Quantifizierung ihrer Risiken auf Basis einer ökonomischen Bewertung einsetzt. Die 10 schlechtesten Resultate aus 1000 Simulationen für das ökonomische Ergebnis lauten:

Nr.	x-schlechtestes Ergebnis (Positive Werte stellen Verluste dar.)									
	10.	9.	8.	7.	6.	5.	4.	3.	2.	1.
No-Risk-No-Fun AG	155	160	165	170	180	220	270	320	380	480

- e) (2 Punkte) Das Unternehmen schreibt, dass das zum 31.12.2012 vorhandene ökonomische Risikokapital ausreicht, um eine Kapitalanforderung auf Basis eines Value at Risk zum Niveau 99,5% zu bedecken. Berechnen Sie, wie viel Excess-Kapital das Unternehmen zu diesem Niveau aufweist.
- f) (4 Punkte) Bei dem für die interne Unternehmenssteuerung relevanten Risikomaß „Expected Shortfall zum Niveau 99,0%“ räumt das Unternehmen jedoch zum 31.12.2012 eine Unterdeckung ein. Berechnen Sie, wie viel Risikokapital dem Unternehmen fehlt. Nennen Sie **zwei konkrete** Möglichkeiten für das Unternehmen, diese Unterdeckung zu beseitigen.
- g) (3 Punkte) Der Unternehmenseigner hat für den Fall, dass vorhandenes und benötigtes Risikokapital beim Expected Shortfall zum Niveau 99,0% übereinstimmen, eine Hurdle Rate von 10% vorgegeben. Ermitteln Sie eine zum aktuellen Sicherheitsniveau passende Hurdle Rate unter der Annahme, dass überschüssiges bzw. fehlendes Risikokapital mit einem sicheren Zins von 2% verzinst wird.
- h) (3 Punkte) Den Unternehmenserfolg misst die No-Risk-No-Fun AG über die Veränderung des ökonomischen Eigenkapitals. Wie hoch hätte das ökonomische Eigenkapital der No-Risk-No-Fun AG zum 31.12.2011 höchstens sein dürfen, so dass in 2012 auf Basis eines EVA-Ansatzes unter Verwendung des vorhandenen Risikokapitals aus Aufgabenteil e) und der Hurdle-Rate aus Aufgabenteil g) kein Wert vernichtet worden wäre?

Aufgabe 3. (17 Punkte) Kapitalallokation.

Die gemeinsame Verteilung der Zufallsgrößen X , Y und Z sei gegeben durch:

$\mathbb{P}(X = x, Y = y, Z = z)$	x	y	z
10%	30	10	60
10%	20	30	30
30%	20	30	10
30%	0	30	30
20%	60	40	-40

- a) (7 Punkte) Bestimmen Sie den Value at Risk von X , Y , Z , $X + Y$, $X + Z$, $Y + Z$ und $X + Y + Z$ zum Niveau 60%.
- b) (7 Punkte) Bestimmen Sie für das Risikomaß $VaR_{60\%}$ die Aufteilung gemäß
- (2 Punkte) der proportionalen Aufteilung,
 - (2 Punkte) dem diskreten Marginalprinzip,
 - (3 Punkte) dem Shapley-Algorithmus.
- c) (3 Punkte) Welche der Aufteilungen unter b) ist **keine** Zuteilung? Auf welchem Teilbereich dominiert in b) der Shapley-Algorithmus die proportionale Aufteilung? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

Aufgabe 4. (20 Punkte) *Aufbauorganisation und Prozesse im ERM, Limitsysteme.*

- a) (6 Punkte) Aus welchen Bereichen bestehen die drei „Abwehrlinien“ (Three Lines of Defense) beim Risikomanagement? Benennen Sie die Bereiche sowie deren zentrale Aufgabe im Risikomanagement.
- b) (3 Punkte) Benennen Sie vier wesentliche Inhalte einer Risikostrategie. Aus welchem aufsichtsrechtlichen Rahmen leitet sich **derzeit** die Notwendigkeit zur Definition und Verabschiedung einer Risikostrategie her?
- c) (11 Punkte) Die MaRisk schreiben den Unternehmen die Einführung eines sogenannten Limitsystems vor.
- i) (4 Punkte) Nennen Sie vier zentrale Anforderungen der MaRisk an ein Limitsystem.
 - ii) (3 Punkte) Nennen Sie für **unterschiedliche Risikoarten** (Klassifikation nach MaRisk) drei **konkrete** Beispiele für Limite.
 - iii) (4 Punkte) Beschreiben Sie kurz die Diskrepanz zwischen einer Top-Down-Berechnung von benötigtem und vorhandenem Risikokapital sowie einer Bottom-Up-Analyse der Limitauslastung. Welche Problematik ergibt sich daraus?

Aufgabe 5. (16 Punkte) *Risikomaße.*

Für $p \in (0, 1)$ sei die Verteilung der Zufallsgröße X gegeben durch

$$\mathbb{P}(X = n) = (1 - p) \cdot p^n, \quad n \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$

Sei $\alpha \in (0, 1)$.

- a) (5 Punkte) Zeigen Sie:

$$VaR_\alpha(X) = \begin{cases} \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln(p)} - 1, & \text{falls } \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln(p)} \in \mathbb{N}, \\ \left\lceil \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln(p)} \right\rceil, & \text{sonst,} \end{cases}$$

wobei $[x]$ die größte ganze Zahl kleiner gleich x bezeichnet (Gauß-Klammer).

- b) (8 Punkte) Zeigen Sie:

$$TVaR_\alpha(X) = VaR_\alpha(X) + \frac{1}{1-p}.$$

Hinweis. Differentiation und Reihenbildung können vertauscht werden:

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} n \cdot p^{n-1} = \frac{d}{dp} \left(\sum_{n=n_0}^{\infty} p^n \right), \text{ wobei } n_0 \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$

- c) (3 Punkte) Zeigen Sie:

$$ES_\alpha(X) = VaR_\alpha(X) + \frac{p^{VaR_\alpha(X)+1}}{(1-\alpha)(1-p)}$$

Lösungen

1. a) Folgende Beispiele können für operationelle Risiken genannt werden:

- Betrugsfälle / interne und externe kriminelle Handlungen
- Politische, gesellschaftliche und rechtliche Risiken
- Verluste auf Grund inadäquater Ablaufprozesse und Kommunikationsstrukturen
- Managementrisiken, etc.

Anmerkung: Es waren nur zwei Beispiele gefragt.

b) Im Gegensatz zu den Marktrisiken gibt es für operationelle Risiken keine detaillierten branchenüblichen Modelle oder Methoden zur Risikoquantifizierung. Daher kommen meist relativ grobe und pauschale Ansätze zur Anwendung (z.B. in QIS 5 auf der Basis eines Prozentsatzes der Prämien). Folglich müssen realistischere quantitative Modelle unternehmensintern entwickelt und unternehmensindividuell kalibriert werden. Für deren Kalibrierung stehen aber i.d.R. keine ausreichenden internen Datengrundlagen zur Verfügung. Unternehmen müssen daher zuerst „Verlustdatenbanken“ aufbauen, um anschließend die Verlustverteilungen parametrisieren zu können. Die Kalibrierung wird zudem dadurch erschwert, dass operationelle Risiken sehr heterogen sind und Zeitreihen oft Strukturbrüche aufweisen, etwa durch Änderungen in der Rechtssprechung oder infolge eingeleiteter Risikobewältigungsmaßnahmen.

c) Folgende Bewertungsmethoden können für operationelle Risiken verwendet werden:

- Faktorbasierte Modelle: Das Risiko wird durch Multiplikation eines Risikofaktors mit einer unternehmensindividuellen Volumengröße bestimmt.
- Szenarioanalysen: Mögliche Szenarien für die Entwicklung von Risikofaktoren werden diskutiert mit dem Ziel einer qualitativen und/oder quantitativen Bewertung der Auswirkungen bestimmter operationeller Risiken. Die Bewertung erfolgt dabei oftmals als Expertenschätzung.
- Analyse historischer Risikoereignisse: Das Risiko wird auf der Basis früherer, bereits eingetretener Verluste bewertet, z.B. mit dem höchsten bisher eingetretenen operationellen Verlust gleichgesetzt.

Anmerkung: Es waren nur zwei Beispiele gefragt.

d) Folgende Beispiele können in diesem Zusammenhang genannt werden:

- Aufgrund fehlender Limite im Kapitalanlageprozess wurden übermäßig hohe Investitionen in Papiere eines einzelnen Kontrahenten getätigt. Der Ausfall dieses Kontrahenten führt zur Realisation extremer Kredit- und Konzentrationsrisiken.
- Wegen fehlenden 4-Augenprinzips wurde versehentlich abweichend von der Kapitalanlagestrategie des Unternehmens investiert, was zu einem überhöhten Durations-Mismatch führt. Der Verlust infolge einer Zinsrückgangs fällt daher höher als geplant aus, was vordergründig als Zinsänderungsrisiko erscheint.
- Das Management verzichtete bewusst darauf, die zulässigen Rückversicherungspartner einzuschränken, um so als Erstversicherer für möglichst viele Großrisiken



auftreten zu können, die vollständig an einen Rückversicherer zediert sind („Fronting“). Nachdem ein ungerateter Rückversicherer in Folge eines Großschadens ausfällt, verliert der Erstversicherer seinen Rückversicherungsschutz, was letztlich als Kreditrisiko zutage tritt.

- etc.

Anmerkung: Es waren nur zwei Beispiele gefragt.

2. a) Für die stillen Lasten in den Kapitalanlagen einer HGB-Bilanz können folgende Beispiele angeführt werden:

- Gemäß § 341 b HGB kann auf eine Abschreibung von z.B. Aktien, deren Marktwert zum Bilanzstichtag unterhalb des Buchwertes liegt, bei nur vorübergehender Wertminderung verzichtet werden.
- Grundsätzlich kann bei Wertpapieren im Anlagevermögen, z.B. bei einem festverzinslichen Wertpapier, dessen Marktwert (z.B. auf Grund eines Zinsanstiegs) unterhalb des Buchwertes liegt, auf eine Abschreibung verzichtet werden, da eine solche Wertminderung nur vorübergehend ist und sich bis zur Fälligkeit des festverzinslichen Wertpapiers wieder auflöst.

Hinweis: Es war nur ein Beispiel gefragt.

Der ökonomische Wert der Kapitalanlage ergibt sich als Differenz des HGB-Wertes zuzüglich stiller Reserven abzüglich stiller Lasten:

$$940 \text{ Mio. Euro} + 51 \text{ Mio. Euro} - 3 \text{ Mio. Euro} = 988 \text{ Mio. Euro.}$$

b) Als Beispiele für Forderungen gegenüber Versicherungsnehmern können genannt werden:

- fällige, aber noch nicht gezahlte Beiträge,
- Rückforderung zu viel bezahlter Leistungen (z.B. Rentenzahlungen nach dem Tod),
- noch nicht bezahlte Gebühren für die Durchführung von bestimmten Geschäftsvorfällen (z.B. Fondswechseln in der fondsgebundenen Lebensversicherung).

Hinweis: Es waren nur zwei Beispiele gefragt.

Der ökonomische Wert der Forderungen gegenüber Versicherungsnehmern ergibt sich als Produkt der Forderungen vor Pauschalwertberichtigung und des mittleren Realisierungsgrades:

$$(30 \text{ Mio. Euro} + 10 \text{ Mio. Euro}) * 80\% = 32 \text{ Mio. Euro.}$$

c) Die ökonomisch bewerteten versicherungstechnischen Verbindlichkeiten setzen sich aus dem Erwartungswert (inkl. einem Wertansatz für Optionen und Garantien) sowie einer Risikomarge zusammen. Gemäß den Anhangangaben sind keine Optionen und Garantien in den Produkten enthalten. Da keine weiteren Informationen zur Berechnung der Rückstellung im Anhang angegeben sind, können wir nur davon ausgehen, dass es sich bei dem HGB-Wert um den nicht diskontierten Erwartungswert handelt. Den ökonomischen Erwartungswert erhält man durch Diskontierung mit dem sicheren Zins.



Als sicherer Zins kommt von den beiden im Anhang angegebenen Möglichkeiten nur der Swap-Satz in Frage. Da eine Risikomarge im Fall einer Insolvenz einen potentiellen neuen Kapitalgeber für die Übernahme des Risikos entschädigen soll, kann die Risikomarge direkt aus dem Anhang abgelesen werden.

Insgesamt erhalten wir die ökonomische versicherungstechnische Rückstellung:

$$780 \text{ Mio. Euro} + 20 \text{ Mio. Euro} = 800 \text{ Mio. Euro.}$$

- d) Unter Verwendung der Ergebnisse aus den Teilen a), b) und c) erhalten wir aus der umbewerteten HGB-Bilanz das ökonomische Eigenkapital durch Differenzbildung:

$$\begin{aligned} 988 \text{ Mio. Euro} &+ 32 \text{ Mio. Euro} + 30 \text{ Mio. Euro} - 800 \text{ Mio. Euro} - 50 \text{ Mio. Euro} \\ &= 200 \text{ Mio. Euro.} \end{aligned}$$

- e) Der Value at Risk zum Niveau 99,5% ergibt sich als der sechst schlechteste Wert der Simulation, also 180 Mio. Euro. Folglich hat das Unternehmen 20 Mio. Euro Excess-Kapital.
- f) Der Expected Shortfall zum Niveau 99,0% berechnet sich als Mittelwert der 10 schlechtesten Simulationsergebnisse, also

$$\frac{1}{10}(155+160+165+170+180+220+270+320+380+480) \text{ Mio. Euro} = 250 \text{ Mio. Euro.}$$

Dem Unternehmen fehlen somit 50 Mio. Euro.

Das Unternehmen hat z.B. die folgenden Möglichkeiten, die Unterdeckung zu beseitigen:

- Steigerung des vorhandenen Risikokapitals durch eine Kapitalerhöhung,
- Erhöhung des vorhandenen Risikokapitals durch Aufnahme risikotragfähigen Fremdkapitals (z.B. Nachrangdarlehen oder Genussrechtskapital),
- Reduktion des benötigten Risikokapitals durch Abschluss von Rückversicherungsverträgen,
- Reduktion des benötigten Risikokapitals durch Sicherungsmaßnahmen bei den Kapitalanlagen (z.B. Put-Optionen, ...),
- u.v.m.

Hinweis: Es waren nur zwei Beispiele gefragt.

- g) Die zum aktuellen Sicherheitsniveau gehörige Hurdle Rate h ermittelt sich aus der Gleichung

$$200 \cdot (1 + h) = 250 \cdot 1,1 - 50 \cdot 1,02$$

zu $h = 12\%$.

- h) Bei einem ökonomischen Nettogewinn von $200 \cdot 12\% = 24$ Mio. Euro ergibt sich ein EVA von Null. Auf Grund der Dividendenzahlung von 10 Mio. Euro hätte das ökonomische Eigenkapital zum 31.12.2011 daher höchstens $200 + 10 - 24$ Mio. Euro = 186 Mio. Euro betragen dürfen, damit im Jahr 2012 kein Wert vernichtet worden wäre.



3. Wir entnehmen sämtliche Information über die benötigten Verteilungen der folgenden Tabelle.

$\mathbb{P}(X = x, Y = y, Z = z)$	x	y	z	$x + y$	$x + z$	$y + z$	$x + y + z$
10%	30	10	60	40	90	70	100
10%	20	30	30	50	50	60	80
30%	20	30	10	50	30	40	60
30%	0	30	30	30	30	60	60
20%	60	40	-40	100	20	0	60

- a) Der Value at Risk ergibt sich als die kleinste Stelle, an der die jeweilige Verteilungsfunktion keinen kleineren Wert als 0,6 annimmt. Wir erhalten

$$VaR_{0,6}(X) = 20, \quad VaR_{0,6}(Y) = 30, \quad VaR_{0,6}(Z) = 30, \quad VaR_{0,6}(X + Y) = 50,$$

$$VaR_{0,6}(X + Z) = 30, \quad VaR_{0,6}(Y + Z) = 60, \quad VaR_{0,6}(X + Y + Z) = 60.$$

- b) i) Mit proportionaler Allokation erhalten wir

$$K_p(X) = \frac{20}{80} \cdot 60 = 15, \quad K_p(Y) = \frac{30}{80} \cdot 60 = 22,5 = K_p(Z).$$

- ii) Das diskrete Marginalprinzip liefert

$$K_M(X) = \frac{60 - 60}{40} \cdot 60 = 0,$$

$$K_M(Y) = \frac{60 - 30}{40} \cdot 60 = 45,$$

$$K_M(Z) = \frac{60 - 50}{40} \cdot 60 = 15.$$

- iii) Mit dem Shapley-Algorithmus erhalten wir

$$K_S(X) = \frac{1}{3} \cdot (60 - 60) + \frac{1}{6} \cdot (30 - 30) + \frac{1}{6} \cdot (50 - 30) + \frac{1}{3} \cdot 20 = 10,$$

$$K_S(Y) = \frac{1}{3} \cdot (60 - 30) + \frac{1}{6} \cdot (60 - 30) + \frac{1}{6} \cdot (50 - 20) + \frac{1}{3} \cdot 30 = 30,$$

$$K_S(Z) = \frac{1}{3} \cdot (60 - 50) + \frac{1}{6} \cdot (60 - 30) + \frac{1}{6} \cdot (30 - 20) + \frac{1}{3} \cdot 30 = 20.$$

- c) Wegen $K_M(Y) > VaR_{0,6}(Y)$ führt das diskrete Marginalprinzip zu keiner Zuteilung. Der Shapley-Algorithmus dominiert die proportionale Aufteilung auf der Koalition $\{X, Z\}$, da $K_S(X) < K_p(X)$, $K_S(Z) < K_p(Z)$ und $K_S(X) + K_S(Z) = 30 \geq VaR_{0,6}(X + Z)$ gilt.

4. a) Die „First Line of Defense“ stellen die operativen Geschäftsbereiche dar. Sie tragen die Verantwortung für die Steuerung der eigenen Profitabilität und des eigenen Risikoprofils (hinsichtlich der Einzelrisiken).



DAV

DEUTSCHE
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Dr. Guido Bader, Wolfgang Deichl
Dr. Volker Goersmeyer, Prof. Dr. Jochen Wolf

Die „Second Line of Defense“ besteht aus der unabhängigen Risikokontrollfunktion (nach MaRisk) bzw. der Risikomanagementfunktion (nach Solvency II) sowie dem Aktuariat bzw. der aktuariellen Funktion (nach Solvency II) und der Compliance-Funktion. Sie setzen den Rahmen für das unternehmensweite Risikoprofil und aggregieren und kontrollieren die Risikoübernahme in den operativen Einheiten.

Die „Third Line of Defense“ besteht aus der internen Revision. Sie stellt sicher, dass das Risikomanagement wirksam und angemessen ist sowie unternehmensweit sinnvoll implementiert und angewandt wird.

- b) Die Notwendigkeit zur Definition und Verabschiedung einer Risikostrategie leitet sich derzeit aus den MaRisk her, die wiederum auf § 64a VAG fußen.

Wesentliche Inhalte einer Risikostrategie sind z.B.

- Festlegung bzw. Definition des Risikoappetits,
- Festlegung akzeptabler bzw. inakzeptabler Risiken,
- Zielvorgaben und Schwellenwerte (Ampelsystem) für die Kapitalisierung aus ökonomischer und statutarischer Sicht sowie aus Rating-Sicht,
- akzeptierte Abweichung vom geplanten Jahresergebnis (z.B. IFRS),
- Zielallokation des Risikokapitals auf Risikoklassen,
- Festlegung von Limiten, z.B. für Konzentrationsrisiken,
- u.v.m.

Anmerkung: Es waren nur vier Inhalte gefragt.

- c) Limitsysteme gemäß MaRisk.

- i) Die MaRisk stellen die folgenden zentralen Anforderungen an ein Limitsystem:

- Die Limite müssen in Einklang mit der Risikostrategie stehen und sind aus dem benötigten Risikokapital abzuleiten.
- Die Limite sind auf die wichtigsten steuernden Organisationsbereiche und auf die Risikoarten aufzuteilen.
- Die Limitauslastung ist mit einem quantitativen oder qualitativen Risikocontrolling zu überwachen.
- Es muss eine regelmäßige Berichterstattung über die Risikokennzahlen und die Limiteinhaltung erfolgen.
- Die Limite müssen für die jeweiligen Adressaten interpretierbar und operativ umsetzbar sein.
- Es müssen klare Zuständigkeiten und Verantwortungen für das Limitsystem definiert werden.
- Ein geplanter Geschäftsvorgang, der zur Limitüberschreitung führen würde, muss entweder abgelehnt werden oder durch vorher definierte Reaktionen mit der Risikostrategie in Einklang gebracht werden.

Anmerkung: Es waren nur vier Anforderungen gefragt.

- ii) Die folgenden Beispiele können genannt werden:

- Limite für das Aktienrisiko (als Teil des Marktrisikos): Vorgabe einer Obergrenze für die Aktienquote nach Marktwert.



- Limite für versicherungstechnische Risiken: Vorgabe einer maximalen Jahresprämie, die das Underwriting (z.B. in der Sparte Vermögensschadenhaftpflicht) innerhalb eines Geschäftsjahres zeichnen darf.
- Limite für Kreditrisiken: Vorgabe einer Obergrenze in Euro für festverzinsliche Wertpapiere mit einem Rating von BB oder schlechter.
- Limite für Konzentrationsrisiken: Maximales Exposure in Euro, das gegenüber einem einzelnen Schuldner aufgebaut werden darf.
- u.v.m.

Anmerkung: Es waren nur drei Beispiele gefragt.

- iii) Eine Top-Down Berechnung von benötigtem und vorhandenem Risikokapital ergibt zum Betrachtungszeitpunkt eine „exakte“ Analyse der Risikoposition. Eine solche Berechnung ist jedoch aufwendig und kann nicht in beliebig kleinen Zeitabständen vorgenommen werden. Eine Bottom-Up-Analyse der Limitauslastung ist jederzeit einfach möglich. Allerdings kann bei möglichst konkreten und für die operativen Bereiche interpretierbaren Limitvorgaben nicht explizit auf das benötigte Risikokapital sowie dessen Auslastung zurückgeschlossen werden. Dazu sind praktikable Limitvorgaben für viele Risiken zu wenig „quantitativ“. Zudem ergibt sich die Problematik, dass Limite in der Regel von den operativen Bereichen nie ganz ausgeschöpft werden. Werden die Limite so festgelegt, dass bei Vollausschöpfung der Limite gerade vorhandenes und benötigtes Risikokapital übereinstimmen, so ist damit zu rechnen, dass das Unternehmen auf Grund einer nicht vollständigen Limitauslastung zu viel Risikokapital vorhält (Excess-Kapital). Werden die Limite jedoch so festgelegt, dass eine vollständige Limitauslastung zu einer Unterdeckung des benötigten Risikokapitals führen würde, so kann anhand der Limitauslastung nicht mehr sicher auf Bedeckung des benötigten durch das vorhandene Risikokapital geschlossen werden.

5. a) Die Verteilungsfunktion von X lautet

$$F(x) = \mathbb{P}(X \leq [x]) = \sum_{n=0}^{[x]} (1-p) \cdot p^n = 1 - p^{[x]+1}, \quad x \geq 0.$$

Nun gilt $1 - p^{[x]+1} \geq \alpha$ genau dann, wenn $[x] \geq \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln(p)} - 1$ ist. Mit Hilfe der Definition des Value at Risk schließen wir daraus

$$VaR_{\alpha}(X) = \begin{cases} \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln(p)} - 1, & \text{falls } \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln(p)} \in \mathbb{N}, \\ \left\lceil \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln(p)} \right\rceil, & \text{sonst.} \end{cases}$$



b) Mit der Definition des Tail Value at Risk berechnen wir

$$\begin{aligned} TVaR_\alpha(X) &= \mathbb{E}(X \mid X > VaR_\alpha(X)) \\ &= \frac{1}{\sum_{n=VaR_\alpha(X)+1}^{\infty} (1-p) \cdot p^n} \cdot \sum_{n=VaR_\alpha(X)+1}^{\infty} n \cdot (1-p) \cdot p^n \\ &= \frac{p \cdot (1-p)}{\sum_{n=VaR_\alpha(X)+1}^{\infty} (1-p) \cdot p^n} \sum_{n=VaR_\alpha(X)+1}^{\infty} n \cdot p^{n-1} \\ &= \frac{1}{p^{VaR_\alpha(X)} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} p^n} \left(\sum_{n=VaR_\alpha(X)+1}^{\infty} p^n \right)' \\ &= \frac{1-p}{p^{VaR_\alpha(X)}} \cdot \left(\frac{p^{VaR_\alpha(X)+1}}{1-p} \right)' \\ &= \frac{1-p}{p^{VaR_\alpha(X)}} \cdot \frac{(VaR_\alpha(X)+1) \cdot p^{VaR_\alpha(X)} \cdot (1-p) + p^{VaR_\alpha(X)+1}}{(1-p)^2} \\ &= VaR_\alpha(X) + \frac{1}{1-p}. \end{aligned}$$

c) Mit

$$\lambda_\alpha := \frac{\mathbb{P}(X > VaR_\alpha(X))}{1-\alpha} = \frac{p^{VaR_\alpha(X)+1}}{1-\alpha}$$

folgt

$$\begin{aligned} ES_\alpha(X) &= \lambda_\alpha \cdot TVaR_\alpha(X) + (1-\lambda_\alpha) \cdot VaR_\alpha(X) \\ &= VaR_\alpha(X) + \lambda_\alpha (TVaR_\alpha(X) - VaR_\alpha(X)) \\ &= VaR_\alpha(X) + \frac{p^{VaR_\alpha(X)+1}}{(1-\alpha)(1-p)}. \end{aligned}$$