

## Klausur im Grundwissen Wertorientiertes Risikomanagement

04.05.2012

### Hinweise:

- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt **90**. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens **36** Punkte erreicht werden.

### Aufgabe 1. (20 Punkte) *Erfolgsmessung, Risikokapital und Kapitalallokation.*

Die RORAC-Versicherung AG besteht aus den drei Sparten A, B und C. Zum 31.12.2011 weist die RORAC-Versicherung AG die folgenden Ergebnisse (in Mio. Euro) aus:

	Sparte A	Sparte B	Sparte C
Prämieinnahmen	100	150	200
Provisionen	30	40	60
Verwaltungskosten	10	15	20
Kapitalerträge	10	5	20
Sonstiger Aufwand	5	5	10
Bezahlte Schäden	20	50	50
Zuführung zu den Reserven			
a) nominal	45	40	95
b) diskontiert	25	35	50

- a) (2 Punkte) Berechnen Sie die Nominalergebnisse  $Nom_A$ ,  $Nom_B$  und  $Nom_C$  der drei Sparten des Jahres 2011 sowie das Nominalergebnis  $Nom_{A+B+C}$  der RORAC-Versicherung AG unter Verwendung der nominalen Zuführung zu den Reserven.
- b) (2 Punkte) Berechnen Sie die Nettogewinne  $N_A$ ,  $N_B$  und  $N_C$  der drei Sparten des Jahres 2011 sowie den Nettogewinn  $N_{A+B+C}$  der RORAC-Versicherung AG unter Verwendung der diskontierten Zuführung zu den Reserven.
- c) (2 Punkte) Mit welchem Spread auf die risikofreie Zinsstrukturkurve sollten die nominalen Schadenreserven diskontiert werden, um die diskontierten Schadenreserven zu ermitteln? Begründen Sie Ihre Antwort.

- d) Die RORAC-Versicherung AG hat ein internes Simulationsmodell zur Berechnung des notwendigen Risikokapitals und führt damit 1000 Simulationen durch. Dabei werden die drei Sparten A, B und C einzeln, je zwei Sparten A+B, A+C, B+C gemeinsam und das Unternehmen A+B+C insgesamt betrachtet. Es ergeben sich in den betrachteten Einheiten in den schlechtesten Szenarien die folgenden Werte:

Nr.	x-schlechtestes Ergebnis					
	6.	5.	4.	3.	2.	1.
A+B+C	350	390	430	500	560	650
A+B	160	190	270	300	350	410
A+C	190	220	270	340	370	410
B+C	190	220	270	290	350	420
A	150	180	250	280	300	340
B	50	80	90	110	130	140
C	170	190	240	270	310	320

- i) (2 Punkte) Das Unternehmen verwendet als Risikomaß den Expected Shortfall zum Niveau 99,4%. Berechnen Sie das benötigte Risikokapital  $C_{A+B+C}$  des Gesamtunternehmens sowie die benötigten Risikokapitalien  $C_A$ ,  $C_B$  und  $C_C$  der drei Sparten, wenn diese „Stand alone“ (also ohne Berücksichtigung von Diversifikationseffekten) betrachtet werden.
- ii) (2 Punkte) Es wird unterstellt, dass Risikokapital dem Unternehmen zugeführt und sicher angelegt wird zum risikofreien Zins  $s = 2\%$ . Kapitalerträge auf das Risikokapital sind in den obigen Nettogewinnen nicht enthalten. Als Hurdle Rate gibt der Aktionär einen Wert von  $h = 12\%$  vor. Berechnen Sie den  $\widetilde{RORAC}$  der Sparten A, B und C auf Stand-alone-Basis, d.h. unter der Fiktion, dass die Sparten eigenständig sind. Welche Sparten schaffen bei dieser Betrachtungsweise Wert, welche vernichten Wert?
- iii) (2 Punkte) Berechnen Sie den  $\widetilde{EVA}$  des Gesamtunternehmens sowie den Diversifikationseffekt. Schafft die RORAC-Versicherung AG Wert?
- iv) (4 Punkte) Der Diversifikationseffekt wird nun proportional auf die drei Sparten aufgeteilt. Berechnen Sie unter Verwendung dieser proportionalen Aufteilung das allokierte Risikokapital  $C_{A,prop}$  der Sparte A sowie den  $\widetilde{RORAC}_{A,prop}$ . Schafft Sparte A in dieser Betrachtung Wert? Nennen Sie einen Kritikpunkt an der proportionalen Aufteilung des Diversifikationseffektes.
- v) (4 Punkte) Auf Grund der Kritik allokiert das Unternehmen daraufhin das Risikokapital gemäß dem diskreten Marginalprinzip von Merton / Perold. Berechnen Sie nun das resultierende Risikokapital  $C_{A,M/P}$  der Sparte A sowie den  $\widetilde{RORAC}_{A,M/P}$ . Interpretieren Sie das Ergebnis.

**Aufgabe 2. (19 Punkte)** *Risikomaße.*

- a) (6 Punkte) Die Verlustgröße  $X$  habe die Dichte  $f(x) = 2x^{-3} \cdot 1_{[1,\infty)}(x)$ . Bestimmen Sie Value at Risk und Expected Shortfall von  $X$  zum Niveau 0,95.
- b) Es liegen 1000 simulierte Werte  $y_j, j = 1, \dots, 1000$ , einer Verlustgröße  $Y$  vor.
- i) (3 Punkte) Geben Sie den Value at Risk zu allen Niveaus  $\alpha \in [0, 998; 1)$  an.
  - ii) (2 Punkte) Geben Sie den Expected Shortfall zum Niveau 0,997 an.
- c) (8 Punkte) Die Verlustgröße  $Z$  habe die Verteilungsfunktion

$$F(z) = \begin{cases} 0 & ; z < 0 \\ \frac{z^2}{108} & ; 0 \leq z < 10 \\ 1 - \exp(-0,3z) & ; z \geq 10 \end{cases} .$$

Berechnen Sie Value at Risk, Tail Value at Risk und Expected Shortfall zum Niveau 0,94.

**Aufgabe 3. (21 Punkte)** *Risikoklassifizierung, -bewertung und -bewältigung.*

- a) (3 Punkte) Ein Versicherungsunternehmen hält in seinem Kapitalanlageportfolio verschiedene Unternehmensanleihen (Corporate Bonds). Was versteht man unter dem Spread (auch Credit-Spread genannt) solcher Unternehmensanleihen und was versteht man in diesem Zusammenhang unter dem Spreadrisiko?
- b) (3 Punkte) Grenzen Sie am Beispiel der Unternehmensanleihen das Spreadrisiko (als Bestandteil des Marktrisikos) gegen das Kreditrisiko ab. Welches weitere Risiko außer Spread- und Kreditrisiko beeinflusst den ökonomischen Wert von Unternehmensanleihen?
- c) (3 Punkte) Das Versicherungsunternehmen möchte das mit den Unternehmensanleihen verbundene Kreditrisiko an einen externen Dritten übertragen, ohne die Unternehmensanleihen selbst zu verkaufen. Nennen Sie eine Möglichkeit einer solchen Übertragung des Risikos. Auf wen wird in Ihrem Beispiel das Risiko übertragen und welches neue Risiko entsteht hierdurch?
- d) (3 Punkte) Geben Sie den wesentlichen Unterschied zwischen „systematischen“ und „unternehmensspezifischen“ Risiken an. Handelt es sich beim Spread- bzw. Kreditrisiko von Unternehmensanleihen um ein systematisches Risiko oder um ein unternehmensspezifisches Risiko? Begründen Sie Ihre Antwort.
- e) (2 Punkte) Nennen Sie ein konkretes Beispiel für die Realisation eines operationellen Risikos, das als systematisch einzustufen ist. Geben Sie eine mögliche Maßnahme der Risikobewältigung an.
- f) (2 Punkte) Nennen Sie ein konkretes Beispiel für die Realisation eines operationellen Risikos, das als unternehmensspezifisch einzustufen ist. Geben Sie eine mögliche Maßnahme der Risikobewältigung an.
- g) (5 Punkte) Was versteht man unter dem Reputationsrisiko? Beschreiben Sie zwei qualitative Methoden zur Bewertung von Reputationsrisiken.

**Aufgabe 4. (15 Punkte) Solvency II.**

- a) (3 Punkte) Nennen Sie drei Kernelemente von Säule 1 von Solvency II.
- b) (7 Punkte) Zur Berechnung der Kapitalanforderung für das Aktienkursrisiko für Aktien aus EU- und OECD-Ländern gibt QIS 5 das Szenario eines Einbruchs der Kurse um 30% vor. Das Simpla-VU besitzt nur Aktien aus EU-Ländern und modelliert im internen Modell, das es aus Kostengründen bisher nicht von der Aufsicht hat zertifizieren lassen, die relative jährliche Änderung  $\frac{V_0 - V_1}{V_0}$  mit einer Normalverteilung, wobei  $V_0$  den Wert des Aktienportfolios zu Beginn des Jahres und  $V_1$  den Wert am Ende des Jahres bezeichnet. Das Simpla-VU geht von einer durchschnittlichen jährlichen Aktienrendite von 10% aus. Welche Volatilität muss die Aktienrendite des Simpla-VU besitzen, damit die QIS 5 - Kapitalanforderung genau dem Sicherheitsniveau von Solvency II entspricht?
- Hinweis.* Es gilt  $\Phi(2,5758) = 0,995$ .
- c) (3 Punkte) Nennen Sie 3 Kernelemente des ORSA gemäß der Rahmenrichtlinie von Solvency II.
- d) (2 Punkte) Die tatsächliche Volatilität des Aktienportfolios des Simpla-VU liegt bei 8,3%. Entwerfen Sie dazu eine kurze Stellungnahme für den ORSA-Bericht des Simpla-VU.

**Aufgabe 5. (15 Punkte) Ansätze zur Modellierung des Risikokapitals.**

- a) Es seien  $X \sim LN(\mu, \sigma^2)$  eine lognormalverteilte Zufallsgröße und  $c := \frac{\sqrt{Var(X)}}{\mathbb{E}(X)}$  ihr Variationskoeffizient. Indem Sie ohne Beweis die Beziehungen

- $\mathbb{E}(X) = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)$
- $Var(X) = \exp(2\mu + \sigma^2) (\exp(\sigma^2) - 1)$

verwenden, zeigen Sie:

- i) (2 Punkte)  $\sigma^2 = \ln(c^2 + 1)$
- ii) (2 Punkte)  $\mu = \ln\left(\frac{\mathbb{E}(X)}{\sqrt{c^2 + 1}}\right)$
- iii) (2 Punkte) Für  $\alpha \in (0, 1)$  gilt  $Var_\alpha(X) = f(c) \cdot \mathbb{E}(X)$  mit

$$f(c) = \frac{\exp\left(\Phi^{-1}(\alpha)\sqrt{\ln(c^2 + 1)}\right)}{\sqrt{c^2 + 1}},$$

wobei  $\Phi$  die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung bezeichnet.

- b) In einem Risikokapitalmodell werden die Schäden  $X$  einer Nicht-Leben-Sparte als lognormalverteilt angenommen und die Risikokapitalanforderung für das Prämienrisiko dieser Sparte durch

$$(f(c) - 1) \cdot P(X) \quad (*)$$



DAV

DEUTSCHE  
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Dr. Guido Bader, Wolfgang Deichl  
Dr. Volker Goersmeyer, Prof. Dr. Jochen Wolf

festgelegt. Dabei werden der Variationskoeffizient  $c$  als spartenspezifischer Wert aus einer Branchenstatistik und  $\alpha = 0,995$  fest vorgegeben, während  $P(X)$  als unternehmensindividuelle Prognose der in der kommenden Periode verdienten Prämien angesetzt wird. Verwenden Sie ohne Beweis, dass die Festlegungen  $f(c) > 1$  sicherstellen.

- i) (1 Punkt) Um welche Art des Ansatzes zur Modellierung des Risikokapitals handelt es sich?
- ii) (1 Punkt) Nennen Sie zwei weitere Ansätze zur Modellierung des Risikokapitals.
- iii) (4 Punkte) Erläutern Sie mit Blick auf Teilaufgabe a) iii) die Idee, die der Risikokapitalanforderung (\*) zugrunde liegt.
- iv) (3 Punkte) Nennen Sie ein Argument, weshalb es der Risikokapitalanforderung (\*) an Risikosensitivität mangelt.



## Lösungen

1. a) Die Nominalergebnisse für die drei Sparten A, B und C ergeben sich wie folgt:

$$\begin{aligned}Nom_A &= 100 - 30 - 10 + 10 - 5 - 20 - 45 = 0 \text{ Mio. Euro,} \\Nom_B &= 150 - 40 - 15 + 5 - 5 - 50 - 40 = 5 \text{ Mio. Euro,} \\Nom_C &= 200 - 60 - 20 + 20 - 10 - 50 - 95 = -15 \text{ Mio. Euro.}\end{aligned}$$

Für das Gesamtunternehmen ergibt sich:

$$Nom_{A+B+C} = Nom_A + Nom_B + Nom_C = 0 + 5 - 15 = -10 \text{ Mio. Euro.}$$

- b) Die Nettogewinne für die drei Sparten A, B und C ergeben sich wie folgt:

$$\begin{aligned}N_A &= 100 - 30 - 10 + 10 - 5 - 20 - 25 = 20 \text{ Mio. Euro,} \\N_B &= 150 - 40 - 15 + 5 - 5 - 50 - 35 = 10 \text{ Mio. Euro,} \\N_C &= 200 - 60 - 20 + 20 - 10 - 50 - 50 = 30 \text{ Mio. Euro.}\end{aligned}$$

Für das Gesamtunternehmen ergibt sich:

$$N_{A+B+C} = N_A + N_B + N_C = 20 + 10 + 30 = 60 \text{ Mio. Euro.}$$

- c) Die Verpflichtung gegenüber den Versicherungsnehmern ist eine „sichere Verpflichtung“ - auch wenn sie der Höhe nach schwanken kann. Eine „Ausfallwahrscheinlichkeit“ der Verpflichtung als solche gibt es aber nicht. Daher muss der Best Estimate der Verpflichtung unter Verwendung der risikofreien Zinsstrukturkurve ohne Spread berechnet werden.
- d) Unter Verwendung der Simulationsergebnisse aus der Tabelle sowie der Ergebnisse aus Aufgabenteil b) ergibt sich das Folgende:
- i) Bei Verwendung des Expected Shortfalls zum Niveau 99,4% als Risikomaß ergeben sich die benötigten Risikokapitalien wie folgt:

$$\begin{aligned}C_{A+B+C} &= (350 + 390 + 430 + 500 + 560 + 650)/6 = 480 \text{ Mio. Euro,} \\C_A &= (150 + 180 + 250 + 280 + 300 + 340)/6 = 250 \text{ Mio. Euro,} \\C_B &= (50 + 80 + 90 + 110 + 130 + 140)/6 = 100 \text{ Mio. Euro,} \\C_C &= (170 + 190 + 240 + 270 + 310 + 320)/6 = 250 \text{ Mio. Euro.}\end{aligned}$$

- ii) Für die drei Sparten ergeben sich die folgenden Werte für  $\widetilde{RORAC}$ :

$$\begin{aligned}\widetilde{RORAC}_A &= \frac{N_A}{C_A} + s = \frac{20}{250} + 0,02 = 10\%, \\ \widetilde{RORAC}_B &= \frac{N_B}{C_B} + s = \frac{10}{100} + 0,02 = 12\%, \\ \widetilde{RORAC}_C &= \frac{N_C}{C_C} + s = \frac{30}{250} + 0,02 = 14\%.\end{aligned}$$



Wert wird genau dann geschaffen, wenn  $\widetilde{RORAC}$  die Hurdle Rate von 12% übersteigt. Also vernichtet Sparte A Wert, Sparte C schafft Wert und Sparte B schafft keinen Wert, vernichtet aber auch keinen Wert.

- iii) Als  $\widetilde{EVA}$  für die RORAC-Versicherung AG ergibt sich unter Verwendung von  $k = h - s = 12\% - 2\% = 10\%$ :

$$\widetilde{EVA} = N - k \cdot C_{A+B+C} = 60 - 10\% \cdot 480 = 12 \text{ Mio. Euro.}$$

Das Unternehmen insgesamt schafft also Wert.  
Der Diversifikationseffekt ergibt sich gemäß

$$C_A + C_B + C_C - C_{A+B+C} = 250 + 100 + 250 - 480 = 120 \text{ Mio. Euro.}$$

- iv) Bei proportionaler Aufteilung des Diversifikationseffektes erhält man für Sparte A:

$$\begin{aligned} C_{A,prop} &= C_{A+B+C} \cdot \frac{C_A}{C_A + C_B + C_C} \\ &= 480 \cdot \frac{250}{250 + 100 + 250} = 200 \text{ Mio. Euro.} \\ \widetilde{RORAC}_{A,prop} &= \frac{N_A}{C_{A,prop}} + s = \frac{20}{200} + 0,02 = 12\%. \end{aligned}$$

Bei proportionaler Aufteilung schafft die Sparte A immer noch keinen Wert, vernichtet aber auch keinen Wert mehr.

Die proportionale Aufteilung berücksichtigt keine Interdependenzen zwischen den einzelnen Sparten und weist somit keinerlei Bezug zum Beitrag der einzelnen Sparten zum Diversifikationseffekt auf.

- v) Zunächst werden die benötigten Risikokapitalien ermittelt, wenn man je zwei Sparten zusammen genommen betrachtet:

$$\begin{aligned} C_{A+B} &= (160 + 190 + 270 + 300 + 350 + 410)/6 = 280 \text{ Mio. Euro,} \\ C_{A+C} &= (190 + 220 + 270 + 340 + 370 + 410)/6 = 300 \text{ Mio. Euro,} \\ C_{B+C} &= (190 + 220 + 270 + 290 + 350 + 420)/6 = 290 \text{ Mio. Euro.} \end{aligned}$$

Unter Verwendung des diskreten Marginalprinzips von Merton / Perold ergibt sich für Sparte A:

$$\begin{aligned} C_{A,M/P} &= C_{A+B+C} \cdot \frac{C_{A+B+C} - C_{B+C}}{3 \cdot C_{A+B+C} - C_{A+B} - C_{A+C} - C_{B+C}} \\ &= 480 \cdot \frac{480 - 290}{3 \cdot 480 - 280 - 300 - 290} = 160 \text{ Mio. Euro,} \\ \widetilde{RORAC}_{A,M/P} &= \frac{N_A}{C_{A,M/P}} + s = \frac{20}{160} + 0,02 = 14,5\%. \end{aligned}$$



Verwendet man das diskrete Marginalprinzip von Merton / Perold, so schafft Sparte A Wert. Dies ist darauf zurückzuführen, dass Sparte A einen überdurchschnittlichen Beitrag zur Diversifikation liefert, also mit den Sparten B und C eher schwach korreliert ist.

2. a) Die Verteilungsfunktion von  $X$  lautet  $F(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$ ,  $x \geq 1$ , ihre Inverse

$$F^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}.$$

Wir berechnen

$$VaR_{0,95}(X) = F^{-1}(0,95) = \frac{1}{\sqrt{0,05}} = 4,4721$$

und

$$ES_{0,95}(X) = \frac{1}{1-0,95} \int_{0,95}^1 (1-x)^{-1/2} dx = 20 \cdot [-2\sqrt{1-x}]_{0,95}^1 = 8,9443.$$

- b) i) Aus der Definition des Value at Risk folgt unmittelbar

$$VaR_{\alpha}(Y) = \begin{cases} y_{(1)}; & 0,999 < \alpha < 1 \\ y_{(2)}; & 0,998 < \alpha \leq 0,999 \\ y_{(3)}; & \alpha = 0,998 \end{cases},$$

wobei  $y_{(i)}$  den  $i$ -größten Wert der Simulation angibt.

- ii) Der Expected Shortfall zum Niveau 0,997 ergibt sich als arithmetisches Mittel der drei höchsten Verluste:  $ES_{0,997}(Y) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 y_{(i)}$ .

- c) Wegen  $F(10-) = \lim_{\varepsilon \searrow 0} F(10 - \varepsilon) < 0,94 < F(10)$  erhalten wir  $VaR_{0,94}(Z) = 10$ .  
Wir berechnen

$$\begin{aligned} TailVaR_{0,94}(Z) &= \mathbb{E}(Z \mid Z > VaR_{0,94}(Z)) \\ &= \frac{1}{\mathbb{P}(Z > 10)} \int_{10}^{\infty} z \cdot 0,3 \cdot \exp(-0,3z) dz \\ &= \frac{1}{\exp(-3)} \left( -[z \exp(-0,3z)]_{10}^{\infty} + \int_{10}^{\infty} \exp(-0,3z) dz \right) \\ &= \exp(3) \left( 10 \exp(-3) + \frac{10}{3} \exp(-3) \right) \\ &= \frac{40}{3} = 13,3333 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} ES_{0,94}(Z) &= \frac{\mathbb{P}(Z > 10)}{1-0,94} \cdot TailVaR_{0,94}(Z) + \left( 1 - \frac{\mathbb{P}(Z > 10)}{1-0,94} \right) \cdot VaR_{0,94}(Z) \\ &= \frac{\exp(-3)}{0,06} \cdot \frac{40}{3} + \frac{0,06 - \exp(-3)}{0,06} \cdot 10 = 12,7659. \end{aligned}$$





DAV

DEUTSCHE  
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Dr. Guido Bader, Wolfgang Deichl  
Dr. Volker Goersmeyer, Prof. Dr. Jochen Wolf

3. a) Der Spread einer Unternehmensanleihe ist derjenige Teil der Rendite, der oberhalb des laufzeitkongruenten risikofreien Zinses liegt (Überrendite). Das Spreadrisiko bezeichnet das Risiko eines Wertverlustes der Unternehmensanleihen auf Grund einer Ausweitung der Spreads bei gleichbleibender Bonität.
- b) Während das Spreadrisiko ausschließlich den Marktwertverlust auf Grund von Spreadausweitungen bei gleichbleibender Bonität (z.B. gemessen durch eine Ratingstufe) bezeichnet, versteht man unter dem Kreditrisiko den Wertverlust der Unternehmensanleihen auf Grund einer Verschlechterung der Bonität oder eines (partiellen) Ausfalls. Der Wertverlust einer Unternehmensanleihe kann auch durch den Anstieg des risikofreien Zinses ausgelöst werden. In diesem Fall realisiert sich ein Zinsänderungsrisiko.
- c) Das Versicherungsunternehmen kann einen Credit Default Swap (CDS) kaufen. Gegenparteien von CDS können Banken oder andere institutionelle Anleger sein. Damit verbunden ist das Risiko eines Ausfalls der Gegenpartei und somit wiederum ein Kreditrisiko.
- d) Bei systematischen Risiken ist der Eintritt des Risikos nicht vom Versicherungsunternehmen beeinflussbar, lediglich die Exponierung gegenüber dem Risiko. Bei den unternehmensspezifischen Risiken ist auch der Eintritt des Risikos beeinflussbar. Der Spreadanstieg, die Bonitätsverschlechterung oder der Ausfall von Unternehmensanleihen ist von einzelnen Versicherungsunternehmen i.d.R. nicht beeinflussbar. Daher handelt es sich um ein systematisches Risiko.
- e) Beispiele systematischer operationeller Risiken sind der Anstieg externer krimineller Handlungen (Bombenattentat auf das Geschäftsgebäude) infolge einer politisch instabilen Lage, der Ausfall des Personals infolge einer Grippeepidemie, politische, gesellschaftliche und rechtliche Risiken (gesetzliche Rahmenbedingungen für die PKV, Rechtssprechung der Gerichte bezüglich Ratenzuschlägen, Enteignung einer ausländischen Tochtergesellschaft), etc.
- Als Maßnahmen der Risikobewältigung können der Abschluss einer Versicherung gegen operationelle Risiken (z.B. Betriebsausfall) (Risikotransfer) sowie Risikovermeidungsstrategien wie der Verzicht auf die Sparte der Krankenversicherung oder auf das Engagement in politisch instabilen Ländern genannt werden.
- Bemerkung.* Es war nur ein Beispiel und eine Risikobewältigungsmaßnahme gefragt.
- f) Beispiele unternehmensspezifischer operationeller Risiken sind Verluste infolge von Betrug durch die Mitarbeiter, Fehlentscheidungen des Managements aufgrund unzureichender Information bei inadäquaten Kommunikationsstrukturen, Eingehen von Konzentrationsrisiken auf Grund inadäquater Ablaufprozesse, hohe Prozesskosten wegen Verwendung unklarer Versicherungsbedingungen, die unqualifiziertes Personal freigegeben hat, etc.
- Als Maßnahmen der Risikobewältigung können der Abschluss einer Versicherung gegen operationelle Risiken (Risikotransfer) sowie Qualifizierungsmaßnahmen, Stärkung der internen Kontrollen, Stärkung der Innenrevision, Verbesserung der Kommunikationsstrukturen und der Ablauforganisation (Risikovermeidung) genannt werden.
- Bemerkung.* Es war nur ein Beispiel und eine Risikobewältigungsmaßnahme gefragt.



g) Unter dem Reputationsrisiko versteht man Risiken, die sich aus einer möglichen Beschädigung des Rufes des Unternehmens infolge einer negativen Wahrnehmung in der Öffentlichkeit, z.B. bei Kunden, Geschäftspartnern, Aktionären und Behörden ergeben. Reputationsrisiken werden meist nur qualitativ bewertet. Beispiele qualitativer Methoden sind:

- *Risikomatrizen*: Auf einer Achse wird die (grobe) Eintrittswahrscheinlichkeit festgehalten, auf der zweiten Achse die (grobe) Schadenhöhe. Die Eintrittswahrscheinlichkeit wird z.B. in einer Skala von sehr gering (weniger als alle 20 Jahre) über gering (höchstens alle 5 Jahre) etc. bis zu sehr hoch (alle 1-2 Jahre) eingeordnet. Die Schadenhöhe wird oft als mittlerer und/oder maximaler Schaden in Prozent einer Bezugsgröße wie z.B. Eigenkapital angeführt.
- *Szenarioanalysen* zur Auswirkung von Reputationsrisiken: Szenarioanalysen liefern Aussagen über die Relevanz eines Risikos (z.B. „unbedeutend“ bis „existenzgefährdend“). Die Basis dafür bilden ebenfalls elementare quantitative Elemente wie (grobe) Eintrittswahrscheinlichkeit und (grobe) Schadenhöhe.
- *Risiko-Workshops*: Die „Risk-Owner“ treffen sich zur systematischen Analyse und Darstellung ihrer Risiken, erstellen Check-Listen für die relevanten Risikofaktoren und untersuchen Ursache- und Wirkungszusammenhänge.

*Bemerkung*. Es waren nur zwei Bewertungsmethoden gefragt.

4. a)
- Ermittlung des SCR (Solvency Capital Requirement) mit Hilfe einer modular aufgebauten Standardformel oder eines internen Modells als einjähriger Value at Risk zum Konfidenzniveau 99,5%
  - Bestimmung des MCR (Minimum Capital Requirement) als einjähriger Value at Risk zum Niveau 85%, nach oben und unten begrenzt durch einen prozentualen SCR-Anteil
  - Ermittlung eines marktkonsistenten Wertes der versicherungstechnischen Verbindlichkeiten, der die Abwicklung des Versichertenbestandes oder die Übertragung auf einen sachverständigen Dritten ermöglicht
  - Berechnung des SCR auf Grundlage einer ökonomischen Bilanz
  - Kategorisierung des vorhandenen Risikokapitals in einem Tiers-System

*Bemerkung*: Es waren nur drei Kernelemente gefragt.

b) Der relative Wertverlust  $R$  des Aktienportfolios ist gleich der negativen Rendite, wie die Äquivalenz

$$R = \frac{V_0 - V_1}{V_0} \Leftrightarrow V_1 = V_0 \cdot (1 - R)$$

zeigt. Nach Voraussetzung ist  $R$  normalverteilt mit  $\mathbb{E}(R) = -0,1$ . Entspricht der Kurseinbruch von 30% dem Sicherheitsniveau von Solvency II, das durch den Value at Risk zum Niveau 99,5% gegeben ist, so muss gelten:

$$0,3 = VaR_{0,995}(R) = -0,1 + \sigma \cdot \Phi^{-1}(0,995) = -0,1 + 2,5758 \cdot \sigma.$$



Daraus folgt für die Volatilität der Aktienrendite

$$\sigma = \frac{0,4}{2,5758} = 15,53\%.$$

- c) Kernelemente des ORSA gemäß der Rahmenrichtlinie von Solvency II sind:
- Bewertung des Gesamtsolvabilitätsbedarfs
  - Darstellung der kontinuierlichen Einhaltung der Eigenkapitalanforderungen
  - Offenlegung von Abweichungen des realen Risikoprofils von Modellierung und Annahmen bei der berechneten Solvenzkapitalanforderung
  - Darlegung der verwendeten Methoden und Prozesse zur Risikoidentifikation und Risikobeurteilung
  - Verzahnung mit der Geschäftsstrategie und Einbindung in die Entscheidungsprozesse

*Bemerkung.* Es waren nur 3 Kernelemente gefragt.

- d) Das Simpla-VU könnte folgende Stellungnahme abgeben: „Die tatsächliche Volatilität des Aktienportfolios liegt deutlich unter derjenigen, die den Aktienkursszenarien des Standardmodells zugrundeliegt. Die Anwendung des Standardmodells führt daher zu einer höheren Solvenzkapitalanforderung für das Aktienrisiko, als es der Value at Risk zum Niveau 99,5% erfordert, und stellt somit einen konservativen Ansatz dar.“

5. a) i) Aus den Beziehungen über Erwartungswert und Varianz folgt

$$c^2 = \frac{\text{Var}(X)}{(\mathbb{E}(X))^2} = \frac{\exp(2\mu + \sigma^2)(\exp(\sigma^2) - 1)}{\exp(2\mu + \sigma^2)} = \exp(\sigma^2) - 1.$$

Auflösen nach  $\sigma^2$  ergibt

$$\sigma^2 = \ln(c^2 + 1).$$

- ii) Aus der Darstellung des Erwartungswertes folgern wir mit i)

$$\mu = \ln(\mathbb{E}(X)) - \frac{\sigma^2}{2} = \ln(\mathbb{E}(X)) - \frac{\ln(c^2 + 1)}{2} = \ln\left(\frac{\mathbb{E}(X)}{\sqrt{c^2 + 1}}\right).$$

- iii) Für  $X \sim LN(\mu, \sigma^2)$  gilt

$$\text{VaR}_\alpha(X) = \exp(\mu + \sigma \cdot \Phi^{-1}(\alpha)).$$

Mit i) und ii) erhalten wir

$$\text{VaR}_\alpha(X) = \frac{\mathbb{E}(X)}{\sqrt{c^2 + 1}} \exp\left(\Phi^{-1}(\alpha) \sqrt{\ln(c^2 + 1)}\right) =: f(c) \cdot \mathbb{E}(X).$$

- b) i) Es handelt sich um ein faktorbasiertes Modell, das aus einem analytischen Modell abgeleitet wurde. Beide Antworten gelten daher als richtig.



DAV

DEUTSCHE  
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Dr. Guido Bader, Wolfgang Deichl  
Dr. Volker Goersmeyer, Prof. Dr. Jochen Wolf

- ii) Neben den beiden Antwortmöglichkeiten aus i) gibt es noch szenariobasierte Modelle und Simulationsmodelle.

*Bemerkung.* Es waren zwei Ansätze gefragt, die von dem unter i) genannten Ansatz verschieden sind.

- iii) Der Risikokapitalanforderung liegt die Idee zugrunde, dass die verdienten Prämien  $P(X)$  eine geeignete (konservative) Bemessungsgrundlage darstellen, d.h. unter Vernachlässigung von Kostenanteilen und Gewinnzuschlägen  $\mathbb{E}(X) \approx P(X)$  gilt, und der Value at Risk der Gesamtposition

$$VaR_\alpha(X - P(X)) = VaR_\alpha(X) - P(X) = f(c) \cdot \mathbb{E}(X) - P(X) \approx (f(c) - 1) \cdot P(X)$$

beträgt.

- iv) Zweifel an der Risikosensitivität der Risikokapitalanforderung (\*) könnten sich aus folgenden Argumenten ergeben:

- Kalkuliert ein Unternehmen die Prämien mit höheren Gewinnansätzen, so führt dies wegen  $f(c) > 1$  zu einer höheren Risikokapitalanforderung, obwohl die Gesamtposition  $X - P(X)$  weniger risikobehaftet ist.
- Es ist fraglich, ob der Ansatz des Branchenwertes für den Variationskoeffizienten den Risikogehalt der Sparte im konkreten Unternehmen widerspiegelt. Es könnten andere Diversifikations- und Konzentrationseffekte innerhalb der Sparte vorliegen.

*Bemerkung.* Es war nur ein Argument gefragt.