

## **Prüfung im Oktober 2013 über Krankenversicherungsmathematik (Spezialwissen)**

**Erich Schneider**

Am 26. Oktober 2013 führte die DAV die Prüfung im Spezialgebiet Krankenversicherungsmathematik durch. Alle 22 Teilnehmer haben die Prüfung bestanden.

Die Prüfung bestand aus einer dreistündigen Klausur, in der die vier nachfolgenden Aufgaben zu lösen waren. Die Aufgaben wurden gestellt von A. Gartmann, K.-J. Maiwald, E. Schneider, und C. Zöller. Maximal waren insgesamt 180 Punkte zu erreichen. Zum Bestehen der Klausur waren mindestens 72 Punkte erforderlich.

### **Aufgabe 1 (60 Punkte)**

#### **Überzinszuteilung bei unterschiedlichen Rechnungszinsen**

- a) Stellen Sie die im DAV-Ergebnisbericht zur „Überzinszuteilung in der PKV bei unterschiedlichen Rechnungszinsen“ dargestellten beiden Varianten zur Ermittlung des Zinsüberschusses dar und erläutern Sie den Unterschied.
- b) Stellen Sie für das in demselben Bericht vorgeschlagene Modell 2 (Zinsüberschussproportionale Verteilung) die Formeln für
- den auf die einzelnen Teilbestände entfallenen Anteil am Zinsüberschuss und
  - in Abhängigkeit von den beiden Varianten den Überzinssatz, mit dem die Alterungsrückstellung eines Teilbestandes verzinst wird,
- dar.
- c) Ein Unternehmen hat zwei Teilbestände mit unterschiedlichen Rechnungszinsen. Im Teilbestand 1 beträgt der Rechnungszins 3,0 %, im Teilbestand 2 3,5 %. Die Alterungsrückstellung zum 31.12. des Vorjahres beträgt in beiden Teilbeständen jeweils 1,0 Mio. Euro. Im Geschäftsjahr hat das Unternehmen eine Nettoverzinsung von 3,4 % erzielt.

Berechnen Sie für die beiden Teilbestände auf Basis der beiden Varianten (siehe a)

- die Überzinsen für den Gesamtbestand,
- den auf die beiden Teilbestände entfallenden Anteil an den Überzinsen und
- den Überzinssatz für die beiden Teilbestände.

(Hinweis: Ignorieren Sie bei der Aufgabenstellung die Aufteilung der Überzinsen nach § 12a (3) VAG.)

**Lösung:**

Zu a)

Der Zinsüberschuss  $\ddot{U}$  ergibt sich nach § 12a (1) VAG als 90 % der durchschnittlichen, über die rechnungsmäßige Verzinsung hinausgehenden Kapitalerträge.

Bei Teilbeständen mit unterschiedlichen Rechnungszinsen kann es vorkommen, dass die einheitliche Nettoverzinsung in Teilbeständen über und in anderen Teilbeständen unter dem Rechnungszins liegt. Die beiden Varianten unterscheiden sich darin, ob die negativen Zinsüberschüsse mit den positiven saldiert werden oder nicht.

**Variante a (mit Saldierung)**

$$\ddot{U} = \left[ 0,9 \cdot \sum_{k=1}^n (i_{\text{netto}} - i_k) \cdot V_k \right]^+ = 0,9 \cdot \left[ i_{\text{netto}} \cdot \sum_{k=1}^n V_k - \frac{\sum_{k=1}^n i_k \cdot V_k \cdot \sum_{k=1}^n V_k}{\sum_{k=1}^n V_k} \right]^+ = 0,9 \cdot [i_{\text{netto}} - i_{\text{rech}}^D]^+ \cdot \sum_{k=1}^n V_k$$

mit einem durchschnittlichen Rechnungszins des Gesamtkollektivs aller Versicherten

$$i_{\text{rech}}^D = \frac{\sum_{k=1}^n i_k \cdot V_k}{\sum_{k=1}^n V_k}.$$

**Variante b (ohne Saldierung)**

Teilbestände mit negativen Überzinsen bleiben unberücksichtigt.

$$\ddot{U} = 0,9 \cdot \sum_{k=1}^n [i_{\text{netto}} - i_k]^+ \cdot V_k$$

Zu b)

Der auf den Teilbestand k entfallende Anteil des Zinsüberschusses entspricht dem Anteil, mit dem der Teilbestand k zur Summe aller positiven Zinsüberschüsse beigetragen hat:

$$\ddot{U}_k = \frac{[i_{\text{netto}} - i_k]^+ \cdot V_k}{\sum_{j=1}^n [i_{\text{netto}} - i_j]^+ \cdot V_j} \cdot \ddot{U} \quad \left( \text{mit dem Proportionalitätsfaktor } \frac{[i_{\text{netto}} - i_k]^+ \cdot V_k}{\sum_{j=1}^n [i_{\text{netto}} - i_j]^+ \cdot V_j} \right)$$

Der Überzinssatz, mit dem die Zuschreibung im Teilbestand k ermittelt wird, ergibt sich über

$$i_k^{\ddot{U}} = \frac{\ddot{U}_k}{V_k} = \frac{[i_{\text{netto}} - i_k]^+ \cdot V_k}{\sum_{j=1}^n [i_{\text{netto}} - i_j]^+ \cdot V_j} \cdot \frac{\ddot{U}}{V_k} = [i_{\text{netto}} - i_k]^+ \cdot \frac{\ddot{U}}{\sum_{j=1}^n [i_{\text{netto}} - i_j]^+ \cdot V_j}$$

Wird  $\ddot{U}$  nach Variante a (mit Saldierung) berechnet, ergibt sich hieraus:

$$i_k^{\ddot{U}} = [i_{\text{netto}} - i_k]^+ \cdot \frac{\left[ 0,9 \cdot \sum_{j=1}^n (i_{\text{netto}} - i_j) \cdot V_j \right]^+}{\sum_{j=1}^n [i_{\text{netto}} - i_j]^+ \cdot V_j} = 0,9 \cdot [i_{\text{netto}} - i_k]^+ \cdot \frac{\left[ \sum_{j=1}^n (i_{\text{netto}} - i_j) \cdot V_j \right]^+}{\sum_{j=1}^n [i_{\text{netto}} - i_j]^+ \cdot V_j}$$

Wird  $\ddot{U}$  nach Variante b (ohne Saldierung) berechnet, ergibt sich hieraus:

$$i_k^{\ddot{U}} = [i_{\text{netto}} - i_k]^+ \cdot \frac{0,9 \cdot \sum_{j=1}^n [i_{\text{netto}} - i_j]^+ \cdot V_j}{\sum_{j=1}^n [i_{\text{netto}} - i_j]^+ \cdot V_j} = 0,9 \cdot [i_{\text{netto}} - i_k]^+$$

Zu c)

### Variante a (mit Saldierung)

Der durchschnittliche Rechnungszins beträgt:

$$i_{\text{rech}}^D = \frac{\sum_{k=1}^n i_k \cdot V_k}{\sum_{k=1}^n V_k} = \frac{0,030 \cdot 1.000.000 + 0,035 \cdot 1.000.000}{2.000.000} = 0,0325.$$

Damit betragen die Überzinsen:

$$\begin{aligned} \ddot{U} &= 0,9 \cdot [i_{\text{netto}} - i_{\text{rech}}^D]^+ \cdot \sum_{k=1}^n V_k \\ &= 0,9 \cdot (0,034 - 0,0325) \cdot 2.000.000 \\ &= 0,9 \cdot 0,0015 \cdot 2.000.000 \\ &= 0,9 \cdot 3.000 \\ &= 2.700 \end{aligned}$$

Davon entfällt auf die Teilbestände

$$\begin{aligned} \ddot{U}_k &= \frac{[i_{\text{netto}} - i_k]^+ \cdot V_k}{\sum_{j=1}^n [i_{\text{netto}} - i_j]^+ \cdot V_j} \cdot \ddot{U} \\ &= \frac{[i_{\text{netto}} - i_k]^+ \cdot V_k}{[0,034 - 0,030]^+ \cdot 1.000.000 + [0,034 - 0,035]^+ \cdot 1.000.000} \cdot 2.700 \\ &= [i_{\text{netto}} - i_k]^+ \cdot V_k \cdot \frac{2.700}{4.000} \end{aligned}$$

$$\text{im Teilbestand 1: } = [0,034 - 0,030]^+ \cdot 1.000.000 \cdot \frac{2.700}{4.000} = 4.000 \cdot \frac{2.700}{4.000} = 2.700$$

$$\text{im Teilbestand 2: } = [0,034 - 0,035]^+ \cdot 1.000.000 \cdot \frac{2.700}{4.000} = 0$$

Der Überzinssatz beträgt

$$\begin{aligned}
i_k^{\ddot{U}} &= 0,9 \cdot [i_{netto} - i_k]^+ \cdot \frac{\left[ \sum_{j=1}^n (i_{netto} - i_j) \cdot V_j \right]^+}{\sum_{j=1}^n [i_{netto} - i_j]^+ \cdot V_j} \\
&= 0,9 \cdot [i_{netto} - i_k]^+ \cdot \frac{[(0,034 - 0,030) \cdot 1.000.000 + (0,034 - 0,035) \cdot 1.000.000]^+}{[0,034 - 0,030]^+ \cdot 1.000.000 + [0,034 - 0,035]^+ \cdot 1.000.000} \\
&= 0,9 \cdot [i_{netto} - i_k]^+ \cdot \frac{4.000 - 1.000}{4.000 + 0} \\
&= 0,9 \cdot [i_{netto} - i_k]^+ \cdot 0,75
\end{aligned}$$

im Teilbestand 1:  $0,9 \cdot [0,034 - 0,030]^+ \cdot 0,75 = 0,9 \cdot 0,004 \cdot 0,75 = 0,0027$

im Teilbestand 2:  $0,9 \cdot [0,034 - 0,035]^+ \cdot 0,75 = 0,000$

### Variante b (ohne Saldierung)

Die Überzinsen betragen

$$\begin{aligned}
\ddot{U} &= 0,9 \cdot \sum_{k=1}^n [i_{netto} - i_k]^+ \cdot V_k \\
&= 0,9 \cdot ([0,034 - 0,030]^+ \cdot 1.000.000 + [0,034 - 0,035]^+ \cdot 1.000.000) \\
&= 0,9 \cdot (4.000 + 0) \\
&= 3.600
\end{aligned}$$

Davon entfällt auf die Teilbestände

$$\begin{aligned}
\ddot{U}_k &= \frac{[i_{netto} - i_k]^+ \cdot V_k}{\sum_{j=1}^n [i_{netto} - i_j]^+ \cdot V_j} \cdot \ddot{U} \\
&= [i_{netto} - i_k]^+ \cdot V_k \cdot \frac{3.600}{4.000} \\
\text{im Teilbestand 1:} &= [0,034 - 0,030]^+ \cdot 1.000.000 \cdot \frac{3.600}{4.000} = 4.000 \cdot \frac{3.600}{4.000} = 3.600 \\
\text{im Teilbestand 2:} &= [0,034 - 0,035]^+ \cdot 1.000.000 \cdot \frac{3.600}{4.000} = 0
\end{aligned}$$

Der Überzinssatz beträgt

$$\begin{aligned}
i_k^{\ddot{U}} &= 0,9 \cdot [i_{netto} - i_k]^+ \\
\text{im Teilbestand 1:} &= 0,9 \cdot [0,034 - 0,030]^+ = 0,9 \cdot 0,004 = 0,0036 \\
\text{im Teilbestand 2:} &= 0,9 \cdot [0,034 - 0,035]^+ = 0,9 \cdot 0,000 = 0,0000
\end{aligned}$$

## Aufgabe 2 (40 Punkte)

### Aktuarieller Unternehmenszins

Sie haben im Aktuariat die Aufgabe übernommen, die Berechnung des AUZ zu koordinieren. Anfang April haben Sie für das folgende Geschäftsjahr einen AUZ von 3,6 % ermittelt. In der zweiten Aprilwoche erhalten Sie aus dem Bereich Kapitalanlage die Information, dass stille Lasten im Umfang von rund 0,4 % des gesamten Kapitalanlagebestandes bei der AUZ-Berechnung noch nicht berücksichtigt worden sind. Details sollen noch folgen. Sie berichten dem Verantwortlichen Aktuar. Wie zu erwarten, stellt er Ihnen hierzu einige Fragen:

- a) Hat die Information Auswirkungen auf den errechneten AUZ?
- b) Können bei negativer Auswirkung kurzfristig Gegenmaßnahmen ergriffen werden?
- c) Wieso werden stille Lasten grundsätzlich im AUZ-Verfahren berücksichtigt?
- d) Welche stillen Lasten werden im AUZ-Verfahren berücksichtigt?
- e) Welche wesentlichen Informationen zu den stillen Lasten fehlen noch?
- f) Findet der AUZ Anwendung auf den durchschnittlichen Rechnungszins (gewichtetes Mittel der Rechnungszinsen) oder ist er für jeden Tarif getrennt zu betrachten?
- g) Gibt der AUZ - bis auf Rundungsdifferenzen - die Höhe des zu verwendenden Rechnungszinses ( $\leq 3,5\%$ ) zwangsläufig vor?

Bitte begründen Sie Ihre Antworten!

Zu a)

Stille Lasten wirken sich im AUZ nur aus, wenn sie einer der Anlageklassen Aktien, Immobilien oder übrige sonstige Anlagen zuzuordnen sind und gleichzeitig nicht durch stille Reserven ausgeglichen werden können (negativer Saldo). Die grobe Information, dass 0,4 % des gesamten Kapitalanlagebestandes noch stille Lasten enthalten sollen, ist daher nicht ausreichend, um eine Auswirkung auf den AUZ zu bestimmen.

Wenn sich die stillen Lasten z. B. auf Rentenpapiere beziehen, dann haben sie keine Auswirkungen. Wenn sie sich hingegen auf Aktien, Immobilien oder übrige sonstige Anlagen beziehen, dann reduziert sich der AUZ um rund 0,2 % auf 3,4 %, da in der Basiseinstellung des AUZ-Verfahrens die stillen Lasten zu jeweils 50 % dem Geschäfts- und dem Folgejahr zu gewiesen werden. Der exakte Wert hängt allerdings noch vom Kapitalanlagewachstum ab.

Zu b)

Ja, es können kurzfristig Gegenmaßnahmen getroffen werden. Es kann die Option Aufteilung der stillen Lasten gezogen werden, wenn das Unternehmen bereit ist, entsprechend der Option zu handeln. Wenn die stillen Lasten z. B. im Geschäftsjahr vollständig abgeschrieben werden, belasten sie den AUZ geringer als bei jeder anderen Anrechnung. Allerdings ist diese Option daran gebunden, dass sie auch umgesetzt wird.

Zu c)

Der AUZ bezieht sich im Wesentlichen auf die ordentlichen Erträge. Daher wird die laufende Durchschnittsverzinsung als Referenzgröße verwendet.

Stille Lasten dagegen sind Größen, die eher der Nettoverzinsung zuzuordnen sind. Aber stille Lasten belasten potenziell das Zinsergebnis der Zukunft, während bereits abgeschriebene oder verkaufte Titel das Nettoergebnis der Vergangenheit belasten. Da der AUZ das Zinsergebnis der Zukunft beschreiben soll, sind Einmaleffekte aus der Vergangenheit nicht zu berücksichtigen. Stille Lasten (und in ähnlicher Weise auch stille Reserven) haben Auswirkungen auf das Zinsergebnis der Zukunft und sind daher im AUZ-Verfahren zu berücksichtigen.

Zu d)

Stille Lasten werden nur aus den Anlageklassen Aktien, Immobilien oder übrige sonstige Anlagen berücksichtigt, sofern sie nicht gleichzeitig durch stille Reserven ausgeglichen werden können (negativer Saldo).

Zu e)

Es fehlt die Information, in welchen Anlageklassen stille Lasten und Reserven vorliegen.

Zu f)

Der AUZ stellt einzig und allein auf die Rechnungsgrundlage Zins für alle nach Art der Leben kalkulierten Tarife ab. Im Gegensatz dazu stellen Solvabilitäts-, ALM- und Renditetragfähigkeitsüberlegungen auf die wirtschaftliche Bedeutung des ganzen Unternehmens ab.

So wenig, wie man auf eine Erhöhung der Rechnungsgrundlage Kopfschaden im Tarif X verzichten kann, nur weil in Tarif Y noch hohe Sicherheiten im Kopfschaden vorhanden sind, kann man auf eine Absenkung des Rechnungszinses verzichten. Dies liegt an der Eigenschaft der mit "ausreichenden Sicherheiten" versehenen Rechnungsgrundlage bei der Kalkulation des jeweiligen Tarifes. Der bei einer Kalkulation zu verwendende Rechnungszins kann selbst innerhalb eines "Kalkulationsjahres" je Tarif unterschiedlich sein.

Zu g)

Nein, es kann und ggf. muss auch abgewichen werden.

Der AUZ wird als Synonym für den unternehmensbezogenen Höchstrechnungszins verwendet. Damit gibt dieser Wert, sofern er nicht höher ist als der in der KalV festgelegte Höchstrechnungszins von 3,5 %, den Höchstrechnungszins für das Unternehmen an. Die Festlegung des tatsächlich angewendeten Rechnungszinses innerhalb einer Kalkulationseinheit darf damit zwar nicht höher, kann aber auch niedriger ausfallen als der AUZ. Die Ermittlung eines Höchstrechnungszinses unterscheidet sich daher nicht von der Bestimmung der anderen Rechnungsgrundlagen.

Aus aktuarieller Sicht kann es aber angemessen sein, bei der Kalkulation oder Nachkalkulation eines Tarifes einen etwas niedrigeren Zins zu verwenden. Sofern diese

Absenkung nicht nur im Rundungsbereich liegt, sind die hierfür maßgeblichen Gründe (z. B. längere durchschnittliche Zeiten zwischen den Anpassungsterminen, negative Zinserwartungen) zu dokumentieren.

Die Verwendung eines höheren Rechnungszinses ist dagegen ausgeschlossen. Die Festlegung des Rechnungszinses darf nicht nach freiem Ermessen oder Beliebigkeit erfolgen, sondern muss in enger Abstimmung zwischen dem Verantwortlichen Aktuar und dem Treuhänder entschieden werden.

### Aufgabe 3 (40 Punkte)

#### Nachkalkulation von Unisex-Tarifen

Sie haben zum 21.12.2012 drei Vollversicherungstarife eingeführt. Als Stütztarife fungieren drei hierzu leistungsgleiche Bisextarife. Das in den Technischen Berechnungsgrundlagen hinterlegte Verfahren zur Ermittlung der Auslösenden Faktoren orientiert sich am im Anhang zum DAV Fachgrundsatz „Aktuarielle Hinweise zur (Erst)Kalkulation von Unisex Tarifen in der PKV) hinterlegten Verfahren. Das heißt, bei der Ermittlung des Bedarfsschadens haben Sie die Möglichkeit bzgl. des Geschlechtermixes nicht nur den Modellbestand sondern ggf. auch den tatsächlichen Bestand zu berücksichtigen.

Bei der Ermittlung der Auslösenden Faktoren zu Beginn des Jahres 2014 ergibt sich die Situation in den drei Tarifen wie folgt:

- T1: Der Bestand aus Neugeschäft und Tarifwechslern ist in keinem Altersbereich deutlich ausgeprägt. Leistungen sind nur vereinzelt zu beobachten.
- T2: Im Altersspektrum 30 – 50 ist ein aussagekräftiger Bestand an Männern und Frauen zu beobachten. Dieser rekrutiert sich hauptsächlich aus Neugeschäft. Erste Leistungsauszahlungen sind bereits zu beobachten
- T3: Der Tarif ist ein Ziel für Tarifwechsler gewesen. Neugeschäft gab es dagegen kaum. Das Alterssegment 40-70 ist stark besetzt. Es sind auch erhebliche Leistungsauszahlungen zu beobachten.

Die Auslösenden Faktoren aller drei Tarife sind angesprungen.

- Wie gehen Sie bei der Ermittlung des Auslösenden Faktors vor? Gehen Sie dabei bitte auch auf die in der Anlage zum Fachgrundsatz dargestellte Ermittlung des Bedarfsschadens in Phase 1 ein.
- Was berücksichtigen Sie von den Beobachtungen in den drei Tarifen bei der Nachkalkulation?
- Behalten Sie das in den Technischen Berechnungsgrundlagen hinterlegte Verfahren zur AF-Ermittlung bei? Wenn nicht, wie werden Sie es ändern? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

#### Lösung:

Zu a)

T1:

Der Bestand ist noch zu klein, sodass sich der Bedarfsschaden allein aus der Berücksichtigung des Geschlechtermixes gemäß Modellbestand ( $g_x$ ) und der ggf. modifizierten Rechnungsgrundlagen des Stütztarifes ergibt (gemäß Phase I):

$$BS^I = \sum_{x,y} g_x \cdot (L_x + L_y) \cdot K_x + (1 - g_x) \cdot (L_x + L_y) \cdot K_y$$



T2:

Im Altersspektrum 30 – 50 ist bereits ein aussagekräftiger Bestand vorhanden, sodass in diesem Alterssegment die Geschlechterzusammensetzung des Tarifs T2 ( $\tilde{g}_x$ ) gemäß Phase 1 berücksichtigt werden kann:

$$BS^I = \sum_{x,y \in B} \tilde{g}_x \cdot (L_x + L_y) \cdot K_x + (1 - \tilde{g}_x) \cdot (L_x + L_y) \cdot K_y \\ + \sum_{x,y \notin B} g_x \cdot (L_x + L_y) \cdot K_x + (1 - g_x) \cdot (L_x + L_y) \cdot K_y$$

Mit B alle Alter zwischen 30 und 50

Der Rest ist aus dem Stütztarif bzw. Modellbestand zu verwenden.

T3:

Wie bei T2 kann die Geschlechterzusammensetzung des Tarifs T3 ( $\tilde{g}_x$ ) gemäß Phase I berücksichtigt werden:

$$BS^I = \sum_{x,y \in B} \tilde{g}_x \cdot (L_x + L_y) \cdot K_x + (1 - \tilde{g}_x) \cdot (L_x + L_y) \cdot K_y \\ + \sum_{x,y \notin B} g_x \cdot (L_x + L_y) \cdot K_x + (1 - g_x) \cdot (L_x + L_y) \cdot K_y$$

Mit B alle Alter zwischen 40 und 70

Der Rest ist aus dem Stütztarif bzw. Modellbestand zu verwenden.

Der Auslösende Faktor ergibt sich dann bei allen drei Tarifen über die Ermittlung der Bedarfsgrundkopfschäden für die Jahre 2011 - 2013:

$$G^{Bedarf} = \frac{BS^i}{\sum L_{x/y} \cdot k_{x/y}}$$

und deren Extrapolation auf 2015. Dieser ist dann ins Verhältnis zum rechnermäßigen Unisex Grundkopfschaden zu setzen.

Zu b)

T1:

In der Nachkalkulation werden keine Beobachtungen aus dem Tarif T1 berücksichtigt, da der Bestand noch nicht aussagekräftig ist. D.h. es wird ggf. der Modellbestand aktualisiert und es kommen die aktuellen Beobachtungen des Stütztarifs zur Anwendung.

T2:

Neben der aus dem Tarif abgeleiteten Geschlechterzusammensetzung im Altersbereich 30 – 50 kann ggf. auch die Altersverteilung in diesem Bereich angewendet werden. Die Leistungen sind allerdings noch nicht zu berücksichtigen, da sich der Bestand hauptsächlich aus Neugeschäft rekrutiert und damit die Leistungen noch dem Einfluss der Selektion unterliegen.

T3:

Bei der Nachkalkulation kann man die aus T3 abgeleitete Geschlechterzusammensetzung und ggf. auch die Altersverteilung im Altersbereich 40 – 70 anwenden. Inwieweit auch die in T3 beobachteten Leistungen bereits berücksichtigt werden können, muss der Verantwortliche Aktuar kritisch überprüfen. Da der Bestand sich hauptsächlich aus Tarifwechslern rekrutiert, könnte es sein, dass die Leistungen nur noch eingeschränkt einer Selektionswirkung unterliegen. Dies ist zu prüfen. Außerdem ist auch zu prüfen, wie der Übergang auf die Bedarfsgrundkopfschäden der drei Beobachtungsjahre wirkt. Die Beobachtungswerte des

Tarifs T3 liegen erst für ein Jahr vor; für die zwei vorhergehenden Jahre liegen also nur die Stütztarifbeobachtungen vor. Diese beiden Aspekte sind vor Einrechnung dieser Werte zu beachten.

Zu c)

T1:

Das in den TBG hinterlegte Verfahren bleibt unverändert, da noch kein aussagekräftiges Beobachtungsmaterial vorliegt.

T2:

Die Ermittlung des Bedarfsschadens kann bereits gemäß Phase II erfolgen, da auch die Altersabhängigkeit zumindest im Bereich 30-50 aus dem Tarif T2 abgeleitet werden kann. Somit sollte das AF-Verfahren in den TBG an dieser angepasst werden.

T3:

Gemäß der Überprüfung zu b) kann ggf. zur Ermittlung des Bedarfsschadens auf Phase III übergegangen werden. Dies ist abhängig davon, ob die beobachteten Leistungen der dort vorgenommenen Betrachtung standhalten. Ansonsten kann aber auch hier wie bei T2 sicher in Phase II übergegangen werden.

## Aufgabe 4 (40 Punkte)

### Rechnungszinsabsenkung im inflationsneutralen Bewertungsverfahren

Bearbeiten Sie diese Aufgabe auf Basis der Richtlinie 2009/138/EG vom 25. November 2009 (Solvabilität II) in Verbindung mit den Regelungen des Long Term Guarantee Assessment für die nach Art der Lebensversicherung betriebene Krankenversicherung und den Regelungen des inflationsneutralen Bewertungsverfahrens.

Geben Sie bei allen Formeln jeweils die Bedeutung aller Symbole an.

- a) Zu welchem Zeitpunkt  $N$  ist im Modell eine Rechnungszinsabsenkung möglich?
- b) Geben Sie – bezogen auf eine Periode  $[t, \omega+1[$  – die Formel an für
  - 1) den Zeitwert  $V_t$  der tariflichen HGB-Alterungsrückstellung
  - 2) den Zeitwert  $NDR_t^{-BAP}$  der neudiskontierten tariflichen HGB-Alterungsrückstellung ohne Rechnungszinsabsenkung
  - 3) den Zeitwert  $NDR_t$  der neudiskontierten tariflichen HGB-Alterungsrückstellung (ggf. mit Rechnungszinsabsenkung)
- c) Geben Sie – bezogen auf eine Periode  $[N, \omega+1[$  – die Formel an für
  - 1) den Zeitwert  $ZM_N^{-BAP}$  des Mindestzinsüberschusses ohne Rechnungszinsabsenkung
  - 2) den Zeitwert  $ZÜ_N^{Zins^{-BAP}}$  der HGB- Zinsüberschüsse ohne Rechnungszinsabsenkung
  - 3) den Zeitwert  $ZÜ_N^{Zins}$  der HGB- Zinsüberschüsse (ggf. mit Rechnungszinsabsenkung)
- d) In welchem Fall wird eine Rechnungszinsabsenkung modelliert? Wie werden in diesem Fall die Werte  $NDR_t$  für  $t \leq N$  ermittelt?
- e) Die Frage, ob eine Rechnungszinsabsenkung im Modell auftritt oder nicht, ist vom jeweils betrachteten Szenario abhängig. Man nehme an, dass für das Basisszenario die Antwort auf diese Frage bekannt sei. Für welche unten genannten Verlustszenarien kann daraus **nicht** auf die Beantwortung der Frage, ob im Verlustszenario das Gleiche zutrifft, geschlossen werden? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.

Betrachten Sie dabei die Verlustszenarien für das

- 1) Zinsänderungsrisiko
- 2) Risiko der antizyklischen Prämie (CCP-Risiko)
- 3) versicherungstechnische Risiko Kranken nach Art der LV

### Lösung:

Zu a)

Im inflationsneutralen Bewertungsverfahren ist im Rahmen des Long Term Guarantee Assessment eine Rechnungszinsabsenkung zum Zeitpunkt  $N = 5$  möglich.

Zu b) 1)

$$V_t = \frac{1}{(1+i_t)^t} \sum_{s=t}^{\omega} \frac{Z_s^{\text{HGB}}}{(1+RZ)^{s-t}}$$

wobei

- $\omega$  = Zeitpunkt der letzten bei der Alterungsrückstellung zu berücksichtigenden Zahlung  
 $i_t$  = risikoneutraler jährlicher Zins zur Laufzeit  $t$  Jahre, einschließlich antizyklischer Prämie  
 $RZ$  = Rechnungszins der tariflichen HGB-Alterungsrückstellung  
 $Z_s^{\text{HGB}}$  = erwartete Zahlung (Saldo) im Jahr  $s$  gemäß tariflicher HGB-Alterungsrückstellung

Zu b) 2)

$$\text{NDR}_t^{-\text{BAP}} = \sum_{s=t}^{\omega} \frac{Z_s^{\text{HGB}}}{(1+i_s)^s}$$

Zu b) 3)

$$\text{NDR}_t = \sum_{s=t}^{\omega} \frac{mZ_s^{\text{HGB}}}{(1+i_s)^s}$$

wobei

- $mZ_s^{\text{HGB}}$  = erwartete Zahlung (Saldo) im Jahr  $s$  gemäß tariflicher HGB-Alterungsrückstellung, ggf. unter Berücksichtigung einer Rechnungszinsabsenkung.

Zu c) 1)

$$\text{ZM}_N^{-\text{BAP}} = \frac{1}{(1+i_N)^N} \cdot \left( \sum_{t=N}^{\omega} \frac{Z_t^{\text{HGB}}}{(1+RZ)^{t-N}} - \sum_{t=N}^{\omega} \frac{Z_t^{\text{HGB}}}{(1+RZ+i^{\text{Marge}})^{t-N}} \right)$$

wobei

- $i^{\text{Marge}}$  = Rechnungszinsmarge gemäß §2 KalV (= 0,2% beim Long Term Guarantee Assessment)

Zu c) 2)

$$\text{ZÜ}_N^{\text{Zins}^{-\text{BAP}}} = V_N - \text{NDR}_N^{-\text{BAP}} + R_N^a$$

wobei

- $R_N^a$  = anteilige stille Reserven/Lasten aus Kapitalanlagen zu den versicherungstechnischen Rückstellungen der KV nach Art der LV (ggf. negativ)

Zu c) 3)

$$\text{ZÜ}_N^{\text{Zins}} = V_N - \text{NDR}_N + R_N^a$$

Zu d)

Im Modell wird eine Rechnungszinsabsenkung unterstellt, falls

$$Z\ddot{U}_N^{\text{Zins}^{-\text{BAP}}} < ZM_N^{-\text{BAP}}$$

In diesem Fall setzt man:

$$mZ_t^{\text{HGB}} := Z_t^{\text{HGB}}$$

für  $t < N$   
und

$$Z\ddot{U}_N^{\text{Zins}} := ZM_N^{-\text{BAP}}$$

also

$$NDR_N = V_N + R_N^a - ZM_N^{-\text{BAP}}$$

und

$$NDR_t = \sum_{s=t}^{N-1} \frac{Z_s^{\text{HGB}}}{(1+i_s)^s} + V_N + R_N^a - ZM_N^{-\text{BAP}}$$

für  $t < N$

Zu e)

Dies gilt für die Szenarien 1) und 2).

Bei diesen Szenarien ändern sich die Einflussgrößen für die unter d) genannte Ungleichung gegenüber dem Basisszenario: Bei beiden Szenarien ändern sich die Zinssätze  $i_t$ . Beim Verlustszenario für das Zinsänderungsrisiko werden sich in der Regel auch die stillen Reserven /Lasten  $R_N^a$  ändern.

Bei den Verlustszenarien des versicherungstechnischen Risikos Kranken nach Art der LV bleiben die Einflussgrößen für die unter d) genannte Ungleichung unberührt.