

Prüfung im Oktober 2012 über Krankenversicherungsmathematik (Spezialwissen)

Erich Schneider

Am 20. Oktober 2012 führte die DAV die Prüfung im Spezialgebiet Krankenversicherungsmathematik durch. Von 24 Teilnehmern haben 23 die Prüfung bestanden.

Die Prüfung bestand aus einer dreistündigen Klausur, in der die vier nachfolgenden Aufgaben zu lösen waren. Die Aufgaben wurden gestellt von A. Gartmann, K.-J. Maiwald, E. Schneider, und C. Zöller. Maximal waren insgesamt 60 Punkte zu erreichen. Zum Bestehen der Klausur waren mindestens 24 Punkte erforderlich.

Aufgabe 1 (16 Punkte)

Entwicklung der PKV-Sterbetafel

- a) Der Arbeitskreis PKV Sterbetafel überprüft jährlich die Entwicklung der Sterblichkeit der in der deutschen privaten Krankenversicherung versicherten Personen. Wie misst der Arbeitskreis die Veränderung der Sterblichkeit? Nennen und erläutern Sie die Formel.
- b) Bei der Berechnung der rohen Sterbewahrscheinlichkeiten werden die im Laufe des Kalenderjahres stornierten Personen nicht aus dem Anfangsbestand eliminiert, obwohl man nach deren Ausscheiden aus dem Bestand keine Information über das Überleben der Person hat. Zeigen Sie, dass der Ansatz mit Eliminierung der stornierten Personen aus dem Anfangsbestand im Widerspruch zur üblichen Kalkulation steht und der Ansatz ohne Eliminierung der üblichen Kalkulation entspricht.
- c) Mit welchem Ausgleichsverfahren ermittelt der Arbeitskreis z.B. bei der Herleitung der Sterbetafel PKV-2013 ausgehend von den rohen Sterbewahrscheinlichkeiten der einzelnen Beobachtungsjahre die ausgeglichenen Sterbewahrscheinlichkeiten des letzten Beobachtungsjahres?
- d) Wie erfolgt ausgehend von den ausgeglichenen Werten die Projektion auf die endgültigen Werte der neuen Sterbetafel? Bitte stellen Sie die Vorgehensweise formelmäßig für die Herleitung der Tafel PKV2013 dar und erläutern Sie die verwendeten Variablen.

Lösung:

Zu a)

Der Arbeitskreis misst die Veränderung der Sterblichkeit, indem er die Veränderung des Verhältnisses der Anzahl der tatsächlich Verstorbenen ($T_{x,t}$) eines Kalenderjahres (t) zu den auf Basis der zuletzt gültigen PKV-Sterbetafel (z.B. PKV2012) ermittelten rechnerisch zu erwartenden Anzahl Toten gegenüber dem jeweiligen Vorjahr darstellt:

$$\frac{\sum_x T_{x,t} / \sum_x q_x^{\text{PKV2012}} \cdot L_{x,t}}{\sum_x T_{x,t-1} / \sum_x q_x^{\text{PKV2012}} \cdot L_{x,t-1}}$$

Zu b)

Angenommen: $w_x = S_x / L_x$ und $q_x = T_x / (L_x - S_x)$
 Dann folgt: $L_{x+1} = L_x - S_x - T_x$
 $= L_x - w_x \cdot L_x - q_x \cdot (L_x - w_x \cdot L_x)$
 $= L_x \cdot (1 - w_x) - q_x \cdot L_x \cdot (1 - w_x)$
 $= L_x \cdot (1 - w_x) \cdot (1 - q_x)$

Die beiden Ausscheidegründe Storno (w_x) und Tod (q_x) werden in der Kalkulation jedoch additiv und nicht multiplikativ miteinander verknüpft.

Ist also $w_x = S_x / L_x$ und $q_x = T_x / L_x$
 Dann ist: $L_{x+1} = L_x - S_x - T_x$
 $= L_x - w_x \cdot L_x - q_x \cdot L_x$
 $= L_x \cdot (1 - w_x - q_x)$

Dieser Ansatz entspricht der kalkulatorischen Vorgehensweise.

Zu c)

Die rohen Sterbewahrscheinlichkeiten werden zunächst je Beobachtungsjahr (t) über die Alter nach Whittaker-Henderson ausgeglichen ($q^a(t)$). In einem zweiten Schritt werden die über die Alter ausgeglichenen Werte je Alter über alle Beobachtungsjahre logarithmisch/linear ausgeglichen ($q^{al}(t)$), wodurch sich je Alter die relative Veränderung der Sterblichkeit von einem Beobachtungsjahr zum nächsten ergibt (Trendfaktor t_x , unabhängig von t). Auf die so ermittelten über die Alter und die Jahre ausgeglichenen Werte des letzten Beobachtungsjahres wird ein Abschlag zum Ausgleich des statistischen Schwankungsrisikos vorgenommen ($q^{als}(t)$).

Da die Trendfaktoren in Abhängigkeit vom Alter stark schwanken, werden diese abschnittsweise linear unter der Nebenbedingung ausgeglichen, dass sich die beiden Ausgleichsgeraden genau in dem Trennalter der beiden Abschnitte schneiden (t_x^a).

Zu d)

$$q_x^{\text{PKV2013}} = \min(q_x^{\text{als}}(2010) \cdot (t_x^a)^7; q_x^{\text{PKV2012}})$$

Das letzte Beobachtungsjahr für die Herleitung der Tafel PKV2013 war das Kalenderjahr 2010. Die über die Alter und Jahre ausgeglichenen und mit einem Sicherheitsabschlag versehenen Werte des Jahres 2010 ($q_x^{\text{als}}(2010)$) werden mit den ausgeglichenen Trendfaktoren (t_x^a) um sieben Jahre fortgeschrieben. Im Interesse der Vorsicht werden die Werte der neuen Tafel auf die Werte der Vorläufertafel (PKV2012) gekappt.

Aufgabe 2 (16 Punkte)

Aktuarieller Unternehmenszins

In Ihrem Unternehmen wird die AUZ-Berechnung neu organisiert, sie wird aus dem Bereich Kapitalanlagen Controlling ins Aktuariat verlagert.

Der Verantwortliche Aktuar teilt Ihnen mit, dass Sie - nach erfolgreichem Besuch des Seminars KV-Spezialwissen - diese Aufgabe übernehmen sollen.

Anfang Januar 2012 bitten Sie die Abteilung Kapitalanlage, die erforderlichen Daten für die AUZ-Berechnung in der ersten Aprilwoche bereitzustellen, bereits Anfang März erhalten Sie die Daten.

Da die benötigte Datei des PKV-Verbandes erfahrungsgemäß erst im Laufe der ersten Aprilwoche vorliegt, erfassen Sie die Daten in der sogenannten März-Datei, die die Zeitreihen bis Ende Februar enthält.

Da Ihnen keine Daten für Optionen genannt werden, haben Sie alle Optionen in der AUZ-Berechnung ausgeschaltet, nach kurzer Wartezeit erhalten Sie den AUZ-Wert von 3,65 %. Sie präsentieren das Ergebnis dem Verantwortlichen Aktuar, der Ihnen die folgenden Fragen stellt:

- a) Wieso haben Sie bereits jetzt alle nötigen Daten aus dem Bereich der Kapitalanlage vorliegen, obwohl doch die AUZ Berechnung erst Anfang April möglich ist?
- b) Wie verlässlich ist der jetzt schon errechnete AUZ-Wert?
- c) Nennen Sie die Daten, welche noch einen (relevanten) Einfluss auf den tatsächlichen AUZ Wert haben können und erläutern Sie kurz wodurch sich diese Relevanz ergibt.
- d) Der Verantwortliche Aktuar bittet Sie, zu berücksichtigen, dass ihr Unternehmen seit vielen Jahren ausschließlich in zehnjährige Namenspapiere mit AA-Rating investiert. Er bittet Sie, dies bei der AUZ Berechnung zu berücksichtigen.

Schätzen Sie die Änderung des AUZ Wertes,

- d1) wenn der Datenstand vom 29. Februar unverändert für den ganzen März gilt.
- d2) wenn sich (nur) der Zins für die zehnjährigen Wertpapiere ab dem 1. März handelstäglich um +1 bp (bzw. -1 bp; bp: Ein Basispunkt = 1/100 Prozentpunkt) ändert.
- d3) wenn sich (nur) der Spread um 100 bp ändert. (d. h. der am 31. März beobachtete Spread ist 100bp höher als der Spread im Vormonat.)
- e) Welche Einteilung in Ratingklassen bei Rentenpapieren sieht das AUZ-Verfahren vor?

Verwenden Sie zur Lösung der Aufgabe die folgenden Tabellen:

Rentenpapierklassen mit 10jähriger Restlaufzeit			
Datum	SWAP	Bund	Pfand
01.12.2011	2,74%	2,48%	3,55%
02.12.2011	2,68%	2,36%	3,51%
05.12.2011	2,71%	2,36%	3,52%
06.12.2011	2,71%	2,40%	3,55%
07.12.2011	2,67%	2,32%	3,55%
08.12.2011	2,68%	2,27%	3,51%
09.12.2011	2,64%	2,23%	3,45%
12.12.2011	2,55%	2,23%	3,46%
13.12.2011	2,56%	2,21%	3,44%
14.12.2011	2,47%	2,17%	3,40%
15.12.2011	2,48%	2,07%	3,36%
16.12.2011	2,41%	2,08%	3,33%
19.12.2011	2,44%	2,04%	3,30%
20.12.2011	2,51%	2,07%	3,32%
21.12.2011	2,51%	2,15%	3,35%
22.12.2011	2,49%	2,12%	3,37%
23.12.2011	2,48%	2,08%	3,34%
27.12.2011	2,44%	2,10%	3,32%
28.12.2011	2,40%	2,08%	3,29%
29.12.2011	2,40%	2,04%	3,28%
30.12.2011	2,39%	1,99%	3,22%
02.01.2012	2,43%	2,01%	3,24%
03.01.2012	2,38%	2,07%	3,26%
04.01.2012	2,41%	2,07%	3,22%
05.01.2012	2,40%	2,04%	3,22%
06.01.2012	2,39%	2,02%	3,23%
09.01.2012	2,36%	2,01%	3,23%
10.01.2012	2,36%	2,01%	3,21%
11.01.2012	2,31%	2,01%	3,16%
12.01.2012	2,28%	1,98%	3,15%
13.01.2012	2,22%	1,94%	3,13%
16.01.2012	2,24%	1,90%	3,05%
17.01.2012	2,28%	1,95%	3,06%
18.01.2012	2,28%	1,94%	3,10%
19.01.2012	2,32%	1,93%	3,08%
20.01.2012	2,37%	2,01%	3,14%
23.01.2012	2,41%	2,07%	3,12%
24.01.2012	2,45%	2,15%	3,20%
25.01.2012	2,40%	2,15%	3,24%
26.01.2012	2,35%	2,11%	3,23%
27.01.2012	2,35%	2,05%	3,17%
30.01.2012	2,29%	1,98%	3,13%
31.01.2012	2,25%	1,99%	3,13%
01.02.2012	2,28%	1,98%	3,10%
02.02.2012	2,25%	1,96%	3,10%
03.02.2012	2,35%	1,98%	3,09%
06.02.2012	2,30%	2,02%	3,08%
07.02.2012	2,36%	2,02%	3,11%
08.02.2012	2,41%	2,13%	3,14%
09.02.2012	2,43%	2,13%	3,21%
10.02.2012	2,35%	2,15%	3,21%
13.02.2012	2,34%	2,12%	3,19%
14.02.2012	2,29%	2,10%	3,16%
15.02.2012	2,26%	2,09%	3,11%
16.02.2012	2,32%	1,98%	3,08%
17.02.2012	2,34%	2,06%	3,11%
20.02.2012	2,35%	2,09%	3,17%
21.02.2012	2,37%	2,13%	3,17%
22.02.2012	2,32%	2,09%	3,17%
23.02.2012	2,32%	2,04%	3,16%
24.02.2012	2,30%	2,03%	3,16%
27.02.2012	2,25%	2,02%	3,14%
28.02.2012	2,25%	1,98%	3,11%
29.02.2012	2,26%	1,97%	3,06%
Anzahl:	64	64	64
Mittelwert:	2,40%	2,08%	3,23%
Varianz:	1,66778E-06	1,39355E-06	1,93535E-06
Dezember 2011			
Anzahl:	21	21	21
Mittelwert:	2,54%	2,18%	3,40%
Varianz:	1,39690E-06	1,88533E-06	1,04490E-06
Januar 2012			
Anzahl:	22	22	22
Mittelwert:	2,34%	2,02%	3,17%
Varianz:	4,29459E-07	4,54221E-07	4,01558E-07
Februar 2012			
Anzahl:	21	21	21
Mittelwert:	2,32%	2,05%	3,13%
Varianz:	2,64905E-07	3,93905E-07	1,92619E-07

Spreads für AA geratete Rentenpapiere in bp				
Datum	Beobachte Werte		Gleitendes Mittel	
	einjähriger Spread	zweijähriger Spread	einjähriger Spread	zweijähriger Spread
31.03.2003	25,62	17,81	25,62	0,00
30.04.2003	19,3	18,60	22,46	0,00
30.05.2003	22,52	19,35	22,48	0,00
30.06.2003	18,13	17,40	21,39	0,00
31.07.2003	16,58	15,70	20,43	0,00
29.08.2003	17,69	13,19	19,97	0,00
30.09.2003	18,49	15,30	19,76	0,00
31.10.2003	11,54	13,67	18,73	0,00
28.11.2003	11,03	13,85	17,88	0,00
31.12.2003	12,99	8,81	17,39	0,00
30.01.2004	12,66	12,99	16,96	0,00
27.02.2004	13,81	16,09	16,70	0,00
31.03.2004	11,44	15,53	16,29	0,00
30.04.2004	8,03	16,24	15,70	0,00
31.05.2004	10,99	18,90	15,39	0,17
30.06.2004	7,71	17,55	14,91	0,78
30.07.2004	9,24	17,76	14,57	1,23
31.08.2004	10,32	15,94	14,34	1,48
30.09.2004	7,68	15,46	13,99	1,81
29.10.2004	11,2	16,28	13,85	1,97
30.11.2004	7,82	13,04	13,56	2,13
31.12.2004	9,06	13,65	13,36	2,24
31.01.2005	5,89	11,04	13,03	2,37
28.02.2005	6,72	10,72	12,77	2,43
31.03.2005	7,5	11,30	12,56	2,49
29.04.2005	9,41	11,60	12,44	2,48
31.05.2005	11	10,95	12,38	2,38
30.06.2005	15,4	12,10	12,49	2,18
29.07.2005	11,06	10,88	12,44	2,10
31.08.2005	9,34	8,14	12,34	1,99
30.09.2005	6,42	9,06	12,15	2,01
31.10.2005	3,87	7,35	11,89	2,06
30.11.2005	5,4	7,63	11,69	2,06
30.12.2005	4,03	8,85	11,47	2,14
31.01.2006	2,05	9,25	11,20	2,29
28.02.2006	7,77	11,48	11,10	2,33
31.03.2006	6,1	9,90	10,97	2,37
28.04.2006	8,15	12,22	10,89	2,41
31.05.2006	4,2	13,19	10,72	2,58
30.06.2006	8,09	14,03	10,66	2,66
31.07.2006	7,06	13,79	10,57	2,76
31.08.2006	7,31	15,56	10,49	2,89
29.09.2006	6,92	13,8	10,41	2,99
31.10.2006	9,12	13,68	10,38	3,02
30.11.2006	9,14	13,03	10,35	3,04
29.12.2006	8,59	10,37	10,31	3,01
31.01.2007	10,14	11,95	10,31	2,99
28.02.2007	11,07	10,66	10,33	2,92
30.03.2007	10,1	11,2	10,32	2,88
30.04.2007	10,15	12,64	10,32	2,87
31.05.2007	7,65	12,54	10,26	2,91
29.06.2007	3,82	11,3	10,14	3,00
31.07.2007	8,15	10,79	10,10	2,99
31.08.2007	29,22	14,21	10,46	2,66
28.09.2007	36,04	14,17	10,92	2,21
31.10.2007	28,02	13,08	11,23	1,91
30.11.2007	36,71	28,27	11,67	1,73
31.12.2007	30,96	25,5	12,01	1,60
31.01.2008	39,18	34,98	12,47	1,50
29.02.2008	40,18	30,26	12,93	1,31
31.03.2008	42,53	33,71	13,41	1,15
30.04.2008	29,59	24,74	13,68	1,05
30.05.2008	22,55	22,57	13,82	1,03
30.06.2008	20,54	24,55	13,92	1,08
31.07.2008	30,56	32,93	14,18	1,10
29.08.2008	35,99	31,67	14,51	1,02
30.09.2008	51,58	33,17	15,06	0,73
31.10.2008	69,99	71,03	15,87	0,73
28.11.2008	61,25	56,41	16,53	0,65
31.12.2008	44,95	53,58	16,93	0,77

Spreads für AA geratete Rentenpapiere in bp				
Datum	Beobachte Werte		Gleitendes Mittel	
	einjähriger Spread	zweijähriger Spread	einjähriger Spread	zweijähriger Spread
30.01.2009	72,75	65,76	17,72	0,66
27.02.2009	66,65	54,1	18,40	0,47
31.03.2009	82,95	70,03	19,28	0,29
30.04.2009	86,29	71,82	20,19	0,09
29.05.2009	87,63	78,81	21,09	0,00
30.06.2009	78,45	77,18	21,84	0,00
31.07.2009	72,65	64,52	22,50	0,00
31.08.2009	64,50	61,47	23,04	0,00
30.09.2009	60,55	58,18	23,52	0,00
30.10.2009	49,08	46,50	23,84	0,00
30.11.2009	44,17	51,76	24,09	0,00
31.12.2009	43,60	40,78	24,32	0,00
29.01.2010	41,18	40,14	24,53	0,00
26.02.2010	49,82	51,08	24,83	0,00
31.03.2010	45,85	43,63	25,08	0,00
30.04.2010	42,01	48,56	25,27	0,00
31.05.2010	44,27	57,12	25,49	0,03
30.06.2010	48,26	63,61	25,75	0,20
30.07.2010	50,95	55,7	26,03	0,26
31.08.2010	48,91	55,8	26,29	0,33
30.09.2010	40,71	55,88	26,45	0,49
29.10.2010	41,07	52,33	26,60	0,61
30.11.2010	51,18	55,65	26,87	0,65
31.12.2010	44,97	48,72	27,06	0,68
31.01.2011	45,49	53,23	27,26	0,76
28.02.2011	43,03	48,33	27,42	0,81
31.03.2011	42,13	46,83	27,57	0,85
29.04.2011	39,82	46,35	27,70	0,90
31.05.2011	35,15	46,78	27,77	1,01
30.06.2011	38,87	52,96	27,88	1,14
29.07.2011	26,43	30,87	27,87	1,18
31.08.2011	44,03	51,05	28,03	1,23
30.09.2011	52,41	52,25	28,26	1,22
31.10.2011	17,86	29,66	28,16	1,32
30.11.2011	37,22	46,74	28,25	1,40
30.12.2011	12,92	21,03	28,10	1,46
31.01.2012	19,67	33,84	28,03	1,58
29.02.2012	18,88	30,85	27,94	1,68

Lösung:

Zu a)

Für die Berechnung des AUZ Wertes sind nur die Unternehmensdaten zum 31. Dezember 2011 erforderlich. Diese stehen vor dem 1. April 2012 zur Verfügung. Daher sind keine weiteren Daten des Unternehmens erforderlich.

Zu b)

Die Zeitreihen zur Abbildung des Neuanlagezinses und den Credit Spreads zur Abschätzung des Bonitäts- und Ausfallrisikos sind noch nicht vollständig. Sie stehen frühestens am 1. April zur Verfügung. D. h. der AUZ Wert kann sich bei normalen Verhältnissen nur noch geringfügig ändern. Der AUZ Wert zeigt daher schon mehr als nur eine Tendenz.

Zu c)

Nur noch die Marktdaten (Zeitreihen) können Einfluss auf den AUZ Wert haben.

Für die Bestandsanlage der Rentenpapiere sind die Credit Spreads entscheidend, diese werden aber mittlerweile über fast neun Jahre, also 108 Monate gemittelt, damit fließen Änderungen nur mit einer Gewichtung von 1/108 ein. Damit ist im Bereich des Investment Grades nur mit einer geringfügigen Auswirkung zu rechnen. Insgesamt sind die Auswirkungen aus dem Credit-Spread vernachlässigbar, da extreme Änderungen mit einer Abweichung von rund 100bp sehr selten sind.

Für die Neuanlage der Rentenpapiere sind die Zinsen der SWAP, Bundesrenten und Bundespfandbriefe maßgeblich. Hier gilt als Aufsattpunkt für den Beginn der historischen Simulation das Mittel des letzten Quartals. Einen wesentlichen Einfluss kann diese Änderung nur haben, wenn das Zinsniveau im Dezember 2011 vom Zinsniveau im März 2012 deutlich abweicht. Grob wird hierbei die Abweichung mit rund einem Drittel berücksichtigt.

Einen weiteren Einfluss erhält man durch die Änderung des verwendeten Quantils für die historische Simulation, hier ist der gemittelte zehnjährige SWAP Zinssatz maßgeblich. Ändert sich dieser im Bereich zwischen 2,5 und 5 Prozentpunkten, so ändert sich der Quantilswert je 1 Prozentpunkt um 6 Prozentpunkte. Maximal also $6 \cdot 2,5\% = 15\%$.

Die für die historische Simulation benötigten Quantile reichen mittlerweile über 18 Jahre durch die Hinzunahme des Monats März erhöht sich die Anzahl der beobachteten Werte um rund 23 bei insgesamt rund 4390 Werten, der Einfluss auf das Quantil ist daher sehr beschränkt.

Bei den sonstigen Anlagen dagegen gibt es diese begrenzenden Effekte nicht, hier ist Aufsattpunkt für die historische Simulation der letzte Handelstag im März. Für den Geldmarkt und auch für die sonstigen übrigen Anlagen schlagen die oben genannten Effekte voll durch. Insbesondere wird das Bestandsrisiko unmittelbar aus dem Neuanlagezinsänderungsrisiko abgeleitet. Da aber bei Aktien die Dividenden betrachtet werden und bei Immobilien die Ausschüttungen der Fonds, wird eine gewisse Stabilität erreicht.

Zu d1)

Der konstant gehaltene Spread im März hat eine leicht erhöhende Wirkung, da der aktuelle Spread über dem gemittelten liegt. Diese Änderung ist aber nur sehr geringfügig und kann für die Abschätzung vernachlässigt werden. Damit erhält man als einzige relevante Information noch die Zinsdifferenz zwischen Dezember 2011 und März 2012. Hier auf Basis der Pfandbriefe, da diese für den gesamten Zeitraum höhere Zinssätze ausweisen, als die zwei anderen Rentenklassen Bundesanleihen und SWAP-Sätze. Im Dezember betrug der Durchschnittswert 3,40% am 29. Februar beträgt er 3,06%. Wegen der Mittelung der Werte und dem Abschlag durch die historische Simulation beträgt der Unterschied grob geschätzt $(3,40\% - 3,06\%) / 3$. Da diese nur auf die Neu- und Wiederanlage des Bestandes wirkt, ist eine Abschätzung dieser Größe erforderlich, sie ergibt sich durch das 1% Handelsrisiko, eine 10% Wiederanlage wegen der 10-jährigen Laufzeiten und dem Kapitalanlagewachstum. Hiermit ergibt sich z. B. für 10% Wachstum je Jahr eine Änderung um insgesamt rund $(21\% + 21\%) * 34\text{bp} / 3 = \text{rund } 5\text{bp}$, für ein Wachstum in Höhe von 5% erhält man $(16\% + 16\%) * 34\text{bp} / 3 = \text{rund } 4\text{bp}$ und bei fehlendem Wachstum $(11\% + 11\%) * 34\text{bp} / 3 = \text{rund } 2\text{bp}$.

Zu d2)

Die geringen Zinsänderungen erhöhen bzw. Senken den Aufsatzzpunkt gegenüber der Berechnung in d1) noch um absolut $(23/2) / 3$ bp. Eine Änderung des Sicherheitsniveaus (Quantilwert) von 25% erfolgt nicht, da der Mittelwert immer noch unterhalb des Zinsens von 2,5% liegt.

Zu d3)

Eine Änderung des Spread um 100bp bewirkt durch die Mittelung (108 Monate) eine Änderung von weniger 1 bp im Credit-Spread für das Geschäftsjahr und keine Änderung für den Spread im Folgejahr. Insgesamt wirkt der Spread nur auf den Altbestand und damit auf maximal 89 Prozent der Kapitalanlage (Altbestand). Insgesamt ist die Wirkung damit marginal, da kleiner als 0,5bp $(100\text{bp} / 108\text{bp} / 2 * 89\%)$.

Zu e)

Es gibt 8 Ratingklassen, die sich an den üblichen Ratings orientieren

1. risikoarm
2. AAA
3. AA
4. A
5. BBB
6. BB
7. B und schlechter
8. Ohne Rating

Aufgabe 3 (12 Punkte)

Erstkalkulation von Unisex-Tarifen

- a) Warum dürfte der Ansatz, die Unisex-Kopfschäden auf Grundlage der rechnermäßigen Kopfschäden des Bisex-Stütztarifs zu ermitteln, im Allgemeinen zu fehlerhaften Ergebnissen führen? Konzentrieren Sie sich bei der Betrachtung auf die nach den Vorgaben des Allgemeinen Gleichbehandlungsgesetzes (AGG) verteilten Schwangerschaftskosten.
- b) Gegeben sei der Fall, dass Sie bei der Kalkulation eines leistungsgleichen Unisex-Tarifs nur die rechnermäßigen Kopfschäden Männer und Frauen nach Schwangerschaftsumlage ($K_x^{\text{rech m SK}}, K_y^{\text{rech m SK}}$), die tatsächliche Bestände Männer und Frauen (L_x, L_y) und die Höhe der Schwangerschaftskosten insgesamt (S_y^{SK}) gegeben haben. Wie können Sie hieraus die um die Verteilung der Schwangerschaftskosten bereinigten Bisex Kopfschäden ($K_x^{\text{oSK}}, K_y^{\text{iSK}}$) für den Start der Iteration zur Unisex Kalkulation herleiten?

Lösung:

Zu a)

Im Bisextarif sind die Schwangerschaftskosten entsprechend der dort bestehenden Geschlechteraufteilung bei den tatsächlichen Leistungen wie folgt verteilt:

Bei den Männern:

$$\widehat{S}_x = S_x + \frac{L_x \cdot S_y^{\text{SK}}}{L_x + L_y}$$

Bei den Frauen:

$$\widehat{S}_y = S_y - S_y^{\text{SK}} + \frac{L_y \cdot S_y^{\text{SK}}}{L_x + L_y}$$

Mit:

S_x	=	Gesamtleistungen der x-jährigen Männer
S_y	=	Gesamtleistungen der y-jährigen Frauen (mit Schwangerschaftskosten)
S_y^{SK}	=	Schwangerschaftskosten der y-jährigen Frauen
L_x, L_y	=	Bestand der x-jährigen Männer bzw. y-jährigen Frauen

Diese Geschlechteraufteilung wird in den Unisex-Tarifen abweichen. Die Kalkulation eines Unisex Tarifs allein anhand der Bestandsverteilung in den Bisex Tarifen führt zu niedrigen Beiträgen, da gerade dann junge Frauen bzw. ältere Männer in die Unisex-Tarife wechseln werden. Daher hat die DAV in ihrem Hinweis Papier zur (Erst-)Kalkulation von Unisex-Tarifen dargelegt, dass eine iterative Ermittlung der Rechnungsgrundlagen erforderlich ist. Mit dieser Iteration wird versucht, das zu erwartende Wechselverhalten zu simulieren. Im Ergebnis steht dann in aller Regel aber ein größerer Frauenanteil im Unisex-Tarif als im Bisextarif gerade in den gebärfähigen Altern. Werden einfach die rechnermäßigen Bisexkopfschäden inklusive Umverteilung der Schwangerschaftskosten mit den neu gewonnenen Geschlechterverteilungen gewichtet, so werden die Schwangerschaftskosten

unterschätzt. Denn im Ergebnis führt die Wechselbewegung junger Frauen dazu, dass die Bisex Tarife um Schwangerschaftskosten entlastet und die Unisex mit eben diesen zusätzlichen Schwangerschaftskosten belastet werden. Dementsprechend ist die Änderung in der Geschlechterzusammensetzung zwischen Bisex- und Unisex-Tarif geeignet zu berücksichtigen. Daher sollte man für die Kalkulation der Unisex Varianten z.B. die Bisex Kopfschäden vor Umverteilung der Schwangerschaftskosten verwenden.

Zu b)

Sei:

$K_x^{rech m SK}$ rechnermäßiger Kopfschaden der x-jährigen Männer inklusive umgelegter Schwangerschaftskosten

$K_y^{rech m SK}$ rechnermäßiger Kopfschaden der y-jährigen Frauen inklusive umgelegter Schwangerschaftskosten

L_x, L_y Bestand der x-jährigen Männer, y-jährigen Frauen

S_y^{SK} Schwangerschaftskosten der y-jährigen Frauen

Die Berechnung der rechnermäßigen Kopfschäden auf der Bisex-Kalkulation erfolgt über die Umlage der Schwangerschaftskosten bei den Männern:

$$K_x^{rech m SK} = K_x^{oSK} + \frac{L_y}{L_x + L_y} \cdot \frac{S_y^{SK}}{L_y}$$

Und bei den Frauen:

$$K_y^{rech m SK} = K_y^{iSK} - \frac{S_y^{SK}}{L_y} + \frac{L_y}{L_x + L_y} \cdot \frac{S_y^{SK}}{L_y}$$

Wobei K_x^{oSK} bzw. K_y^{iSK} der rechnermäßige Kopfschaden der x-jährigen Männer bzw. y-jährigen Frauen vor Umlage der Schwangerschaftskosten ist. Dieser Wert ist gemäß Voraussetzung unbekannt, wird aber für die Ermittlung der Unisex Kopfschäden benötigt. Diese Werte kann man durch einfaches Umstellen wie folgt ermitteln:

Für Männer

$$K_x^{oSK} = K_x^{rech m SK} - \frac{L_y}{L_x + L_y} \cdot \frac{S_y^{SK}}{L_y}$$

Für Frauen

$$K_y^{iSK} = K_y^{rech m SK} + \frac{S_y^{SK}}{L_y} - \frac{L_y}{L_x + L_y} \cdot \frac{S_y^{SK}}{L_y}$$

Mit diesen Kopfschäden kann dann die Unisex Iteration gestartet werden.

Aufgabe 4 (16 Punkte)

Künftige Überschussbeteiligung im inflationsneutralen Bewertungsverfahren

Bearbeiten Sie diese Aufgabe auf Basis der Richtlinie 2009/138/EG vom 25. November 2009 (Solvabilität II) in Verbindung mit QIS 6 für die nach Art der Lebensversicherung betriebene Krankenversicherung.

- a) Stellen Sie dar, wie beim inflationsneutralen Bewertungsverfahren der Wert der künftigen Überschussbeteiligung ermittelt wird.

Beschreiben Sie dazu, welche Perioden T dabei betrachtet werden und geben Sie die auf eine Periode T bezogenen Formeln an, für

- 1) den Zeitwert V_T der tariflichen HGB-Rückstellung
- 2) den Zeitwert der neudiskontierten tariflichen HGB-Alterungsrückstellung
- 3) den Zeitwert der Neubewerteten tariflichen HGB-Alterungsrückstellung
- 4) den Zeitwert der HGB-Zinsüberschüsse auf die tarifliche Alterungsrückstellung
- 5) den Zeitwert der HGB-Überschüsse vor Steuern
- 6) den Zeitwert der HGB-Überschüsse
- 7) den Zeitwert der zukünftigen Zins-Überschussbeteiligung nach §12a VAG
- 8) den Zeitwert der zukünftigen Überschussbeteiligung aus Zins und Versicherungstechnik
- 9) die Bestimmungsgleichung für den Zeitwert der Steuern.

Geben Sie ferner die Formel für den Zeitwert der zukünftigen Überschussbeteiligung an.

Geben Sie bei den Formeln jeweils die Bedeutung aller Symbole an.

Sie können unterstellen, dass in keinem Jahr eine Rechnungszinsabsenkung erforderlich ist.

- b) Beschreiben Sie kurz die beiden Vorteile, die mit der Betrachtung einjähriger Perioden verbunden sind.

Lösung:

Zu a)

Der Zeitwert der zukünftigen Überschussbeteiligung wird zunächst getrennt ermittelt für die Perioden $T = [0,1[, [1,2[, [2,3[, [3,4[, [4,5[, [5,\omega+1[$. Dabei bezeichnet 0 den Bilanzstichtag der Solvenzbilanz und ω den Zeitpunkt der letzten bei der Alterungsrückstellung zu berücksichtigenden Zahlung.

Zu 1)

$$V_T = V_{t_1} - V_{t_2}$$

wobei

$$T = [t_1, t_2[\subset [0, \omega + 1[$$

$$V_t = \frac{1}{(1 + i_t)^t} \sum_{s=t}^{\omega} \frac{Z_s^{\text{HGB}}}{(1 + \text{RZ})^{s-t}}$$

i_t = risikoneutraler jährlicher Zins zur Laufzeit t Jahre,
einschließlich antizyklischer Prämie

RZ = Rechnungszins der tariflichen HGB-Alterungsrückstellung

Z_t^{HGB} = erwartete Zahlung (Saldo) im Jahr t gemäß tariflicher HGB-Alterungsrückstellung

Zu 2)

$$\text{NDR}_T = \sum_{t \in T} \frac{Z_t^{\text{HGB}}}{(1 + i_t)^t}$$

Zu 3)

$$\text{NBR}_T = \text{NDR}_T - \sum_{t \in T} \frac{Z_t^{\text{vÜ}}}{(1 + i_t)^t} = \sum_{t \in T} \frac{Z_t^{\text{HGB}} - Z_t^{\text{vÜ}}}{(1 + i_t)^t}$$

wobei

$Z_t^{\text{vÜ}}$ = der für das Jahr t erwartete versicherungstechnische Überschuss.

Zu 4)

$$Z\ddot{U}_T^{\text{Zins}} = V_T - \text{NDR}_T + R_T^a$$

wobei

R_T^a = anteilige stille Reserven/Lasten aus Kapitalanlagen zu den versicherungstechnischen Rückstellungen der KV nach Art der LV

Zu 5)

$$Z\ddot{U}_T^{\text{vSt}} = V_T - \text{NBR}_T + R_T + R_T^{\text{so}}$$

wobei

R_T = stille Reserven/Lasten aus Kapitalanlagen (also ggf. negativ)
zu der KV nach Art der LV

R_T^{so} = sonstige stille Reserven/Lasten aus Positionen zur der KV nach Art der LV.

Zu 6)

$$Z\ddot{U}_T = Z\ddot{U}_T^{\text{vSt}} - S_T$$

wobei

S_T = Zeitwert der Steuern bzgl. der KV nach Art der LV

Zu 7)

$$Z\ddot{U}_T^{\text{Zins}} = \max (BS^{\text{Zins}} \cdot Z\ddot{U}_T^{\text{Zins}} ; 0)$$

wobei

BS^{Zins} = Zinsüberschussbeteiligungssatz des §12a VAG,
entsprechend der mittleren Erwartung und ggf. nach Tarifen differenziert,
z.B. weil §12a VAG nicht für jede nach Art der Lebensversicherung betriebene
Krankenversicherung gilt.

Zu 8)

$$ZÜB_T^{Zins+Vt} = \max (ZÜB_T^{Zins} ; BS_T \cdot ZÜ_T)$$

wobei

BS_T = Überschussbeteiligungssatz der Periode T entsprechend der mittleren Erwartung

Zu 9)

$$S_T = ES \cdot \max\{ 0; ZÜ_T^{vSt} - ZÜB_T^{Zins+Vt} \}$$

wobei

ES = Ertragssteuersatz

Der Zeitwert der künftigen Überschussbeteiligung ist

$$ZÜB = \sum_T ZÜB_T^{Zins+Vt} + RfB_{ungeb}$$

wobei

RfB_{ungeb} = ungebundene Rückstellung für Beitragsrückerstattung

Zu b)

Die Vorschriften zur Überschussbeteiligung beziehen sich jeweils auf ein Jahr. Durch die Betrachtung einjähriger Perioden werden Saldierungen mit Verlusten anderer Jahre vermieden, die in den Vorschriften nicht vorgesehen sind. Außerdem können dadurch unterschiedliche Überschussbeteiligungssätze verschiedener Jahre genau berücksichtigt werden.