

DEUTSCHE AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Mathematik der Lebensversicherung (Spezialwissen)

Klausur vom 18.10.2014

Die Klausur besteht aus 4 Aufgaben, die mit insgesamt 180 Punkten bewertet werden. Um diese maximale Punktzahl erreichen zu können, müssen alle Aufgaben bearbeitet werden. Zum Bestehen der Klausur sind mindestens 72 Punkte erforderlich.

Bitte bearbeiten Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.

Zugelassenes Hilfsmittel: Taschenrechner, Daten zu Aufgabe 3

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Aufgabe 1 Besteuerung (16 Punkte)

Frau Helene Fischer (30 Jahre alt) kauft in der dritten Schicht ein fondsgebundenes aufgeschobenes Rentenversicherungsprodukt gegen laufende Beiträge. Die Laufzeit des Produktes beträgt 35 Jahre. Frau Fischer bezahlt jährlich einen Beitrag von 2.000 EUR.

- a) Bis zum Alter 65 ist das Guthaben in ihrer Rentenversicherungspolice auf 150.000 EUR angestiegen. Wie viel Steuern muss Frau Fischer bezahlen und wie hoch ist die Ablaufleistung nach Steuern, wenn Frau Fischer im Alter 65 aus diesem Produkt eine Einmalleistung in Anspruch nimmt (nicht verrentet) und ihr Grenzsteuersatz 40% beträgt?
- b) Frau Fischer entscheidet sich nun doch, im Alter 65 eine Rentenleistung in Anspruch zu nehmen und sich das Guthaben nicht als Einmalleistung auszahlen zu lassen. Wie hoch ist die monatliche Rente vor Steuern, wenn der Rentenfaktor für eine monatliche Rente 50 EUR pro 10.000 EUR Guthaben beträgt? Wie hoch ist die monatliche Rente nach Steuern, wenn der Ertragsanteil 18% beträgt und der Grenzsteuersatz von Frau Fischer 40% beträgt?
- c) Im Alter von 60 Jahren hatte Frau Fischer kurz überlegt, ihre Rentenversicherungspolice zu stornieren und mit ihrem bis dahin angesparten Guthaben eine Weltreise mit Florian Silbereisen zu machen. Ihr Fondsguthaben im Alter 60 war 130.000 EUR. Wie viel Steuern hätte Frau Fischer in diesem Fall bezahlt und wie hoch wäre der Rückkaufswert nach Steuern?

Aufgabe 2 Produktentwicklung eines fondsgebundenen Garantieproduktes (44 Punkte)

Sie sind Produktentwickler bei einem deutschen Lebensversicherer und sollen drei alternative Produktkonzepte hinsichtlich ihrer Vor- und Nachteile bewerten. Die zur Auswahl stehenden Produktkonzepte sind

- i. ein statisches Hybridprodukt mit Bruttobeitragsgarantie,
 - ii. ein fondsgebundenes Produkt mit einem CPPI-Höchststandsgarantiefonds und
 - iii. ein dynamisches Hybridprodukt mit Bruttobeitragsgarantie.
- a) Erläutern Sie **kurz** (ggf. unterstützend durch eine Grafik) die grundsätzliche Funktionsweise von statischen Hybridprodukten.
 - b) Erläutern Sie **kurz** (ggf. unterstützend durch eine Grafik) die grundsätzliche Funktionsweise von CPPI-Höchststandsgarantiefonds. Gehen Sie dabei auf die zwei Fragen ein,
 - was die Fonds garantierten und
 - wie diese Garantie innerhalb des Fonds dargestellt wird.
 - c) Erläutern Sie **kurz** (ggf. unterstützend durch eine Grafik) die grundsätzliche Funktionsweise von dynamischen Hybridprodukten.

Für unterschiedliche Personen aus dem Vorstand Ihres Hauses sollen Sie die drei Produktkonzepte nun „bewerten“.

- d) Der Kapitalanleger ist interessiert an der Frage, wie stark die drei unterschiedlichen Konzepte in Zukunft in das konventionelle Sicherungsvermögen investieren und wie hoch die Prognosesicherheit für dieses zukünftige Investitionsvolumen ist. Nehmen Sie dazu kurz für die drei Konzepte Stellung.
- e) Ihr Vertriebsvorstand möchte wissen, bei welchem Produkt Sie das größte Renditepotenzial sehen. Er möchte ein Produkt, das dauerhaft eine Chance hat, zu einem signifikanten Anteil in Aktien zu investieren. Wie beurteilen Sie das Potenzial für hohe Aktieninvestments dieser drei Produkte?

Aufgabe 3 Produktkonzept zur BU-Versicherung (60 Punkte)

Sie arbeiten im Konzernaktuariat der Antemorta Versicherung und haben ein Produktkonzept zur BU-Versicherung zur Prüfung erhalten. Geplant ist eine Sonderaktion für junge Akademiker über eine fünfjährige BU-Rente zum Fixpreis von 0,01 Euro pro Euro Rente. Sie sind aufgefordert, dem Vorstand zu empfehlen, in welchem Erstversicherer der Gruppe die Aktion gefahren werden soll.

Bei dem Direktversicherer FixLife der Gruppe werden BU-Fälle erfahrungsgemäß sehr schnell anerkannt. Dafür arbeiten die Leistungsprüfer jedoch im Anschluss sehr aktiv: Durch eine enge Begleitung der Versicherten können viele berufsunfähige Versicherte wieder in die Arbeitswelt integriert werden. Das Konzept führt dazu, dass die FixLife sehr hohe Reaktivierungswahrscheinlichkeiten aufweist, gegenüber der DAV1997I jedoch höhere Invalidisierungswahrscheinlichkeiten zeigt.

Im Vollsortimenter CompleteLife ist die Risikoprüfung strikt, und wenige Anträge kommen ohne Erschwernis-Zuschläge oder Ausschlussklauseln in den Bestand. Im konzernweiten Austausch haben die dortigen Tarifentwickler bereits festgestellt, dass die Invalidensterblichkeiten recht hoch sind und man im Bestand kaum Reaktivierungswahrscheinlichkeiten feststellt.

Sie haben den Auftrag, im Sinne der Kundenzufriedenheits- und Ertragsstrategie des Konzerns eines der Konzepte für die Vermarktung dem Vorstand zu empfehlen.

- a) Für welchen der Versicherer entscheiden Sie sich und warum? Betrachten Sie dazu zunächst den Invalidenrentenbarwert 2. Ordnung für die fünfjährige BU-Rente für eine 30jährige versicherte Person. Zum indikativen Vergleich der Anwartschaft 2. Ordnung gehen Sie von nur einem Jahr Risikodauer für die 30jährige versicherte Person aus. Bitte vereinfachen Sie die Berechnung der Anwartschaft durch Ansatz einer Sterbewahrscheinlichkeit von 0 für Aktive und den Verzicht auf Unterjährigkeitsaspekte und Mittelwertbildung gemäß Formel (*)

$$(*) a_{x,n,1}^{ai} = i_x * a_{x,x,n}^i$$

- b) Ändert sich Ihre Entscheidung, wenn die FixLife durch eine gezielte Kundenaktion sicherstellen kann, die Invalideneintrittswahrscheinlichkeit 2. Ordnung auf dem Niveau der DAV 1997I zu halten?
- c) Wie viele Ihre Entscheidung aus, wenn an den Rechnungsgrundlagen nichts verändert werden könnte, die CompleteLife allerdings 6 Monatsrenten Starthilfe und weitere 12 Monatsrenten Wiedereingliederungshilfe nach Ablauf der Zeitrente zahlen würde? Bleibt die Entscheidung auch in der Konstellation aus (b) unverändert?

Aufgabe 4 Kalkulation laufender Einmalbeiträge mit *Upside Option* (60 Punkte)

Sie arbeiten als Aktuar bei einem deutschen Lebensversicherer. Ihr Unternehmen bietet neben den üblichen Versicherungen gegen laufenden Beitrag und gegen Einmalbeitrag auch Versicherungen mit stufenweisem Aufbau der Versicherungsleistung gegen laufende Beiträge in variabler Höhe (sog. Bausteintarife, nachfolgend auch als Versicherungen gegen laufende Einmalbeiträge bezeichnet) an. Diese wurden bisher vor allem in der betrieblichen Altersversorgung eingesetzt. Kalkulatorisch und versicherungstechnisch entstehen sie aus der Bündelung unabhängig voneinander kalkulierter technischer Einmalbeitragsschichten mit identischem Enddatum und jeweils um 1 Jahr verschobenem Beginndatum.

Sie prüfen nun, ob sich diese Tarife und ihre Besonderheiten auch für einen breiteren Einsatz in der Altersvorsorge allgemein eignen, und vergleichen sie deshalb systematisch mit den üblichen Versicherungen gegen laufenden Beitrag und gegen Einmalbeitrag. Außerdem analysieren und bewerten Sie in diesem Zusammenhang eine konkrete Idee hierzu aus dem Produktmanagement.

Bitte bearbeiten Sie hierzu die folgenden Fragen und Themenkomplexe:

- a) Beschreiben Sie kurz die im Seminar erarbeiteten wesentlichen Eigenschaften und Unterschiede der drei genannten Formen der Beitragskalkulation im Hinblick auf Leistungsfinanzierung, Verhalten bei Beitragsfreistellung und Wahl der Rechnungsgrundlagen.
- b) Erläutern Sie kurz die *Zillmerung* einmaliger Abschlusskosten bei Versicherungen gegen laufenden Beitrag; gehen Sie dabei bitte sowohl auf die Passiv- als auch auf die Aktivseite der Bilanz ein.
- c) Wie unterscheidet sich die Kalkulation und Verrechnung der Abschlusskosten bei Einmalbeitragstarifen von der Zillmerung bei Versicherungen gegen laufenden Beitrag? Was ergibt die Übernahme dieser Einmalbeitragskalkulation in die einzelnen technischen Einmalbeitragsschichten für die Abschlusskostenkalkulation von Tarifen gegen laufenden Einmalbeitrag?
- d) Was bedeutet dies für die kongruente Gestaltung der Abschlussprovision für Versicherungen gegen laufenden Einmalbeitrag?

Um die Zinsgarantie im aktuellen Niedrigzinsumfeld für die Kunden attraktiver zu gestalten, hat das *Produktmanagement* ein Produkt *Garantiezins plus Upside* vorgeschlagen, bei dem der Rechnungszins eines Vertrages, der zu Beginn dem aktuellen Höchstrechnungszins ent-

spricht, zukünftig bei jeder Erhöhung des Höchstrechnungszinses auf den neuen Höchstrechnungszins angepasst wird, sofern dieser höher liegt als der Startwert von 1,25%.

Mit ihren Kollegen aus der *Produkttechnik* haben Sie bereits vereinbart, dass sich laufende Einmalbeiträge insofern besonders hierfür eignen, als jede neue Einmalbeitragschicht dann einfach unabhängig von den anderen Vertragsschichten mit dem dann gültigen (neu höheren) Höchstrechnungszins kalkuliert werden kann, sofern dieser höher liegt als der Startwert von 1,25%.

Die Kollegen aus dem *Risikomanagement* haben Sie aufgefordert, als Voraussetzung für die *Produktfreigabe* den Wert dieser so umgesetzten *Upside* Option auf Anpassungen des Rechnungszinses nach oben grob und pauschal zu quantifizieren. Sie haben sich entschieden, bei der Wertermittlung zunächst nur den garantierten Teil der Versicherung zu betrachten (also die Überschussbeteiligung zunächst außer Acht zu lassen) und den Wert dieser Option am Beispiel einer zwanzigjährigen Vertragslaufzeit für jeden einzelnen laufenden Einmalbeitrag an Hand der Preise geeigneter *Payer Swaptions* zu ermitteln, deren Nominal dem einzelnen laufenden Einmalbeitrag entspricht, deren Strike und Festzins dem anfänglichen Rechnungszins von 1,25% entspricht und deren variabler Zins dem 12-Monats-Euribor entspricht. Als pragmatisch gewählte grobe Näherung für die Größenordnung des jeweiligen Höchstrechnungszinses verwenden Sie den einjährigen Swapsatz.

Ihnen ist bewusst, dass bei dieser Näherung Zinseszins-Effekte vernachlässigt werden. Da Sie gleichzeitig das Nominal der Payer Swaptions in Höhe der gezahlten laufenden Einmalprämie (nicht in Höhe der kleineren Sparprämie!) ansetzen, und dies auch noch für jeden Vertrag (also Abgänge durch Tod, Storno, ... vernachlässigen), haben Sie gleich zwei gegenläufige Effekte im Modell und nehmen die resultierende Ungenauigkeit insgesamt in Kauf, da vom Risikomanagement ja nur eine grobe Schätzung gefragt ist.

Das *Asset Management* hat Ihnen die nachfolgende Tabelle mit Preisen ${}_{s|}P_t^{\rho}$ für den Nominalwert 100 von *Payer Swaptions* mit Strike $\rho=1,25\%$, Aufschubzeit s und Laufzeit t zur Verfügung gestellt:

s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
${}_{s }P_t^{\rho}$	10,70	12,13	13,25	14,04	14,96	15,18	14,89	14,30	13,43	12,44

s	11	12	13	14	15	16	17	18	19
t	9	8	7	6	5	4	3	2	1
${}_{s }P_t^{\rho}$	11,33	10,10	8,85	7,51	6,10	4,91	3,70	2,47	1,18

Ihr Kollege aus dem *Asset Management* erläutert Ihnen noch, dass das gerundete arithmetische *Mittel* der Optionspreise 10 beträgt und dass die Optionspreise auch das *Risiko* der Bank berücksichtigen: So setze sich z.B. der Preis von 12,44 Euro für den Fall $s=t=10$ zusammen aus einem Barwert von 9,45 Euro an erwarteten Zahlungen (im Saldo!) und 2,99 Euro für das Risiko aus der Zinsvolatilität.

- e) Beschreiben Sie das Auszahlungsprofil der vom Versicherer gekauften Payer Swaptions.
- f) Wie sollen die Zahlungen aus der Payer Swaption in der Versicherungstechnik zusammenwirken mit den laufenden Einmalbeiträgen? Bitte erläutern Sie dies verbal (Formeln sind nicht gefragt!). Hinweis: Mit einem zusätzlichen Par Swap kann das Unternehmen

einen variablen Zins, den es empfängt, tauschen gegen einen Festzins, den es empfängt.

- g) Sie betrachten zunächst nur den garantierten Teil der Versicherung, vernachlässigen also die Überschussbeteiligung. Welcher Preis ergibt sich dann im Mittel für die Erhöhungsoption? Welche durchschnittliche pauschale Beitragserhöhung würden Sie pragmatisch mindestens ansetzen? Zwei Sätze reichen als Antwort; Formeln sind nicht gefragt!
- h) Ziehen Sie jetzt die Überschussbeteiligung mit in Ihre Betrachtung ein: Wie verändert sich dann der gesuchte Preis für die *Upside* Option? In welcher Größenordnung liegt der Preis?

DAV 1997 I

ALLE ANGABEN SIND RECHNUNGSGRUNDLAGEN 1. ORDNUNG!

DAV 1997 I

i

1,75%

v

0,98280098

DAV 1997 RI

DAV 1997 TI

Angaben ‰	i_x		
30	2,2807	$a_{30,30,5}^i$	4,0112
31	2,2807	$a_{31,31,4}^i$	3,4066
32	2,2807	$a_{32,32,3}^i$	2,7050
33	2,2807	$a_{33,33,2}^i$	1,8974
34	2,2807	$a_{34,34,1}^i$	1,0000
35	2,3012		
36	2,4604		
37	2,6587		
38	2,8520		
39	3,0383		

Angaben ‰	q_{1x}^i	q_{2x}^i	q_{3x}^i	q_{4x}^i	q_{5x}^i	q_{6x}^i
30	14,6930	12,6133	10,4944	8,3489	6,1390	3,8612
31	15,8606	13,6080	11,3232	9,0195	6,6619	4,2427
32	17,0002	14,5873	12,1394	9,6789	7,1771	4,6256
33	18,1216	15,5610	12,9493	10,3313	7,6846	5,0099
34	19,2339	16,5326	13,7578	10,9795	8,1858	5,3949
35	20,3252	17,4916	14,5544	11,6179	8,6828	5,7827
36	21,3815	18,4233	15,3307	12,2409	9,1735	6,1740
37	22,3916	19,3172	16,0755	12,8429	9,6586	6,5709
38	23,3842	20,1943	16,8035	13,4309	10,1395	6,9699
39	24,3712	21,0637	17,5224	14,0084	10,6162	7,3696

Angaben ‰	r_{1x}^i	r_{2x}^i	r_{3x}^i	r_{4x}^i	r_{5x}^i	r_{6x}^i
30	67,6015	76,1600	126,5228	133,3507	132,3049	74,5450
31	68,6773	74,5933	119,0544	123,7097	121,7207	67,3084
32	69,1084	72,7614	111,8328	114,2726	111,6376	60,5751
33	68,8194	70,3725	104,5745	104,6717	101,8864	54,2021
34	68,0367	67,3622	96,7776	94,5683	92,2128	48,0508
35	66,8848	63,9894	88,8291	84,5084	82,8492	42,2593
36	65,4881	60,5139	81,1165	75,0380	74,0262	36,9641
37	63,9710	57,1962	74,0262	66,7032	65,9763	32,3020
38	61,9181	54,0104	67,4914	59,2885	58,5215	28,0888
39	59,0458	50,7824	61,2156	52,3008	51,4182	24,1278

FixLife

ALLE ANGABEN SIND RECHNUNGSGRUNDLAGEN 2. ORDNUNG!

FL 1997 I

i

1,75%

v

0,98280098

FL 1997 RI

FL 1997 TI

Angaben ‰	i_x		
30	4,5614	$a_{30,30,5}^i$	1,8085
31	4,5614	$a_{31,31,4}^i$	1,8026
32	4,5614	$a_{32,32,3}^i$	1,7440
33	4,5614	$a_{33,33,2}^i$	1,5004
34	4,5614	$a_{34,34,1}^i$	1,0000
35	4,6024		
36	4,9208		
37	5,3174		
38	5,7040		
39	6,0766		

Angaben ‰	q_{1x}^i	q_{2x}^i	q_{3x}^i	q_{4x}^i	q_{5x}^i	q_{6x}^i
30	7,3465	6,3067	5,2472	4,1745	3,0695	1,9306
31	7,9303	6,8040	5,6616	4,5098	3,3310	2,1214
32	8,5001	7,2937	6,0697	4,8395	3,5886	2,3128
33	9,0608	7,7805	6,4747	5,1657	3,8423	2,5050
34	9,6170	8,2663	6,8789	5,4898	4,0929	2,6975
35	10,1626	8,7458	7,2772	5,8090	4,3414	2,8914
36	10,6908	9,2117	7,6654	6,1205	4,5868	3,0870
37	11,1958	9,6586	8,0378	6,4215	4,8293	3,2855
38	11,6921	10,0972	8,4018	6,7155	5,0698	3,4850
39	12,1856	10,5319	8,7612	7,0042	5,3081	3,6848

Angaben ‰	r_{1x}^i	r_{2x}^i	r_{3x}^i	r_{4x}^i	r_{5x}^i	r_{6x}^i
30	473,2105	533,1200	885,6596	933,4549	926,1343	521,8150
31	480,7411	522,1531	833,3808	865,9679	852,0449	471,1588
32	483,7588	509,3298	782,8296	799,9082	781,4632	424,0257
33	481,7358	492,6075	732,0215	732,7019	713,2048	379,4147
34	476,2569	471,5354	677,4432	661,9781	645,4896	336,3556
35	468,1936	447,9258	621,8037	591,5588	579,9444	295,8151
36	458,4167	423,5973	567,8155	525,2660	518,1834	258,7487
37	447,7970	400,3734	518,1834	466,9224	461,8341	226,1140
38	433,4267	378,0728	472,4398	415,0195	409,6505	196,6216
39	413,3206	355,4768	428,5092	366,1056	359,9274	168,8946

CompleteLife
 CL 1997 I
 CL 1997 RI
 CL 1997 TI

ALLE ANGABEN SIND RECHNUNGSGRUNDLAGEN 2. ORDNUNG!
 i 1,75% v 0,98280098

Angaben ‰	i_x		
30	1,7105	$a_{30,30,5}^i$	4,6974
31	1,7105	$a_{31,31,4}^i$	3,8083
32	1,7105	$a_{32,32,3}^i$	2,8988
33	1,7105	$a_{33,33,2}^i$	1,9643
34	1,7105	$a_{34,34,1}^i$	1,0000
35	1,7259		
36	1,8453		
37	1,9940		
38	2,1390		
39	2,2787		

Angaben ‰	q_{1x}^i	q_{2x}^i	q_{3x}^i	q_{4x}^i	q_{5x}^i	q_{6x}^i
30	14,6930	12,6133	10,4944	8,3489	6,1390	3,8612
31	15,8606	13,6080	11,3232	9,0195	6,6619	4,2427
32	17,0002	14,5873	12,1394	9,6789	7,1771	4,6256
33	18,1216	15,5610	12,9493	10,3313	7,6846	5,0099
34	19,2339	16,5326	13,7578	10,9795	8,1858	5,3949
35	20,3252	17,4916	14,5544	11,6179	8,6828	5,7827
36	21,3815	18,4233	15,3307	12,2409	9,1735	6,1740
37	22,3916	19,3172	16,0755	12,8429	9,6586	6,5709
38	23,3842	20,1943	16,8035	13,4309	10,1395	6,9699
39	24,3712	21,0637	17,5224	14,0084	10,6162	7,3696

Angaben ‰	r_{1x}^i	r_{2x}^i	r_{3x}^i	r_{4x}^i	r_{5x}^i	r_{6x}^i
30	0,6760	0,7616	1,2652	1,3335	1,3230	0,7455
31	0,6868	0,7459	1,1905	1,2371	1,2172	0,6731
32	0,6911	0,7276	1,1183	1,1427	1,1164	0,6058
33	0,6882	0,7037	1,0457	1,0467	1,0189	0,5420
34	0,6804	0,6736	0,9678	0,9457	0,9221	0,4805
35	0,6688	0,6399	0,8883	0,8451	0,8285	0,4226
36	0,6549	0,6051	0,8112	0,7504	0,7403	0,3696
37	0,6397	0,5720	0,7403	0,6670	0,6598	0,3230
38	0,6192	0,5401	0,6749	0,5929	0,5852	0,2809
39	0,5905	0,5078	0,6122	0,5230	0,5142	0,2413

Lösungen

Aufgabe 1 Besteuerung

Frau Helene Fischer (30 Jahre alt) kauft in der dritten Schicht ein fondsgebundenes aufgeschobenes Rentenversicherungsprodukt gegen laufende Beiträge. Die Laufzeit des Produktes beträgt 35 Jahre. Frau Fischer bezahlt jährlich einen Beitrag von 2.000 EUR.

- a) Bis zum Alter 65 ist das Guthaben in ihrer Rentenversicherungspolice auf 150.000 EUR angestiegen. Wie viel Steuern muss Frau Fischer bezahlen und wie hoch ist die Ablaufleistung nach Steuern, wenn Frau Fischer im Alter 65 aus diesem Produkt eine Einmalleistung in Anspruch nimmt (nicht verrentet) und ihr Grenzsteuersatz 40% beträgt?

Ablaufleistung vor Steuern	150.000 EUR
Beitragssumme	70.000 EUR
Unterschiedsbetrag	80.000 EUR
zu versteuernder Betrag	40.000 EUR
Steuern	16.000 EUR
Ablaufleistung nach Steuern	134.000 EUR

- b) Frau Fischer entscheidet sich nun doch, im Alter 65 eine Rentenleistung in Anspruch zu nehmen und sich das Guthaben nicht als Einmalleistung auszahlen zu lassen. Wie hoch ist die monatliche Rente vor Steuern, wenn der Rentenfaktor für eine monatliche Rente 50 € pro 10.000 € Guthaben beträgt? Wie hoch ist die monatliche Rente nach Steuern, wenn der Ertragsanteil 18% beträgt und der Grenzsteuersatz von Frau Fischer 40% beträgt?

Ablaufleistung vor Steuern	150.000 EUR
Steuern Ansparphase	-
Verrenteter Betrag	150.000 EUR
Rente vor Steuern	750 EUR
Ertragsanteil (zu versteuern)	135 EUR
Steuern Rentenphase	54 EUR
Rente nach Steuern	696 EUR

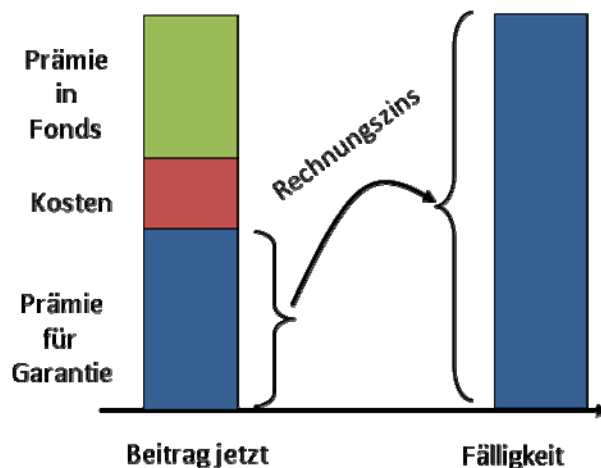
- c) Im Alter von 60 Jahren hatte Frau Fischer kurz überlegt, ihre Rentenversicherungspolice zu stornieren und mit ihrem bis dahin angesparten Guthaben eine Weltreise mit Florian Silbereisen zu machen. Ihr Fondsguthaben im Alter 60 war 130.000 EUR. Wie viel Steuern hätte Frau Fischer in diesem Fall bezahlt und wie hoch wäre der Rückkaufswert nach Steuern?

Rückkaufswert vor Steuern	130.000 EUR
Beitragssumme bis dahin	60.000 EUR
Unterschiedsbetrag	70.000 EUR
zu versteuernder Betrag	70.000 EUR
Steuern (Abgeltungssteuer 25%)	17.500 EUR
Ablaufleistung nach Steuern	112.500 EUR

Aufgabe 2 Produktentwicklung eines fondsgebundenen Garantieproduktes (44 Punkte)

a) Erläutern Sie **kurz** (ggf. unterstützend durch eine Grafik) die grundsätzliche Funktionsweise von statischen Hybridprodukten.

- Mischung aus konventioneller Versicherung und fondsgebundener Versicherung
- statische Aufteilung des Guthabens bzw. des Beitrags
- Jeder Beitrag (alternativ das Guthaben) wird aufgeteilt in:
 - ggf. Risikoprämien für Todesfallschutz, etc. und Kosten
 - konventionelles Sicherungsvermögen mit Garantiezins und Überschussbeteiligung
 - gerade so viel, dass die Garantieverzinsung zur Fälligkeit des Produkts die gewünschte Garantie gewährleistet → Barwert der Garantie mit Rechnungszins
 - Fonds werden nicht für die Darstellung der Garantie benötigt!
 - Der Rest kann in Fonds investiert werden.



b) Erläutern Sie **kurz** (ggf. unterstützend durch eine Grafik) die grundsätzliche Funktionsweise von CPPI-Höchststandsgarantiefonds. Gehen Sie dabei auf die zwei Fragen ein,

- was die Fonds garantierten und
- wie diese Garantie innerhalb des Fonds dargestellt wird.

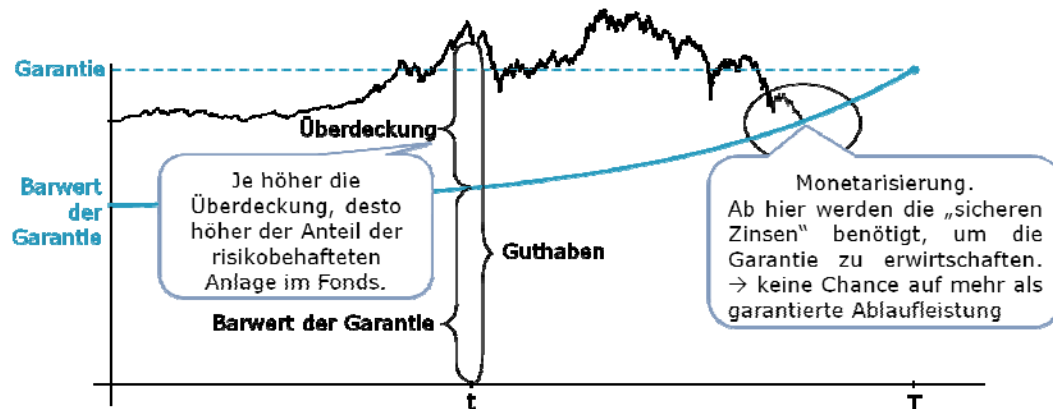
Garantiemechanismus der Fonds:

- Anfangs garantiert der Fonds, dass der Kurs bei Fälligkeit mindestens so hoch ist wie zu Beginn.
- Während der Laufzeit ist ein Mal im Monat „Höchststandsstichtag“ des Garantiefonds.
- Wenn der Kurs des Garantiefonds an einem Höchststandsstichtag höher ist als an jedem früheren Höchststandsstichtag, wird die Garantie auf dieses Niveau angehoben.

Darstellung der Garantie innerhalb des Fonds:

- Jeder Fonds investiert in risikobehaftete und risikolose Anlagen

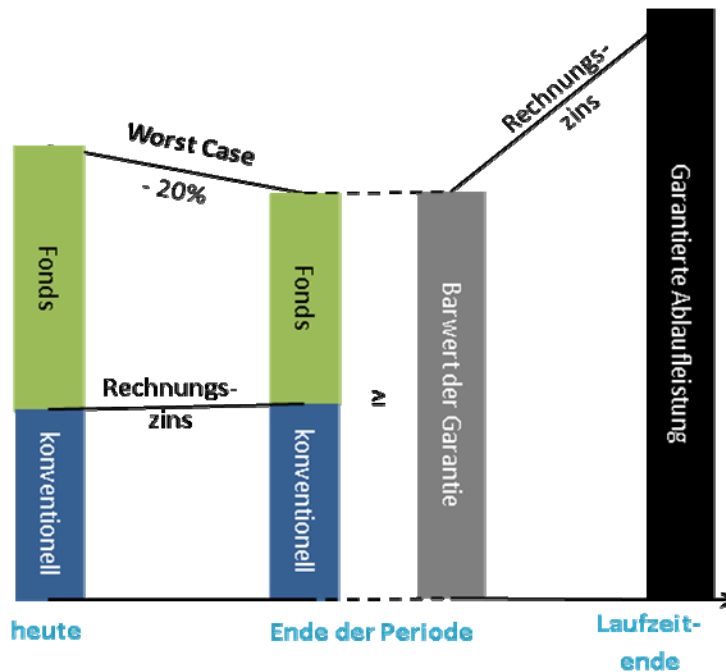
- laufendes Umschichten zwischen den beiden, je nach Marktsituation
- “Pfadabhängiges Management” (CPPI)
 - Aktienanteil des Fonds = Hebel * Überdeckung
 - wobei gilt: Hebel ist ein konstanter Faktor
 - Überdeckung = Fondskurs – Barwert der Garantie
 - alternative Erklärung an einem Bild möglich:



29

c) Erläutern Sie **kurz** (ggf. unterstützend durch eine Grafik) die grundsätzliche Funktionsweise von dynamischen Hybridprodukten.

- Mischung aus konventioneller Versicherung und fondsgebundener Versicherung
- kundenindividuelle Aufteilung
- dynamische Aufteilung des Guthabens
- Aufteilung nach folgender Regel
 - Annahme eines gewissen Worst Case, den der Fonds in einer Periode (z.B. in einem Monat) nicht unterschreitet.
 - Jeden Monat:
 - Bestimme die Garantie zum Ablauftermin.
 - Kalkuliere den Barwert der Garantie zum Ende des aktuellen Monats.
 - Teile das Guthaben des Kunden so auf, dass die Garantie am Ende des Monats vollständig abgesichert ist, selbst wenn der Fonds bis dahin den angenommenen Worst Case erleidet.



Für unterschiedliche Personen aus dem Vorstand Ihres Hauses sollen Sie die drei Produktkonzepte nun „bewerten“.

d) Der Kapitalanleger ist interessiert an der Frage, wie stark die drei unterschiedlichen Konzepte in Zukunft in das konventionelle Sicherungsvermögen investieren und wie hoch die Prognosesicherheit für dieses zukünftige Investitionsvolumen ist. Nehmen Sie dazu kurz für die drei Konzepte Stellung.

- CPPI-Höchststandsgarantiefonds
 - kein Investment in das konventionelle Sicherungsvermögen
 - damit auch automatisch hohe Planungssicherheit
- statisches Hybridprodukt
 - hohes Investment in das konventionelle Sicherungsvermögen (Barwert der Garantie = Großteil des Guthabens bzw. Beitrags)
 - hohe Planungssicherheit (Investment nicht pfadabhängig)
- dynamisches Hybridprodukt
 - tendenziell weniger Volumen im konventionellen Sicherungsvermögen als beim statischen Hybridprodukt
 - nur sehr schwer planbares Investment in das konventionelle Sicherungsvermögen durch dynamisches Umschichten

- e) Ihr Vertriebsvorstand möchte ein Produkt, das dauerhaft eine Chance hat, zu einem signifikanten Anteil in Aktien zu investieren. Wie beurteilen Sie das Potenzial für hohe Aktieninvestments dieser drei Produkte?
- CPPI-Höchststandsgarantiefonds
 - anfänglich hohes Potenzial für Aktieninvestments
 - Monetarisierungsrisiko
 - gegen Ende der Laufzeit aufgrund der Höchststandssicherung kein hohes Aktieninvestment mehr möglich
 - statisches Hybridprodukt
 - hohes Investment in das konventionelle Sicherungsvermögen (Barwert der Garantie = Großteil des Guthabens bzw. Beitrags)
 - damit dauerhaft relativ begrenztes Aktieninvestment
 - dynamisches Hybridprodukt
 - im Fonds dauerhaft hohes Potenzial für Aktieninvestments
 - im Versicherungsprodukt durch Kundenindividualität kein dauerhaftes Monetarisierungsrisiko
 - dynamisches Umschichten führt insgesamt zu hohem Potenzial für Aktieninvestments, auch in den letzten Jahren noch

Aufgabe 3 Produktkonzept zur BU-Versicherung (60 Punkte)

- a) Für welchen der Versicherer entscheiden Sie sich und warum? Betrachten Sie dazu zunächst den Invalidenrentenbarwert 2. Ordnung für die fünfjährige BU-Rente für eine 30jährige versicherte Person. Zum indikativen Vergleich der Anwartschaft 2. Ordnung gehen Sie von nur einem Jahr Risikodauer für die 30jährige versicherte Person aus. Bitte vereinfachen Sie die Berechnung der Anwartschaft durch Ansatz einer Sterbewahrscheinlichkeit von 0 für Aktive und den Verzicht auf Unterjährigkeitsaspekte und Mittelwertbildung gemäß Formel (*)

$$(*) a_{x,n,1}^{ai} = i_x * a_{x,x,n}^i$$

In der aktuellen Rechnungsgrundlagenkonstellation ist zunächst der Invalidenrentenbarwert für die CompleteLife gegenüber der FixLife deutlich höher. Bei der FixLife ergibt sich 1,81, bei der CompleteLife stattdessen 4,70.

Dies suggeriert zunächst, dass das Produkt in der FixLife durch die höhere Reaktivierung deutlich günstiger in der Risikosituation ist und legt nahe, die Aktion beim Direktversicherer zu platzieren.

In der Anwartschaft jedoch zeigt sich die erhöhte Invalidisierungswahrscheinlichkeit. Bei der FixLife liegt die Anwartschaft bei 0,00825, bei der CompleteLife liegt sie bei lediglich 0,00803. Das heißt also, dass die Versicherer sich bzgl. des Risikoprofils (Ertrag in beiden Fällen $0,01 - 0,008(3) = 0,002(0,0017)$) nur marginal unterscheiden. Unter Berücksichtigung der Kundenzufriedenheit müsste das Produkt bei FixLife angeboten werden, die aufgrund der unkomplizierten Anerkennungspraxis beim Kunden punktet.

- b) Ändert sich Ihre Entscheidung, wenn die FixLife durch eine gezielte Kundenaktion sicherstellen kann, die Invalideneintrittswahrscheinlichkeit 2. Ordnung auf dem Niveau der DAV 1997I zu halten?

Kann die FixLife sicherstellen, dass die DAV1997I angewendet werden kann, so reduziert sich die Anwartschaft deutlich auf nunmehr 0,0041. Damit ist die FixLife deutlich ertragreicher als die CompleteLife; und die Empfehlung an den Vorstand würde eindeutig ausfallen.

- c) Wie fiele Ihre Entscheidung aus, wenn an den Rechnungsgrundlagen nichts verändert werden könnte, die CompleteLife allerdings 6 Monatsrenten Starthilfe und weitere 12 Monatsrenten Wiedereingliederungshilfe nach Ablauf der Zeitrente zahlen würde? Bleibt die Entscheidung auch in der Konstellation aus (b) unverändert?

Grobe Abschätzung:

Die Ertragsmarge ist bei beiden Versicherern gleich hoch, nämlich ungefähr 0,002.

Durch die Start- und Wiedereingliederungshilfe ändert sich die Leistung um 18 Monatsrenten. Bisher waren maximal 60 Monatsrenten versichert (von 30 bis Ende 34 versichert). Die Leistungserhöhung liegt somit bei 40% und damit auch in beiden Fällen evtl. oberhalb der Ertragsmarge.

Das Produkt wäre zwar sehr kundenfreundlich, allerdings defizitär. Von diesem Feature sollte abgeraten werden. Aufgrund der sehr unterschiedlichen Situation bzgl. der Invalidisierungs- und Reaktivierungswahrscheinlichkeiten in beiden Konzernunternehmen sollte jedoch eine abschließende Prüfung vorgenommen werden. In der Situation aus Teilaufgabe (b) hingegen könnte die FixLife auch dieses Produktfeature noch ertragreich anbieten. Die Vorteile in der Außendarstellung können dadurch vermutlich die härtere Underwriting-Aufstellung kompensieren.

Detailberechnung:

Die Kosten für die Starthilfe liegen bei $0,5 \times i_x$.

Im Falle der FixLife ist dies wegen der hohen Invalidisierungswahrscheinlichkeit in Teilaufgabe a) bereits mehr, als an Marge vorhanden ist. D.h., dieses Feature kann dort keinesfalls angeboten werden. Die hohen Reaktivierungswahrscheinlichkeiten legen ohne weitere Berechnung zusätzlich nahe, dass der Leistungsbarwert näherungsweise bei 1 liegen sollte.

Für die CompleteLife ist dies wegen der niedrigen i_x noch finanzierbar.

Der Barwert der Wiedereingliederungshilfe bestimmt sich nach der Formel

$$\sum_{k=0}^4 r_{30,30+k}^i \cdot v^k \cdot \prod_{j=0}^k (1 - q_{30,30+j}^i - r_{30,30+j}^i)$$

Für die CompleteLife ergibt sich damit ein Wert von $9,6 \times 10^{-6}$, und die Kosten liegen bei $i_x \times 9,6 \times 10^{-6}$. Nach vollständiger Berechnung verbleibt somit eine Marge von 0,0011.

Bei der FixLife aus Teilaufgabe b), wo die Invalidisierungswahrscheinlichkeiten deutlich reduziert sind und eine hohe Marge vor Sonderleistungen besteht, ergibt sich folgendes Bild:

Kosten Starthilfe:	0,00114
Kosten Wiedereingliederungshilfe:	0,0022
(Barwert Leistung Wiedereingliederungshilfe	0,969)

Der FixLife verbleibt eine Marge von 0,00253, d.h. unter diesen Umständen könnte auch dort diese Sonderleistung noch ertragreich angeboten werden.

Aufgabe 4 Kalkulation laufender Einmalbeiträge mit *Upside Option* (60 Punkte)

- a) Beschreiben Sie kurz die im Seminar erarbeiteten wesentlichen Eigenschaften und Unterschiede der drei genannten Formen der Beitragskalkulation im Hinblick auf Leistungsfinanzierung, Verhalten bei Beitragsfreistellung und Wahl der Rechnungsgrundlagen.
- Mit einem Einmalbeitrag wird die vertraglich garantierte Leistung sofort zu Beginn vollständig ausfinanziert. Beitragsfreistellung entfällt, da nur ein Beitrag zu zahlen ist. Die Rechnungsgrundlagen werden nur einmal für den einzigen Beitrag festgelegt.
 - Mit laufenden Beiträgen wird die vertraglich garantierte Leistung sukzessive ausfinanziert: Bei einer Beitragsfreistellung kommt es deshalb zu einer Herabsetzung der Leistung entsprechend des noch nicht ausfinanzierten Teils. Alle Beiträge beruhen in der Regel auf ein und denselben Rechnungsgrundlagen.
 - Mit laufenden Einmalbeiträgen wird die Leistung Beitrag für Beitrag stufenweise aufgebaut: Bei einer Beitragsfreistellung ist die bis dahin aufgebaute Leistung dann bereits vollständig ausfinanziert und bleibt deshalb unverändert erhalten. Alle Beiträge können auf voneinander verschiedenen Rechnungsgrundlagen beruhen: Die Rechnungsgrundlagen können für jede Stufe anders gewählt werden.
- b) Erläutern Sie kurz die *Zillmerung* einmaliger Abschlusskosten bei Versicherungen gegen laufenden Beitrag; gehen Sie dabei bitte sowohl auf die Passiv- als auch auf die Aktivseite der Bilanz ein.

Bei der Zillmerung werden einmalig anfallende Abschlusskosten auch einmalig erhoben und hierzu mit den ersten laufenden Beiträgen der Versicherung verrechnet. Dementsprechend startet der zeitliche Verlauf des gezillmerten Deckungskapitals mit einem negativen Wert in Höhe der gezillmerten Abschlusskosten. Die Deckungsrückstellung wird – solange und sofern das Deckungskapital negativ ist – auf mindestens Null angehoben. Korrespondierend dazu (im Sinne einer Bilanzverlängerung) werden zu Beginn die gezillmerten Abschlusskosten und in den Folgejahren der noch nicht getilgte Teil aktiviert.

- c) Wie unterscheidet sich die Kalkulation und Verrechnung der Abschlusskosten bei Einmalbeitragstarifen von der Zillmerung bei Versicherungen gegen laufenden Beitrag? Was ergibt die Übernahme dieser Einmalbeitragskalkulation in die einzelnen technischen Einmalbeitragschichten für die Abschlusskostenkalkulation von Tarifen gegen laufenden Einmalbeitrag?

Bei Einmalbeitragstarifen können die einmaligen Abschlusskosten sofort in voller Höhe vom Einmalbeitrag abgezogen werden; eine Vorfinanzierung und nachfolgende Tilgung mittels des Zillmerverfahrens ist nicht erforderlich.

Wird diese Abschlusskostenkalkulation für laufende Einmalbeiträge übernommen, bedeutet dies, dass von jedem laufenden Einmalbeitrag ein fester Prozentsatz als Abschlusskosten abgezogen wird: Insgesamt werden somit laufende Abschlusskostenzuschläge in % des Beitrags erhoben.

- d) Was bedeutet dies für die kongruente Gestaltung der Abschlussprovision für Versicherungen gegen laufenden Einmalbeitrag?

Für die Abschlussprovisionen heißt das, dass die Zahlung einer laufenden Abschlussprovision in Prozent des Beitrags insofern nahe liegt, als dies zu einer kongruenten Finanzierung durch die eingerechneten Abschlusskostenzuschläge führt.

- e) Beschreiben Sie das Auszahlungsprofil der vom Versicherer gekauften Payer Swaptions.

Der Inhaber der beschriebenen Payer Swaption zahlt den Festzinssatz ρ und empfängt für jedes Jahr der Laufzeit den aktuellen 12-Monats-Euribor-Satz, sofern dieser am Ende der Aufschubzeit höher als der Strike ρ ist.

- f) Wie sollen die Zahlungen aus der Payer Swaption in der Versicherungstechnik zusammenwirken mit den laufenden Einmalbeiträgen? Bitte erläutern Sie dies verbal (Formeln sind nicht gefragt). Hinweis: Mit einem zusätzlichen Par Swap kann das Unternehmen einen variablen Zins, den es empfängt, tauschen gegen einen Festzins, den es empfängt.

Für jeden Beitrag muss das Unternehmen einen garantierten Zins von 1,25% aufbringen. Diesen Aufwand nutzt das Unternehmen bei Vereinbarung der *Upside* Option aber nicht zur Erhöhung der Deckungsrückstellung, sondern als Festzinsszahlung für die fällige Payer Swaption. Liegt also der Höchstrechnungszins nach s Jahren zum Zeitpunkt der Zahlung eines Beitrags bei mehr als 1,25%, ist die für diesen Beitrag gekaufte Payer Swaption im Geld, Sie zahlen in den folgenden $t = 20 - s$ Jahren jeweils 1,25% als Festzins und erhalten den variablen 12-Monats-Euribor aus der Payer Swaption zurück. Mit einem zusätzlichen (per definitionem nichts kostendem) Par Swap tauschen Sie den variablen 12-Monats-Euribor gegen den festen einjährigen Swapsatz und damit den aktuellen Höchstrechnungszins (denn Sie haben angenommen, dass dieser ganz grob in etwa dem einjährigen Swapsatz entspricht). Diesen aktuellen Höchstrechnungszins nutzen Sie dann zur Erhöhung der Deckungsrückstellung.

- g) Sie betrachten zunächst nur den garantierten Teil der Versicherung, vernachlässigen also die Überschussbeteiligung. Welcher Preis ergibt sich dann im Mittel für die Erhöhungsoption? Welche durchschnittliche pauschale Beitragserhöhung würden Sie pragmatisch mindestens ansetzen? Zwei Sätze reichen als Antwort; Formeln sind nicht gefragt.

Der Preis für die Erhöhungsoption ergibt sich als Erhöhung des nach s Jahren fälligen Beitrags um den tabellierten Wert ${}_sP_{|20-s}^{\rho}$ aufgefasst als Prozent dieses Beitrags für alle s von 1, ..., 19. Gemäß Aufgabenstellung entspricht das einer mittleren Beitragserhöhung von 10%. Mindestens in dieser Höhe setzen Sie deshalb eine pauschale Beitragserhöhung fest.

- h) Ziehen Sie jetzt die Überschussbeteiligung mit in Ihre Betrachtung ein: Wie verändert sich dann der gesuchte Preis für die *Upside* Option? In welcher Größenordnung liegt der Preis?

Solange die aktuelle Gesamtverzinsung jeweils über dem Maximum aus altem und neuem Höchstrechnungszins liegt, kann der mit dem Rechnungszins wachsende Aufwand für die Garantieverzinsung jeweils durch entsprechende Kürzung der laufenden Gewinnanteile finan-

ziert werden. Unter dieser Erwartungshaltung würden sich die insgesamt ergebenden Cash Flows mit Überschussbeteiligung also im Erwartungswert nicht verändern.

Trotzdem hat das diesen Annahmen zu Grunde liegende Risiko seinen Preis, der wie von Ihrem Kollegen erläutert finanzmathematisch in der Größenordnung des Unterschieds zwischen dem Optionspreis und dem Barwert der hierbei erwarteten Zahlungen liegt. Für das Beispiel $s=t=10$ hat Ihr Kollege hierfür z.B. einen Unterschied von 2,99 Euro zwischen dem Barwert der Zinszahlungen von 9,45 Euro und dem Optionspreis von 12,44 Euro angegeben. Auch unter Berücksichtigung der Überschussbeteiligung kostet die *Upside* Option also marktgerecht mindestens 3% der Prämie!