

DEUTSCHE AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Mathematik der Lebensversicherung (Spezialwissen)

Klausur vom 22.10.2016

Die Klausur besteht aus 4 Aufgaben, die mit insgesamt 180 Punkten bewertet werden. Um diese maximale Punktzahl erreichen zu können, müssen alle Aufgaben bearbeitet werden. Zum Bestehen der Klausur sind mindestens 72 Punkte erforderlich.

Bitte bearbeiten Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.

Zugelassenes Hilfsmittel: Taschenrechner

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Aufgabe 1 Besteuerung (12 Punkte)

Angelique Kerber (28 Jahre alt) will das Preisgeld ihres US-Open-Sieges in Höhe von umgerechnet 3 Millionen Euro für ihre Altersvorsorge verwenden. Sie weiß allerdings nicht, ob es sinnvoll ist, dies im Rahmen eines Versicherungsproduktes (als aufgeschobene Rente) oder im Rahmen einer Fondsanlage (außerhalb eines Versicherungsproduktes) zu tun. Sie ist sich allerdings sicher, dass sie eine Leistung in Form einer lebenslangen Rente ab Alter 40 erhalten möchte.

- a) Berechnen Sie die Rente nach Steuern ab Alter 40, wenn Frau Kerber sich für eine aufgeschobene fondsgebundene Rentenversicherung entscheidet, die Performance der gewählten Fonds 4% nach Fondskosten ist und die Kosten der Versicherungspolice zusätzlich zu einer Renditereduktion von 0,5% p.a. führen. Der Ertragsanteil für eine Rente ab Alter 40 ist 38%. Der Rentenfaktor ist 20 Euro Monatsrente pro 10.000 Euro Guthaben. Der Grenzsteuersatz von Frau Kerber ist 40%.

(6 Punkte)

- b) Berechnen Sie die Rente nach Steuern ab Alter 40, wenn Frau Kerber sich für ein Fondsinvestment ohne Versicherungsmantel entscheidet und damit die Kosten des Versicherungsmantels von 0,5% p.a. einsparen kann. Die Performance der gewählten Fonds betrage wie bei Teilaufgabe a) 4% nach Fondskosten. Im Alter 40 verrentet sie dann das angesparte Guthaben zu den gleichen Konditionen wie unter Aufgabe a), d.h. der Rentenfaktor ist 20 Euro Monatsrente pro 10.000 Euro Guthaben. Der Ertragsanteil für eine Rente ab Alter 40 ist 38%. Der Grenzsteuersatz von Frau Kerber ist 40%.

(6 Punkte)

Lösung Aufgabe 1 Besteuerung (12 Punkte)

Angelique Kerber (28 Jahre alt) will das Preisgeld ihres US-Open-Sieges in Höhe von umgerechnet 3 Millionen Euro für ihre Altersvorsorge verwenden. Sie weiß allerdings nicht, ob es sinnvoll ist, dies im Rahmen eines Versicherungsproduktes (als aufgeschobene Rente) oder im Rahmen einer Fondsanlage (außerhalb eines Versicherungsproduktes) zu tun. Sie ist sich allerdings sicher, dass sie eine Leistung in Form einer lebenslangen Rente ab Alter 40 erhalten möchte.

- a) Berechnen Sie die Rente nach Steuern ab Alter 40, wenn Frau Kerber sich für eine aufgeschobene fondsgebundene Rentenversicherung entscheidet, die Performance der gewählten Fonds 4% nach Fondskosten ist und die Kosten der Versicherungspolice zusätzlich zu einer Renditereduktion von 0,5% p.a. führen. Der Ertragsanteil für eine Rente ab Alter 40 ist 38%. Der Rentenfaktor ist 20 Euro Monatsrente pro 10.000 Euro Guthaben. Der Grenzsteuersatz von Frau Kerber ist 40%.

$$\text{Ablaufleistung der Versicherungspolice} = 3.000.000 \cdot (1 + 4\% - 0,5\%)^{12} = 4.533.205,97$$

Ablaufleistung vor Steuern	4.533.205,97 EUR	1 Punkt
Steuern Ansparphase	-	1 Punkt
Verrenteter Betrag	4.533.205,97 EUR	
Rente vor Steuern	9.066,41 EUR	1 Punkt
Ertragsanteil (zu versteuern)	3.445,24 EUR	1 Punkt
Steuern Rentenphase	1.378,09 EUR	1 Punkt
Rente nach Steuern	7.688,32 EUR	1 Punkt

- b) Berechnen Sie die Rente nach Steuern ab Alter 40, wenn Frau Kerber sich für ein Fondsinvestment ohne Versicherungsmantel entscheidet und damit die Kosten des Versicherungsmantels von 0,5% p.a. einsparen kann. Die Performance der gewählten Fonds betrage wie bei Teilaufgabe a) 4% nach Fondskosten. Im Alter 40 verrentet sie dann das angesparte Guthaben zu den gleichen Konditionen wie unter Aufgabe a), d.h. der Rentenfaktor ist 20 Euro Monatsrente pro 10.000 Euro Guthaben. Der Ertragsanteil für eine Rente ab Alter 40 ist 38%. Der Grenzsteuersatz von Frau Kerber ist 40%.

$$\text{Ablaufleistung der Fondsanlage vor Steuern} = 3.000.000 \cdot (1 + 4\%)^{12} = 4.803.096,66$$

Ablaufleistung vor Steuern	4.803.096,66 EUR	1 Punkt
Beitrag	3.000.000,00 EUR	
Unterschiedsbetrag	1.803.096,66 EUR	
zu versteuernder Betrag	1.803.096,66 EUR	1 Punkt
Steuern	450.774,16 EUR	1 Punkt
Ablaufleistung nach Steuern / verrenteter Betrag	4.352.322,49 EUR	1 Punkt
Rente vor Steuern	8.704,64 EUR	
Ertragsanteil (zu versteuern)	3.307,77 EUR	1 Punkt
Steuern Rentenphase	1.323,11 EUR	
Rente nach Steuern	7.381,54 EUR	1 Punkt

Aufgabe 2 Produktentwicklung eines kapitalmarktorientierten Produktes (48 Punkte)

Sie sind Produktentwickler bei einem deutschen Lebensversicherer und sollen zwei alternative Produktkonzepte hinsichtlich ihrer Vor- und Nachteile bewerten. Die zur Auswahl stehenden Produktkonzepte sind

- i. ein I-CPPI-Produkt, das ohne konventionelles Sicherungsvermögen auskommt,
 - ii. ein Produkt mit Wahlrecht auf Indexbeteiligung (auch Select-Produkt genannt).
- a) Erläutern Sie **kurz** (ggf. unterstützt durch eine Grafik) die grundsätzliche Funktionsweise eines I-CPPI-Produktes, das ohne konventionelles Sicherungsvermögen auskommt. (10 Punkte)
- b) **Analyse der Höhe des Aktieninvestments beim I-CPPI-Produkt**

Sie sollen die Höhe des Aktieninvestments für das I-CPPI-Produkt mit Bruttobeitragsgarantie analysieren. Sie verwenden dafür einen Mustervertrag mit jährlichem Beitrag von

1.000 EUR und mit einer Laufzeit von 20 Jahren. Der Hebel des I-CCPI-Produktes ist 4. In das Produkt sind folgende Kosten einkalkuliert

- Abschlusskosten in Höhe von 2,5% der vereinbarten Beitragssumme, die gleichmäßig von den Beiträgen der ersten fünf Jahre entnommen werden,
- Verwaltungskosten in Höhe von 4% jedes Beitrags, die direkt dem Beitrag entnommen werden,
- laufende Verwaltungskosten in Höhe von 0,2% des Guthabens.

Die Todesfalleistung des Produktes ist gleich dem Kundenguthaben, sodass keine Risikoprämien anfallen.

- Wie viel vom ersten Beitrag wird in die Aktie investiert, wenn das Produkt mit einer Bruttobeitragsgarantie ausgestattet ist und der fristenkongruente Marktzins 1% beträgt?
- Wie hoch muss der Marktzins mindestens sein, damit der erste Beitrag überhaupt ein Aktieninvestment zulässt?
- Wie stark müsste man die Garantie senken, damit bereits der erste Sparbeitrag zu 100% in die Aktie investiert werden kann?

(14 Punkte)

- c) Erläutern Sie **kurz** (ggf. unterstützt durch eine Grafik) die grundsätzliche Funktionsweise eines Produktes mit Wahlrecht auf Indexbeteiligung. Sie brauchen dabei nicht auf die konkrete Ausgestaltung der Indexbeteiligung eingehen.

(8 Punkte)

- d) **Ausgestaltung der Indexbeteiligung und Höhe des Cap beim Produkt mit Wahlrecht auf Indexbeteiligung**

Bei dem Produkt mit Wahlrecht auf Indexbeteiligung sollen Sie sich mit der Frage beschäftigen, wie die Indexbeteiligung ausgestaltet werden soll. Sie haben dafür bereits Gespräche mit einem potenziellen Bankpartner geführt und eine Beteiligung an einem volatilitätsgemanagten Index der Bank ausgesucht. Die Beteiligung ist so ausgestaltet, dass monatliche Renditen des Index über ein Jahr aufzuaddieren sind, wobei negative Renditen voll angerechnet werden und positive Renditen gecappt werden (sogenannte Cliquet-Option). Dabei wird der monatliche Cap jedes Jahr neu festgelegt.

Für die Festlegung des Cap hat Ihnen die Bank folgende approximative Preisformel gegeben. Der Preis einer Cliquet-Option mit Cap c sei näherungsweise gegeben durch

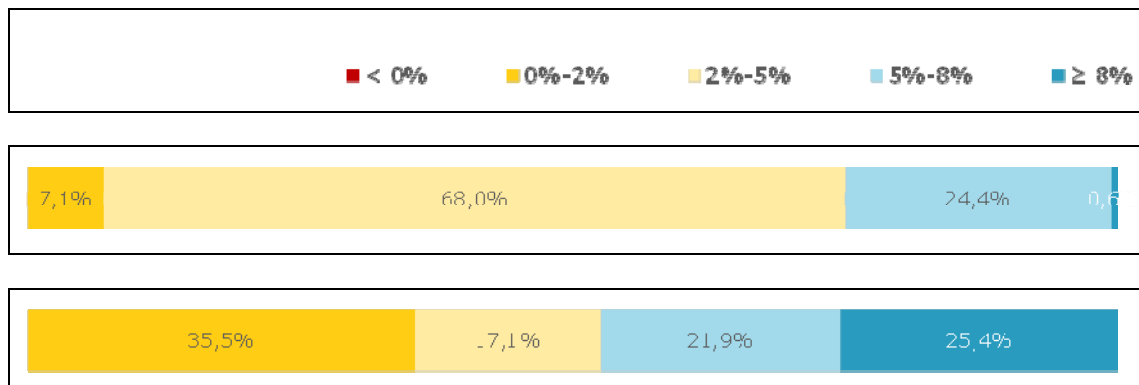
$$P(c) = \frac{0,08}{1 + \exp\{80 \cdot (4\% - c)\}}$$

Sonstige Parameter haben keinen Einfluss auf den Preis.

- Wie hoch ist der Cap, wenn die Überschussbeteiligung des Versicherers (nach Abzug aller Kosten) 4% beträgt?
- Wie stark darf die Überschussbeteiligung sinken, damit der Cap nicht unter 3% rutscht?

(8 Punkte)

- e) Ihr Vertriebsvorstand möchte wissen, bei welchem Produkt Sie das größere Renditepotenzial sehen. Dazu haben Sie von beiden Produkten bereits einen „Prototypen“ gebaut und das Chance-Risiko-Profil der beiden Produkte gerechnet. Leider haben Sie im Alltagsstress vergessen, die beiden Chance-Risiko-Profile zu beschriften.



- e1. Beschreiben Sie die Chancen und Risiken der beiden abgebildeten Produkte aus Kundensicht!
- e2. Welches Bild gehört wohl zu welchem Produkt und warum?

(8 Punkte)

Lösung Aufgabe 2 Produktentwicklung eines kapitalmarktorientierten Produktes (48 Punkte)

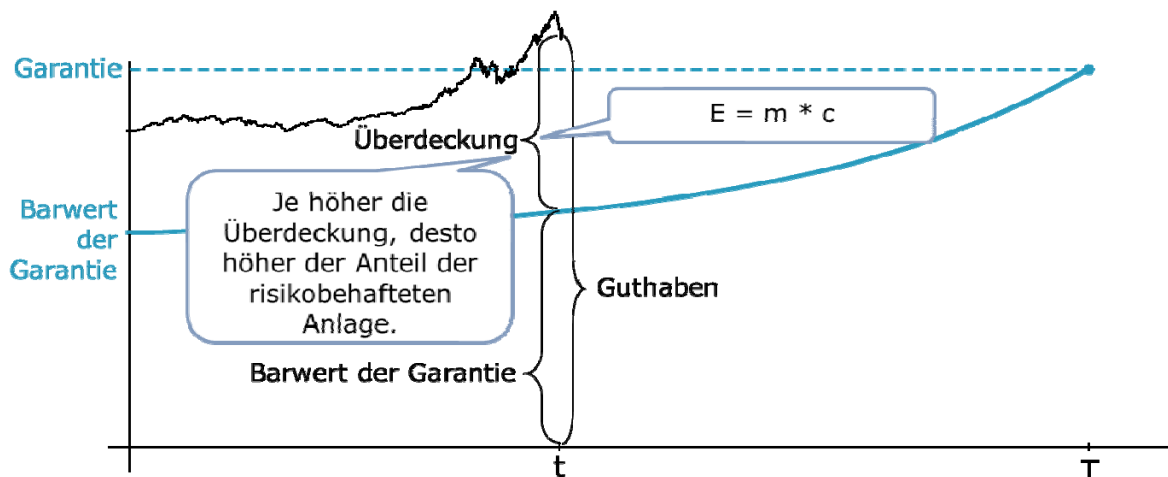
Sie sind Produktentwickler bei einem deutschen Lebensversicherer und sollen zwei alternative Produktkonzepte hinsichtlich ihrer Vor- und Nachteile bewerten. Die zur Auswahl stehenden Produktkonzepte sind

- ein I-CPPI-Produkt, das ohne konventionelles Sicherungsvermögen auskommt,
 - ein Produkt mit Wahlrecht auf Indexbeteiligung (auch Select-Produkt genannt).
- a) Erläutern Sie **kurz** (ggf. unterstützt durch eine Grafik) die grundsätzliche Funktionsweise eines I-CPPI-Produktes, das ohne konventionelles Sicherungsvermögen auskommt.

(10 Punkte)

- Mischung aus risikolosem Investment (Nullkuponanleihe) und risikobehafteten Investment (Aktie) (1 Punkt)
- kundenindividuelle Aufteilung (2 Punkte)
- dynamische Aufteilung des Guthabens (1 Punkt)

- Aufteilung nach einer CPPI-Regel (6 Punkte)
 - Aktienanteil = Hebel * Überdeckung
 - Überdeckung = Guthaben – Barwert der Garantie
 - alternative Erklärung an einem Bild möglich:



b) Analyse der Höhe des Aktieninvestments beim I-CPPI-Produkt

Sie sollen die Höhe des Aktieninvestments für das I-CPPI-Produkt analysieren. Sie verwenden dafür einen Mustervertrag mit jährlichem Beitrag von 1.000 EUR und mit einer Laufzeit von 20 Jahren. Der Hebel des I-CPPI-Produktes ist 4. In das Produkt sind folgende Kosten einkalkuliert

- Abschlusskosten in Höhe von 2,5% der vereinbarten Beitragssumme, die gleichmäßig von den Beiträgen der ersten fünf Jahre entnommen werden,
- Verwaltungskosten in Höhe von 4% jedes Beitrags, die direkt dem Beitrag entnommen werden,
- laufende Verwaltungskosten in Höhe von 0,2% des Guthabens.

Die Todesfalleistung des Produktes ist gleich dem Kundenguthaben, sodass keine Risikoprämien anfallen.

b1. Wie viel vom ersten Beitrag wird in die Aktie investiert, wenn das Produkt mit einer Bruttobeitragsgarantie ausgestattet ist und der fristenkongruente Marktzins 1% beträgt?

- Berechnungen der Abschlusskosten (2 Punkte)
 - vereinbarte Beitragssumme: $20 \cdot 1.000 = 20.000$
 - Abschlusskosten: $2,5\% \cdot 20.000 = 500$
 - Entnahme von den Beiträgen der ersten 5 Jahre (d.h. 100 Euro pro Beitrag)
- Berechnung des ersten Sparbeitrags = $1.000 - 140 = 860$ (1 Punkt)
- Berechnung des Barwerts der Garantie (2 Punkte)

$$\text{Barwert} = \frac{1000}{(1 + 1\% - 0,2\%)^{20}} = 852,69$$

- Berechnung des Cushion (*1 Punkt*)

$$\text{Cushion} = \text{Sparbeitrag} - \text{Barwert} = 7,31$$

- Berechnung des Aktieninvestments (*1 Punkt*)

$$\text{Aktie} = \text{Hebel} * \text{Cushion} = 4 * 7,31 = 29,25$$

b2. Wie hoch muss der Marktzins mindestens sein, damit der erste Beitrag überhaupt ein Aktieninvestment zulässt?

- Barwert der Garantie muss mindestens dem Sparbeitrag entsprechen

$$\text{Barwert} = \frac{1000}{(1 + r - 0,2\%)^{20}} = 860 \quad (2 \text{ Punkte})$$

$$\Leftrightarrow \frac{1000}{860} = (1 + r - 0,2\%)^{20}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[20]{\frac{1000}{860}} = 1 + r - 0,2\%$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt[20]{\frac{1000}{860}} - 1 + 0,2\% = 0,96\% \quad (1 \text{ Punkt})$$

b3. Wie stark müsste man die Garantie senken, damit bereits der erste Beitrag zu 100% in die Aktie investiert werden kann?

- Wenn der volle Sparbeitrag in die Aktie investiert werden soll, muss das Cushion mindestens 25% des Sparbeitrags ($860 / 4 = 215$) betragen. (*1 Punkt*)

$$\text{Cushion} = 860 - \frac{\text{Garantie}}{(1 + 1\% - 0,2\%)^{20}} = 215 \quad (2 \text{ Punkte})$$

$$\Leftrightarrow \frac{\text{Garantie}}{(1 + 1\% - 0,2\%)^{20}} = 645$$

$$\Leftrightarrow \text{Garantie} = 645 \cdot (1 + 1\% - 0,2\%)^{20} = 756,43 \quad (1 \text{ Punkt})$$

- Die Garantie müsste also auf 75,6% reduziert werden.

c) Erläutern Sie **kurz** (ggf. unterstützt durch eine Grafik) die grundsätzliche Funktionsweise eines Produktes mit Wahlrecht auf Indexbeteiligung. Sie brauchen dabei nicht auf die konkrete Ausgestaltung der Indexbeteiligung eingehen.

(*8 Punkte*)

Produkt mit Wahlrecht auf Indexbeteiligung (auch Select-Produkt genannt)

- Funktionsweise aus Kundensicht
 - Das **gesamte** Kundenguthaben (*2 Punkte*) partizipiert wahlweise an
 - einem Index (*1 Punkt*)
 - an der konventionellen Überschussbeteiligung des Versicherers (*1 Punkt*)
- Funktionsweise aus Versicherersicht.
 - Das **gesamte** Guthaben wird im konventionellen Sicherungsvermögen des Versicherers angelegt. (*2 Punkte*)

- Nur die Überschüsse werden verwendet, um eine Indexbeteiligung zu finanzieren. (2 Punkte)

d) Ausgestaltung der Indexbeteiligung und Höhe des Cap beim Produkt mit Wahlrecht auf Indexbeteiligung

Bei dem Produkt mit Wahlrecht auf Indexbeteiligung sollen Sie sich mit der Frage beschäftigen, wie die Indexbeteiligung ausgestaltet werden soll. Sie haben dafür bereits Gespräche mit einem potenziellen Bankpartner geführt und eine Beteiligung an einem volatilitätsgemanagten Index der Bank ausgesucht. Die Beteiligung ist so ausgestaltet, dass monatliche Renditen des Index über ein Jahr aufzuaddieren sind, wobei negative Renditen voll angerechnet werden und positive Renditen gecappt werden (sogenannte Cliquet-Option). Dabei wird der monatliche Cap jedes Jahr neu festgelegt.

Für die Festlegung des Cap hat Ihnen die Bank folgende approximative Preisformel gegeben. Der Preis einer Cliquet-Option mit Cap c ist näherungsweise gegeben durch

$$P(c) = \frac{0,08}{1 + \exp\{80 \cdot (4\% - c)\}}$$

Sonstige Parameter haben keinen Einfluss auf den Preis.

- Wie hoch ist der Cap, wenn die Überschussbeteiligung des Versicherers (nach Abzug aller Kosten) 4% beträgt?

- Als Optionspreis kann die Überschussbeteiligung des Versicherers eingesetzt werden (1 Punkt)
- Auflösen der folgenden Gleichung nach dem Cap c

$$P(c) = 0,04 = \frac{0,08}{1 + \exp\{80 \cdot (4\% - c)\}} \quad (2 \text{ Punkte})$$

$$\Leftrightarrow 1 + \exp\{80 \cdot (4\% - c)\} = \frac{0,08}{0,04}$$

$$\Leftrightarrow \exp\{80 \cdot (4\% - c)\} = 1$$

$$\Leftrightarrow 80 \cdot (4\% - c) = 0$$

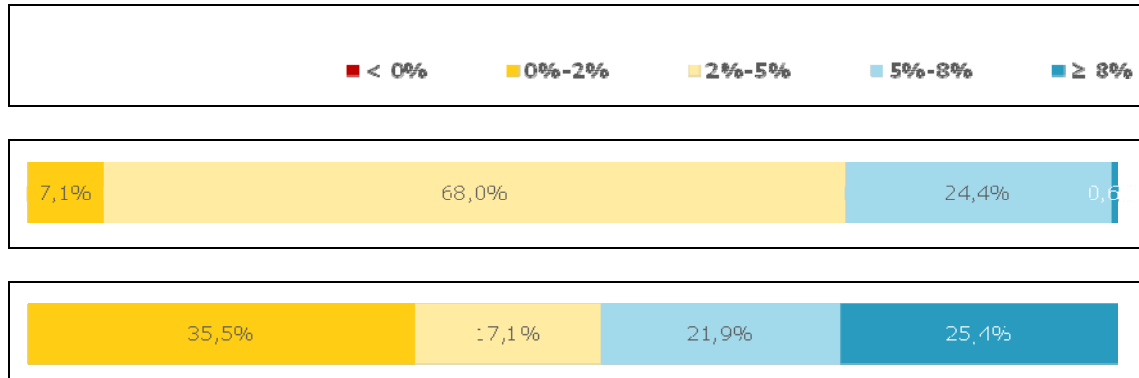
$$\Leftrightarrow c = 4\% \quad (2 \text{ Punkte})$$

- Wie stark darf die Überschussbeteiligung sinken, damit der Cap nicht unter 3% rutscht?

- Cap von $c = 3\%$ in die gegebene Gleichung einsetzen (2 Punkte)
- Berechnung des Optionspreises bzw. der notwendigen Überschussbeteiligung

$$P(c) = \frac{0,08}{1 + \exp\{80 \cdot (4\% - c)\}} = \frac{0,08}{1 + \exp\{80 \cdot (4\% - 3\%\)}} = 2,48\% \quad (1 \text{ Punkt})$$

- e) Ihr Vertriebsvorstand möchte wissen, bei welchem Produkt Sie das größere Renditepotenzial sehen. Dazu haben Sie von beiden Produkten bereits einen „Prototypen“ gebaut und das Chance-Risiko-Profil der beiden Produkte gerechnet. Leider haben Sie im Alltagsstress vergessen, die beiden Chance-Risiko-Profile zu beschriften.



- e1. Beschreiben Sie die Chancen und Risiken der beiden abgebildeten Produkte aus Kundensicht!

Produkt A (oberes Chance-Risiko-Profil)

- geringere Wahrscheinlichkeit auf sehr hohe Renditen (*1 Punkt*)
- geringere Wahrscheinlichkeit auf sehr niedrige Renditen (*1 Punkt*)
- relativ hohe Wahrscheinlichkeit für moderate Renditen (ähnlich zur Klassik) (*1 Punkt*)

Produkt B (unteres Chance-Risiko-Profil)

- relativ hohes Renditepotenzial und hohe Wahrscheinlichkeit auf sehr hohe Renditen (*1 Punkt*)
- relativ hohe Wahrscheinlichkeit auf sehr niedrige Renditen zwischen 0% und 2 % (*1 Punkt*)
- relativ geringe Wahrscheinlichkeit für moderate Renditen (*1 Punkt*)

- e2. Welches Bild gehört wohl zu welchem Produkt und warum?

Zuordnung

- Produkt A = Produkt mit Wahlrecht auf Indexbeteiligung, da sehr ausgewogenes Chance-Risiko-Profil (*1 Punkt*)
- Produkt B = I-CPPI, da hohe Wahrscheinlichkeit für Renditen nahe 0% und trotzdem hohe Renditechance (*1 Punkt*)

Aufgabe 3 Solvency II - Eigenmittel (60 Punkte)

Als Teil des Risikomanagement-Teams unter dem CRO der Gruppe werden Ihnen die Solvabilitätsübersichten eines der Lebens-Erstversicherungsunternehmen Ihrer Gruppe zur weiteren Analyse und Qualitätssicherung vorgelegt.

Es ist geplant, 10 als Jahresüberschuss an die Eigentümer auszuschütten. Diese Mittel sind nicht im Eigenkapital berücksichtigt sondern in der Planung nur als Teil des Rohergebnisses vorhanden. Die VMF hatte überlegt, diese Mittel der freien RfB zuzuführen, bislang wurde der Ansatz der VMF in den Planungen verworfen.

Das Haus ist vergleichsweise klein und hat lediglich das verteilte Branchensimulationsmodell angewendet. Über den maschinellen Datamart erhalten Sie erstmalig die Basiswerte direkt auf den Rechner:

SCR: 200

Eigenmittel:

Tier 1 verfügbar: 100

Tier 2 verfügbar: 60

Tier 3 verfügbar: 200

- (a) Bestimmen Sie die Bedeckungsquote auf Basis der verfügbaren Eigenmittel gemäß Tier-Struktur.
(10 Punkte)
- (b) Ermitteln Sie die tatsächlich anrechenbaren Eigenmittel. Bestimmen Sie die aufsichtsrechtliche Bedeckungsquote unter Berücksichtigung der Anrechenbarkeitsgrenzen.
(25 Punkte)
- (c) Was ist das Ergebnis Ihrer Analyse? Welche Empfehlung geben Sie an den CRO? Gibt es weitere Funktionen / Personen im Unternehmen (Solo und Gruppe), die Sie in Kenntnis setzen wollen? Nutzt Ihnen die Idee der VMF etwas (ignorieren Sie bitte Effekte aus Steuern)?
(25 Punkte)

Auszug Rechtsgrundlagen:

VAG:

§ 94 Eigenmittel zur Einhaltung der Solvabilitätskapitalanforderung

(1) Für die Einhaltung der Solvabilitätskapitalanforderung setzen sich die anrechnungsfähigen Eigenmittel zusammen aus Eigenmitteln der Qualitätsklasse 1 und aus anrechnungsfähigen Eigenmitteln der Qualitätsklassen 2 und 3.

(2) Die Eigenmittelbestandteile der Qualitätsklassen 2 und 3 sind nur anrechnungsfähig, soweit folgende Bedingungen erfüllt sind:

1. die Eigenmittelbestandteile der Qualitätsklasse 1 betragen mindestens ein Drittel der Sol-

- vabilitätskapitalanforderung und
2. der anrechnungsfähige Betrag der Eigenmittelbestandteile der Qualitätsklasse 3 ist kleiner als ein Drittel der Solvabilitätskapitalanforderung.

§ 95 Eigenmittel zur Einhaltung der Mindestkapitalanforderung

(1) Für die Einhaltung der Mindestkapitalanforderung setzen sich die anrechnungsfähigen Eigenmittel nur aus Eigenmitteln der Qualitätsklasse 1 und anrechnungsfähigen Basiseigenmitteln der Qualitätsklasse 2 zusammen.

(2) Die Eigenmittelbestandteile der Qualitätsklasse 1 bedecken mindestens die Hälfte der Mindestkapitalanforderung.

Delegierte Rechtsakte:

Artikel 82 Anrechnungsfähigkeit und Begrenzungen für Tier 1, 2 und 3

1. In Bezug auf die Einhaltung der Solvenzkapitalanforderung unterliegen die anrechnungsfähigen Beträge der Tier-2- und Tier-3-Bestandteile allen folgenden quantitativen Begrenzungen:

- (a) der anrechnungsfähige Betrag der Tier-1-Bestandteile muss mindestens die Hälfte der Solvenzkapitalanforderung ausmachen;
- (b) der anrechnungsfähige Betrag der Tier-3-Bestandteile muss weniger als 15 % der Solvenzkapitalanforderung ausmachen;
- (c) die Summe der anrechnungsfähigen Beträge der Tier-2- und Tier-3-Bestandteile darf nicht mehr als 50 % der Solvenzkapitalanforderung ausmachen.

2. In Bezug auf die Einhaltung der Mindestkapitalanforderungen unterliegen die anrechnungsfähigen Beträge der Tier- 2-Bestandteile allen folgenden quantitativen Begrenzungen:

- (a) der anrechnungsfähige Betrag der Tier-1-Bestandteile muss mindestens 80 % der Mindestkapitalanforderung ausmachen;
- (b) die anrechnungsfähigen Beträge der Tier-2-Bestandteile darf nicht mehr als 20 % der Mindestkapitalanforderung ausmachen.

Lösung von Aufgabe 3 Solvency II – Eigenmittel (60 Punkte)

Teil a) Ausgangssituation:

Klassifizierte Eigenmittel

T3	200	
T2	60	
T1	100	(1 Punkt)

Solvvenzkapitalanforderung VU

SCR	200
-----	-----

verfügbare Eigenmittel

T1 + T2 + T3 =	360	(3 Punkte)
SCR	200	(3 Punkte)
Bedeckungsquote	180,00%	(3 Punkte)

Teil b)

Anrechenbare Eigenmittel gemäß delegierten Rechtsakten (Level 2 – eine Präzisierung der Rahmenrichtlinie und damit des VAG auf Level 1), d.h. das VAG ist an dieser Stelle letztlich irrelevant, weil dort die Rahmenrichtlinie (Level 1) umgesetzt wurde. Man kann sich also nicht allein auf das VAG stützen, sondern muss die anderen Ebenen der Rechtsprechung (Delegierte Rechtsakte und Leitlinien) einbeziehen. [Ergänzend kann auf das Lamfalussy-Verfahren eingegangen werden – Rahmenrichtlinie Level 1, Delegierte Rechtsakte Level 2 und Leitlinien Level 3]. Juristisch enthalten die nachgeordneten Level der Rechtsprechung immer Präzisierungen bzw. Verfeinerungen der auf der oberen Ebene festgelegten Rahmenbedingungen. Dies ist auch dann der Fall, wenn wie hier eine ganz andere Systematik festgelegt wird. (20 Punkte)

$t1 = T1 =$	100	(1 Punkt)
$t2 = \min(0,5*SCR; T2) =$	60	(1 Punkte)
$t3 = \min(0,5*SCR - t2; 0,15*SCR; T3) =$	30	(1 Punkte)
anrechenbare Eigenmittel		
$t1 + t2 + t3 =$	190	(1 Punkt)
SCR	200	
Bedeckungsquote	95,00%	(1 Punkte)

Teil c)

Der Ansatz der VMF sieht vor, 10 Geldeinheiten aus dem Jahresüberschuss zu thesaurieren oder der freien RfB zuzuführen. Damit wären die Mittel (Diskontierungseffekte bei Zinsen nahe Null vernachlässigt) entweder direkt oder über den Umweg des Surplus Funds (freie RfB) im Eigenkapital der Kategorie tier 1. (7 Punkte)

$t1 = T1 + J\ddot{U} =$	110	(2 Punkte)
$t2 = \min(0,5*SCR; T2) =$	60	
$t3 = \min(0,5*SCR - t2; 0,15*SCR; T3) =$	30	
anrechenbare Eigenmittel		
$t1 + t2 + t3 =$	200	
SCR	200	
Bedeckungsquote	100,00%	(1 Punkt)

Empfehlungen an das VU (15 Punkte)

Die Situation ist alarmierend, denn die Eigenmittel reichen nicht aus! Es sollte unmittelbar eine Information darüber an den CRO gegeben werden mit der Erläuterung, dass zu wenig Mittel in tier 1 und ggf. in tier 2 vorhanden sind.

Der Vorstand des Solo-Unternehmens ist zu informieren, sicherheitshalber auch die VMF der Gruppe. Trotz vermeintlich großzügig vorhandener verfügbarer Eigenmittel kommt es zu einer Unterdeckung. Innerhalb des Unternehmens (des Konzerns) muss über Eigenkapitalbeschaffung nachgedacht werden. Da der Surplus Fund tier 1 ist, kann die Idee der VMF direkt als Maßnahme umgesetzt werden. Eine Thesaurierung wäre ebenfalls möglich.

Damit liegt die Quote zwar bei 100%, dies ist aber aufgrund der Volatilität denkbar knapp. Weitere Maßnahmen sollten überlegt werden. Was wären Optionen: evtl. nicht gezeichnetes EK in tier 2 vorhanden. Dies könnte eingezahlt werden (dann ist es tier 1). Innerhalb der Gruppe könnte Genussrechtkapital begeben werden (tier 2). Besondere Möglichkeiten der Rückversicherung könnten eruiert werden.

Aufgabe 4 Vergleich von Renten- und Zinsnachreservierung (60 Punkte)

Sie arbeiten im Aktuariat eines deutschen Lebensversicherers und beschäftigen sich dort u.a. mit Reservestärkungen unter HGB, insbesondere mit der Verstärkung der Deckungsrückstellung durch die Zinszusatzreserve (ZZR, „Zinsnachreservierung“) und der Reservestärkung bei Rentenversicherungen („Rentennachreservierung 2004“). Am Freitagnachmittag unterhalten Sie sich bei einem Kaffee länger mit einem älteren Kollegen, der Sie vor einigen Jahren eingearbeitet hat und jetzt kurz vor dem Ruhestand steht. Dabei wird deutlich, dass ihm einige Regelungen zur ZZR fremd vorkommen – insbesondere weist er immer wieder auf die ihm sehr gut bekannten Regelungen zur Rentennachreservierung hin, die man doch „einfach für die Zinsen hätte übernehmen können“. Sie bringen ad hoc einige Ihnen bekannte Argumente zur Festsetzung der ZZR in das Gespräch ein, merken dabei aber doch, dass Sie noch nicht systematisch über Reservestärkungen unter HGB nachgedacht haben. Auf dem Weg nach Hause beschließen Sie, sich nächste Woche etwas allgemeiner mit diesem Thema zu beschäftigen und dabei insbesondere auch einen Vergleich beider Reservestärkungen zu erstellen. Dieser Vergleich soll auf der Grundlage einer einheitlichen Terminologie erfolgen: Hierzu nehmen Sie die Sicht ein, dass bei der Rentennachreservierung 2004 die vorhandene Deckungsrückstellung gestärkt wird durch die zusätzliche Bildung einer hierdurch definierten „Rentenzusatzreserve (RZR)“.

Beschreiben Sie nachfolgend die Bildung der Zins- und Rentenzusatzreserve in dieser gemeinsamen Terminologie und beantworten Sie dazu bitte die nächsten vier Fragen a) – d) für jeweils beide Reservestärkungen (ein einziger oder einige wenige aussagekräftige Sätze reichen jeweils aus):

- Aus welchem auslösenden Grund ist die jeweilige Zusatzreserve (ZZR, RZR) zu bilden? Nennen Sie bitte in beiden Fällen jeweils den inhaltlichen und den rechtlichen Auslöser. (4 Punkte)
- Wie wird jeweils die konkrete Höhe beider Zusatzreserven (ZZR, RZR) für ein einzelnes konkretes Geschäftsjahr grundsätzlich ermittelt? (8 Punkte)
- Bitte erläutern Sie für beide Zusatzreserven (ZZR, RZR) den in einem mehrjährigen Prozess grundsätzlich angestrebten Zielzustand (Zielniveau bei ansonsten unveränderten Verhältnissen) und beschreiben Sie in beiden Fällen, wie der planmäßige Weg dorthin jeweils ausgestaltet wird. (8 Punkte)
- Bitte erläutern Sie für beide Zusatzreserven (ZZR, RZR), ob diese nach vollständigem Aufbau teilweise oder ganz wieder freigesetzt werden können und nach welchen Regularien dies ggf. in beiden Fällen geschieht. (6 Punkte)

Die nächste Frage e) bezieht sich nur auf die Rentennachreservierung:

- Was sagt die einschlägige DAV Richtlinie zum Ansatz der anderen Rechnungsgrundlagen (hier konkret: Storno bzw. Kapitalabfindung, Rechnungszins und rechnungsmäßige Kostenzuschläge) bei der Berechnung der RZR im Rahmen der Rentennachreservierung? (4 Punkte)

Die nächste Frage f) bezieht sich wieder auf die Renten- und Zins- Nachreservierung:

- Geben Sie bitte die „RZR bei unverändertem Zins“ und die „ZZR bei unveränderter Biometrie“ formelmäßig an für das Beispiel einer sofort beginnenden lebenslänglichen Leibrente der Höhe 1.

Verwenden Sie hierzu bitte die folgenden Notationen und Formeln:

Sei z der Rechnungszins bei Vertragsbeginn, und sei i mit $0 < i < z$ der Referenzzinssatz der $ZZR = ZZR(i, z)$. Seien $v = \frac{1}{1+i}$ und $w = \frac{1}{1+z}$ die zugehörigen Diskontsätze. Seien

$$\ddot{a}_x(i) = \sum_{k=0}^{\omega-x} {}_k p_x \cdot v^k = \sum_{k=0}^{\omega-x} {}_k E_x(i) \text{ mit dem Erlebensfallbarwert } {}_k E_x(i) = {}_k p_x \cdot v^k \text{ bzw.}$$

$$\ddot{a}_x(z) = \sum_{k=0}^{\omega-x} {}_k p_x \cdot w^k = \sum_{k=0}^{\omega-x} {}_k E_x(z) \text{ mit dem Erlebensfallbarwert } {}_k E_x(z) = {}_k p_x \cdot w^k$$

die zugehörigen Barwerte der sofort beginnenden lebenslänglichen Leibrente der Höhe 1 zum Rechnungszins i bzw. z . Werden zwei Rechnungszinsen abschnittsweise verwendet, sei dies mit $\ddot{a}_x(i, z)$ in der Reihenfolge der Verwendung („erst i , dann z “ mit einer separat zu nennenden Dauer des Anfangsabschnitts) notiert.

Weiter seien q_x bzw. ${}_k p_x$ die wie üblich bezeichneten einjährigen Sterbewahrscheinlichkeiten bzw. zugehörigen k -jährigen Überlebenswahrscheinlichkeiten zum Alter x . Alle von der Sterblichkeit abhängigen Größen entstammen ggf. zwei Sterbetafeln, einer zur Erstbewertung bei Vertragsbeginn verwendeten Ursprungstafel mit der Bezeichnung „*alt*“ und einer zur Folgebewertung im Rahmen der Reservestärkung wegen Langlebigkeit verwendeten Zieltafel „*neu*“: Dies wird jeweils durch einen rechts hochgestellten entsprechenden Index bzw. als Funktionsargument in Klammern markiert. Kürzt man die Deckungsrückstellung mit DR ab, ist z.B. $DR(alt, z)$ die Deckungsrückstellung der Erstbewertung. Ebenso ist z.B. $\ddot{a}_x^{alt}(z)$ der Leibrentenbarwert zum Rechnungszins z und zur Ursprungstafel, während ${}_k p_x^{neu}$ die k -jährige Überlebenswahrscheinlichkeit zur Zieltafel bezeichnet.

Gesucht sind dementsprechend die Rentenzusatzreserve wegen des Übergangs von der alten auf die neue Tafel bei unverändertem Rechnungszins $RZR(alt, neu, z)$ und die Zinszusatzreserve zur alten Tafel bei vorgegebenem Referenzzins und Rechnungszins $ZZR(alt, i, z)$.

Geben Sie beide Formeln jeweils in Termen der oben genannten Barwerte an und erläutern Sie das Ergebnis auch kurz verbal. (16 Punkte)

Bei dem Vergleich von RZR und ZZR ist Ihnen aufgefallen, dass für die ZZR teilweise noch offen ist, welche Möglichkeiten für den Ansatz der anderen Rechnungsgrundlagen (hier konkret: Storno bzw. Kapitalabfindung, rechnungsmäßige Sterblichkeit und rechnungsmäßige Kostenzuschläge) bestehen. In diesem Zusammenhang erinnern Sie sich an die im Seminar vorgestellte Möglichkeit, versicherungsmathematische Zusammenhänge mittels einer generellen Bilanzgleichung tarifübergreifend allgemein darzustellen. Mittels der nachfolgenden, für die Folgebewertung prämienpflichtiger Versicherungen gegen einen über die gesamte Versicherungsdauer gezahlten laufenden Beitrag genutzten Bilanzgleichung in Brutto-Darstellung mit explizit angesetzten zukünftigen Kosten

$$\underbrace{{}_t V_x^B + B_{t+1}}_{\substack{\text{Deckungskapital am Jahres-} \\ \text{ende zzgl. Bruttobeitrag} \\ \text{am Anfang des Folgejahres}}} = \underbrace{{}_{t+1} V_x^B \cdot v \cdot p_{x+t}}_{\substack{\text{Diskontiertes Deckungskapital am} \\ \text{Ende des Folgejahres bei Erleben}}} + \underbrace{T_{t+1} \cdot v \cdot q_{x+t}}_{\substack{\text{Diskontierte Todesfallleistung für den} \\ \text{Fall des Todes im Verlauf des} \\ \text{Folgejahres (Leistung am Jahresende)}}} + \underbrace{E_t}_{\substack{\text{Erlebensfall-} \\ \text{leistung am} \\ \text{Jahresende}}} + \underbrace{K_{t+1}}_{\substack{\text{Kosten am} \\ \text{Anfang des} \\ \text{Folgejahres}}}$$

klären Sie dann die folgenden Fragen:

- g) Kann bei der Berechnung der ZZR Storno bzw. Kapitalabfindung berücksichtigt werden? Begründen Sie bitte Ihre Antwort.
Geben Sie zusätzlich konkret an, wie sich die angegebene Bilanzgleichung durch die Einbeziehung der neuen Ausscheideordnung „Storno bzw. Kapitalabfindung“ formelmäßig verändern würde.
Erläutern Sie an Hand der geänderten Formel, weshalb die ZZR hierdurch sinkt.
Widerspricht dies dem Satz von Cantelli? Begründen Sie bitte Ihre Antwort. (6 Punkte)
- h) Leiten Sie aus der oben angegebenen Bilanzgleichung für das Brutto-Deckungskapital mit explizit angesetzten zukünftigen Kosten die entsprechende Bilanzgleichung für das gezielte Netto-Deckungskapital mit implizit angesetzten zukünftigen Kosten her. (4 Punkte)
- i) Wie würde sich die Bilanzgleichung für das Brutto-Deckungskapital mit explizit angesetzten zukünftigen Kosten ändern, wenn Sie im Rahmen der Berechnung der ZZR auf die Vereinnahmung der Amortisationskosten im Kostenergebnis verzichten und diese (nach erfolgter Bilanzierung vorheriger Abschlusskostenverluste bilanziell nicht mehr zwingend benötigten) Kostenzuschläge zur Absenkung des ZZR-Aufwandes einsetzen würden? Geben Sie die Änderung der Gleichung an und erläutern Sie daran konkret, wie dies die ZZR senkt. (4 Punkte)

Lösung Aufgabe 4 Vergleich von Renten- und Zinsnachreservierung (60 Punkte)

- a) Aus welchem auslösenden Grund ist die jeweilige Zusatzreserve (ZZR, RZR) zu bilden? Nennen Sie bitte in beiden Fällen jeweils den inhaltlichen und den rechtlichen Auslöser. (4 Punkte)

Die ZZR ist inhaltlich deshalb zu bilden, weil die zukünftig zu erwartenden Zinserträge nicht ausreichen, die Zinssatzverpflichtungen des vorhandenen Bestandes mit angemessener Sicherheit zu bedecken. Rechtlich ist sie gemäß der allgemeinen Vorschriften des Handelsgesetzbuches und einer konkreten Vorgabe der Deckungsrückstellungsverordnung (konkret: §341f (2) HGB und §5 (3), (4) DeckRV) zu bilden.

Die RZR ist inhaltlich deshalb zu bilden, weil die zukünftig zu erwartende Verbesserung der Sterblichkeit (die steigende Langlebigkeit) zur Konsequenz hat, dass die Ursprungstafel der Erstbewertung nicht mehr als angemessen angesehen werden kann. Rechtlich ist sie deshalb zu bilden, weil angesichts entsprechender Verlautbarungen von DAV und BaFin die laut Deckungsrückstellungsverordnung (konkret: §5 (1) DeckRV) erforderliche angemessene Sicherheit bei Beibehaltung der Ursprungstafel nicht mehr gegeben wäre.

- b) Wie wird jeweils die konkrete Höhe beider Zusatzreserven (ZZR, RZR) für ein einzelnes konkretes Geschäftsjahr ermittelt? (8 Punkte)

Die jeweils für erforderlich gehaltene angehobene Sicherheitsmarge in der Rechnungsgrundlage Zins (ZZR) bzw. Biometrie (RZR) ist für den Zins in Gestalt eines Referenzzinses, der in den ersten 15 Jahren einen ggf. höheren ursprünglichen Rechnungszins ersetzt, und für die Biometrie in Gestalt einer von DAV und BaFin festgesetzten Rententafel vorgegeben. Mit diesen Setzungen ist die Deckungsrückstellung sowohl mit der alten als auch mit der angeho-

benen Sicherheitsmarge zu berechnen; aus der Differenz (falls positiv) ergibt sich die erforderliche Zusatzreserve ZZR bzw. RZR.

- c) Bitte erläutern Sie für beide Zusatzreserven (ZZR, RZR) den in einem mehrjährigen Prozess grundsätzlich angestrebten Zielzustand (Zielniveau bei ansonsten unveränderten Verhältnissen) und beschreiben Sie in beiden Fällen, wie der planmäßige Weg dorthin jeweils ausgestaltet wird. (8 Punkte)

Der für die Zinsnachreservierung angestrebte Zielzustand ist die Berechnung der Deckungsrückstellung mit einem Rechnungszins, der in den ersten 15 Jahren wo erforderlich abgesenkt ist auf den aktuellen Referenzzinssatz (konkret: den von der EZB veröffentlichten 10jährigen Euro-Swapsatz zum 30.09. des Geschäftsjahres).

Der für die Rentennachreservierung angestrebte Endzustand ist die Berechnung der Deckungsrückstellung mit einer von der DAV hierzu erarbeiteten und von IDW und BaFin anerkannten Renten-Sterbetafel.

Der planmäßige Weg zum Endzustand besteht für die ZZR darin, den Rechnungszinssatz stufenweise und gleitend abzusenken durch Verwendung eines gleitenden Zehnjahresmittels gemäß DeckRV. Bei ansonsten unveränderten Verhältnissen (konkret: bei konstant unterstelltem Zinsniveau im Markt) wird damit nach 10 Jahren ein stabiler Zielzustand erreicht, der allerdings kapitalmarktabhängig ist.

Der planmäßige Weg zum Endzustand besteht für die RZR darin, sich über einen Zeitraum von 20 Jahren und durch die Berücksichtigung von in dieser Zeitspanne jeweils jährlich erfolgenden Neubewertungen durch den Ansatz einer aktuell veröffentlichten Übergangstafeln der DAV schrittweise dem Zielniveau der Langlebigkeit anzunähern.

- d) Bitte erläutern Sie für beide Zusatzreserven (ZZR, RZR), ob diese nach vollständigem Aufbau teilweise oder ganz wieder freigesetzt werden können und nach welchen Regularien dies ggf. in beiden Fällen geschieht. (6 Punkte)

Nach Erreichen des geplanten Endzustands ist die Rentennachreservierung c.p. abgeschlossen. Eine planmäßige Freisetzung ist nicht vorgesehen.

Der Endzustand der Zinszusatzreserve ist wie erläutert kapitalmarktabhängig: Dies führt zu einer dynamischen Veränderung auch des Zielzustandes. Insbesondere kann ZZR auch wieder planmäßig freigesetzt werden.

- e) Was sagt die einschlägige DAV Richtlinie zum Ansatz der anderen Rechnungsgrundlagen (hier konkret: Storno bzw. Kapitalabfindung, Rechnungszins und rechnungsmäßige Kostenzuschläge) bei der Berechnung der RZR im Rahmen der Rentennachreservierung? (4 Punkte)

Nach der Richtlinie ist es zulässig, bei der Folgebewertung im Rahmen der Rentennachreservierung unter Beachtung der allgemeinen Vorschriften des Handelsrechts (Stetigkeitsprinzip, Realisations- und Imparitätsprinzip) gleichzeitig mit der Erhöhung der Sicherheitsmarge in der Langlebigkeit die Sicherheitsmargen in Zins und / oder Kosten abzusenken, sofern die Sicherheitsmargen in jeder einzelnen Rechnungsgrundlage und insgesamt über alle Rechnungsgrundlagen gesehen ausreichend bleiben. Wegen des Realisationsprinzips ist zusätzlich sicherzustellen, dass der Aufwand zur Erhöhung der Marge in der Langlebigkeit dabei stets

größer ist als die Erträge aus der Absenkung der Margen in den beiden anderen Rechnungsgrundlagen, sich insgesamt also keine vorgezogene Gewinnrealisierung ergibt.

- f) Geben Sie bitte die „RZR bei unverändertem Zins“ und die „ZZR bei unveränderter Biometrie“ formelmäßig an für das Beispiel einer sofort beginnenden lebenslänglichen Leibrente der Höhe 1. Gesucht sind dementsprechend die Rentenzusatzreserve wegen des Übergangs von der alten auf die neue Tafel bei unverändertem Rechnungszins $RZR(alt, neu, z)$ und die Zinszusatzreserve zur alten Tafel bei vorgegebenem Referenzzins und Rechnungszins $ZZR(alt, i, z)$.

Geben Sie beide Formeln jeweils in Termen der oben genannten Barwerte an und erläutern Sie das Ergebnis auch kurz verbal. (16 Punkte).

Die beiden Zusatzreserven berechnen sich als

$$RZR(alt, neu, z) = \max(DR(neu, z) - DR(alt, z); 0)$$

und

$$ZZR(alt, i, z) = \max(DR(alt, i, z) - DR(alt, z); 0),$$

wobei in selbst erklärender Notation $DR(alt, i, z)$ die Deckungsrückstellung nach alter Sterbetafel mit Abschnittszins „erst i für 15 Jahre, danach z “ bezeichnet. Die drei benötigten Deckungsrückstellungen ermitteln sich dabei aus folgenden Leibrentenbarwerten:

$$DR(neu, z) = \ddot{a}_x^{neu}(z) = \sum_{k=0}^{\omega-x} {}_k p_x^{neu} \cdot w^k$$

$$DR(alt, z) = \ddot{a}_x^{alt}(z) = \sum_{k=0}^{\omega-x} {}_k p_x^{alt} \cdot w^k$$

$$DR(alt, i, z) = \ddot{a}_x^{alt}(i, z) = \sum_{k=0}^{14} {}_k p_x^{alt} \cdot v^k + \sum_{k=15}^{\omega-x} {}_k p_x^{alt} \cdot v^{15} \cdot w^{k-15} = \sum_{k=0}^{14} {}_k p_x^{alt} \cdot v^k + {}_{15} p_x^{alt} \cdot v^{15} \cdot \sum_{k=15}^{\omega-x} {}_{k-15} p_{x+15}^{alt} \cdot w^{k-15}$$

Die letzte Zeile ergibt schließlich

$$DR(alt, i, z) = \ddot{a}_{x:15}^{alt}(i) + {}_{15} E_x^{alt}(i) \cdot \sum_{k=0}^{\omega-x-15} {}_k p_{x+15}^{alt} \cdot w^k = \ddot{a}_{x:15}^{alt}(i) + {}_{15} E_x^{alt}(i) \cdot \ddot{a}_{x+15}^{alt}(z)$$

mit dem temporären Leibrentenbarwert im ersten Summanden und dem Erlebensfallbarwert als erstem Faktor des zweiten Summanden.

Mit diesen Ergebnissen folgt zunächst für die Rentennachreservierung

$$RZR(alt, neu, z) = \max(DR(neu, z) - DR(alt, z); 0) = \max\left(\sum_{k=0}^{\omega-x} ({}_k p_x^{neu} - {}_k p_x^{alt}) \cdot w^k; 0\right)$$

Die Rentenzusatzreserve ist also der (positive) Barwert der Veränderungen aller mehrjährigen Überlebenswahrscheinlichkeiten.

Für die Zinsnachreservierung wählt man zunächst $i=z$ in der letzten Formel für $DR(alt, i, z)$ und erhält

$$DR(alt, z) = DR(alt, z, z) = \ddot{a}_{x:15}^{alt}(z) + E_{x:15}^{alt}(z) \cdot \ddot{a}_{x+15}^{alt}(z).$$

Durch Differenzbildung folgt dann

$$ZZR(alt, i, z) = \max((\ddot{a}_{x:15}^{alt}(i) - \ddot{a}_{x:15}^{alt}(z)) + (E_{x:15}^{alt}(i) - E_{x:15}^{alt}(z)) \cdot \ddot{a}_{x+15}^{alt}(z); 0).$$

Die erste Differenz ergibt sich zu

$$\ddot{a}_{x:15}^{alt}(i) - \ddot{a}_{x:15}^{alt}(z) = \sum_{k=0}^{14} (E_{x:k}^{alt}(i) - E_{x:k}^{alt}(z)) = \sum_{k=0}^{14} p_x^{alt} \cdot (v^k - w^k).$$

Das bedeutet: Die ZZR ist die Summe der Unterschiede in den ersten Erlebensfallbarwerten zzgl. der mit dem alten Leibrentenbarwert ab dem 15. Jahr gewichteten Differenz der Erlebensfallbarwerte nach 15 Jahren.

Oder alternativ: Die ZZR ist der Erwartungswert der Differenz der Diskontfaktoren in den ersten 15 Jahren zzgl. des mit dem alten Leibrentenbarwert ab dem 15. Jahr gewichteten Erwartungswertes der Differenz des Diskontfaktors nach 15 Jahren.

g) Kann bei der Berechnung der ZZR Storno bzw. Kapitalabfindung berücksichtigt werden? Begründen Sie bitte Ihre Antwort.

Geben Sie zusätzlich konkret an, wie sich die angegebene Bilanzgleichung durch die Einbeziehung der neuen Ausscheideordnung „Storno bzw. Kapitalabfindung“ formelmäßig verändern würde.

Erläutern Sie an Hand der geänderten Formel, weshalb die ZZR hierdurch sinkt.

Widerspricht dies dem Satz von Cantelli? Begründen Sie bitte Ihre Antwort. (6 Punkte)

Bei der Berechnung der ZZR kann Storno bzw. Kapitalabfindung berücksichtigt werden, denn handelsrechtlich ist dies stets zulässig, und die BaFin hat in einer Verlautbarung erklärt, dass sie die Sicherheitsmarge in der Rechnungsgrundlage Zins auch in diesem Fall weiterhin in Alt- und Neubestand für angemessen hält.

In der angegebenen Bilanzgleichung

- ist die einjährige Überlebenswahrscheinlichkeit p_{x+t} zu ersetzen durch die einjährige Verbleibswahrscheinlichkeit $\overline{p}_{x+t} = 1 - q_{x+t} - s_t = p_{x+t} - s_t$ (wobei s_t die Wahrscheinlichkeit für Ausscheiden durch Storno oder Kapitalwahl bezeichnet), und
- die Leistung bei Storno ist zu ergänzen in Höhe von $v \cdot s_t \cdot S_{t+1}$, wobei S_{t+1} dem Deckungskapital nach Prämien Grundlagen entspricht, während die in der Bilanzgleichung ansonsten verwendeten Deckungskapitalien, Eintrittswahrscheinlichkeiten und Diskontsätze nach Reserve Grundlagen zu wählen sind.

Durch die Änderung ist am Ende des Folgejahres nur noch im Verbleibensfall statt im Erlebensfall Deckungskapital zu stellen; für stornierte Verträge entfällt die Stellung des Deckungskapitals nach Reserve Grundlagen. Genau für diese Verträge ist stattdessen das Deckungskapital nach Prämien Grundlagen zu leisten. Da das Deckungskapital nach Reserve Grundlagen (in der Regel) höher ist als das Deckungskapital nach Prämien Grundlagen (denn es handelt sich um eine Reservestärkung), sinkt das neue Deckungskapital um die Differenz. Oder kürzer: Für stornierte Verträge muss wie beabsichtigt keine ZZR mehr gestellt werden.

Dies widerspricht nicht dem Satz von Cantelli: In dessen Prämissen wird nämlich unterstellt (und in dessen Beweis benutzt), dass durchgängig überall Prämien- und Reservegrundlagen übereinstimmen.

- h) Leiten Sie aus der oben angegebenen Bilanzgleichung für das Brutto-Deckungskapital mit explizit angesetzten zukünftigen Kosten die entsprechende Bilanzgleichung für das gezillmerte Netto-Deckungskapital mit implizit angesetzten zukünftigen Kosten her. (4 Punkte)

Definierende Eigenschaft des impliziten Ansatzes zukünftiger Kosten ist es, dass die explizit angesetzten Kosten K_{t+1} genau den im Beitrag B_{t+1} angesetzten Verwaltungs- und Amortisationskostenzuschlägen entsprechen. Deshalb kann man auf beiden Seiten der Brutto – Bilanzgleichung die explizit angesetzten Kosten kürzen, und vom Bruttobeitrag B_{t+1} verbleiben nur der Nettobeitrag zzgl. des Zillmerbeitrags, d.h. der gezillmerte Nettobeitrag. Damit ergibt sich die folgende Bilanzgleichung für das Netto-Deckungskapital mit implizit angesetzten zukünftigen Kosten:

$${}_tV_x + NB_{t+1} = {}_{t+1}V_x \cdot v \cdot p_{x+t} + T_{t+1} \cdot v \cdot q_{x+t} + E_t$$

- i) Wie würde sich die Bilanzgleichung für das Brutto-Deckungskapital mit explizit angesetzten zukünftigen Kosten ändern, wenn Sie im Rahmen der Berechnung der ZZR auf die Vereinnahmung der Amortisationskosten im Kostenergebnis verzichten und diese (nach erfolgter Bilanzierung vorheriger Abschlusskostenverluste bilanziell nicht mehr zwingend benötigten) Kostenzuschläge zur Absenkung des ZZR-Aufwandes einsetzen würden? (4 Punkte)

In der oben angegebenen Bruttodarstellung werden lediglich die zukünftigen IST - Kosten K_{t+1} gekürzt um die zu Anfang des Folgejahres im Beitrag B_{t+1} enthaltenen Amortisationskostenzuschläge. An zukünftigen IST-Kosten bleiben somit nur die Verwaltungskostenzuschläge übrig, die Kosten sinken entsprechend. Gleichzeitig bleiben die zukünftigen Beiträge gleich. Deshalb sinken die neue Deckungsrückstellung (denn bei unveränderten Beiträgen und Leistungen sind weniger Kosten zu finanzieren) und damit die ZZR wie erwartet und beabsichtigt, und zwar um den Barwert der Amortisationskostenzuschläge.