



DAV

DEUTSCHE  
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Schriftliche Prüfung im Spezialwissen

## **Mathematik der Lebensversicherung**

gemäß Prüfungsordnung 3  
der Deutschen Aktuarvereinigung e. V.

am 20.10.2018

*Hinweise:*

- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 180 Punkte. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens 90 Punkte erreicht werden.
- Bitte prüfen Sie die Ihnen vorliegende Prüfungsklausur auf Vollständigkeit. Die Klausur besteht aus 4 Aufgaben auf 9 Seiten. Zusätzlich erhalten Sie ein Exemplar der DAV 2008T und ein Blatt mit Tabellen für Aufgabe 4.
- Alle Antworten sind zu begründen, und bei Rechenaufgaben muss der Lösungsweg ersichtlich sein. Die Tabellen auf dem Zusatzblatt für Aufgabe 4 sind auszufüllen und mit abzugeben.

*Mitglieder der Prüfungskommission:*

Nils Dennstedt, Dr. Alexander Kling, Dr. Michael Pannenberg

**Aufgabe 1.** [Produktentwicklung eines kapitalmarktorientierten Produktes]  
[34 Punkte]

Sie sind Produktentwickler bei einem deutschen Lebensversicherer und möchten eine aufgeschobene Rentenversicherung mit Wahlrecht auf Indexbeteiligung an den Markt bringen. Die Indexbeteiligung wird über eine sogenannte Cliquet-Option an einem Index dargestellt. Die Beteiligung ist so ausgestaltet, dass monatliche Renditen des Index über ein Jahr aufzuaddieren sind, wobei negative Renditen voll und positive Renditen nur bis zu einer Renditeobergrenze (Cap) angerechnet werden. Dabei wird der monatliche Cap jedes Jahr neu festgelegt.

- (a) Stellen Sie die Jahresrendite der beschriebenen Cliquet-Option als Funktion der Monatsrenditen eines Jahres formelmäßig dar. [4 Punkte]
- (b) Für die Festlegung des Cap hat Ihnen die Bank folgende Preisformel gegeben. Der Preis einer Cliquet-Option mit Cap  $c$  sei gegeben durch

$$P(c) = \frac{0,09}{1 + \exp\{90 \cdot (0,04 - c)\}}$$

Zeigen Sie, dass die Höhe des Cap mit zunehmender Überschussbeteiligung zunimmt. [Hinweis: Formen Sie die gegebene Preisgleichung so um, dass sie die Höhe des Cap in Abhängigkeit der Überschussbeteiligung des Versicherers angibt und argumentieren Sie dann, warum diese Funktion steigend in der Höhe der Überschussbeteiligung ist.] [8 Punkte]

- (c) Herr Kappe schließt das Produkt aus den Teilaufgaben (a) und (b) gegen einen jährlichen Beitrag von 1.000 EUR und mit einer Laufzeit von 30 Jahren ab. In das Produkt sind folgende Kosten einkalkuliert
- Abschlusskosten in Höhe von 2,5% der vereinbarten Beitragssumme, die gleichmäßig von den Beiträgen der ersten fünf Jahre entnommen werden,
  - Verwaltungskosten in Höhe von 4% jedes Beitrags, die direkt dem Beitrag entnommen werden,
  - laufende Verwaltungskosten in Höhe von 0,5% des Guthabens, die jährlich vor Kauf einer Indexbeteiligung von der Überschussbeteiligung abgezogen werden.

Die Todesfallleistung des Produktes ist gleich dem Kundenguthaben, so dass keine Risikoprämien anfallen.

Nach Ablauf von drei Versicherungsjahren ist das Guthaben von Herrn Kappe angewachsen auf 4.000 EUR (vor Zahlung des vierten Jahresbeitrags). Wie entwickelt sich das Guthaben von Herrn Kappe im 4. Versicherungsjahr, wenn Herr Kappe weiterhin einen Beitrag zahlt, er sich für die Indexbeteiligung entschließt, folgende monatlichen Renditen des Index im vierten Jahr zu beobachten sind und die Überschussbeteiligung des Versicherers 3% beträgt?

Monat	Rendite
1	2,7%
2	4,8%
3	-0,6%
4	2,8%
5	-3,9%
6	6,2%
7	1,2%
8	-1,1%
9	0,9%
10	2,9%
11	3,0%
12	3,3%

Runden Sie dabei die Höhe des verwendeten Cap auf eine Stelle nach dem Komma ( $x,x\%$ ). [14 Punkte]

- (d) Da im Vertrieb das Renditepotenzial Ihres Produktes immer wieder kritisiert wird, kommen Sie auf die Idee, zusätzlich zur Überschussbeteiligung auch noch einen Teil des vorhandenen Guthabens jedes Jahr für die Indexbeteiligung einzusetzen.
- (i) Erläutern Sie in Worten oder anhand eines Beispiels, wie Sie dadurch das Chancenpotenzial des Produktes erhöhen können. [4 Punkte]
- (ii) Erhöht sich dadurch auch das Risiko des Produktes aus Kundensicht? Begründen Sie Ihre Antwort. [4 Punkte]

**Lösung Aufgabe 1.** [Produktentwicklung eines kapitalmarktorientierten Produktes] [34 Punkte]

Sie sind Produktentwickler bei einem deutschen Lebensversicherer und möchten eine aufgeschobene Rentenversicherung mit Wahlrecht auf Indexbeteiligung an den Markt bringen. Die Indexbeteiligung wird über eine sogenannte Cliquet-Option an einem Index dargestellt. Die Beteiligung ist so ausgestaltet, dass monatliche Renditen des Index über ein Jahr aufzuaddieren sind, wobei negative Renditen voll und positive Renditen nur bis zu einer Renditeobergrenze (Cap) angerechnet werden. Dabei wird der monatliche Cap jedes Jahr neu festgelegt.

- (a) [4 Punkte] Stellen Sie die Jahresrendite der beschriebenen Cliquet-Option als Funktion der Monatsrenditen eines Jahres formelmäßig dar.

$$R = \max \left\{ \sum_{i=1}^{12} \min\{r_i; c\}; 0 \right\}$$

- (b) [8 Punkte] Für die Festlegung des Cap hat Ihnen die Bank folgende Preisformel gegeben. Der Preis einer Cliquet-Option mit Cap  $c$  sei gegeben durch

$$P(c) = \frac{0,09}{1 + \exp\{90 \cdot (0,04 - c)\}}$$

Zeigen Sie, dass die Höhe des Cap mit zunehmender Überschussbeteiligung zunimmt. [Hinweis: Formen Sie die gegebene Preisgleichung so um, dass sie die Höhe des Cap in Abhängigkeit der Überschussbeteiligung des Versicherers angibt und argumentieren Sie dann, warum diese Funktion steigend in der Höhe der Überschussbeteiligung ist.]

Auflösen der Preisformel nach dem Cap  $c$ :

$$\begin{aligned} P(c) &= \frac{0,09}{1 + \exp\{90 \cdot (0,04 - c)\}} \\ \Leftrightarrow 1 + \exp\{90 \cdot (0,04 - c)\} &= \frac{0,09}{P(c)} \\ \Leftrightarrow \exp\{90 \cdot (0,04 - c)\} &= \frac{0,09}{P(c)} - 1 \\ \Leftrightarrow 90 \cdot (0,04 - c) &= \ln\left(\frac{0,09}{P(c)} - 1\right) \end{aligned}$$



$$\Leftrightarrow 0,04 - c = \frac{\ln\left(\frac{0,09}{P(c)} - 1\right)}{90}$$

$$\Leftrightarrow c = 0,04 - \frac{\ln\left(\frac{0,09}{P(c)} - 1\right)}{90}$$

Einsetzen der Überschussbeteiligung  $\ddot{U}B$  als Optionspreis:

$$c = 0,04 - \frac{\ln\left(\frac{0,09}{\ddot{U}B} - 1\right)}{90}$$

Diskussion der Monotonie:

- $\frac{0,09}{\ddot{U}B} \downarrow$  monoton fallend in der Höhe der Überschussbeteiligung
- $\Rightarrow \ln\left(\frac{0,09}{\ddot{U}B} - 1\right) \downarrow$  monoton fallend in der Höhe der Überschussbeteiligung
- $\Rightarrow c = 0,04 - \frac{\ln\left(\frac{0,09}{\ddot{U}B} - 1\right)}{90} \uparrow$  monoton steigend in der Höhe der Überschussbeteiligung

(c) [14 Punkte] Herr Kappe schließt das Produkt aus den Teilaufgaben (a) und (b) gegen einen jährlichen Beitrag von 1.000 EUR und mit einer Laufzeit von 30 Jahren ab. In das Produkt sind folgende Kosten einkalkuliert

- Abschlusskosten in Höhe von 2,5% der vereinbarten Beitragssumme, die gleichmäßig von den Beiträgen der ersten fünf Jahre entnommen werden,
- Verwaltungskosten in Höhe von 4% jedes Beitrags, die direkt dem Beitrag entnommen werden,
- laufende Verwaltungskosten in Höhe von 0,5% des Guthabens, die jährlich vor Kauf einer Indexbeteiligung von der Überschussbeteiligung abgezogen werden.

Die Todesfallleistung des Produktes ist gleich dem Kundenguthaben, so dass keine Risikoprämien anfallen.

Nach Ablauf von drei Versicherungsjahren ist das Guthaben von Herrn Kappe angewachsen auf 4.000 EUR (vor Zahlung des vierten Jahresbei-

trags). Wie entwickelt sich das Guthaben von Herrn Kappe im 4. Versicherungsjahr, wenn Herr Kappe weiterhin einen Beitrag zahlt, er sich für die Indexbeteiligung entschließt, folgende monatlichen Renditen des Index im vierten Jahr zu beobachten sind und die Überschussbeteiligung des Versicherers 3% beträgt.

Monat	Rendite
1	2,7%
2	4,8%
3	-0,6%
4	2,8%
5	-3,9%
6	6,2%
7	1,2%
8	-1,1%
9	0,9%
10	2,9%
11	3,0%
12	3,3%

Runden Sie dabei die Höhe des verwendeten Cap auf eine Stelle nach dem Komma (x,x%).

Lösung:

- Guthaben vor Sparbeitrag 4.000 EUR
- Berechnung der Abschlusskosten (2 Punkte)
  - vereinbarte Beitragssumme:  $30 \cdot 1.000 = 30.000$
  - Abschlusskosten:  $2,5\% \cdot 30.000 = 750$
  - Entnahme von den Beiträgen der ersten 5 Jahre (d.h. 150 EUR pro Beitrag)
- Verwaltungskosten:  $4\% \cdot 1.000 = 40$  (1 Punkt)
- Sparbeitrag zu Beginn des 4. Versicherungsjahres:  $1.000 - 150 - 40 = 810$
- Guthaben nach Sparbeitrag: 4.810 EUR (1 Punkt)



- Berechnung des Cap (3 Punkte)
  - (i) Variante 1: durch Einsetzen der Überschussbeteiligung nach Abzug der laufenden Kosten (3%-0,5%) in die aufgelöste Formel aus Aufgabe 1

$$c = 0,04 - \frac{\ln\left(\frac{0,09}{0,03 - 0,005} - 1\right)}{90} = 0,029 = 2,9\%$$

- (ii) Variante 2: durch Einsetzen der Überschussbeteiligung nach Abzug der laufenden Kosten (3%-0,5%) in die Preisformel aus der Aufgabenstellung

$$0,03 - 0,005 = \frac{0,09}{1 + \exp\{90 \cdot (0,04 - c)\}}$$

Auflösen nach  $c$  ergibt

$$c = 0,04 - \frac{\ln\left(\frac{0,09}{0,03 - 0,005} - 1\right)}{90} = 0,029 = 2,9\%$$

- Berechnung der maßgeblichen Jahresrendite (5 Punkte)

Monat	Rendite	Rendite nach Cap
1	2,7%	2,7%
2	4,8%	2,9%
3	-0,6%	-0,6%
4	2,8%	2,8%
5	-3,9%	-3,9%
6	6,2%	2,9%
7	1,2%	1,2%
8	-1,1%	-1,1%
9	0,9%	0,9%
10	2,9%	2,9%
11	3,0%	2,9%
12	3,3%	2,9%
<b>maßgebliche Jahresrendite</b>		<b>16,5%</b>

- Fortschreibung des Vertragswerts um ein Jahr (2 Punkte)

$$4.810 \cdot (1 + 16,5\%) = 5.603,65$$



(d) [8 Punkte] Da im Vertrieb das Renditepotenzial Ihres Produktes immer wieder kritisiert wird, kommen Sie auf die Idee, zusätzlich zur Überschussbeteiligung auch noch einen Teil des vorhandenen Guthabens jedes Jahr für die Indexbeteiligung einzusetzen.

(i) [4 Punkte] Erläutern Sie in Worten oder anhand eines Beispiels, wie Sie dadurch das Chancenpotenzial des Produktes erhöhen können.

Es gibt zwei Möglichkeiten, wie sich dadurch das Chancenpotenzial des Produktes erhöht:

- Variante 1: Durch zusätzliches Einsetzen von Kundenguthaben kann ein höherer Preis für die Option bezahlt werden. Dadurch kann ein höherer Cap verwendet werden. Je höher der Cap der verwendeten Option, desto höher ist das Renditepotenzial des Produktes.
- Variante 2: Durch zusätzliches Einsetzen von Kundenguthaben kann mehr als eine Option (bei unverändertem Cap) gekauft werden. Dadurch kann für den Kunden eine Partizipationsquote an der maßgeblichen Jahresrendite gekauft werden, die größer als 1 ist. Dies erhöht das Renditepotenzial des Produktes.

(ii) [4 Punkte] Erhöht sich dadurch auch das Risiko des Produktes aus Kundensicht? Begründen Sie Ihre Antwort.

Ja, das Risiko aus Kundensicht erhöht sich, da nun durch Einsetzen von Kundenguthaben ein Risiko besteht, dass das Kundenguthaben von einem Jahr auf das nächste sinkt. Es entsteht also ein Verlustpotenzial, das in der ursprünglichen Ausgestaltung nicht vorhanden war.



**Aufgabe 2.** *[Rahmenbedingungen der Produktentwicklung] [26 Punkte]*

Sie bieten eine aufgeschobene fondsgebundene Rentenversicherung ohne Garantie gegen Einmalbeitrag an.

In das Produkt sind folgende Kosten einkalkuliert:

- Abschlusskosten in Höhe von 2% des Beitrags,
- Verwaltungskosten in Höhe von 1% des Beitrags,
- laufende Verwaltungskosten in Höhe von 0,6% des Guthabens p.a..

Hinzu kommen die Kosten des Fonds. Sie bieten nur einen Fonds an, der eine Fondsverwaltungsgebühr von 1% p.a. vereinnahmt. Die Todesfallleistung des Produktes ist gleich dem Kundenguthaben, sodass keine Risikoprämien anfallen.

Herr Jogi Löw (Alter 58) macht sich im Sommer 2018 zunehmend Sorgen um sein regelmäßiges Einkommen als Bundestrainer und entschließt sich deshalb dazu, 200.000 EUR aus seiner Nivea-Spardose in Ihr Produkt zu investieren.

- (a) Berechnen Sie die Ablaufleistung des Produktes nach Ablauf von 10 Jahren unter der Annahme einer konstanten Fondsperformance von 5% p.a.. *[6 Punkte]*
- (b) Berechnen Sie die Höhe der Effektivkosten des Produktes von Jogi Löw in der Vertragskonstellation aus Teilaufgabe (a). *[7 Punkte]*
- (c) Berechnen Sie die Höhe der Ablaufleistung des Produktes von Jogi Löw nach Steuern in der Vertragskonstellation aus Teilaufgabe (a), wenn er nach Ablauf von 10 Jahren eine Einmalleistung in Anspruch nimmt. Der Grenzsteuersatz von Jogi Löw ist 40%. *[7 Punkte]*
- (d) Berechnen Sie Jogi Löws Rente nach Steuern, wenn er im Alter 68 das angesparte Guthaben verrentet. Der Rentenfaktor ist 45 Euro Monatsrente pro 10.000 Euro Guthaben. Der Ertragsanteil für eine Rente ab Alter 68 ist 16%. Der Grenzsteuersatz von Jogi Löw ist 40%. *[6 Punkte]*

**Lösung Aufgabe 2.** [Rahmenbedingungen der Produktentwicklung] [26 Punkte]

Sie bieten eine aufgeschobene fondsgebundene Rentenversicherung ohne Garantie gegen Einmalbeitrag an.

In das Produkt sind folgende Kosten einkalkuliert

- Abschlusskosten in Höhe von 2% des Beitrags,
- Verwaltungskosten in Höhe von 1% des Beitrags,
- laufende Verwaltungskosten in Höhe von 0,6% des Guthabens p.a.

Hinzu kommen die Kosten des Fonds. Sie bieten nur einen Fonds an, der eine Fondsverwaltungsgebühr von 1% p.a. vereinnahmt. Die Todesfallleistung des Produktes ist gleich dem Kundenguthaben, sodass keine Risikoprämien anfallen.

Herr Jogi Löw (Alter 58) macht sich im Sommer 2018 zunehmend Sorgen um sein regelmäßiges Einkommen als Bundestrainer und entschließt sich deshalb dazu, 200.000 EUR aus seiner Nivea-Spardose in Ihr Produkt zu investieren.

- (a) [6 Punkte] Berechnen Sie die Ablaufleistung des Produktes nach Ablauf von 10 Jahren unter der Annahme einer konstanten Fondsperformance von 5% p.a.

- Abschlusskosten:  $2\% \cdot 200.000 = 4.000$  (1 Punkt)
- Verwaltungskosten:  $1\% \cdot 200.000 = 2.000$  (1 Punkt)
- Sparbeitrag: 194.000 (1 Punkt)
- Ablaufleistung vor Steuern:  $194.000 \cdot (1 + 5\% - 0,6\%)^{10} = 298.405,43$  (3 Punkte)

- (b) [7 Punkte] Berechnen Sie die Höhe der Effektivkosten des Produktes von Jogi Löw in der Vertragskonstellation aus Teilaufgabe (a).

- Effektivverzinsung auf den gezahlten Bruttobeitrag (Rendite des kostenbelasteten Szenarios, 3 Punkte):

$$\left(\frac{298.405,43}{200.000}\right)^{\frac{1}{10}} - 1 = 4,08\%$$

- Rendite des kostenfreien Szenarios ergibt sich als Summe aus Fondsperformance (nach Fondskosten) und Höhe der Fondskosten (2 Punkt):  $5\% + 1\% = 6\%$

- Effektivkosten ergeben sich als Differenz aus dem kostenfreien und dem kostenbelasteten Szenario (2 Punkte):  $6\% - 4,08\% = 1,92\%$
- (c) [7 Punkte] Berechnen Sie die Höhe der Ablaufleistung des Produktes von Jogi Löw nach Steuern in der Vertragskonstellation aus Teilaufgabe (a), wenn er nach Ablauf von 10 Jahren eine Einmalleistung in Anspruch nimmt. Der Grenzsteuersatz von Jogi Löw ist 40%.
- Kriterium Alter mind. 62 Jahre erfüllt
  - Kriterium Laufzeit mind. 12 Jahre nicht erfüllt (1 Punkt)

Einmalleistung vor Steuern	298.405,43 EUR	
Beitrag	200.000,00 EUR	
Unterschiedsbetrag	98.405,43 EUR	1 Punkt
Steuerfreibetrag	14.760,81 EUR	2 Punkte
zu versteuernder Betrag	83.644,61 EUR	1 Punkt
Steuer (25% pauschal)	20.911,15 EUR	1 Punkt
Einmalleistung nach Steuern	277.494,27 EUR	1 Punkt

- (d) [6 Punkte] Berechnen Sie Jogi Löws Rente nach Steuern, wenn er im Alter 68 das angesparte Guthaben verrentet. Der Rentenfaktor ist 45 Euro Monatsrente pro 10.000 Euro Guthaben. Der Ertragsanteil für eine Rente ab Alter 68 ist 16%. Der Grenzsteuersatz von Jogi Löw ist 40%.

Einmalleistung vor Steuern	298.405,43 EUR	
Steuern Ansparphase	-	1 Punkt
Verrenteter Betrag	298.405,43 EUR	1 Punkt
Rente vor Steuern	1.342,82 EUR	1 Punkt
Ertragsanteil (zu versteuern)	214,85 EUR	1 Punkt
Steuern Rentenphase	85,94 EUR	1 Punkt
Rente nach Steuern	1.256,88 EUR	1 Punkt



DAV

DEUTSCHE  
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

**Aufgabe 3** [spezielle Biometrische Produkte – preferred lives] [60 Punkte]

Sie arbeiten im Risikocontrolling einer großen internationalen Versicherungsgruppe. Aufgrund der anhaltenden Niedrigzinsen an den Kapitalmärkten hat Ihr Vorstand eine Risikooffensive angekündigt und eine piffige Kampagne gestartet, da bei dem zur Gruppe gehörigen portugiesischen Erstversicherer Portoseguros bereits ein einfaches Risikoprodukt „sua vida paga“ digital umgesetzt wurde.

Kunden können in Abhängigkeit von ihrem persönlichen Gesundheitsverhalten mit einfachen Klicks eine Risikoversicherung für kleines Geld abschließen. Das Produkt besteht aus jeweils einjährigen Risikoversicherungen, die jedes Jahr neu kalkuliert und vom Kunden abgeschlossen werden.

100.000€ Risikoabsicherung kosten eine 30jährige Person bei Portoseguros im Tarif „Basic“ 50€, in der Variante „healthy“ 35€ und in der „high risk“ Version 75€.

Kunden beantworten folgende Fragen:

- Alter bei Abschluss
- Fitness und/oder Herzkreislaufsport mindestens einmal wöchentlich (ja/nein)
- Familienstatus (ledig, verheiratet/Partnerschaft, verheiratet/Partnerschaft und Kinder)

Wenn ein Kunde ledig oder in einer Beziehung lebt, bekommt die Person den Tarif „high risk“. Eine verheiratete/verpartnerte Person mit Kind(ern) erhält „basic“. Treibt eine verheiratete/verpartnerte Person mit Kind(ern) zudem Sport gemäß obiger Frage, gibt es den Tarif „healthy“.

Der Tarif soll in Deutschland unverändert übernommen werden. Sie sind aufgefordert, eine Risikoanalyse auf Basis der nachfolgenden Datenlage zu verfassen:

- 1) Tarifierungstafel DAV 2008 T, Rechnungszins ist 0%
- 2) Bei Portoseguros sind im Produkt „sua vida paga“ 60% der Kunden weiblich. Sie erwarten einen solchen Anteil auch in Deutschland.
- 3) 80% der Kunden leben in einer Beziehung mit Kind(ern)
- 4) Unabhängig vom Familienstatus beantworten 50% aller Kunden die Sportfrage mit „ja“.
- 5) Gegenüber den Menschen in Beziehungen mit Kindern ist der Faktor für die Übersterblichkeit der Kinderlosen laut einer Studie des Bundesfamilienministeriums gerade 1,5.

- 6) Die Bundesärztekammer hat jüngst eine Herzkreislaufkampagne gestartet. Sie versucht damit, Menschen zu regelmäßigem Fitnesssport mindestens 1x pro Woche zu animieren. Mehrere Studien hätten gezeigt, dass die Sterblichkeit der Fitnesstreibenden bezogen auf die Sterblichkeit der übrigen Menschen gleichen Alters nur 75% beträgt.

Teil a) [30 Punkte]

Bestimmen Sie jeweils die Unisex-Sterblichkeiten und die Nettoprämien für die drei Tarifvarianten „basic“, „healthy“ und „high risk“ auf Basis der DAV 2008 T. Gehen Sie davon aus, dass Sie keine Zuschläge für Veränderungen des Geschlechtermixes berücksichtigen.

Lösung:

qx / qy	DAV 2008 T	
qx	0,000752	Sterblichkeit 30 jähriger Mann
qy	0,000311	Sterblichkeit 30 jährige Frau
i	0	Rechnungszins
Af	60%	Anteil Frauen
Am	40%	Anteil Männer
VS	100.000 €	Versicherungssumme
Kunden im Produkt	10.000	gemäß Erwartung

Unisex Sterblichkeit ohne Sicherheitszuschläge bzgl. Mix

$$\begin{aligned}
 q_{30\_uni} &= Af * qy + (1-Af)*qx \\
 &= 0,6 * 0,000311 + 0,4 * 0,000752 \\
 &= 0,0004874
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v &= 1/(1+i) \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

Einjährige Risikoprämie für 1 EUR Versicherungssumme

$$Px\_netto = v * qx$$

Eine Unisex Prämie ohne jegliche Risikoklassifizierung ist demnach gerade die Unisex-Wahrscheinlichkeit, also

$$\begin{aligned}
 P_{30\_Unisex\_netto} &= q_{30\_uni} \\
 &= 0,000487
 \end{aligned}$$

Für 100.000€ Versicherungssumme

$$P_{30\_Unisex\_netto} = 48,70 \text{ €}$$

Der Anteil "normaler Risiken" ist 80% (Beziehung und Kinder), „high risk“ sind demnach 20%. Übersterblichkeit derjenigen ohne Kinder ist 150% der übrigen Personen.

$$\begin{aligned} \text{Ant\_highrisk} &= 20\% \\ \text{Ant\_norm} &= 1 - \text{Ant\_highrisk} = 80\% \\ \ddot{\text{Ust\_risk}} &= 150\% = \text{qx\_highrisk} / \text{qx\_norm} \\ \text{qx\_uni} &= \text{Ant\_norm} * \text{qx\_norm} + \text{Ant\_highrisk} * \text{qx\_highrisk} \\ &= \text{Ant\_norm} * \text{qx\_norm} + (1 - \text{Ant\_norm}) * \ddot{\text{Ust\_risk}} * \text{qx\_norm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \\ \text{q30\_norm} &= \text{q30\_uni} / (\text{Ant\_norm} + (1 - \text{Ant\_norm}) * \ddot{\text{Ust\_risk}}) \\ &= 0,000443 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{q30\_highrisk} &= \ddot{\text{Ust\_risk}} * \text{q30\_norm} \\ &= 0,000665 \end{aligned}$$

Für die Tarifklasse "high risk" ergibt sich also die Nettoprämie

$$\begin{aligned} \text{P30\_Highrisk\_netto} &= \text{q30\_highrisk} \\ &= 0,000665 \end{aligned}$$

Für 100.000€ Versicherungssumme

$$\text{P30\_Highrisk\_netto} = \mathbf{66,50 \text{ €}}$$

Von den normalen Risiken machen 50% Fitness und fallen in die Kategorie "healthy".  
Die Untersterblichkeit ggü. den normalen Risiken liegt bei 75%

$$\begin{aligned} \text{Ant\_healthy} &= 50\% \\ \text{Ant\_basic} &= 1 - \text{Ant\_healthy} = 50\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ust\_healthy} &= 75\% \\ &= \text{qx\_healthy} / \text{qx\_norm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{qx\_norm} &= \text{Ant\_basic} * \text{qx\_basic} + \text{Ant\_healthy} * \text{qx\_healthy} \\ &= \text{Ant\_basic} * \text{qx\_basic} + (1 - \text{Ant\_basic}) * \text{Ust\_healthy} * \text{qx\_basic} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \\ \text{q30\_basic} &= \text{q30\_norm} / (\text{Ant\_basic} + (1 - \text{Ant\_basic}) * \text{Ust\_healthy}) \\ &= 0,000506 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{q30\_healthy} &= \text{Ust\_healthy} * \text{q30\_norm} \\ &= 0,00038 \end{aligned}$$

Für die Tarifklasse "healthy" ergibt sich also die Nettoprämie

$$\begin{aligned} \text{P30\_Healthy\_netto} &= \text{q30\_healthy} \\ &= 0,00038 \end{aligned}$$

Für 100.000€ Versicherungssumme

**P30\_Healthy\_netto = 38,00 €**

Für die Tarifklasse "Basic" ist die Nettoprämie nun ebenfalls klar

$$\begin{aligned} \text{P30\_Basic\_netto} &= q_{30\_basic} \\ &= 0,000506 \end{aligned}$$

Für 100.000€ Versicherungssumme

**P30\_Basic\_netto = 50,60 €**

Teil b) [10 Punkte]

Vergleichen Sie die Nettoprämien vor allen Kosten der deutschen Tarifvariante mit dem Produkt „sua vida paga“. Was fällt Ihnen auf?

Lösung:

	Prämienvergleich		Differenz	
	Produkt	Sua vida paga	abs	rel
basic	50,60 €	50,00 €	-0,60 €	-1,20%
healthy	38,00 €	35,00 €	-3,00 €	-8,57%
high risk	66,50 €	75,00 €	8,50 €	11,33%

Die Ausprägung „high risk“ ist offenbar auskömmlich kalkuliert, sie beinhaltet noch 8,50 € pro Police pro Jahr für Kosten. Für die beiden anderen Varianten gibt es tatsächlich keine Kostenmargen, im Gegenteil, bereits die Nettoprämien sind defizitär.

Teil c) [20 Punkte]

Sie erkundigen sich bei der Portoseguros nach einer Verteilung der Kunden auf die drei Tarifklassen. In Portugal sind 20% der Kunden high risk, der Rest verteilt sich zu je 40% auf die beiden anderen Klassen. Nach zwei Jahren erwartet der Vorstand 10.000 Kunden in Deutschland, die sich wie in Portugal auf die Tarifklassen verteilen sollen. Die Implementierungskosten inkl. Werbekampagne werden mit 50.000€ angenommen. Zu welchem Ergebnis kommt Ihre Risikoanalyse? Begründen Sie die Einführung oder die Ablehnung des Produktes. Falls Sie die Ablehnung empfehlen, welche Maßnahmen könnten zu einer Einführung führen?

Lösung:

	Prämienvergleich		Differenz		Kundenanteil	Marge
	Produkt	Sua vida paga	abs	rel		
					10.000	
basic	50,60 €	50,00 €	-0,60 €	-1,20%	40%	-2.400,00 €
healthy	38,00 €	35,00 €	-3,00 €	-8,57%	40%	-12.000,00 €
high risk	66,50 €	75,00 €	8,50 €	11,33%	20%	17.000,00 €
						2.600,00 €

Einer Gesamtmarge von 2.600 € bei 10.000 Kunden steht ein Initialaufwand von 50.000 € gegenüber. Dabei sind Kosten für Verwaltung und Administration der Verträge noch gar nicht berücksichtigt. Mit den Preisen der Portoseguros ist das Produkt defizitär und kann nicht eingeführt werden bzw. Risikogewinne müssten die Verluste direkt kompensieren.

Ggf. findet eine Entlastung auf der Ebene des SII-Kapitalbedarfs statt. Dies könnte ggf. eine Einführung rechtfertigen - sollte also evtl. geprüft werden, dabei dürften verrechnete Risikogewinne nicht doppelt gewertet werden!

Um von vornherein auskömmlich kalkuliert zu haben, müssten die Prämien angehoben werden.

Zusatz: Ginge man z.B. von 0,15%o Kosten bezogen auf die Versicherungssumme aus (Stückkosten von 15€), so müssten die Prämien mindestens wie folgt aussehen:

	Prämienvergleich		Kosten pro Police	Kundenanteil	Marge
	Produkt	Sua vida paga			
				10.000	
basic	65,60 €	50,00 €	15,00 €	40%	60.000,00 €
healthy	53,00 €	35,00 €	15,00 €	40%	60.000,00 €
high risk	81,50 €	75,00 €	15,00 €	20%	30.000,00 €
					150.000,00 €

Nun würden pro Jahr ca. 100.000€ zur Deckung von Kosten und weiteren Aufwänden bei erwarteter Kundenzahl verfügbar sein.



**Aufgabe 4.** [Aktuarielle Steuerung - Aufbau und Finanzierung der Zinszusatzreserve] [60 Punkte]

Sie arbeiten im Aktuariat eines deutschen Lebensversicherers und befassen sich seit einiger Zeit vornehmlich mit dem Aufbau und der Finanzierung der Zinszusatzreserve (ZZR) sowie der Ermittlung des Sicherungsbedarfes (SichB). Vor zwei Wochen hat Sie ein Kollege aus dem Bereich bAV angesprochen; er verwaltet seit vielen Jahren einen großen Kollektivvertrag mit eigener Gewinnabrechnung und eigener Kapitalanlage und möchte genauer verstehen, welche Auswirkungen der Aufbau und die Finanzierung der ZZR auf „seinen Kollektivvertrag“ haben könnten.

- a) Ihr Kollege zeigt Ihnen die folgende vereinfachte 3-Jahres-Hochrechnung einiger Kennzahlen seines Kollektivvertrags:

<b>Tabelle 4a)</b>	<b>2017A</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>
Deckungsrückstellung (ohne ZZR) in TEUR	1000	1100	1200	1300
Stand ZZR (nach Zuführung) in TEUR	144,59			
Referenzzins der ZZR	2,21%	1,88%	1,61%	1,42%
Zuführung zur ZZR in TEUR	42,97			

Er bittet Sie, ihm die fehlenden Angaben zur Verfügung zu stellen; dabei betont er, dass Näherungslösungen oder ggf. qualifizierte Schätzungen durchaus ausreichen. Hierzu gibt er Ihnen die folgenden Zusatzdaten zur Bestandszusammensetzung:

	<b>2017A</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>
Deckungsrückstellung (ohne ZZR) in TEUR	1000	1100	1200	1300
davon Rechnungszins 4,00% in TEUR	400	440	480	520
als Anteil der gesamten Deckungsrückstellung mit (modifizierter) Duration	40%	40%	40%	40%
davon Rechnungszins 3,50% in TEUR	12	12	12	12
als Anteil der gesamten Deckungsrückstellung mit (modifizierter) Duration	50%	50%	50%	50%
davon Rechnungszins 3,25% in TEUR	7	7	7	7
als Anteil der gesamten Deckungsrückstellung mit (modifizierter) Duration	10%	10%	10%	10%
	13	13	13	13

Berechnen Sie wie erbeten den Endstand der ZZR und die Zuführung zur ZZR für die drei Jahre 2018, 2019 und 2020 und tragen Sie die Ergebnisse in Tabelle 4a) auf dem separaten Blatt ein. Sie entscheiden sich, die Berechnung näherungsweise mittels der (modifizierten) Duration vorzunehmen.

*Hinweis:* Stellen Sie die definierende Gleichung für die ZZR auf, wobei Sie die Deckungsrückstellung der drei Rechnungszinsgenerationen jeweils als Anteil der gesamten Deckungsrückstellung angeben statt den Euro-Betrag zu verwenden: Dann müssen Sie beim Wechsel des Jahres jeweils nur eine Zahl, nämlich die gesamte Deckungsrückstellung, austauschen. Außerdem senkt es den Rechenaufwand, wenn Sie dann zunächst diese Formel so umformen, dass sie die Struktur  $Konstante1 - Referenzzinssatz * Konstante2$  aufweist:

Dann müssen Sie auch den Referenzzinssatz nur noch an jeweils einer Stelle austauschen. [20 Punkte]

- b) Ihr Kollege fragt Sie, welche handelsrechtlichen Positionen (Puffer) in der HGB Rechnungslegung eines Lebensversicherers kanonischerweise zur Finanzierung der ZZR herangezogen werden können. Nennen Sie hierzu bitte vier passivische und eine aktivische Position. [5 Punkte]
- c) Ihr Kollege erläutert Ihnen dann, dass er dem Kollektivvertragspartner die Finanzierung der ZZR konkret und quantitativ darstellen soll. Hierzu hat er eine Tabelle der vorhandenen Finanzierungsmittel erstellt, die zunächst völlig ohne Berücksichtigung des ZZR-Aufbaus für die drei Jahre 2018 – 2020 hochgerechnet wurden. Er bittet Sie, diese Tabelle so zu verändern, dass der Aufbau und die Finanzierung der ZZR näherungsweise grob berücksichtigt werden. In Absprache mit dem Kollektivvertragspartner soll die ZZR in der Gewinnabrechnung des Vertrags zunächst soweit möglich aus dem Rohüberschuss und erst danach aus der Gewinnreserve finanziert werden. Erst wenn beides nicht mehr reicht, sollen Bewertungsreserven soweit erforderlich realisiert werden. Ihr Kollege möchte die entsprechend modifizierte Tabelle verwenden, um zunächst selbst die Auswirkungen auf den Vertrag einschätzen zu können und anschließend den Kollektivvertragspartner zu informieren.

Sie starten mit den Daten der folgenden Tabelle:

	2017A	2018	2019	2020
Rohüberschuss (bereits um Anteil des VU reduziert, ab 2018 noch ohne Finanzierung ZZR)	10	11	12	13
Gewinnreserve (am Jahresende nach vollständiger Zuführung des Rohüberschusses)	50	61	73	86
Bewertungsreserven	210	170	130	90

Wie verändert sich diese Tabelle für die Jahre 2018 - 2020, wenn man die Zuführungen zur Zinszusatzreserve berücksichtigt und diese nach der oben erläuterten Maßgabe finanziert? Bitte füllen Sie hierzu die nachfolgende Tabelle 4c) auf dem separaten Blatt aus und erläutern Ihren Weg dahin:

<b>Tabelle 4c)</b>	2017A	2018	2019	2020
Rohüberschuss (bereits um Anteil des VU reduziert, <u>nach</u> Finanzierung ZZR)	10			
Gewinnreserve ( <u>nach</u> Entnahmen zur Finanzierung ZZR)	50			
Bewertungsreserven ( <u>nach</u> Realisierungen zur Finanzierung ZZR)	210			

Da nur eine indikative Hochrechnung gefragt ist, verändern Sie Rohüberschuss, Gewinnreserve und Bewertungsreserven nur durch additive Kürzung entsprechender Finanzierungsbeträge. Alle Folgewirkungen wie z.B. veränderte Fortschreibungen aus Zinseffekten u.ä. vernachlässigen Sie bewusst. [20 Punkte]

- d) Ihr Kollege möchte dem Kollektivvertragspartner darstellen, wie sich die Finanzierung der ZZR auf die einzelnen Quellen verteilt. Hierzu (und praktischerweise gleichzeitig auch zur Kontrolle Ihrer Rechnungen) erstellen Sie die nachfolgende Tabelle, die die Finanzierung der ZZR zusammenfasst:

<b>Tabelle 4d)</b>	
ZZR-Aufwand 2018 - 2020	
<i>Zur Finanzierung eingesetzte Rohüberschüsse</i>	
<i>Zur Finanzierung eingesetzter Betrag aus der Gewinn-reserve (ohne Rohüberschüsse 2018, 2019, 2020)</i>	
<i>Zur Finanzierung realisierte Bewertungsreserven</i>	
Summe der Finanzierungsbeträge 2018 - 2020	

Bitte füllen Sie die rechte Spalte der Tabelle 4d) auf dem separaten Blatt aus und erläutern kurz Ihre Herleitung. Überprüfen Sie bitte anschließend, ob die erste und letzte Zeile identische Beträge ausweisen. [5 Punkte]

- e) Der Kollektivvertragspartner ist überrascht durch das unerwartete Ausmaß des Verlusts an handelsrechtlichen Puffer-Positionen und wirft die Frage auf, ob der Kollektivvertrag in dieser Hinsicht besser oder schlechter dasteht als das Gesamtunternehmen. Ihr Kollege wird gebeten darzulegen, wie sich die handelsrechtliche Finanzierung der zukünftigen ZZR aus vorhandenen Puffer-Positionen in einem entsprechenden Vergleich des Kollektivvertrags mit eigener Gewinnabrechnung und Kapitalanlage zum Gesamtunternehmen darstellt.

Hierzu entwirft Ihr Kollege in Abstimmung mit Ihnen die nachfolgende Tabelle auf Basis 2017A für die genannten Puffer-Positionen ausgedrückt in % der gesamten Deckungsrückstellung. Als Maß für die zukünftig insgesamt noch erforderliche ZZR verwenden Sie den Sicherheitsbedarf. Der zugehörige aktuelle Basiszins, der für 2017A in das 10-Jahres-Mittel zur Bestimmung des Referenzzinses eingeht, beträgt 0,9%.

Bitte füllen Sie in der nachfolgenden Tabelle 4e) auf dem separaten Blatt die noch fehlende Spalte für den Kollektivvertrag aus und leiten Ihre Ergebnisse her.

<b>Tabelle 4e)</b>		
2017A (in % der Deckungsrückstellung)	Kollektivvertrag	Gesamtunternehmen
<i>Gewinnreserve / freie RfB</i>		3%
<i>Bewertungsreserven</i>		16%
Finanzierungsmittel (Summe)		18%
<i>Sicherungsbedarf (Basiszins ZZR 0,9%)</i>		10%
Finanzierungsbedarf		10%
Differenz (Finanzierungsmittel - Finanzierungsbedarf)		8%

Kommentieren Sie bitte das Ergebnis, indem Sie zunächst den Kollektivvertrag mit dem Gesamtunternehmen vergleichen und anschließend die hier vorgenommene Bewertung des zukünftigen ZZR-Bedarfs durch den Sicherheits-

bedarf 2017A des Kollektivvertrags vergleichen mit der Hochrechnung der ZZR-Aufwände des Kollektivvertrags in Aufgabenteil c) [10 Punkte]

Für die Lösung von Aufgabe 4 auszufüllende Tabellen

Bitte ausfüllen und mit abgeben!

<b>Tabelle 4a)</b>	<b>2017A</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>
Deckungsrückstellung (ohne ZZR) in TEUR	1000	1100	1200	1300
Stand ZZR (nach Zuführung) in TEUR	144,59			
Referenzzins der ZZR	2,21%	1,88%	1,61%	1,42%
Zuführung zur ZZR in TEUR	42,97			

<b>Tabelle 4c)</b>	<b>2017A</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>
Rohüberschuss (bereits um Anteil des VU reduziert, nach Finanzierung ZZR)	10			
Gewinnreserve (nach Entnahmen zur Finanzierung ZZR)	50			
Bewertungsreserven (nach Realisierungen zur Finanzierung ZZR)	210			

<b>Tabelle 4d)</b>	
ZZR-Aufwand 2018 - 2020	
Zur Finanzierung eingesetzte Rohüberschüsse	
Zur Finanzierung eingesetzter Betrag aus der Gewinn-reserve (ohne Rohüberschüsse 2018, 2019, 2020)	
Zur Finanzierung realisierte Bewertungsreserven	
Summe der Finanzierungsbeträge 2018 - 2020	

<b>Tabelle 4e)</b>	<b>2017A (in % der Deckungsrückstellung)</b>	<b>Kollektivvertrag</b>	<b>Gesamtunternehmen</b>
Gewinnreserve / freie RfB			3%
Bewertungsreserven			16%
Finanzierungsmittel (Summe)			18%
Sicherungsbedarf (Basiszins ZZR 0,9%)			10%
Finanzierungsbedarf			10%
Differenz (Finanzierungsmittel – Finanzierungsbedarf)			8%

Lösung 4. [Aktuarielle Steuerung - Aufbau und Finanzierung der Zinszusatzreserve] [60 Punkte]

- a) Ihr Kollege zeigt Ihnen die folgende vereinfachte 3-Jahres-Hochrechnung einiger Kennzahlen seines Kollektivvertrags:

<b>Tabelle 4a)</b>	<b>2017A</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>
Deckungsrückstellung (ohne ZZR) in TEUR	1000	1100	1200	1300
Stand ZZR (nach Zuführung) in TEUR	144,59			
Referenzzins der ZZR	2,21%	1,88%	1,61%	1,42%
Zuführung zur ZZR in TEUR	42,97			

Er bittet Sie, ihm die fehlenden Angaben zur Verfügung zu stellen; dabei betont er, dass Näherungslösungen oder ggf. qualifizierte Schätzungen durchaus ausreichen. Hierzu gibt er Ihnen die folgenden Zusatzdaten zur Bestandszusammensetzung:

	<b>2017A</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>
Deckungsrückstellung (ohne ZZR) in TEUR	1000	1100	1200	1300
davon Rechnungszins 4,00% in TEUR	400	440	480	520
als Anteil der gesamten Deckungsrückstellung	40%	40%	40%	40%
mit (modifizierter) Duration	12	12	12	12
davon Rechnungszins 3,50% in TEUR	500	550	600	650
als Anteil der gesamten Deckungsrückstellung	50%	50%	50%	50%
mit (modifizierter) Duration	7	7	7	7
davon Rechnungszins 3,25% in TEUR	100	110	120	130
als Anteil der gesamten Deckungsrückstellung	10%	10%	10%	10%
mit (modifizierter) Duration	13	13	13	13

Berechnen Sie wie erbeten den Endstand der ZZR und die Zuführung zur ZZR für die drei Jahre 2018, 2019 und 2020 und tragen Sie die Ergebnisse in Tabelle 4a) auf dem separaten Blatt ein. Sie entscheiden sich, die Berechnung näherungsweise mittels der (modifizierten) Duration vorzunehmen.

*Hinweis:* Stellen Sie die definierende Gleichung für die ZZR auf, wobei Sie die Deckungsrückstellung der drei Rechnungszinsgenerationen jeweils als Anteil der gesamten Deckungsrückstellung angeben statt den Euro-Betrag zu verwenden: Dann müssen Sie beim Wechsel des Jahres jeweils nur eine Zahl, nämlich die gesamte Deckungsrückstellung, austauschen. Außerdem senkt es den Rechenaufwand, wenn Sie dann zunächst diese Formel so umformen, dass sie die Struktur  $Konstante1 - Referenzzinssatz * Konstante2$  aufweist: Dann müssen Sie auch den Referenzzinssatz nur noch an jeweils einer Stelle austauschen. [20 Punkte]

Lösung: Sie erhalten für das jeweils genannte Jahr

2018

Der Referenzzins der ZZR beträgt 1,88%. Bezogen auf eine gesamte Deckungsrückstellung (ohne ZZR) von 1 ergibt sich der Endstand der ZZR deshalb näherungsweise zu

$$(4,00\% - 1,88\%) \cdot 12 \cdot 40\% + (3,50\% - 1,88\%) \cdot 7 \cdot 50\% + (3,25\% - 1,88\%) \cdot 13 \cdot 10\%$$

Um in den Folgejahren schneller rechnen zu können, multiplizieren wir alle drei Klammern aus und gliedern so um, dass die Terme mit dem aktuellen Referenzzins am Ende stehen:

$$(4,00\% \cdot 12 \cdot 40\% + 3,50\% \cdot 7 \cdot 50\% + 3,25\% \cdot 13 \cdot 10\%) - 1,88\% \cdot (12 \cdot 40\% + 7 \cdot 50\% + 13 \cdot 10\%)$$

was sich vereinfacht zu der gewünschten Struktur

$$35,675\% - 1,88\% \cdot 9,60 .$$

So umgeformt kann die Gleichung mit jeweils angepasstem Referenzzinssatz für alle drei Jahre verwendet werden. Konkret für das Jahr 2018 ergibt sich

$$35,675\% - 18,048\% = 17,627\% .$$

Multipliziert mit der Deckungsrückstellung von 1100 des Jahres 2018 laut Tabelle ergibt sich als Endstand der ZZR

$$17,627\% \cdot 1100 = 193,90$$

2019

Der Referenzzins der ZZR beträgt 1,61%. Wie oben ergibt dies

$$35,675\% - 1,61\% \cdot 9,60 = 35,675\% - 15,456\% = 20,219\%$$

Multipliziert mit der Deckungsrückstellung von 1200 des Jahres 2019 laut Tabelle ergibt sich als Endstand der ZZR

$$20,219\% \cdot 1200 = 242,63$$

2020

Der Referenzzins der ZZR beträgt 1,42%. Wie oben ergibt dies

$$35,675\% - 1,42\% \cdot 9,60 = 35,675\% - 13,632\% = 22,043\%$$

Multipliziert mit der Deckungsrückstellung von 1300 des Jahres 2020 laut Tabelle ergibt sich als Endstand der ZZR

$$22,043\% \cdot 1300 = 286,56$$

Durch Bildung der jeweiligen Differenz zum Vorjahreswert ergibt sich dann die Zuführung zur ZZR gemäß nachfolgender vollständig gefüllter Tabelle:

<b>Tabelle 4a)</b>	<b>2017A</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>
Deckungsrückstellung (ohne ZZR) in TEUR	1000	1100	1200	1300
Stand ZZR (nach Zuführung) in TEUR	144,59	193,90	242,63	286,56
Referenzzins der ZZR in TEUR	2,21%	1,88%	1,61%	1,42%
Zuführung zur ZZR in TEUR	42,97	49,31	48,73	43,93

- b) Ihr Kollege fragt sie, welche handelsrechtlichen Positionen (Puffer) in der HGB Rechnungslegung eines Lebensversicherers kanonischerweise zur Finanzierung der ZZR herangezogen werden können. Nennen Sie hierzu bitte vier passivische und eine aktivische Position. [5 Punkte]

*Lösung:* Die ZZR wird zunächst aus dem *Rohüberschuss* des Geschäftsjahres finanziert. Ist der Rohüberschuss nicht ausreichend, kann er erhöht werden, indem rechtzeitig *Bewertungsreserven* realisiert werden, der *Schlussüberschussanteilfonds* gekürzt wird oder Mittel der *freien RfB* oder den *Eigenmitteln* (Eigenkapital, Gewinnrücklagen, Gewinnvortrag, ...) entnommen werden.

- c) Ihr Kollege erläutert Ihnen dann, dass er dem Kollektivvertragspartner die Finanzierung der ZZR konkret und quantitativ darstellen soll. Hierzu hat er eine Tabelle der vorhandenen Finanzierungsmittel erstellt, die zunächst völlig ohne Berücksichtigung des ZZR-Aufbaus für die drei Jahre 2018 – 2020 hochgerechnet wurden. Er bittet Sie, diese Tabelle so zu verändern, dass der Aufbau und die Finanzierung der ZZR näherungsweise grob berücksichtigt werden. In Absprache mit dem Kollektivvertragspartner soll die ZZR in der Gewinnabrechnung des Vertrags zunächst soweit möglich aus dem Rohüberschuss und erst danach aus der Gewinnreserve finanziert werden. Erst wenn beides nicht mehr reicht, sollen Bewertungsreserven soweit erforderlich realisiert werden. Ihr Kollege möchte die entsprechend modifizierte Tabelle verwenden, um zunächst selbst die Auswirkungen auf den Vertrag einschätzen zu können und anschließend den Kollektivvertragspartner zu informieren.

Sie starten mit den Daten der folgenden Tabelle:

	<b>2017A</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>
Rohüberschuss (bereits um Anteil des VU reduziert, ab 2018 noch ohne Finanzierung ZZR)	10	11	12	13
Gewinnreserve (am Jahresende nach vollständiger Zuführung des Rohüberschusses)	50	61	73	86
Bewertungsreserven	210	170	130	90

Wie verändert sich diese Tabelle für die Jahre 2018 - 2020, wenn man die Zuführungen zur Zinszusatzreserve berücksichtigt und diese nach der oben erläuterten Maßgabe finanziert? Bitte füllen Sie hierzu die nachfolgende Tabelle 4c) auf dem separaten Blatt aus und erläutern Ihren Weg dahin:

<b>Tabelle 4c)</b>	<b>2017A</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>
Rohüberschuss (bereits um Anteil des VU reduziert, <u>nach</u> Finanzierung ZZR)	10			
Gewinnreserve ( <u>nach</u> Entnahmen zur Finanzierung ZZR)	50			
Bewertungsreserven ( <u>nach</u> Realisierungen zur Finanzierung ZZR)	210			

Da nur eine indikative Hochrechnung gefragt ist, verändern Sie Rohüberschuss, Gewinnreserve und Bewertungsreserven nur durch additive Kürzung entsprechender Finanzierungsbeträge. Alle Folgewirkungen wie z.B. veränderte Fortschreibungen aus Zinseffekten u.ä. vernachlässigen Sie bewusst.  
[20 Punkte]

*Lösung:* Offenbar übersteigt die Zuführung zur ZZR in allen Jahren den Rohüberschuss ganz deutlich. Eine Zuführung zur Gewinnreserve entfällt deshalb – das VU erhält seinen (bereits vorher abgezogenen) Anteil, und der nach diesem Abzug in der Tabelle ausgewiesene Rohüberschuss wird vollständig zur Finanzierung der ZZR verbraucht. Korrigiert man die Ausgangstabelle entsprechend, ergibt sich folgender Zwischenstand:

	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>
Rohüberschuss (bereits um Anteil des VU reduziert, <u>nach</u> Finanzierung ZZR)	0	0	0
Gewinnreserve (am Jahresende ohne Zuführung der Rohüberschüsse 2018, 2019, 2020)	50	50	50
Für den ZZR-Aufbau verbleibt noch zu finanzieren	49,31 – 11 = 38,31	48,73 – 12 = 36,73	43,93 – 13 = 30,93

Der für den Aufbau der ZZR noch zu finanzierende Restbetrag wird der Gewinnreserve entnommen; nach dieser Entnahme ergibt sich folgende Tabelle (wenn man zunächst rein rechnerisch negative Gewinnreserven zulässt):

	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>
Rohüberschuss (bereits um Anteil des VU reduziert, <u>nach</u> Finanzierung ZZR)	0	0	0
Gewinnreserve (am Jahresende <u>nach</u> Entnahmen zur Finanzierung ZZR)	50,00 – 38,31 = 11,69	11,69 – 36,73 = -25,04	-25,04 – 30,93 = -55,97
Für den ZZR-Aufbau verbleibt noch zu finanzieren	0	0	0

Da negative Gewinnreserven unzulässig sind, werden diese gemäß Vorgabe durch Realisierung von Bewertungsreserven ausgeglichen:

	<b>2019</b>	<b>2020</b>
Rohüberschuss (bereits um Anteil des VU reduziert, <u>nach</u> Finanzierung ZZR)	0	0
Gewinnreserve ( <u>nach</u> Entnahmen zur Finanzierung ZZR)	0	0
Bewertungsreserven ( <u>nach</u> Realisierungen zur Finanzierung ZZR)	130,00 -25,04 = 104,96	90,00 -55,97 = 34,03

Als Endergebnis ergibt sich der folgende Verlauf:



<b>Tabelle 4c)</b>	<b>2017A</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>
Rohüberschuss (bereits um Anteil des VU reduziert, <u>nach</u> Finanzierung ZZR)	10	0	0	0
Gewinnreserve ( <u>nach</u> Entnahmen zur Finanzierung ZZR)	50	11,69	0	0
Bewertungsreserven ( <u>nach</u> Realisierungen zur Finanzierung ZZR)	210,00	170,00	104,96	34,03

- d) Ihr Kollege möchte dem Kollektivvertragspartner darstellen, wie sich die Finanzierung der ZZR auf die einzelnen Quellen verteilt. Hierzu (und praktischerweise gleichzeitig auch zur Kontrolle Ihrer Rechnungen) erstellen Sie die nachfolgende Tabelle, die die Finanzierung der ZZR zusammenfasst:

<b>Tabelle 4d)</b>	
ZZR-Aufwand 2018 - 2020	
Zur Finanzierung eingesetzte Rohüberschüsse	
Zur Finanzierung eingesetzter Betrag aus der Gewinnreserve (ohne Rohüberschüsse 2018, 2019, 2020)	
Zur Finanzierung realisierte Bewertungsreserven	
Summe der Finanzierungsbeträge 2018 - 2020	

Bitte füllen Sie die rechte Spalte der Tabelle 4d) auf dem separaten Blatt aus und erläutern kurz ihre Herleitung. Überprüfen Sie bitte anschließend, ob die erste und letzte Zeile identische Beträge ausweisen. [5 Punkte]

*Lösung:*

Aus den vorherigen Aufgabenteilen entnimmt man die Rohüberschüsse, die jeweils vollständig gekürzt wurden.

Kürzt man die Gewinnreserve um die im jeweiligen Jahr zugeführten Rohüberschüsse, stellt man fest, dass die Gewinnreserve danach vollständig auf dem Niveau 50 von 2017 verharrt und dass dieser Betrag vollständig zur Finanzierung der ZZR eingesetzt wurde.

Da ohne ZZR-Finanzierung im Jahr 2020 ein Betrag von 90 an Bewertungsreserven vorliegt, nach Berücksichtigung dieser Finanzierung der Betrag aber nur noch 34,03 beträgt, ergibt sich aus der Differenz ein Wert von 55,97 für die zur ZZR-Finanzierung eingesetzten Bewertungsreserven.

<b>Tabelle 4d)</b>	
ZZR-Aufwand 2018 - 2020	$49,31 + 48,73 + 43,93 = 141,97$
Zur Finanzierung eingesetzte Rohüberschüsse	$11,00 + 12,00 + 13,00 = 36,00$
Zur Finanzierung eingesetzter Betrag aus der Gewinnreserve (ohne Rohüberschüsse 2018, 2019, 2020)	50,00
Zur Finanzierung realisierte Bewertungsreserven	$90,00 - 34,03 = 55,97$
Summe der Finanzierungsbeträge 2018 - 2020	$36,00 + 50,00 + 55,97 = 141,97$

- e) Der Kollektivvertragspartner ist überrascht durch das unerwartete Ausmaß des Verlusts an handelsrechtlichen Puffer-Positionen und wirft die Frage auf, ob der Kollektivvertrag in dieser Hinsicht besser oder schlechter dasteht als das Gesamtunternehmen. Ihr Kollege wird gebeten darzulegen, wie sich die handelsrechtliche Finanzierung der zukünftigen ZZR aus vorhandenen Puffer-Positionen in einem entsprechenden Vergleich des Kollektivvertrags mit eigener Gewinnabrechnung und Kapitalanlage zum Gesamtunternehmen darstellt.

Hierzu entwirft Ihr Kollege in Abstimmung mit Ihnen die nachfolgende Tabelle auf Basis 2017A für die genannten Puffer-Positionen ausgedrückt in % der gesamten Deckungsrückstellung. Als Maß für die zukünftig insgesamt noch erforderliche ZZR verwenden Sie den Sicherungsbedarf. Der zugehörige aktuelle Basiszins, der für 2017A in das 10-Jahres-Mittel zur Bestimmung des Referenzzinses eingeht, beträgt 0,9%.

Bitte füllen Sie in der nachfolgenden Tabelle 4e) auf dem separaten Blatt die noch fehlende Spalte für den Kollektivvertrag aus und leiten Ihre Ergebnisse her.

<b>Tabelle 4e)</b>		
2017A (in % der Deckungsrückstellung)	Kollektivvertrag	Gesamtunternehmen
Gewinnreserve / freie RfB		3%
Bewertungsreserven		16%
Finanzierungsmittel (Summe)		18%
Sicherungsbedarf (Basiszins ZZR 0,9%)		10%
Finanzierungsbedarf		10%
Differenz (Finanzierungsmittel – Finanzierungsbedarf)		8%

Kommentieren Sie bitte das Ergebnis, indem Sie zunächst den Kollektivvertrag mit dem Gesamtunternehmen vergleichen und anschließend die hier vorgenommene Bewertung des zukünftigen ZZR-Bedarfs durch den Sicherungsbedarf 2017A des Kollektivvertrags vergleichen mit der Hochrechnung der ZZR-Aufwände des Kollektivvertrags in Aufgabenteil c) [10 Punkte]

**Lösung:** Der Tabelle oben entnimmt man, dass die Gewinnreserve  $50 / 1000 = 5\%$  und die Bewertungsreserven  $210 / 1000 = 21\%$  der Deckungsrückstellung des Kollektivvertrags betragen; als Summe ergibt sich offenbar 26%.

(Bemerkung: Die Prozentsätze beziehen sich hier wie in der Aufgabe durchgängig unterstellt auf die gesamte (d.h. für alle Rechnungszinsgenerationen berechnete) Deckungsrückstellung ohne ZZR. Missversteht man den Zusatz „gesamte“ jedoch abweichend als Vorgabe, die Prozentsätze bzgl. der Deckungsrückstellung inklusive ZZR zu ermitteln, ergeben sich offenbar andere Zahlenwerte, ohne dass die Interpretation fundamental anders ausfällt).

Für die ZZR zu 0,9% Referenzzins ergibt sich aus der Formel oben

$$35,675\% - 0,9\% \cdot 9,60 = 35,675\% - 8,64\% = 27,035\%$$

Die ZZR 2017A ist vorgegeben mit  $144,59 / 1000 = 14,459\%$ . Hieraus ergibt sich der Sicherungsbedarf 2017A zu

$$27,035\% - 14,459\% = 12,576\%$$

Durch Bilden der Differenz können Sie auch die letzte Zeile ermitteln und erhalten folgende vollständig ausgefüllte Tabelle:

<b>Tabelle 4e)</b>		
2017A (in % der Deckungsrückstellung)	Kollektivvertrag	Gesamtunternehmen
Gewinnreserve / freie RfB	5%	3%
Bewertungsreserven	21%	16%
Finanzierungsmittel (Summe)	26%	18%
Sicherungsbedarf (Basiszins ZZR 0,9%)	12,576%	10%
Finanzierungsbedarf	12,576%	10%
Differenz (Finanzierungsmittel – Finanzierungsbedarf)	13,424%	8%

#### *Vergleich des Kollektivvertrags mit dem Gesamtunternehmen*

Wegen der im Vergleich zum Gesamtunternehmen höheren Zinsgarantien hat der Kollektivvertrag einerseits einen noch sehr hohen Sicherungsbedarf. Andererseits wurden in der Vergangenheit offenbar angesichts höherer freier RfB relativ gesehen mehr Überschüsse thesauriert und in der eigenen Kapitalanlage auch deutlich mehr Bewertungsreserven aufgebaut als im Gesamtunternehmen. Im Ergebnis kann die zukünftige ZZR (gemessen am Sicherungsbedarf) im Kollektivvertrag damit „komfortabler“ finanziert werden als dies im Gesamtunternehmen möglich ist.

#### *Vergleich der Bewertung mittels Sicherungsbedarf 2017A mit der Hochrechnung der ZZR-Aufwände 2018 - 2020*

Die Hochrechnung der ZZR-Aufwände in c) ergibt, dass die Puffer des Vertrags weitgehend aufgebraucht sind: Rohüberschüsse und Gewinnreserve wurden vollständig verbraucht, und von Bewertungsreserven in Höhe von anfänglich 210 sind nur noch rund 34 übrig. Das passt auf den ersten Blick nicht zur „komfortablen“ Finanzierung, die noch Finanzierungsmittel in Höhe von rund 13,4% der Deckungsrückstellung von 1000, also einen Restbetrag von 134 und damit 100 mehr übrig behält. Dies überrascht umso mehr, da der Sicherungsbedarf ja konzeptionell den gesamten zukünftigen ZZR-Bedarf abdeckt, nicht nur den Bedarf der nächsten drei Jahre. Der Verlauf der Bewertungsreserven in der Ausgangstabelle zeigt jedoch, dass in den nächsten Jahren Bewertungsreserven in Höhe von  $210 - 90 = 120$  verloren gehen, vermutlich durch einen in der Hochrechnung unterstellten Zinsanstieg oder ggf. auch durch anderweitige Verwendung. Damit stimmt das Bild wieder.