



DAV

DEUTSCHE
AKTUARVEREINIGUNG e.V.

Schriftliche Prüfung im Spezialwissen

Schadenversicherungsmathematik

gemäß Prüfungsordnung 4
der Deutschen Aktuarvereinigung e.V.

am 20. Oktober 2018

Hinweise:

- Als Hilfsmittel ist ein Taschenrechner zugelassen.
- Die Gesamtpunktzahl beträgt 180 Punkte. Die Klausur ist bestanden, wenn mindestens 90 Punkte erreicht werden.
- Bitte prüfen Sie die Ihnen vorliegende Prüfungsklausur auf Vollständigkeit. Die Klausur besteht aus 26 Seiten.
- Alle Antworten sind zu begründen und bei Rechenaufgaben muss der Lösungsweg ersichtlich sein.

Mitglieder der Prüfungskommission:

Axel Wolfstein, Dr. Gerhard Quarg,
Dr. Ulrich Riegel, Marc Linde

Aufgabe 1 (Tarifkalkulation) [50 Punkte]

(a) Annahmerichtlinien und Tariffdifferenzierung [28 Punkte]

- (i) Nennen Sie zwei Gründe, aus denen zusätzlich zur Preisgestaltung Annahmerichtlinien erforderlich sind. [4 Punkte]
- (ii) Was versteht man unter Substitution von möglichen Tarifmerkmalen? Welche Gefahr besteht also bei zwei möglichen Tarifmerkmalen mit Substitutionseffekten, wenn man beide im Tarif nutzen möchte? [10 Punkte]
- (iii) Ein Grund für tarifliche Differenzierung ist Vermeidung von Antiselektion. In den folgenden beiden Tabellen ist eine Situation mit zwei VU beschrieben: Es gibt zwei Risikogruppen mit jeweils hälftigem Bestand. In Jahr 1 erheben beide VU dieselbe Prämie für beide Risikogruppen. Für Jahr 2 ändert das VU 2 seine Preisgestaltung und verlangt schadenbedarfsgerechte Nettorisikoprämien.

Berechnen Sie die fehlenden Angaben in den grau unterlegten Feldern unter der Annahme, dass der Bestand jeder Risikogruppe um 20%-Punkte auf die neue Preissituation reagiert, indem sie den für sich günstigsten Preis wählen.

Jahr 1

Risiko- gruppe	Schaden- bedarf	Prämie VU 1	Bestand VU 1	Prämie VU 2	Bestand VU 2
Niedrig	100	200	50%	200	50%
Hoch	300	200	50%	200	50%
Ergebnis/ Gesamt	200	0	100%		100%

Jahr 2

Risiko- gruppe	Schaden- bedarf	Prämie VU 1	Bestand VU 1	Prämie VU 2	Bestand VU 2
Niedrig	100	200		100	
Hoch	300	200		300	
Ergebnis/ Gesamt	200		100%		100%

[14 Punkte]

(b) Gewichtung [22 Punkte]

- (i) In einem Zeitungsartikel wird behauptet, der Schadenbedarf Ihres VU sei um 10% über dem des Marktes. Was sollten Sie als erstes überprüfen? [6 Punkte]



- (ii) Berechnen Sie den gewichteten Schadenbedarf des VU mit der *Gewichtung mit dem individuellen Bestand*. Wie ist der Vergleich VU vs. Markt?

VU	Altersgruppe	Jahreseinheiten	Schadenbedarf
	1	10	1000
	2	240	200
	3	500	300
	4	250	400
	Gesamt	1000	308
...			
Markt	1	4000	140
	2	5000	200
	3	6000	320
	4	5000	420
	Gesamt	20000	279

[10 Punkte]

- (iii) Welches Problem würde im obigen Beispiel die *Gewichtung mit dem Gesamtbestand* zeigen? [6 Punkte]

Aufgabe 2 (Reservierung) [50 Punkte]

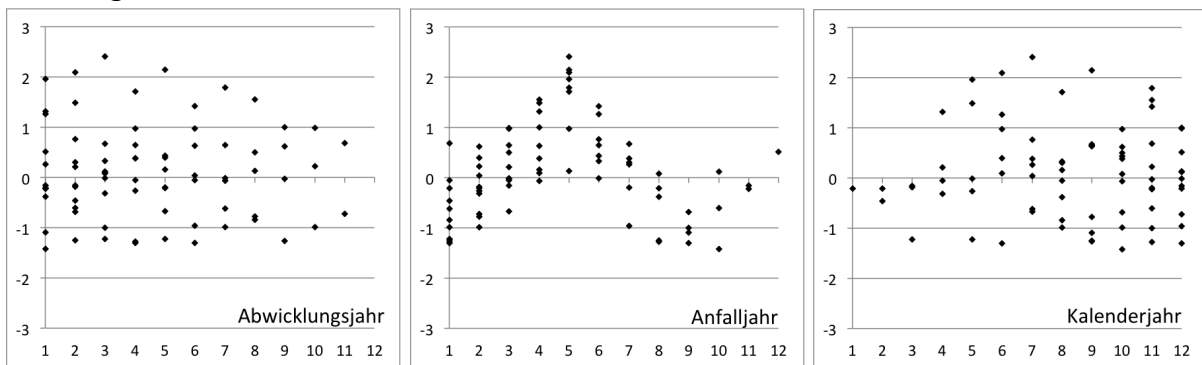
(a) Modellauswahl [6 Punkte]

Beschreiben Sie eine Möglichkeit, wie Sie anhand des Abwicklungsdreiecks und zugehöriger Volumina zwischen dem Zuwachsquotenmodell (ILR) und dem Chain-Ladder Modell (CL) eine sinnvolle Auswahl treffen können und begründen Sie Ihre Aussage.

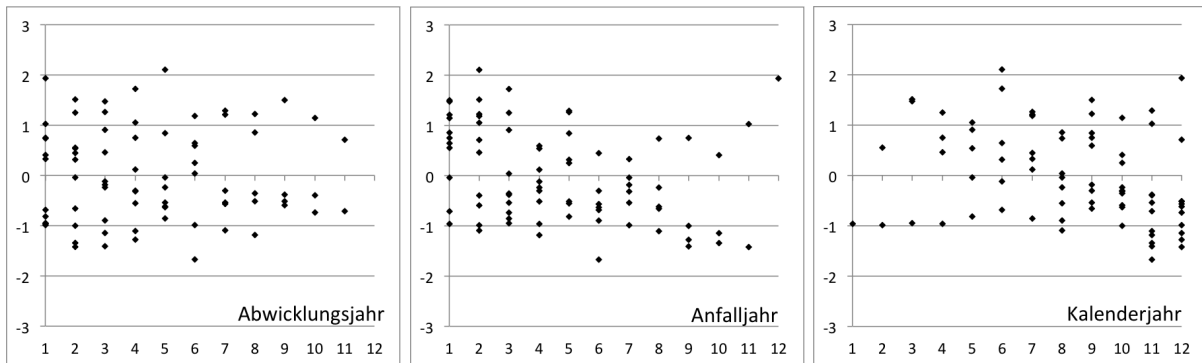
(b) Residuenanalyse [18 Punkte]

Für die Analyse von sechs Segmenten (A) bis (F) sind die folgenden Residuen-
 grafiken gegeben:

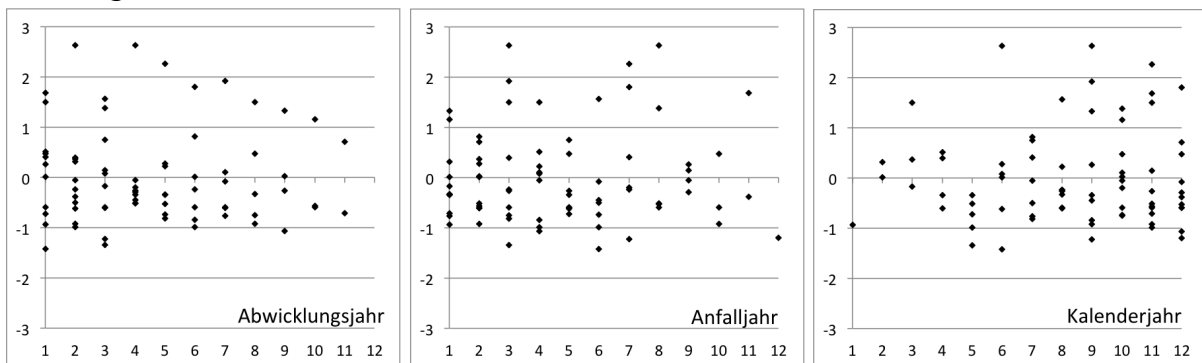
Segment (A)



Segment (B)

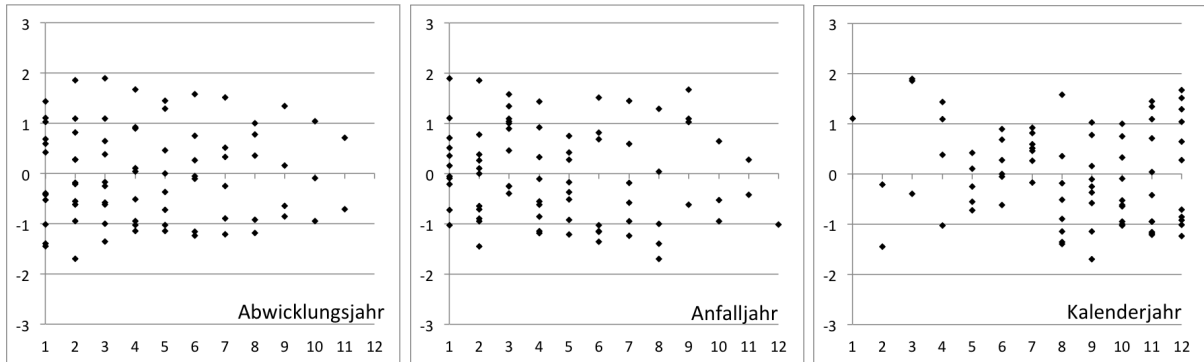


Segment (C)

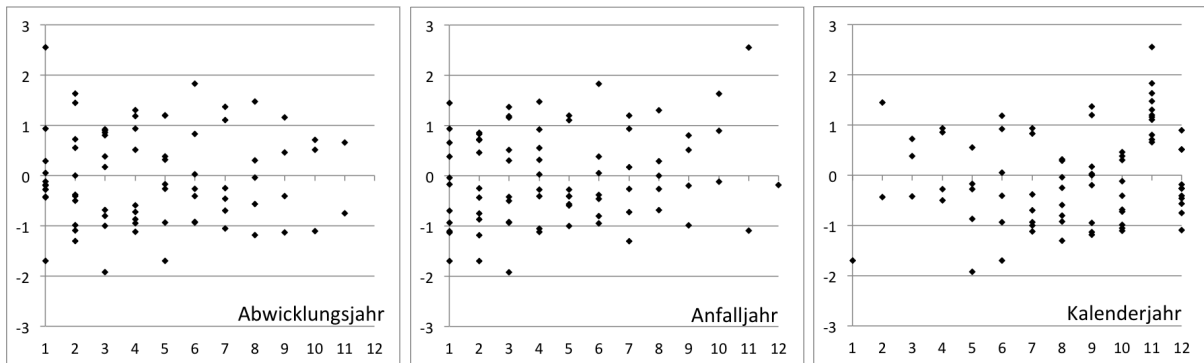




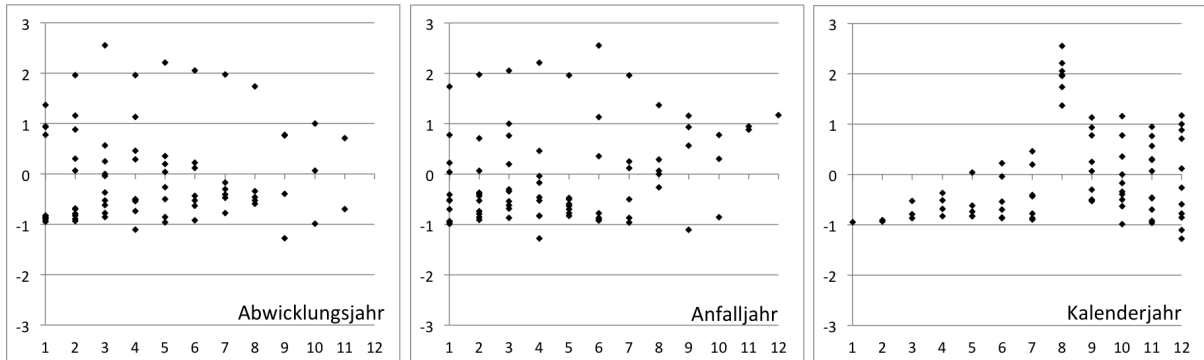
Segment (D)



Segment (E)



Segment (F)



Dabei gilt:

- Die Residuen wurden jeweils mit dem Zuwachsquotenmodell (ILR) für das Abwicklungsdreieck der Schadenaufwände (kumulierte Zahlungen und Einzelfallreserven) und dem Prämienvolumen als Volumenmaß berechnet.
- Alle Abwicklungsdreiecke bestehen aus 12 Anfalljahren und die Residuen werden für jedes Segment pro Abwicklungsjahr, pro Anfalljahr und pro Kalenderjahr dargestellt.



Ordnen Sie jedem Segment (A) bis (F) genau eine der unten stehenden Aussagen (1) bis (6) zu. Geben Sie jeweils eine kurze Begründung Ihrer Antwort an.

- (1) Im Kalenderjahr 11 wurden aufgrund einer Gesetzesänderung deutlich erhöhte Schadenzuwächse beobachtet.
- (2) Das Portefeuille unterlag einem deutlich ausgeprägten Prämienzyklus.
- (3) Die Zusammensetzung der Schäden im Segment verschob sich kontinuierlich von lang- hin zu kurzabwickelnden Schadenbildern, die nach einem Jahr im wesentlichen abgewickelt sind.
- (4) Das Dreieck zeigt ein relativ gleichmäßiges Abwicklungsverhalten, mit Ausnahme eines Großschadens im Abwicklungsjahr 11.
- (5) Aufgrund einer Datenmigration stehen die Einzelfallreserven nur für die jüngsten 5 Kalenderjahre zur Verfügung. Daher zeigt das gegebene Dreieck in den ersten 7 Kalenderjahren nur die kumulierten Zahlungen und erst in den letzten 5 Kalenderjahren die Schadenaufwände.
- (6) Das Segment ist durch gelegentlich auftretende deutliche Reserveerhöhungen für einzelne Personenschäden charakterisiert. Damit kommt es immer wieder zu Sprüngen in der Abwicklung der Anfalljahre.

(c) Munich-Chain-Ladder Modell [9 Punkte]

Für die Zahlungen C_{ik} und die Schadenaufwände D_{ik} ($1 \leq i, k \leq n$) eines Segments gelten die Annahmen des Munich-Chain-Ladder Modells (MCL).

- (i) Geben Sie die Modellannahmen zum MCL-Modell an. [3 Punkte]
- (ii) Zeigen Sie, dass es für $1 \leq k < m \leq n$ Koeffizienten a_{km}^C , b_{km}^C , a_{km}^D und b_{km}^D gibt, so dass für alle $i = 1, \dots, n$

$$E(C_{im}) = a_{km}^C E(C_{ik}) + b_{km}^C E(D_{ik}) \quad \text{und} \quad E(D_{im}) = b_{km}^D E(C_{ik}) + a_{km}^D E(D_{ik})$$

gilt. (Hinweis: Explizite Formeln für die Koeffizienten müssen nicht berechnet werden.) [3 Punkte]

- (iii) Nehmen Sie nun an, dass für jedes Abwicklungsjahr $k = 1, \dots, n$ der Quotient $E(C_{ik})/E(D_{ik})$ nicht von $i = 1, \dots, n$ abhängt. Zeigen Sie, dass unter diesen Voraussetzungen sowohl Zahlungen als auch Schadenaufwände ein Abwicklungsmuster besitzen, das heißt, es gibt Parameter p_1^C, \dots, p_n^C und p_1^D, \dots, p_n^D , so dass für $i, k = 1, \dots, n$

$$p_k^C = \frac{E(C_{ik})}{E(C_{in})} \quad \text{und} \quad p_k^D = \frac{E(D_{ik})}{E(D_{in})}$$

gilt.

[3 Punkte]



(d) Bornhuetter/Ferguson Modell [17 Punkte]

- (i) Geben Sie die Modellannahmen zum Bornhuetter/Ferguson Modell mit Tail (BF) an. Erläutern Sie kurz, wie die vorkommenden Parameter mit der initialen Endschadenschätzung \hat{U}_i für das Anfalljahr i und mit der Schätzung des kumulativen Abwicklungsmusters \hat{Z}_k für das Abwicklungsjahr k zusammenhängen. [5 Punkte]
- (ii) Sie analysieren einen Datensatz bestehend aus einem Abwicklungsdreieck mit 14 Anfalljahren, initialen Endschadenschätzungen und einer Schätzung des Abwicklungsmusters auf die Fragestellung hin, ob das BF-Modell und die externen Schätzer zu den Daten passen. Welche der folgenden Beobachtungen sprechen eher gegen die Anwendung des BF-Verfahrens und welche nicht? Begründen Sie Ihre Antworten. (Hinweis: Die Beobachtungen sind einzeln und nicht zusammen zu beurteilen.)
- Im Anfalljahr 7 gilt $C_{7,k} < \hat{U}_7 \cdot \hat{Z}_k$ für alle beobachteten Abwicklungsjahre $k = 1, \dots, 8$.
 - Im Anfalljahr 6 gilt $S_{6,k} < \hat{U}_6 \cdot (\hat{Z}_k - \hat{Z}_{k-1})$ für alle beobachteten Abwicklungsjahre $k = 1, \dots, 9$.
 - Für die Anfalljahre $i = 1, 2$ und $i = 9, \dots, 14$ gilt $C_{i,15-i} > \hat{U}_i \cdot \hat{Z}_{15-i}$ und für $i = 3, \dots, 8$ gilt $C_{i,15-i} < \hat{U}_i \cdot \hat{Z}_{15-i}$.
 - Im Anfalljahr 13 ist der Schadenstand bereits nach zwei Abwicklungsjahren größer als die initiale Endschadenschätzung $C_{13,2} > \hat{U}_{13}$.

[12 Punkte]



Aufgabe 3 (Rückversicherung) [50 Punkte]

(a) Exposure-Quotierung [32 Punkte]

- (i) Erläutern Sie die grundlegende Annahme bezüglich der Schadenverteilung der Einzelrisiken bei der Feuer-Exposurequotierung. [2 Punkte]
- (ii) Sei $G: [0, \infty) \rightarrow [0, 1]$ eine Feuer-Exposurekurve. Wie berechnet man die Verteilungsfunktion F_v der Schadenhöhe eines Einzelrisikos mit Versicherungssumme v aus der Exposurekurve? [4 Punkte]
- (iii) Berechnen Sie konkret die Verteilungsfunktion $F_{2.000}$ eines Risikos mit der Versicherungssumme $v = 2.000$ mit der Feuer-Exposurekurve

$$G(x) := \begin{cases} 1 - e^{-x}(1-x) & (0 \leq x < 1) \\ 1 & (x \geq 1) \end{cases}$$

[4 Punkte]

- (iv) Gegeben sei folgendes Risikoprofil:

Band Nr.	Versicherungssumme	Anzahl Risiken	Prämie
1	1.000	1.000	4.000
2	2.000	800	8.000
3	3.000	500	7.000
4	4.000	100	2.000

Führen Sie eine Feuer-Exposurequotierung für einen Schadenexzedenten pro Risiko 1.000 xs 2.000 durch. Verwenden Sie hierzu die Exposure-Kurve G aus (iii) und eine Schadenquote von 60%. [16 Punkte]

- (v) Für welche $z > 0$ ist die Kurve

$$G_z: [0, \infty) \rightarrow [0, 1], x \mapsto \begin{cases} x^z & (0 \leq x \leq 1) \\ 1 & (x > 1) \end{cases}$$

eine Feuer-Exposurekurve? Begründen Sie Ihre Antwort. [6 Punkte]

(b) Gleitprämie [6 Punkte]

Wir betrachten einen XL pro Risiko 1.000 xs 1.000 mit einem AAL von 10.000. Es sei eine Gleitprämie mit Untergrenze 2%, Obergrenze 5% und Loadingfaktor 100/80 vereinbart. Das GNPI beträgt 50.000. Am Ende des zweiten Abwicklungsjahres hat man folgenden Großschäden, die den XL belasten:

Schaden Nr.	kumulierte Zahlung	Aufwand
1	1.500	1.700
2	500	1.300

Berechnen Sie die Rückversicherungsprämie zum Ende des zweiten Abwicklungsjahres.



(c) Diverse Fragen [12 Punkte]

- (i) Erklären Sie den Unterschied zwischen einem Zeichnungsjahres- und einem Anfalljahresvertrag. [4 Punkte]
- (ii) Nennen Sie ein Beispiel für staatliche Rückversicherung (Staatsgarantie). [2 Punkte]
- (iii) Begründen Sie, weshalb die Rückversicherungsprämie bei einer Quote nicht Gegenstand der Verhandlung zwischen Erst- und Rückversicherer ist. [2 Punkte]
- (iv) Erläutern Sie den sog. „Payback-Ansatz“ zur Tarifierung eines Schadenexzedenten. In welcher Situation wird dieser Ansatz üblicherweise verwendet? [4 Punkte]



Aufgabe 4 (Modellierung) [30 Punkte]

(a) Modellierung von Katastrophenschäden [8 Punkte]

Basisinformationen:

- Der Versicherer „Haus & Hof“ verfügt seit 2016 über ein genehmigtes internes Modell unter Solvency II, welches das Risiko aus Katastrophenschäden für die Gefahren Sturm und Hagel abbildet.
- Der Vorstand von „Haus & Hof“ hat nun beschlossen, dass das Unternehmen im Bereich der Gebäude- und Hausratversicherung seinen Kunden zukünftig neben reinen Sturm-/Hageldeckungen auch erweiterte Elementargefahrdeckungen (gegen Hochwasser, Erdbeben, usw.) anbieten wird.

Aufgaben:

- (i) Erläutern Sie die verschiedenen Ansätze zur Modellierung von Katastrophenschäden und benennen Sie die jeweiligen Vor- und Nachteile!
[4 Punkte]
- (ii) Was wären aus Ihrer Sicht geeignete Modellansätze für die neu hinzukommenden Elementargefahren von „Haus & Hof“? Begründen Sie Ihre Wahl! Welche Informationen benötigen Sie zur Modellierung, und in welchem Detailgrad sollten diese vorliegen?
[2 Punkte]
- (iii) Wie beurteilen Sie allgemein die Notwendigkeit einer Modellierung von Katastrophenschäden für die neu hinzukommenden Elementargefahren von „Haus & Hof“?
[2 Punkte]



(b) Resimulation von Katastrophenschäden [11 Punkte]

Basisinformationen:

Den Aktuaren des Versicherers „Haus & Hof“ liegt die folgende Event Loss Table (ELT) des Anbieters RMS als ein möglicher Output eines externen geophysikalischen Modells vor.

Event-ID	RATE	PERSPVALUE	STDDEVI	STDDEVC	EXPVALUE
4711	10%	100	150	50	2.500
4712	50%	50	400	100	5.000

Aufgaben:

- (i) Die Einträge der vorliegenden Event Loss Table lassen sich als Parameter eines statistischen Modells auffassen. Beschreiben Sie den Modellrahmen und benennen Sie die wesentlichen Annahmen. [3 Punkte]
- (ii) Leiten Sie eine analytische Darstellung für Erwartungswert und Varianz des Jahresgesamtschadens unter dem in Aufgabenteil (i) spezifizierten Modellrahmen der Event Loss Table her! [3 Punkte]
- (iii) Bei der Resimulation der Ereignisschäden aus der vorliegenden Event Loss Table wird standardmäßig auch die sekundäre Unsicherheit berücksichtigt. Berechnen Sie die Parameter der Beta-Verteilung für den Schadegrad der beiden Szenarien. Was fällt auf? [5 Punkte]

Hinweis: Erwartungswert und Varianz einer Beta-verteilten Zufallsgröße Z mit positiven reellen Parametern α und β und Dichtefunktion

$$f_z(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha) \cdot \Gamma(\beta)} \cdot (1 - x)^{\beta-1} \cdot x^{\alpha-1}, \quad 0 \leq x \leq 1$$

lauten

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[Z] &= \frac{\alpha}{\alpha + \beta}, \\ \mathbb{V}[Z] &= \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta + 1) \cdot (\alpha + \beta)^2}. \end{aligned}$$



(c) Parameterrisiko im Zeichnungsrisiko [11 Punkte]

Basisinformationen:

Dem Versicherer „Haus & Hof“ liegen in der Sparte „Feuer“ die folgenden Einzelschäden nach as-if Transformation vor (alle Werte in GE):

Anfalljahr	#1	#2	#3
2014	200	80	260
2015	40		
2016	150	120	
2017	170	60	

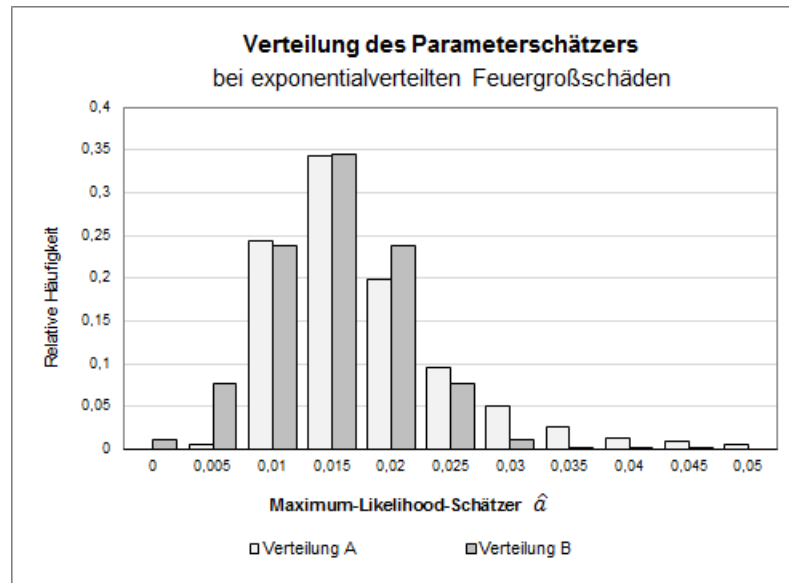
- Bei der Modellierung des Zeichnungsrisikos im internen Modell unterscheidet „Haus & Hof“ nach Basis- und Großschäden.
- Großschäden sind definiert als Einzelschäden mit einem Wert oberhalb der Großschadengrenze $T = 100$ und werden gemäß kollektivem Modell auf Einzelschadenbasis modelliert.
- Es wird angenommen, dass die Einzelgroßschäden unabhängig sind und jeweils einer um die Großschadengrenze T verschobenen Exponential(α)-Verteilung genügen.
- Die Aktuare von „Haus & Hof“ verwenden die Maximum-Likelihood-Methode zur Schätzung der Großschadenparameter.

Aufgaben:

- (i) Berechnen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer \hat{a} für den Parameter a der verschobenen Exponential(α)-Verteilung auf Basis der vorliegenden Datenreihe! [5 Punkte]
- (ii) Berechnen Sie unter Verwendung der asymptotischen Normalität des ML-Schätzers die Parameter für die Normalapproximation von \hat{a} auf Basis der vorliegenden Datenreihe! [3 Punkte]
- (iii) Ordnen Sie den beiden nachfolgenden Verteilungsgraphen jeweils die richtigen Beschriftungen der Datenreihen zu und begründen Sie kurz Ihre Wahl! [3 Punkte]

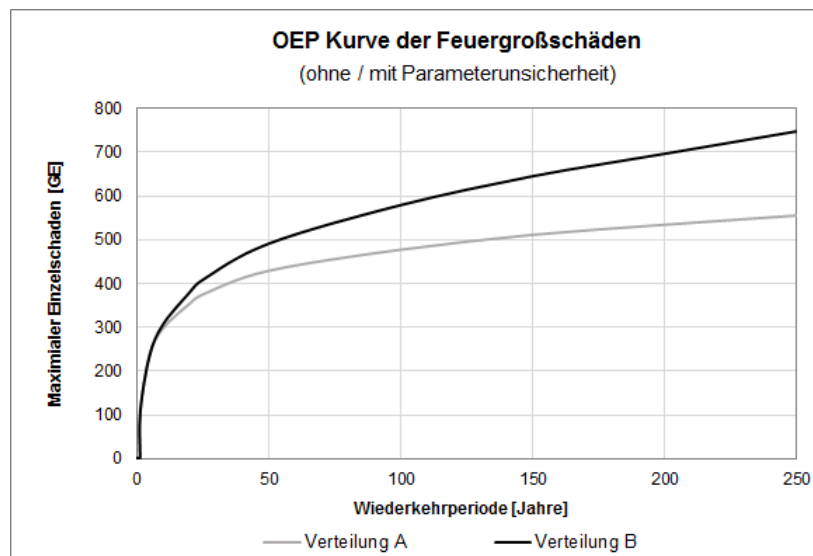


i. *Parameterverteilung*



- Normalapproximation
- Wahre Verteilung des Parameterschätzers

ii. *Schadenverteilung*



- Prozessverteilung
- Vorhersageverteilung



Lösungshinweise zu Aufgabe 1 (Tarifkalkulation) [50 Punkte]

(a) Annahmerichtlinien und Tariffdifferenzierung

- (i) In gewissen Fällen reicht es nicht hohe Preise für hohe Risiken anzuwenden: Das gilt
- für Nicht-Zahlung, da beabsichtigte Nicht-Zahlung nicht durch hohe Preise vermieden werden kann, was vorab geprüft werden muss
 - für sehr hohe Risiken jenseits realistischer Preise: Liste der meist gestohlenen Autos (s. GDV: bis zu jedem 50sten Kfz) ohne Angebot einer Deckung für Diebstahl
 - für betrügerisches Verhalten: Kündigung im Falle zu vieler und/oder zu teurer Schäden, die obendrein „seltsam“ wirken
- (ii) Substitution bedeutet partiellen oder vollständigen Ersatz der Differenzierungswirkung eines oder mehrerer Tarifmerkmale durch die Nutzung eines oder mehrerer anderer Merkmale.

Wenn man zwei sich gegenseitig partiell oder vollständig substituierende Merkmale im Tarif nutzt, indem man die jeweilige univariate Differenzierung zusammenfügt, kann es zu Doppelrabattierungen und überhöhten Schadenbedarfsansätzen kommen.

Beispiel: Nimmt man an, dass 100% aller gewerblich genutzten Risiken in hohen Typklassen und 100% aller privat genutzten Risiken in niedrigen Typklassen sind, so kann man die beiden möglichen Tarifkriterien als bedeutungs- bzw. wirkungsgleich ansehen.

In so einem Fall hätte man völlige Substitution. Wäre bzgl. Typklasse niedrig/hoch und Nutzung privat/gewerblich die Bestandsverteilung jeweils wie eben beschrieben und weiterhin der Schadenbedarf für hohe Typklassen und gewerbliche Nutzung jeweils um 40% höher, so würde das bloße Zusammenfügen beider univariater Kriterien einen um 40% zu hohen Schadenbedarf ergeben.

Ist die Substitution nicht vollständig, sondern nur partiell, so kann die Nutzung beider Kriterien als Tarifmerkmal sinnvoll sein, aber nicht vermöge Zusammenführen von zwei univariaten Kriterien, sondern als Ergebnis einer multivariaten Analyse zB mit GLM mit ggf. Modellierung als Interaktion.



(iii) Die Ergebnisse ergeben sich wie folgt:

Jahr 2					
Risiko- gruppe	Schaden- bedarf	Prämie VU 1	Bestand VU 1	Prämie VU 2	Bestand VU 2
Niedrig	100	200	30%	100	70%
Hoch	300	200	70%	300	30%
Ergebnis/ Gesamt	200	-40	100%	0	100%

Die schadenbedarfsgerechte Preisgestaltung bei VU 2 erweist sich als ergebnisneutral, wohingegen die nicht risikogerechte Bepreisung durch VU 1 zu einem negativen Ergebnis führt. Dies wird verursacht durch die Wanderung der preissensitiven Kunden zu den für sie jeweils günstigstem Preis, wodurch VU 1 mehr Verträge in der hohen Risikogruppe hat und VU 2 mehr in der niedrigen. Das Prämienaufkommen ist beim VU 2 allerdings auch um 40 zurückgegangen.

(b) Gewichtung

- (i) Ein solcher Schadenbedarfsunterschied kann durch unterschiedliche Bestandsverteilungen zwischen VU und Markt verursacht sein, was man somit überprüfen sollte.
- (ii) Der gewichtete Schadenbedarf des VU ist hier 314 (ganzzahlig gerundet) und somit liegt das VU mit 308 unter dem vergleichbaren Schadenbedarf des Marktes.
- (iii) Der gewichtete Schadenbedarf des VU ist hier 440. Dieses Ergebnis ist stark von dem Ausreißer in der Altersgruppe 1 des VU beeinflusst. Dieser Schadenbedarf von 1000 ist beim VU vor dem Hintergrund eines geringen Bestandes in der betreffenden Altersgruppe zu sehen. Durch den Bestand des Marktes in dieser Altersgruppe, der einen deutlich höheren Anteil als beim VU hat, erhält dieser Ausreißer bei diesem Gewichtungsverfahren ein hohes Gewicht, dh dieses Gewichtungsverfahren ist ausreißerempfindlich. Bei Gewichtung mit dem individuellen Bestand wird dies vermieden.



Lösungshinweise zu Aufgabe 2 (Reservierung) [50 Punkte]

(a) Modellauswahl

Im ILR-Fall gilt für ein festes Abwicklungsjahr k : $\frac{C_{ik}}{v_i} - \frac{C_{i,k-1}}{v_i} = \frac{S_{ik}}{v_i} \approx m_k$, das heißt, die Grafen der Anfalljahre in der (kumulativen) Schadenquotengrafik sollten annähernd (bis auf zufällige Schwankungen) parallel sein.

Im CL-Fall gilt für ein festes Abwicklungsjahr k : $\ln \frac{C_{ik}}{v_i} - \ln \frac{C_{i,k-1}}{v_i} = \ln \frac{C_{ik}}{C_{i,k-1}} \approx \ln f_k$, das heißt, die Grafen der Anfalljahre in der (kumulativen) Schadenquotengrafik mit logarithmisch skaliertem y -Achse sollten annähernd (bis auf zufällige Schwankungen) parallel sein.

Falls eine der beiden Grafiken die Parallelität besser zeigt als die andere, so kann dieses Kriterium zur Auswahl benutzt werden.

Als Lösung der Aufgabe kommen natürlich auch andere Auswahlverfahren in Betracht.

(b) Residuenanalyse

- Aussage (1) trifft auf Segment (E) zu, da nur hier in der Kalenderjahresgrafik ein Kalenderjahreseffekt (alle Residuen deutlich überdurchschnittlich) im Kalenderjahr 11 zu sehen ist.
- Der Prämienzyklus von (2) ist deutlich in der Anfalljahresgrafik von Segment (A) zu sehen: Das Prämienniveau sank vom 1. bis zum 5. Anfalljahr, (weniger Prämie, höhere Schadenquotenzuwächse, höhere Residuen) stieg danach bis zum 9. Anfalljahr wieder an und scheint (nur wenige Punkte vorhanden) danach wieder zu sinken.
- Das Analyseergebnis (3) gehört zum Segment (B): In der Anfalljahresgrafik ist zu sehen, dass die älteren Anfalljahre eher überdurchschnittliche Zuwachsquoten in den meisten Abwicklungsjahren hatten und dass die jüngeren Anfalljahre bis auf ein großes Residuum (passend zum ersten Abwicklungsjahr) deutlich unterdurchschnittliche Werte zeigen. Die Kalenderjahresgrafik zeigt passend dazu den Trend, dass jüngere Kalenderjahre (bis auf die großen Werte im ersten Abwicklungsjahr der entsprechenden Anfalljahre) hauptsächlich unterdurchschnittliche Werte haben.
- Der Datenmigrationseffekt aus (5) gehört zu Segment (F): In der Kalenderjahresgrafik ist deutlich die insgesamt stark unterdurchschnittliche Abwicklung der Kalenderjahre 1 bis 7 und der starke künstliche Kalenderjahreseffekt im Kalenderjahr 8 zu sehen, da hier als Zuwächse die entsprechenden Zuwächse der Zahlungen plus der gesamte Stand der Einzelfallreserven in die Berechnung der Residuen eingehen.



- Das beschriebene Abwicklungsverhalten aus (6) passt zu Segment (C): In allen drei Grafiken ist zu sehen, dass die Mehrheit der Residuen leicht unterdurchschnittlich ist und eine deutlich geringere Menge an Residuen deutlich positive Werte annimmt. Diese entsprechen den Sprüngen, die relativ zufällig auf Abwicklungs- und Anfalljahre verteilt sind, wie in den entsprechenden Grafiken zu sehen ist.
- Der Großschaden aus Dreieck (4) ist in den Residuengrafiken nicht zu sehen, da im 11. Abwicklungsjahr geschätzte Residuen stets kleiner als 1 sind. Daher passt Segment (D) zu der Beschreibung. Die Verteilung der Residuen bei (D) ist eher gleichmäßig und alle anderen Segmente zeigen Auffälligkeiten, wie oben beschrieben.

(c) Munich-Chain-Ladder Modell

(i) Die Modellannahmen lauten:

(MCL1) Die Anfalljahre $\{C_{i1}, \dots, C_{in}, D_{i1}, \dots, D_{in}\}$, $i = 1, \dots, n$, sind unabhängig.

(MCL2)

$$E(C_{ik} | A_{i,k-1}) = a_k^C \cdot C_{i,k-1} + b_k^C \cdot D_{i,k-1}$$

und

$$E(D_{ik} | A_{i,k-1}) = a_k^D \cdot D_{i,k-1} + b_k^D \cdot C_{i,k-1}$$

mit unbekanntem Parametern a_k^C , b_k^C , a_k^D und b_k^D für $k = 2, \dots, n$ und $i = 1, \dots, n$.

(MCL3)

$$\text{Var}\left(\frac{C_{ik}}{C_{i,k-1}} | A_{i,k-1}\right) = \frac{(\tau_k^C)^2}{C_{i,k-1}}$$

und

$$\text{Var}\left(\frac{D_{ik}}{D_{i,k-1}} | A_{i,k-1}\right) = \frac{(\tau_k^D)^2}{D_{i,k-1}}$$

mit unbekanntem Parametern $\tau_k^C > 0$ und $\tau_k^D > 0$ für $k = 2, \dots, n$ und $i = 1, \dots, n$.

Dabei bezeichne $A_{ik} = \{C_{i1}, \dots, C_{ik}, D_{i1}, \dots, D_{ik}\}$ für $i, k = 1, \dots, n$.

(ii) Aus (MCL2) folgt unmittelbar

$$E(C_{im} | A_{i,k}) = a_m^C \cdot E(C_{i,m-1} | A_{i,k}) + b_m^C \cdot E(D_{i,m-1} | A_{i,k})$$

und

$$E(D_{im} | A_{i,k}) = a_m^D \cdot E(D_{i,m-1} | A_{i,k}) + b_m^D \cdot E(C_{i,m-1} | A_{i,k}).$$

Setzt man die entsprechenden beiden Gleichungen für $m - 1$ statt m in die jeweils rechte Seite der Gleichungen für m ein und führt dies iterativ



fort, so erhält man die gewünschten Koeffizienten und Gleichungen mit bedingten Erwartungswerten. Erwartungswertbildung auf beiden Seiten liefert das Ergebnis.

(iii) Dividiert man die Gleichungen der Teilaufgabe (ii)

$$E(C_{in}) = a_{kn}^C E(C_{ik}) + b_{kn}^C E(D_{ik}) \quad \text{und} \quad E(D_{in}) = b_{kn}^D E(C_{ik}) + a_{kn}^D E(D_{ik})$$

durch $E(C_{ik})$ bzw. $E(D_{ik})$, so erhält man nach Bildung des Kehrwerts

$$\frac{E(C_{ik})}{E(C_{in})} = \left(a_{kn}^C + b_{kn}^C \frac{E(D_{ik})}{E(C_{ik})} \right)^{-1} \quad \text{und} \quad \frac{E(D_{ik})}{E(D_{in})} = \left(b_{kn}^D \frac{E(C_{ik})}{E(D_{ik})} + a_{kn}^D \right)^{-1}.$$

Diese Ausdrücke hängen nach Voraussetzung nicht vom Anfalljahr i ab und bilden so das gesuchte Abwicklungsmuster.

(d) Bornhuetter/Ferguson Modell

(i) Die Annahmen des BF-Modells mit Tail lauten:

(BF1) Die Zuwächse S_{ik} sind unabhängig für $1 \leq i \leq n$ und $1 \leq k \leq n+1$.

(BF2) $E(S_{ik}) = x_i y_k$ für $1 \leq i \leq n$ und $1 \leq k \leq n+1$ mit Parametern x_i und y_k .
Dabei gilt $y_1 + \dots + y_{n+1} = 1$.

(BF3) $\text{Var}(S_{ik}) = s_k^2 x_i$ mit Varianzparametern s_k^2 für $1 \leq i \leq n$ und $1 \leq k \leq n+1$.

Dabei ist \hat{U}_i ein Schätzer für x_i und \hat{z}_k ein Schätzer für $z_k = y_1 + \dots + y_k$.

- (ii)
- i. Die Beobachtung spricht nicht gegen die BF-Annahmen. Falls das Anfalljahr 7 zufallsbedingt niedrig startet und die folgenden Zuwächse eher durchschnittlich sind, so wird der gesamte kumulative Verlauf unterdurchschnittlich bleiben.
 - ii. Die Beobachtung passt nicht zum BF-Verfahren: Nach (BF2) sollten die Zuwächse $S_{6,1}, \dots, S_{6,9}$ zufällig und unabhängig um ihre Erwartungswerte $x_6 y_1, \dots, x_6 y_9$ schwanken. Da $x_6 y_k$ durch $\hat{U}_6 \cdot (\hat{z}_k - \hat{z}_{k-1})$ geschätzt wird, scheinen die Schätzer nicht zu den Zuwächsen zu passen.
 - iii. Die Beobachtung passt nicht zum BF-Verfahren: Die Diagonalstände $C_{i,15-i}$, $1 \leq i \leq 14$, sollten zufällig um die Schätzungen $\hat{U}_i \cdot \hat{z}_{15-i}$ streuen. Die Beobachtung deutet eher auf ein zyklisches Verhalten wie zum Beispiel einen Prämienzyklus hin.
 - iv. Die Beobachtung spricht nicht gegen das BF-Verfahren. Ist ein größerer Schaden aufgetreten oder ist das Segment rückläufig, so ist $C_{13,2} > \hat{U}_{13}$ nicht ungewöhnlich.



Lösungshinweise zu Aufgabe 3 (Rückversicherung) [50 Punkte]

(a) Exposure-Quotierung

- (i) Die grundlegende Annahme bei der Feuer-Exposurequotierung ist, dass die Schadengrade aller Einzelrisiken identisch verteilt sind. Der Schaden-grad ist hierbei definiert als die Schadenhöhe dividiert durch die Versiche-rungssumme.
- (ii) Die Verteilungsfunktion F_G des Schadengrads lässt sich wie folgt aus G berechnen:

$$F_G(x) = \begin{cases} 1 - \frac{G'(x)}{G'(0)} & (0 \leq x < 1) \\ 1 & (x \geq 1) \end{cases}$$

Wir erhalten somit

$$F_v(x) = F_G(x/v) = \begin{cases} 1 - \frac{G'(x/v)}{G'(0)} & (0 \leq x < v) \\ 1 & (x \geq v) \end{cases}$$

- (iii) Es ist

$$G'(x) = e^{-x}(1-x) + e^{-x} = e^{-x}(2-x)$$

und somit

$$F_v(x) = \begin{cases} 1 - \frac{e^{-x/2.000}(2-x/2.000)}{2} & (0 \leq x < 2.000) \\ 1 & (x \geq 2.000) \end{cases}$$

- (iv) Für jedes Band bezeichne d die Priorität in Prozent der Versicherungssum-me und e den Plafond in Prozent der Versicherungssumme. Dann sieht die Exposure-Rechnung wie folgt aus:

Band Nr.	Brutto-Risikoprämie	d	e	$G(d)$	$G(e)$	$G(e) - G(d)$	Risikoprämie XL
1	2.400	200%	300%	100%	100%	0%	0
2	4.800	100%	150%	100%	100%	0%	0
3	4.200	67%	100%	83%	100%	17%	719
4	1.200	50%	75%	70%	88%	19%	222
Summe	12.600						941

Die Risikoprämie im XL berechnet sich hierbei als $G(e) - G(d)$ multipliziert mit der Brutto-Risikoprämie.

- (v) Für $z \in (0, 1)$ hat G_z eine senkrechte Tangente bei 0 und ist daher keine Feuer-Exposurekurve.

Für $z = 1$ ist $G_z(x) = x$ für $0 \leq x \leq 1$, d.h. G_z ist die zum Totalschadenmodell gehörende Feuer-Exposurekurve.



Für $z > 1$ ist die Kurve G_z nicht konkav und ist daher keine Feuer-Exposurekurve.

(b) Gleitprämie

Zum Ende des zweiten Abwicklungsjahres beträgt der xs-Schadenaufwand

$$700 + 300 = 1.000 = 2\% \cdot 50.000 = 2\% \cdot \text{GNPI}.$$

Die Rückversicherungsprämie beträgt daher

$$\min(5\%, \max(2\%, 100/80 \cdot 2\%)) \cdot \text{GNPI} = 2,5\% \cdot \text{GNPI}.$$

(c) Diverse Fragen

(i) Bei einem RV-Vertrag auf Zeichnungsjahresbasis sind alle Schäden aus Originalpolicen gedeckt, die während der Laufzeit des RV-Vertrages neu abgeschlossen oder erneuert werden.

Bei einem RV-Vertrag auf Anfalljahresbasis sind alle Schäden gedeckt, die während der Laufzeit des RV-Vertrages anfallen.

(ii) EXTREMUS bietet eine Jahreskapazität von 10 Mrd. EUR. Davon wird die Tranche 7,5 Mrd. xs 2,5 Mrd. durch eine Staatsgarantie „rückversichert“.

(iii) Bei einer Quote steht die RV-Prämie durch die Quotenabgabe fest. Verhandelt wird über die Höhe der Provision.

(iv) Der Payback-Ansatz wird manchmal bei hohen Deckungen verwendet, bei denen jegliche Schadenerfahrung fehlt und für die auch keine Exposuremodelle vorhanden sind. Zuerst wird die Wiederkehrperiode für Totalschäden im Layer geschätzt. Als Schätzer für die Schadenlast wird dann

$$\frac{\text{Haftungsstrecke}}{\text{Wiederkehrperiode für Totalschäden (in Jahren)}}$$

verwendet.



Lösungshinweise zu Aufgabe 4 (Modellierung) [30 Punkte]

Modellierung von Katastrophenschäden

(a) **Mathematisch-statistische Ansätze:**

Auf Basis der (unternehmenseigenen) Schadenhistorie erfolgt eine Anpassung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen an Ereignisschäden (in der Regel unter Annahme eines kollektives Modell) bzw. die Jahresschadenlast nach entsprechender as-if-Transformation der Schäden, um monetäre Inflation, Veränderungen im Exposure und/oder sonstige Schadentrends seit dem originären Ereigniseintritt zu berücksichtigen. Schadenverursacher ist das Versichertenkollektiv, es wird keine weitere Differenzierung nach Einzelrisiken und entsprechender Spezifika wie geographischer Lage, etc... vorgenommen. Schwierigkeiten bestehen insbesondere in der eingeschränkten Verfügbarkeit und geeigneten as-if Transformation der Originalschäden.

Geophysikalische Modelle:

Bei geophysikalischen Modellen handelt es sich um exposure-basierte Simulationstools kommerzieller Anbieter mit verschiedenen Komponenten (Ereigniserzeugung, Portefeuille, Schadenanfälligkeit, Finanzmodul). Die Ereignisschäden bzw. Jahresschäden sind das Resultat eines mehrstufigen Berechnungsprozesses. Modelliert werden lokale Ausprägungen der schadenbestimmenden Parameter der jeweiligen Naturgefahr, welche unter Berücksichtigung der geografischen Verteilung des Bestandes mithilfe risikospezifischer Vulnerabilitätskurven in einen Bruttoschaden übersetzt werden. Abschließend erfolgt die Anwendung der Limit- und Selbstbehaltsstrukturen, um den versicherten Schaden zu erhalten. Zur Modellierung der "Hauptgefahren" Sturm, Hagel, Überschwemmung und Erdbeben für deutsche Portfolios stehen prinzipiell mehrere geophysikalische Modelle etablierter Drittanbieter zur Verfügung (Beispiele: RMS, AIR, CoreLogic, Impact Forecasting, ...). Dies ist jedoch nicht für alle Gefahren, insbesondere nicht für die Nebengefahren, gewährleistet. Grundsätzlich erfordert der Einsatz geophysikalischer Modelle Know-How und ein tiefes Verständnis von Funktionsweise, Methodik und zugrundeliegenden Annahmen, sei es auf Seiten der Modellierer oder derjenigen, die lediglich den Output dieser Modelle im internen Modell verarbeiten.

- (b) Mathematisch-statistische Ansätze auf Basis der unternehmenseigenen Historie erscheinen ungeeignet, da es sich um komplett neues Geschäft handelt und dementsprechend noch keine Schadenhistorie vorhanden ist. Externe geophysikalische Modelle sind nicht auf die unternehmenseigene Historie angewiesen, benötigen aber wiederum detaillierte Bestandsinformationen zum versicherten Portefeuille, hierzu zählen:



- Lage der versicherten Risiken
- Versicherungsdeckung
- Versicherungssummen
- Nutzungsart
- Angaben zu Selbstbehalten und Limits der Originalpolicen

Liegen die Informationen dem Unternehmen bereits in ausreichendem Detailgrad vor, erscheint die Verwendung externer geophysikalischer Modelle zumindest für die Hauptgefahren (Überschwemmung und Erdbeben) am geeignets-ten. Andernfalls wäre als Übergangslösung zunächst ein vereinfachter Ansatz, ggf. unter Verwendung von Marktinformationen und -schadenverteilungen, zu prüfen. Dies trifft auch auf die übrigen Elementargefahren zu, für die im Allge-meinen eine implizite Modellierung ausreichend ist.

- (c) Die Frage nach dem Modellansatz ist unter Materialitätsgesichtspunkten zu be-urteilen und insbesondere von der zu erwartenden Bestandsgröße abhängig. Sobald das Bestandsvolumen und damit die potentielle Exponierung gegen-über den einzelnen Gefahren eine materielle Größenordnung erreicht hat, ist zumindest über eine Modellierung der Hauptgefahren Erdbeben und Flut nach-zudenken, für die es etablierte Modelle im Markt gibt. Zu berücksichtigen ist darüber hinaus, dass der Versicherer über ein genehmigtes internes Modell verfügt, die Hinzunahme weiterer Gefahren und Modelle stellt somit eine Mo-delländerung dar, die u.U. genehmigungspflichtig sein könnte!

Resimulation von Katastrophenschäden

- (a) Bezeichnet $n \in \mathbb{N}$ die Anzahl der in der ELT enthaltenen Szenarien, so liegen dem stochastischen Modell folgende Annahmen zugrunde:

- Die Einzelszenarien i , $1 \leq i \leq n$ sind stochastisch unabhängig.
- Jedes Einzelszenario $1 \leq i \leq n$ wird als kollektives Modell aufgefasst:
 - Der Jahresgesamtschaden S_i aus Ereignisschäden des Szenarios i ist gegeben durch:

$$S_i = \sum_{j=1}^{N_i} X_{ij}.$$

- Die Ereignisanzahl N_i wird durch eine Poisson (λ_i)-Verteilung beschrie-ben mit $\lambda_i := \mathbb{E}[N_i]$ (=RATE).
- Die individuellen Ereignishöhen X_{ij} , $j \in \mathbb{N}$ innerhalb eines Szenarios i sind unabhängig und identisch verteilt mit



- * Erwartungswert $\mu_i := \mathbb{E}[X_{ij}]$ (= PERSPVALUE)
- * Standardabweichung $\sigma_i := \sigma[X_{ij}]$ (= STDDEVI + STDDEVC)
- * Obergrenze \max_i (= EXPVALUE).
- * Schadensgrade $\frac{X_{ij}}{\max_i}$ genügen einer Betaverteilung.

– Ereignishöhen X_{ij} und Ereignisanzahl N_i sind stochastisch unabhängig.

(b) Nach den Formeln von Wald ergibt sich für jedes einzelne Schadenszenario $1 \leq i \leq n$:

- Erwarteter Jahresgesamtschaden S_i per Einzelszenario: $\mathbb{E}[S_i] = \lambda_i \cdot \mu_i$
- Varianz des Jahresgesamtschadens per Einzelszenario: $\mathbb{V}[S_i] = \lambda_i \cdot (\mu_i^2 + \sigma_i^2)$

Der Jahresgesamtschaden aller Szenarien ist gegeben durch:

$$S = \sum_{i=1}^n S_i.$$

Erwartungswert und Varianz des Jahresschadens S aller Szenarien ergeben sich jeweils über Summation der Einzelerwartungswerte bzw. Einzelvarianzen (letzteres aufgrund der Unabhängigkeit der einzelnen Szenarien).

Damit ergibt sich zusammengefasst:

- Erwarteter Jahresgesamtschaden: $\mathbb{E}[S] = \sum_{i=1}^n \mathbb{E}[S_i]$
- Varianz des Jahresgesamtschadens: $\mathbb{V}[S] = \sum_{i=1}^n \mathbb{V}[S_i]$

(c) Mit der Notation aus Aufgabenteil (i) lauten Erwartungswert und Standardabweichung des Schadensgrads z_{ij} :

$$\begin{aligned}\bar{\mu}_i &:= \mathbb{E}[z_{ij}] = \frac{\mu_i}{\max_i} \quad \text{und} \quad \bar{\sigma}_i := \sigma[z_{ij}] = \frac{\sigma_i}{\max_i} \\ \bar{\mu}_i &= \frac{\alpha_i}{\alpha_i + \beta_i} \\ \bar{\sigma}_i^2 &= \frac{\alpha_i \beta_i}{(\alpha_i + \beta_i + 1) \cdot (\alpha_i + \beta_i)^2}\end{aligned}$$



Umrechnung in die Parameter α_i und β_i der Betaverteilung:

$$\begin{aligned}\bar{\mu}_i &= \frac{\alpha_i}{\alpha_i + \beta_i} \iff 1 - \bar{\mu}_i = \frac{\beta_i}{\alpha_i + \beta_i} \\ \alpha_i + \beta_i &= \frac{\alpha_i}{\bar{\mu}_i}, \beta_i = \alpha_i \cdot \frac{\bar{\mu}_i}{1 - \bar{\mu}_i} \\ \bar{\sigma}_i^2 &= \frac{\alpha_i \beta_i}{(\alpha_i + \beta_i + 1) \cdot (\alpha_i + \beta_i)^2} = \frac{\bar{\mu}_i \cdot (1 - \bar{\mu}_i)}{\alpha_i + \beta_i + 1} \iff \alpha_i + \beta_i = \frac{\bar{\mu}_i \cdot (1 - \bar{\mu}_i)}{\bar{\sigma}_i^2} - 1 \\ \Rightarrow \alpha_i &= \left[\frac{\bar{\mu}_i \cdot (1 - \bar{\mu}_i)}{\bar{\sigma}_i^2} - 1 \right] \cdot \bar{\mu}_i, \beta_i = \left[\frac{\bar{\mu}_i \cdot (1 - \bar{\mu}_i)}{\bar{\sigma}_i^2} - 1 \right] \cdot (1 - \bar{\mu}_i)\end{aligned}$$

Event-ID i	$\bar{\mu}_i$	$\bar{\sigma}_i$	α_i	β_i
4711	4%	0,08	0,2	4,8
4712	1%	0,1	-0,0001	-0,0099

Die Parameter für das zweite Szenario liegen außerhalb des zulässigen Parameterraums, eine Simulation mittels Betaverteilung ist daher nicht möglich. Alternativen sind der Wechsel auf eine andere zwei-parametrische Verteilung, die Vernachlässigung der sekundären Unsicherheit für das betroffene Szenario (als Ereignisschaden wird stets der Perspective Value angesetzt) oder eine Anpassung der Parameter der Ausgangs-ELT.

Parameterrisiko im Zeichnungsrisiko

- (a) Bezeichne Y einen einzelnen Feuergroßschaden, der gemäß Aufgabenstellung einer um die Großschadengrenze T verschobenen Exponentialverteilung mit Parameter a genügt. Bezeichne f die Dichtefunktion der originären Exponential(a)-Verteilung, so lautet die Dichte von Y :

$$f_Y(y; a, T) = f(y - T; a) = a \cdot \exp(-a \cdot (y - T)), y > T$$

Ausgehend vom Beobachtungsvektor (y_1, \dots, y_n) mit $y_i > T$ setze im Folgenden $x_i := y_i - T$. Es gilt:

$$\ln f_Y(x_i; a, T) = \ln(a) - a \cdot x_i$$

Die Loglikelihoodfunktion des Beobachtungsvektors (x_1, \dots, x_n) lautet

$$l(a; x_1, \dots, x_n) = n \cdot \ln(a) - a \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$



Die erste Ableitung der Loglikelihoodfunktion lautet:

$$\frac{\partial l(a; x_1, \dots, x_n)}{\partial a} = \frac{n}{a} - \sum_{i=1}^n x_i$$

Der ML-Schätzer \hat{a} muss die folgende Bedingung erfüllen:

$$\frac{n}{\hat{a}} - \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

Dies führt zu dem Schätzer:

$$\hat{a} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i}$$

Aus der Datenreihe verbleiben die folgenden Einzelschäden mit einem Wert oberhalb der Großschadengrenze $T = 100$:

$$(Y_1, \dots, Y_5) = (200, 260, 150, 120, 170)$$

Nach Verschiebung um die Großschadengrenze:

$$(X_1, \dots, X_5) = (100, 160, 50, 20, 70)$$

Somit ergibt sich als Schätzer:

$$\hat{a} = \frac{5}{400} = \frac{1}{80}$$

- (b) Die asymptotische Varianz des Maximum-Likelihood-Schätzers ergibt sich als Kehrwert der Fisher-Information. Die zweite Ableitung der Loglikelihood-Funktion nach dem Parameter a lautet:

$$\frac{\partial^2 l(a; x)}{\partial a^2} = -\frac{1}{a^2}$$

Die Fisher-Information berechnet sich gemäß:

$$\mathbb{E} \left[-\frac{\partial^2 l(a; X)}{\partial a^2} \right] = \frac{1}{a^2}$$
$$\Sigma(a) = \frac{1}{I(a)} = a^2$$

Die Varianz des Schätzers \hat{a} gemäß Normalapproximation beträgt $\frac{\hat{a}^2}{n}$. Im vorliegenden Fall ist wegen $n = 5$ und $\hat{a} = 1/80$ die Verteilung des Parameterschätzers \hat{a} zu approximieren über eine $\text{Normal}(\mu, \sigma^2)$ -Verteilung mit Parametern $\mu = \frac{1}{80}$ und $\sigma^2 = \frac{1}{5 \cdot (80)^2} = \frac{1}{32000}$.

- (c) (i) *Parameterverteilung* Der Graph A zeigt die wahre Parameterverteilung, Graph B wiederum die Normalapproximation.



- Wahre Parameterverteilung weist Rechtsschiefe auf, Normalverteilung führt zu symmetrischer Verteilung
 - Die Normalapproximation führt zu Parameterwerten kleiner oder gleich Null und damit zu Werten außerhalb des zulässigen Parameterraums
- (ii) *Schadenverteilung* Die OEP-Kurve (OEP = Occurrence Exceedance Probability) beschreibt die Verteilung des maximalen Einzelschadens eines Jahres. Der Graph A zeigt die OEP-Kurve, die sich aus der Prozessverteilung (d.h. ohne Parameterrisiko) ergibt, Graph B wiederum die OEP-Kurve, welche aus der Vorhersageverteilung (d.h. inkl. Parameterunsicherheit) resultiert.
- Der Einbezug der Parameterunsicherheit erhöht die Volatilität aller Einzelschäden und damit auch die Volatilität des maximalen Einzelschadens, damit höhere Wahrscheinlichkeit bzw. niedrigere Wiederkehrperioden für extreme Schadenhöhen.