

Herleitung der Sterbetafel DAV 2008 T für Lebensversicherungen mit Todesfallcharakter

Marcus Bauer, Christian Bökenheide, Erik Bur, Johann Dahmen, Thomas Gehling, Ralf Krüger, Christian Nagel, Catherine Pallenberg, Ulrich Pasdika, Norbert Quapp, Florian Rilke, Michael Rösgen, Heinz Rummelshaus, Volker Schmitz, Ralf Spier, Michael Vogt, Hans Peter Waldenmaier

Endgültige Version 21.11.2008

Präambel.....	3
0 Einleitung.....	5
1 Datenmaterial	7
1.1 Versichertendaten.....	7
1.2 Bevölkerungsdaten	8
2 Herleitung der Tafel 2. Ordnung	9
2.1 Rohdaten	10
2.2 Ausgleich der Rohdaten und Extrapolation.....	12
2.3 Vergleich mit anderen Tafeln 2. Ordnung	14
3 Sensitivitätsanalysen	17
4 Sicherheitszuschläge und Tafel 1. Ordnung	24
4.1 Schwankungszuschlag	24
4.2 Irrtumszuschlag	28
4.3 Änderungszuschlag	29
4.4 Gesamtzuschlag	30
4.5 Monotonisierung	31
5 Zusammenfassung	33
6 Literatur.....	34
Anhang.....	38
Anhang 1: Tafeln 2. und 1. Ordnung	38

Anhang 2: Jährlicher Nettobeitrag für eine gemischte Kapitalversicherung.....	44
Anhang 3: Jährlicher Nettobeitrag für eine Risikoversicherung	45
Anhang 4: Nettodeckungsrückstellung für eine gemischte Kapitalversicherung	46
Anhang 5: Nettodeckungsrückstellung für eine Risikoversicherung	46
Anhang 6: Internationale Vergleiche	45
Anhang 7: Analysen zur Sicherheitsmarge im Sterblichkeitstrend	53

Präambel

Die Arbeitsgruppe Biometrische Rechnungsgrundlagen des Ausschusses Lebensversicherung der Deutschen Aktuarvereinigung hat Untersuchungen über die Sterblichkeit bei Lebensversicherungen mit Todesfallcharakter durchgeführt. Dazu ist das derzeitige Sterblichkeitsniveau anhand von Daten aus Lebensversicherungsbeständen deutscher Lebensversicherungsunternehmen sowie anhand von Daten der deutschen Bevölkerungsstatistik untersucht und mit internationalen Entwicklungen verglichen worden.

Als Ergebnis der durchgeführten Untersuchungen legt die Deutsche Aktuarvereinigung diese Ausarbeitung vor. Sie ist mit der Verabschiedung durch den Vorstand der Deutschen Aktuarvereinigung am 4.12.2008 als Richtlinie in Kraft getreten. Der sachliche Anwendungsbereich der Richtlinie umfasst die Lebensversicherungsunternehmen. Sie gilt für die Reservierung ab dem Bilanztermin 2009.

Mit der vorliegenden Richtlinie „Herleitung der Sterbetafel DAV 2008 T für Lebensversicherungen mit Todesfallcharakter“ wird eine Sterbetafel mit der Bezeichnung „Sterbetafel DAV 2008 T“ für die Reservierung folgender Lebensversicherungen mit Todesfallcharakter vorgelegt¹:

- Fondsgebundene Lebensversicherungen
- Kapitallebensversicherungen
- Risikolebensversicherungen

Die Sterbetafel ist dagegen nicht für die Reservierung von Produkten ohne Risikoprüfung (insbesondere Sterbegeldversicherungen) geeignet, da bei solchen Produkten mit einer erheblichen Übersterblichkeit zu rechnen ist.

¹ Die Sterbetafel DAV 2008 T kann bei Berufs- und Erwerbsunfähigkeitsversicherungen sowie bei Erwerbsminderungsversicherungen als Aktivensterblichkeit Verwendung finden, sie muß aber nicht berücksichtigt werden.

Die Richtlinie regelt verbindlich die Methodik zur Herleitung von Sterbetafeln für die Reservierung und das Verfahren zur Festsetzung von Sicherheitszuschlägen bei den oben genannten Produkten. Diese methodischen Vorgaben stellen dabei in genereller Hinsicht einen Mindeststandard dar, der insbesondere auch bei der Herleitung unternehmenseigener Tafeln zu gewährleisten ist.

Selbstverständlich muss jeder Verantwortliche Aktuar überprüfen, ob unternehmensindividuelle Sachverhalte bestehen, die gegen eine unveränderte Übernahme der in der Richtlinie hergeleiteten Sterbetafel für die Reservierung eines bestimmten Unternehmens sprechen. Genauso muss der Verantwortliche Aktuar entscheiden, ob die Tafel unverändert für die Reservierung eines bestimmten Produkts verwendet werden kann. Gegebenenfalls muss der Verantwortliche Aktuar geeignete Anpassungen der Sterbetafel vornehmen.

Ein Anwendungsbestand, also der Bestand an Versicherungen mit Todesfallcharakter eines konkreten Lebensversicherungsunternehmens, wird sich von den bei der Herleitung zu Grunde gelegten Bestandsdaten bzw. dem Modellbestand zum Beispiel im Hinblick auf

- das beobachtete Sterblichkeitsniveau (zum Beispiel in Folge der Kundenstruktur, der Verteilung der Versicherungssummen oder des Vorgehens bei der Gesundheitsprüfung),
- die Bestandsgröße und die Bestandsstruktur (zum Beispiel Altersstruktur, Produktparameter, Anteil Kapitalversicherungen)

unterscheiden.

Der Verantwortliche Aktuar eines Lebensversicherungsunternehmens muss daher überprüfen, ob

- die Sterblichkeit 2. Ordnung der Sterbetafel DAV 2008 T,
- Struktur und Höhe der Sicherheitsmargen und das durch sie realisierte Sicherheitsniveau der Sterbetafel DAV 2008 T

für die Bestände des Unternehmens angemessen und im Sinne der in der vorliegenden Ausarbeitung beschriebenen Festlegungen ausreichend vorsichtig sind. Gegebenenfalls muss der Verantwortliche Aktuar eine geeignete Erhöhung des eingerechneten Sterblichkeitsniveaus bzw. der betroffenen Sicherheitszuschläge vornehmen.

Liegen innerhalb eines Unternehmens keine ausreichend gesicherten Erkenntnisse zum Sterblichkeitsniveau im eigenen Bestand auf Basis eigener Sterblichkeitsuntersuchungen vor, so stellt die DAV 2008 T mit allen in der Ausarbeitung aufgeführten Sicherheitszuschlägen die Untergrenze der Reservierung dar. Auf der Basis sorgfältiger Sterblichkeitsuntersuchungen, die einen Vergleich der beobachteten zu den erwarteten Toten einschließen und zu aktuariell gesicherten Erkenntnissen über den Bestand führen, kann auf im Text näher bezeichnete Teile des Irrtumszuschlages verzichtet werden. Bei Vorliegen hinreichend großer Bestände und gesicherter altersabhängiger Erkenntnisse zum Sterblichkeitsniveau ist weiterhin die Herleitung unternehmensindividueller Tafeln unter Berücksichtigung des methodischen Mindeststandards möglich.

Wenn für die Reservierung bisher die Tafel DAV 1994 T verwendet wurde, so ergibt sich im allgemeinen kein Auffüllungsbedarf, da für Frauen bis zum Alter 87 und für Männer bis zum Alter 88 die DAV 2008 T niedrigere Sterbewahrscheinlichkeiten aufweist als die DAV 1994 T. Bei Kombinationen mit extrem hohen Endaltern könnte es allerdings abweichende Effekte geben, i.b. wenn auch das Eintrittsalter hoch ist.

Die Sterbetafel DAV 2008 T ist grundsätzlich auch für die Beitragskalkulation von Lebensversicherungen mit Todesfallcharakter, ausgenommen Tarife ohne Gesundheitsprüfung, geeignet.

0 Einleitung

Die Herleitung der Sterbetafel DAV 1994 T liegt über 10 Jahre zurück und basiert auf 20 Jahre alten Bevölkerungsdaten. Seitdem sind in der Bevölkerung erhebliche Rückgänge der Sterbewahrscheinlichkeiten zu beobachten gewesen. Außerdem werden bei der Gen Re, der Münchener Rück, der Swiss Re und dem Verband öffentlicher Versicherer seit einigen Jahren Bestandsdaten zu Lebensversicherungen

mit Todesfallcharakter von deutschen Lebensversicherern gesammelt und ausgewertet.

Auch wenn die Bedeutung der Lebensversicherungen mit Todesfallcharakter seit 2005 deutlich abgenommen hat, stellen sie immer noch einen bedeutenden Teil an Lebensversicherungen dar. Ohne Kollektivverträge entfielen gemessen an der Anzahl der Verträge ca. 30% des Neuzugangs an Lebensversicherungen des Jahres 2007 auf Kapitalversicherungen, fondsgebundene Kapitalversicherungen und Risikoversicherungen (berechnet aus Angaben in [GDV, 2008a] und [GDV, 2008b]). Bezogen auf den Bestand beträgt der entsprechende Anteil 64%.

Vor diesem Hintergrund sind die in der Lebensversicherung mit Todesfallcharakter verwendeten biometrischen Rechnungsgrundlagen von großem Interesse. Die Arbeitsgruppe „Biometrische Rechnungsgrundlagen“ des Ausschusses Lebensversicherung der Deutschen Aktuarvereinigung hat daher untersucht, ob die Notwendigkeit besteht, eine neue Sterbetafel für die Berechnung der Deckungsrückstellungen von Versicherungsprodukten mit Todesfallcharakter zu entwickeln.

Das Datenmaterial von Gen Re, Münchener Rück, Swiss Re und dem Verband öffentlicher Versicherer aus den Beobachtungsjahren von 2001 bis 2004 stammt von 47 Gesellschaften unterschiedlichster Größe und entspricht mehr als 100 Millionen Bestandsjahren. Mit diesem Datenmaterial liegen erstmalig umfassende Erfahrungen über versicherte Bestände mit Todesfallrisiko vor. Das Beobachtungsmaterial erlaubt unter anderem auch Angaben zur Höhe der Versicherungssumme und zur abgelaufenen Versicherungsdauer. Diese Daten sowie die Sterbetafeln des Statistischen Bundesamts ermöglichten eine eingehende Überprüfung der Sterbetafel DAV 1994 T. Die differenzierteren Ergebnisse zu Versichertenbeständen gaben Anlass zur Herleitung einer neuen Sterbetafel für die Berechnung der Deckungsrückstellungen von Lebensversicherungen mit Todesfallcharakter. Die Konstruktion dieser Tafel mit der Bezeichnung Sterbetafel DAV 2008 T wird in der vorliegenden Arbeit genauer erläutert.

Im ersten Kapitel wird zunächst ein Überblick über das verwendete Datenmaterial gegeben. Die Herleitung der Tafel 2. Ordnung folgt im Kapitel 2. Dabei werden zur

Eliminierung von Selektionseffekten nur die Daten ab dem sechsten Versicherungsjahr zugrunde gelegt, die Tafel ist somit eine Schlusstafel. Das Kapitel 3 enthält einige Sensitivitätsanalysen, die bei der Festlegung der Höhe der Sicherheitszuschläge Berücksichtigung finden. Die Festlegung der Sicherheitszuschläge selbst findet in Kapitel 4 statt. Der Schwankungszuschlag ist dabei alters- und geschlechtsunabhängig festgelegt worden. Dieser Schwankungszuschlag setzt eine ausgewogene Altersstruktur voraus, bei starker Konzentration auf jüngere Alter muss die Angemessenheit überprüft werden. Die Irrtumszuschläge setzen sich aus einem obligatorischem und einem zusätzlichen Teil zusammen. Dieser zusätzliche Teil berücksichtigt die starke unternehmensindividuelle Spreizung der Sterblichkeitserfahrung. In Kapitel 5 schließlich werden die Ergebnisse zusammengefasst.

Im Anhang sind zum einen die tabellierten Werte der neuen Sterbetafel sowie Vergleiche mit der Sterbetafel DAV 1994 T enthalten, zum anderen auch Vergleiche des methodischen Ansatzes bei der Herleitung der Sterbetafel DAV 2008 T mit ausgewählten internationalen Sterbetafeln und Betrachtungen zu Sterblichkeitstrends.

1 Datenmaterial

Für die Untersuchung zur Herleitung der Sterbetafel DAV 2008 T liegen Versichertendaten aus den Pools der Gen Re, der Münchener Rück, der Swiss Re und des Verbandes öffentlicher Versicherer sowie Bevölkerungsdaten des Statistischen Bundesamtes vor. Somit stehen erstmals auch für die Erstellung einer Sterbetafel für Verträge mit Todesfallcharakter Versichertendaten zur Verfügung.

1.1 Versichertendaten

Die Versichertendaten wurden zunächst bereinigt, um den Einfluss von Gesellschaften zu korrigieren, die an mehr als einem der Datenpools teilnehmen. Nach dieser Bereinigung weisen die untersuchten Versichertendaten eine Abdeckung von 60% des deutschen Versicherungsmarktes im Bereich der Kapitallebensversicherungen auf; im Bereich der Risikolebensversicherungen sind es sogar 70%.

Als Beobachtungszeitraum werden die Jahre 2001 bis 2004 zu Grunde gelegt. Dieser Zeitraum liegt einerseits noch nicht lange zurück und ist andererseits lang genug für die Herleitung von Sterbewahrscheinlichkeiten. Nach den Erfahrungen aus den Pools mit spät gemeldeten Sterbefällen kann man darüber hinaus davon ausgehen, dass für diesen Auswertungszeitraum die Todesfallmeldungen praktisch vollständig vorliegen und bislang noch nicht gemeldete Fälle nur eine ganz marginale Rolle spielen.

Datengrundlage bilden Einzelversicherungen mit allen Arten von Gesundheitsprüfung, allerdings ohne Verträge mit Risikozuschlägen. Tarife ohne Gesundheitsprüfung (Sterbegeld-Versicherungen) konnten aufgrund des Meldeverhaltens nicht erkannt und somit nicht ausgeschlossen werden.

Die Daten liegen aufgeschlüsselt nach Alter, Geschlecht, laufendem Versicherungsjahr, Tarifart (Kapitallebensversicherungen (KLV), Risikolebensversicherungen (RLV) sowie Fondsgebundene Lebensversicherungen (FLV)) und Beobachtungsjahr vor. Insgesamt umfassen die Daten 104.029.858 durchlebte Bestandsjahre und 390.667 Tote. Für die durchlebten Bestandsjahre ergeben sich die in Abbildung 1 dargestellten Verteilungen bezüglich der einzelnen Schlüsselungsmerkmale.

Zu ungefähr gleichen Teilen verteilen sich die durchlebten Bestandsjahre des Datenmaterials auf die Beobachtungsjahre (2001: 24%, 2002: 25%, 2003: 24%, 2004: 27%). Die Sterblichkeitsniveaus für einzelne Schlüsselungsmerkmale werden in Kapitel 3 betrachtet. Dort werden auch die Ergebnisse zusätzlicher Auswertungen, beispielsweise zur summierten Sterblichkeit oder zur Varianz der Sterblichkeitsniveaus der einzelnen Gesellschaften, dargestellt.

Das Versichertendatenmaterial ist aktuell und repräsentativ für den deutschen Markt.

1.2 Bevölkerungsdaten

Für den Vergleich der beobachteten Versichertensterblichkeit mit der Bevölkerungssterblichkeit und für die Fortsetzung der Versichertensterblichkeit

2. Ordnung in die niedrigen und hohen Alter (siehe Kapitel 2) wird die deutsche Bevölkerungsterbetafel² St 2002/04 D für Gesamtdeutschland zu Grunde gelegt (s. [Statistisches Bundesamt, 2008]).

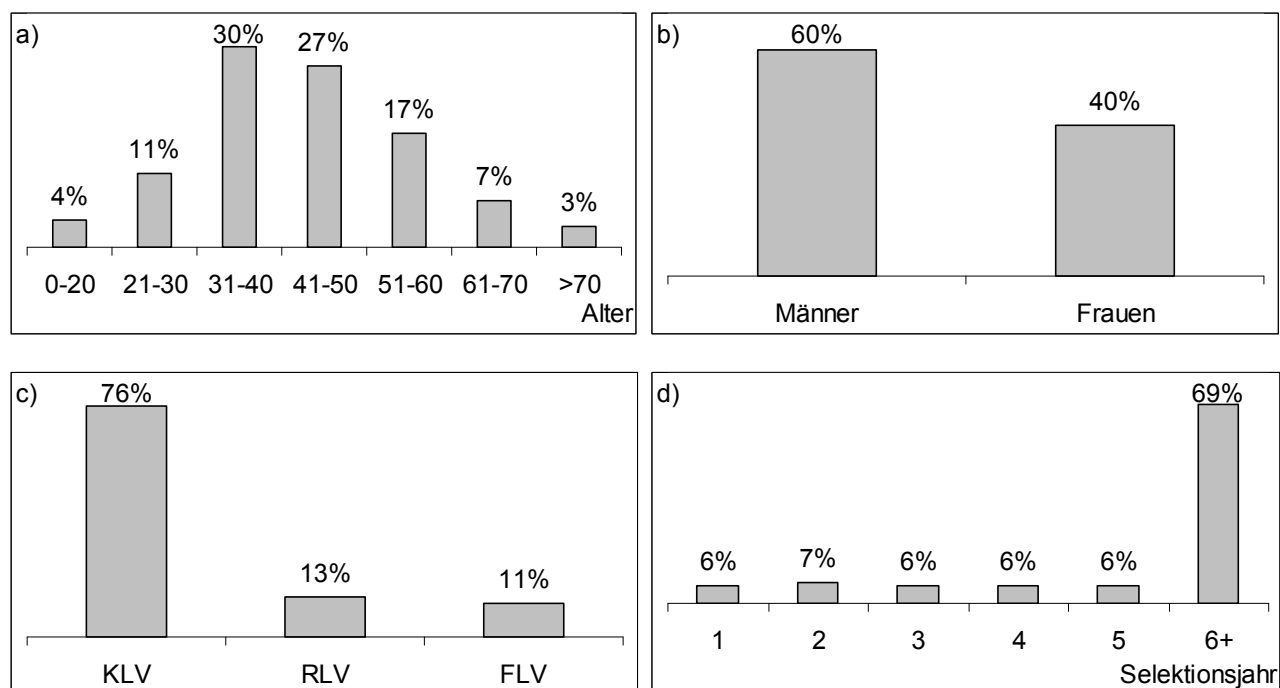


Abbildung 1: Verteilung der durchlebten Bestandsjahre nach Alter (a), nach Geschlecht (b), nach Tarif (c) und nach Selektionsjahr (d).

Für die Untersuchung der Entwicklung der Bevölkerungsterblichkeit seit 1986 – Grundlage der bisherigen Sterbetafel DAV 1994 T bildet die Allgemeine Deutsche Sterbetafel 1986/1988 – werden die ADSt 1986/88 sowie die nachfolgenden, abgekürzten und Bevölkerungsterbetafeln des Statistischen Bundesamtes herangezogen (siehe Anhang 7).

2 Herleitung der Tafel 2. Ordnung

Auf Grundlage der im vorangegangenen Kapitel beschriebenen Versichertendaten werden alters- und geschlechtsabhängige Sterbetafeln für Versicherungen mit

² Vor dem Hintergrund der steigenden Lebenserwartung werden von der amtlichen Bundesstatistik seit der Sterbetafel 2000/2002 die Altersjahre bis 100 nachgewiesen. Der Zusatz "abgekürzt" entfällt daher in der Bezeichnung der Sterbetafeln ab 2000/2002.

Todesfallcharakter abgeleitet. Die Versichertendaten werden dabei als Basis für den zentralen Altersbereich vom Alter 15 bis zum Alter 75 verwendet, in dem ausreichend Datenmaterial vorhanden ist. Selbst in jungen Altern innerhalb dieses Bereichs werden je Geschlecht mehr als 33.000 Bestandsjahre beobachtet³.

Die Sterbewahrscheinlichkeiten der Randbereiche basieren auf Bevölkerungsdaten, und in den Altern über 100 wird eine Extrapolation der bevölkerungsbasierten Daten vorgenommen.

Abgeleitet wird eine Periodentafel, da eine Berücksichtigung von zukünftigen Sterblichkeitsverbesserungen bei einer Tafel für Verträge mit Todesfallcharakter nicht ausreichend vorsichtig wäre. Nähere Ausführungen dazu finden sich in Anhang 7.

In Abschnitt 2.1 findet sich die Beschreibung der Bestimmung der rohen Sterbewahrscheinlichkeiten. Deren Ausgleich und Extrapolation wird in Abschnitt 2.2 detailliert dargestellt. Eine Einordnung der Tafel in den Kontext existierender DAV-Tafeln 2. Ordnung wird in Abschnitt 2.3 gegeben.

2.1 Rohdaten

Die rohen Sterbewahrscheinlichkeiten werden anzahlgewichtet aus den Bestandsdaten der Jahre 2001 bis 2004 bestimmt. Eine summierte Auswertung des gesamten Beobachtungsmaterials war nicht möglich, da die Versicherungssumme bei der Datenmeldung der Unternehmen teilweise stark unterschiedlich befüllt wurde.

Bei der Ermittlung der Sterbewahrscheinlichkeiten werden die Bestände aller Produkte, d.h. Risiko- und Kapitallebensversicherungen sowie fondsgebundene Versicherungen, verwendet. Allerdings wird der Bestand eingeschränkt auf Policen, die sich mindestens im 6. Versicherungsjahr (Schlussphase, englische Bezeichnung „ultimate“) befinden. Die auf diese Weise erzeugte Tafel ist im Wesentlichen frei von

³ Bei der Festlegung des zentralen Altersbereiches diene in diesem Falle die Regel $l_x \cdot q_x^{\text{roh}} \cdot (1 - q_x^{\text{roh}}) \geq 9$ als Leitlinie.

durch die Risikoprüfung bei Versicherungsbeginn resultierenden Selektionseffekten, da eine Untersuchung über die ersten Versicherungsjahre gezeigt hat, dass ab dem 6. Versicherungsjahr keine relevanten Selektionseffekte zu identifizieren sind.

Die Berechnung der rohen Sterbewahrscheinlichkeiten erfolgt mittels der Verweildauerermethode (s. [Kakies et.al., 1985]). Seien

l_x die anzahlgewichtete Verweildauer der in den Kalenderjahren 2001 bis 2004 und in der Schlussphase Lebenden des Alters x (inklusive der mit der Verweildauer 1 gewichteten beobachteten Toten),

t_x die beobachtete Anzahl der Toten des Alters x in den Kalenderjahren 2001 bis 2004 und in der Schlussphase,

q_x^{roh} die beobachtete jährliche rohe Sterbewahrscheinlichkeit eines x -Jährigen in der Schlussphase, berechnet aus den Beobachtungsdaten der Kalenderjahre 2001 bis 2004.

(und analog mit dem Index y für Frauen), so ergeben sich die rohen Sterbewahrscheinlichkeiten q_x^{roh} als

$$q_x^{\text{roh}} = \frac{t_x}{l_x}.$$

In hohen und jungen Altern stehen keine ausreichenden Datenmengen zur Ermittlung statistisch aussagekräftiger Sterbewahrscheinlichkeiten zur Verfügung. In hohen Altern unterliegen die Versichertendaten außerdem einem starken Einfluss von Sterbegeldversicherungen, die weitgehend ohne Risikoprüfung zustande gekommen sind, so dass dort in den Rohdaten teilweise Sterblichkeitsniveaus oberhalb der Bevölkerungsterblichkeit zu beobachten sind. Solche Niveaus sind für die gesamte Bandbreite von Verträgen mit Todesfallcharakter unangemessen hoch. Aus diesen Gründen werden die q_x^{roh} nur für den Altersbereich zwischen 15 und 75 berechnet, jeweils getrennt für Männer und Frauen.

2.2 Ausgleich der Rohdaten und Extrapolation

Die rohen Sterblichkeiten der Versichertendaten weisen Zufallsschwankungen auf, die durch die Anwendung eines Ausgleichsverfahrens geglättet werden. Der Ausgleich der geschlechtsspezifischen rohen Sterbewahrscheinlichkeiten q_x^{roh} im Altersbereich 15 bis 75 Jahre erfolgt nach dem Verfahren von Whittaker-Henderson (s. [Kakies et al., 1985] und [Loebus, 1994]) mit der Bestandsgewichtung l_x . Die so ausgeglichenen Sterbewahrscheinlichkeiten werden mit q_x^{glatt} bezeichnet. Beim Ausgleich der Versichertensterbewahrscheinlichkeiten sind insbesondere die folgenden Kriterien zu berücksichtigen:

- Gute Approximation der rohen Werte;
- Glättung von Schwankungen, aber Erhalt der Struktur der Kurve, insbesondere des vor allen Dingen bei den Männern stark ausgeprägten Unfallbuckels.

Um einen weiteren Ausgleich der entstehenden Gesamttafel zu vermeiden, soll weiterhin ein möglichst glatter Übergang zu den Bevölkerungssterbewahrscheinlichkeiten an den Übergangsstellen gewährleistet sein. Diesen Kriterien insgesamt wird man durch Wahl von dritten Differenzen als Glättungsgrad und einem Glättungsfaktor von 0,5 gerecht.

Für junge und hohe Alter wird die Sterbetafel DAV 2008 T mithilfe der Bevölkerungssterbetafel St 2002/04 D für Gesamtdeutschland hergeleitet. Diese Bevölkerungstafel wurde gewählt, da sie sowohl vom Beobachtungszeitraum als auch von der geographischen Ausdehnung des Beobachtungsgebiets zu den Versichertendaten passt.

Die Bevölkerungssterbetafel wird ebenfalls mit dem Verfahren von Whittaker-Henderson über den Altersbereich 1 bis 100 ausgeglichen. Hierfür waren als Glättungsgrad zweite Differenzen und ein Glättungsfaktor von 0,1 geeignet. Die zum Einsatz des Verfahrens notwendige Gewichtung erfolgt über die Bevölkerungsverteilung vom 1.1.2003 (s. [Human Mortality Database]). Bei unveränderter Übernahme der Bevölkerungssterblichkeiten im Alter 0 werden die geglätteten Sterbewahrscheinlichkeiten der Bevölkerung mit q_x^{Bev} bezeichnet.

Für die ausgeglichenen Versicherten- und Bevölkerungsterblichkeiten werden geschlechtsabhängig jeweils für junge und hohe Alter die Schnittpunkte bzw. die Alter mit der minimalen Abweichung der Sterbewahrscheinlichkeit bestimmt und an diesen die Fortsetzung der ausgeglichenen Versichertensterblichkeiten mit denen der Bevölkerung vollzogen. Der Übergang zwischen Bevölkerungs- und Versichertensterbewahrscheinlichkeiten erfolgt in den Altern 20/21 und 71/72 für Männer sowie in den Altern 17/18 und 72/73 für Frauen. Der so entstehende Sterblichkeitsverlauf ist bereits hinreichend glatt (siehe auch Abbildung 2), so dass ein weiterer Ausgleich nicht erforderlich ist.

Die Bevölkerungssterbetafel St 2002/04 D reicht bis zum Alter 100. Als Endalter der Sterbetafel DAV 2008 T wurde das Alter 121 (mit Sterbewahrscheinlichkeit 1 im Alter 121) festgesetzt. Für die Extrapolation über das Alter 100 hinaus bietet sich das logistische Modell mit vier Parametern an, das sich im Rahmen einer intensiven Untersuchung im Zusammenhang mit der Herleitung der Sterbetafel DAV 2004 R (s. [DAV-Unterarbeitsgruppe Rentnersterblichkeit, 2005]) als geeignetes Extrapolationsverfahren für sehr hohe Alter herausgestellt hat⁴. Die Sterblichkeiten ergeben sich dann aus dem funktionalen Zusammenhang

$$q_x^{\text{log}} = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\beta \cdot \exp(b \cdot x)}{1 + \alpha \cdot \exp(b \cdot x)}\right) + c\right).$$

Die vier Parameter des logistischen Modells werden geschätzt mittels des im Statistikprogrammpaket SPSS implementierten „Sequential Quadratic Programming“-Verfahrens. Dabei dienen die Alter 85 bis 95 der ausgeglichenen Bevölkerungstafel als Stützstellen. Die erhaltenen Parameter sind geschlechterspezifisch ermittelt worden und in der Tabelle 1 zusammengefasst.

⁴ Die Zahlen des Statistischen Bundesamtes zu den Bevölkerungssterbetafeln sind letztmalig nach der Volkszählung 1987 konsolidiert und bereinigt worden. Seither wurden die Bevölkerungszahlen jährlich fortgeschrieben. Aufgrund des zeitlichen Abstandes ist die Zuverlässigkeit der Zahlen insbesondere in sehr hohen Altern unklar. Die Ergebnisse der Extrapolation werden jedoch durch die Daten der Gerontology Research Group [Gerontology Research Group, 2008] gestützt, die Erfahrungswerte zur Sterblichkeit von 110-116-Jährigen vorliegen hat.

Um einen möglichst glatten Übergang von der geglätteten Bevölkerungstafel auf die mittels des logistischen Modells ermittelten Sterblichkeiten zu erhalten, gehen für Männer ab dem Alter 97 und für Frauen ab dem Alter 93 die mittels des logistischen Modells projizierten Sterblichkeiten in die Sterbetafel 2. Ordnung ein.

Tabelle 1: Parameter für die Extrapolation der Sterblichkeiten in hohen Altern

Parameter	Männer	Frauen
α	-2,4659448	-2,0726425
β	-0,8643427	-0,7427431
b	-0,006262314	-0,004862199
c	-1,0020295	-1,2336041

Insgesamt ergeben sich die Sterbewahrscheinlichkeiten 2. Ordnung der Tafel Sterbetafel DAV 2008 T, bezeichnet mit $q_x^{2.Ord.}$ für Männer und $q_y^{2.Ord.}$ für Frauen, zu

$$q_x^{2.Ord.} = \begin{cases} q_x^{Bev}, & 0 \leq x \leq 20 \\ q_x^{glatt}, & 21 \leq x \leq 71 \\ q_x^{Bev}, & 72 \leq x \leq 96 \\ q_x^{log}, & 97 \leq x \leq 120 \\ 1, & x = 121 \end{cases} \quad \text{bzw.} \quad q_y^{2.Ord.} = \begin{cases} q_y^{Bev}, & 0 \leq y \leq 17 \\ q_y^{glatt}, & 18 \leq y \leq 72 \\ q_y^{Bev}, & 73 \leq y \leq 92 \\ q_y^{log}, & 93 \leq y \leq 120 \\ 1, & y = 121 \end{cases} .$$

Die Sterbetafeln DAV 2008 T 2. Ordnung sind für Männer und Frauen in Abbildung 2 mit logarithmiertem Maßstab dargestellt. Die Zahlenwerte sind im Anhang 1 angegeben.

2.3 Vergleich mit anderen Tafeln 2. Ordnung

Abbildung 3 enthält einen Vergleich der Sterbetafel DAV 2008 T 2. Ordnung (Nenner) mit verschiedenen Vergleichstafeln (Zähler):

- den rohen Sterbewahrscheinlichkeiten aus den Versichertendaten,
- der ausgeglichenen Bevölkerungstafel St 2002/04 D,
- der Tafel ADSt 1986/88 (Grundlage der Sterbetafel DAV 1994 T) und

- der Sterbetafel DAV 2004 R 2. Ordnung (Basistafel 2. Ordnung (Aggregat), mit dem Trend 1. Ordnung um vier Jahre in das Jahr 2003 fortgeschrieben).

Der Vergleich der Sterbetafel DAV 2008 T 2. Ordnung mit der ADSt 1986/88 zeigt im zentralen Altersbereich eine deutliche Absenkung des Sterblichkeitsniveaus. Eine analoge Aussage gilt ebenfalls im Vergleich zur aktuellen Bevölkerungstafel. Im Vergleich zur Sterbetafel DAV 2004 R ergeben sich ab dem Alter 51 für Männer bzw. 48 bei Frauen höhere Sterblichkeiten. Hingegen unterschreiten die Sterblichkeiten der Sterbetafel DAV 2008 T 2. Ordnung die der Sterbetafel DAV 2004 R in den Altersbereichen 19 bis 50 bzw. 18 bis 47. Dies ergibt sich aus den unterschiedlichen Risikoprüfungen bei den Produkten: Während bei Versicherungen mit Todesfallcharakter im Allgemeinen eine Prüfung des Gesundheitszustandes der versicherten Person stattfindet, ist eine solche Prüfung bei Rentenversicherungen nicht allgemein üblich. Untersuchungen im Rahmen der Herleitung der Sterbetafel DAV 2004 R zeigen, dass die Sterblichkeit bei Rentenverträgen ohne Gesundheitsprüfung teilweise um mehr als 50% höher ist als bei Rentenverträgen mit Gesundheitsprüfung, die in der Regel wegen einer eingeschlossenen BUZ durchgeführt wird (s. [DAV-Unterarbeitsgruppe Rentnersterblichkeit, 2005, Unterabschnitt 3.3.1]).

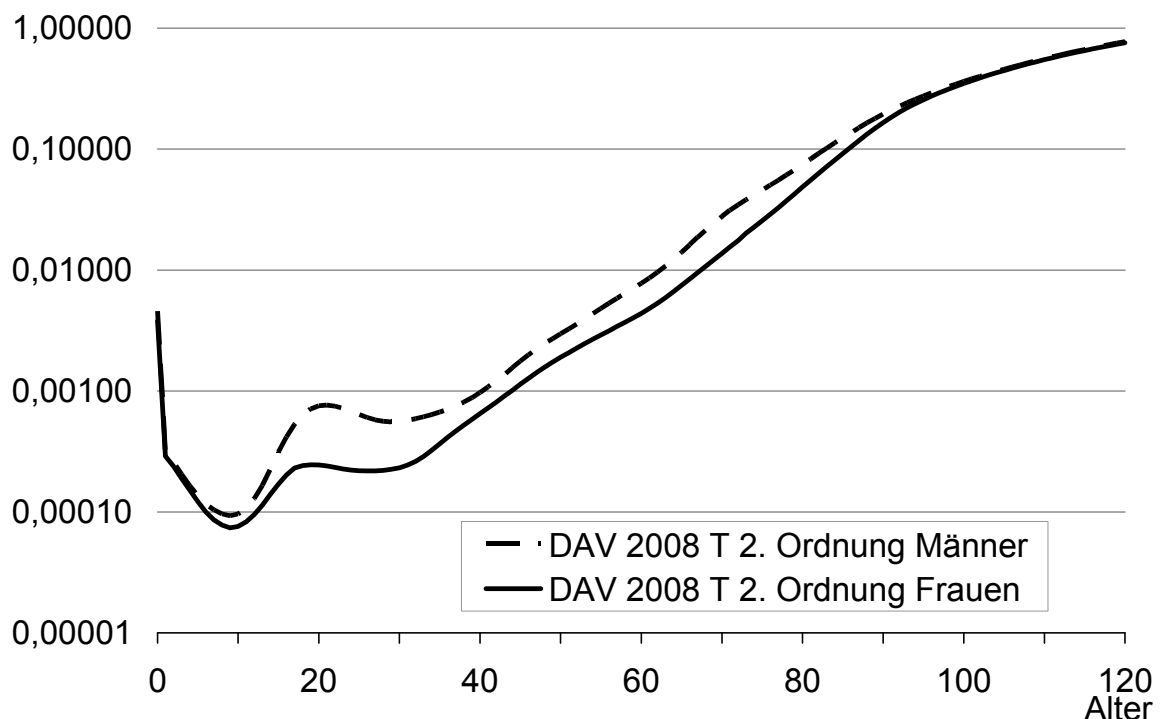


Abbildung 2: Sterbetafel DAV 2008 T 2. Ordnung.

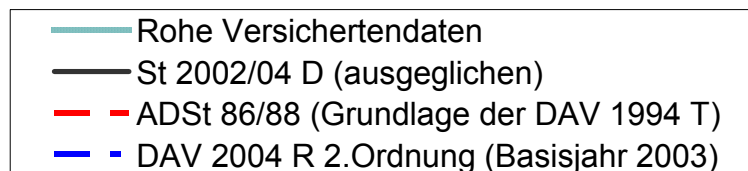
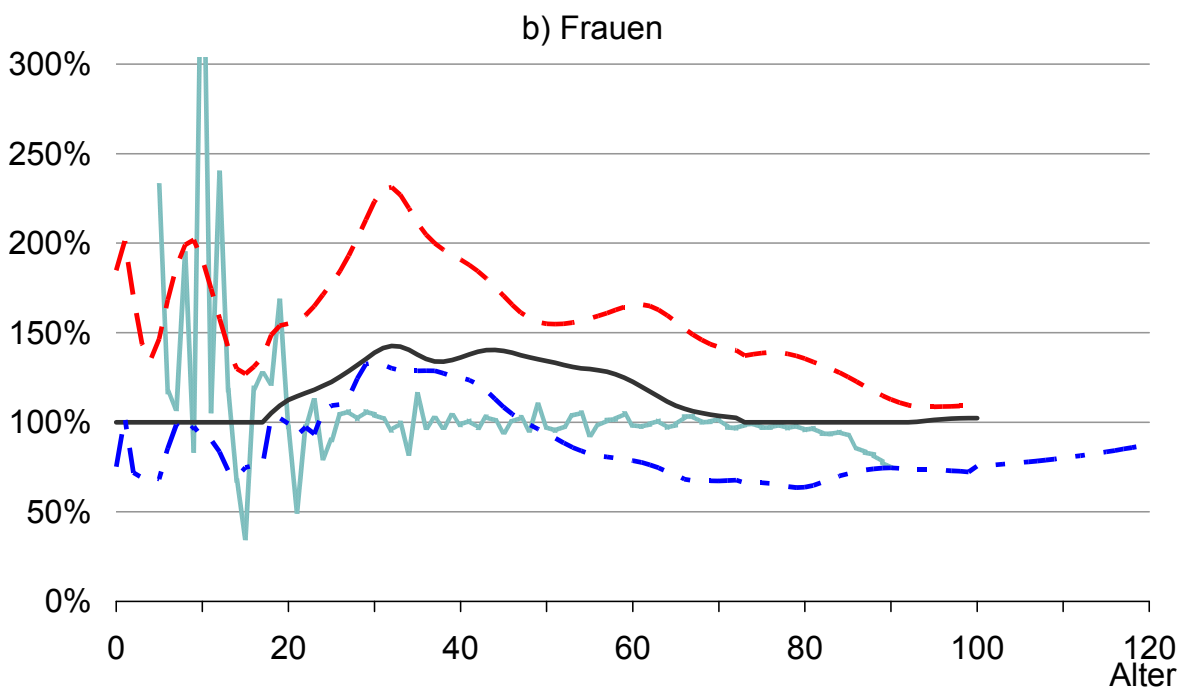
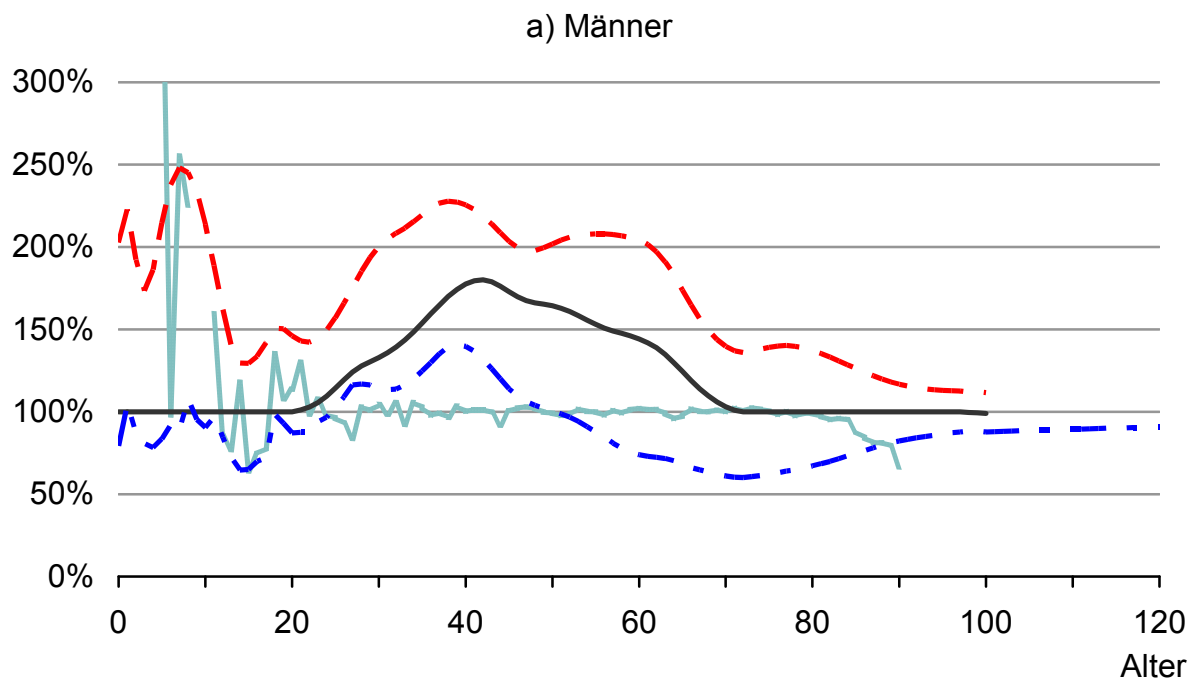


Abbildung 3: Sterbetafel DAV 2008 T zweiter Ordnung (Nenner) im Vergleich mit anderen Sterbetafeln (Zähler). (a) Männer, (b) Frauen.

Die Sterbewahrscheinlichkeiten der Frauen sind in der Tafel DAV 2008 T 2. Ordnung in allen Altern niedriger als die der Männer, im zentralen Altersbereich ist der Unterschied zwischen Frauen und Männern etwas geringer ausgeprägt als in der Bevölkerungstertafel St 2002/04 D; dies zeigt Abbildung 4.

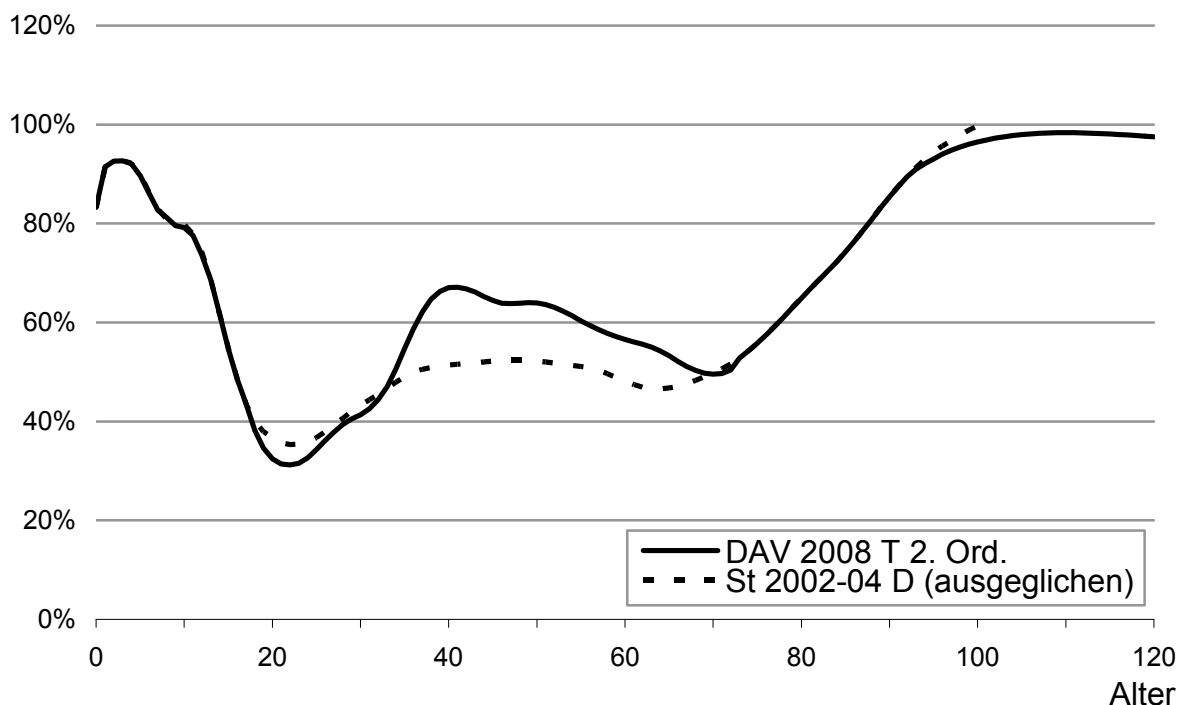


Abbildung 4: Verhältnis der Sterbewahrscheinlichkeiten der Frauen zu denen der Männer.

3 Sensitivitätsanalysen

Das Datenmaterial wurde über Alter und Geschlecht hinaus nach verschiedenen Risikofaktoren analysiert, die ebenfalls das Sterblichkeitsniveau beeinflussen, um einen Eindruck über das Ausmaß ihres Einflusses vermitteln zu können. Für solche Analysen standen die Tarifart, das laufende Versicherungsjahr und verschiedene Bänder von Versicherungssummen als weitere Merkmalsausprägungen in den Beobachtungsdaten (oder großen Teilen davon) zur Verfügung. Die Angaben dienen insbesondere als ergänzende Informationen zur Beurteilung der Frage, wie sich strukturelle Besonderheiten der Bestände einzelner Unternehmen auswirken können. Es muss jedoch davor gewarnt werden, die Angaben in diesem Abschnitt überzubewerten oder gar ohne weiteren Abgleich mit unternehmensindividuellen Auswertungen der Sterblichkeit für Zwecke der Reservierung oder der Prämienberechnung zu verwenden. Die Aufteilung der Beobachtungsdaten durch

Unterscheidung einer oder mehrerer Merkmalsausprägungen kann dazu führen, dass man möglicherweise übersieht, dass die resultierenden Teilbestände sich neben den explizit gewählten Unterscheidungskriterien noch in weiteren Merkmalen unterscheiden. Dies kann insbesondere die Unternehmenszusammensetzung in den verschiedenen Teilbeständen betreffen. Wenn dies der Fall ist, so ist unter Umständen gar nicht so sehr das gewählte Merkmal wie beispielsweise der Tarif maßgeblich für Unterschiede in den beobachteten Sterblichkeitsniveaus, sondern vielmehr Unterschiede zwischen den Unternehmen. Solche Unterschiede können zum Beispiel durch verschiedene Vertriebswege, Zielgruppen sowie Verfahren und Richtlinien der Antragsprüfung hervorgerufen werden. Diese Merkmale standen aber in den Beobachtungsdaten nicht zur Verfügung.

Dies vorausgeschickt werden im Folgenden für verschiedene auswertbare Merkmalsausprägungen Sterblichkeitsniveaus bezogen auf die Sterbetafel DAV 2008 T 2. Ordnung angegeben. Die Sterblichkeitsniveaus drücken dabei das Verhältnis zwischen der tatsächlich beobachteten Schadenlast zu der bei Anwendung der Sterbetafel DAV 2008 T 2. Ordnung zu erwartenden Schadenlast aus. Sterblichkeitsniveaus von Teilbeständen mit weniger als 100 beobachteten Todesfällen werden nicht ausgewiesen.

3.1 Tarif

Da ca. 91% der Beobachtungsdaten für die Schlusstafel von Kapitallebensversicherungen (KLV) stammen, sind die Auswertungsergebnisse über alle Tarife hinweg in hohem Maße mit den Sterblichkeitsniveaus von KLV korreliert. Das Sterblichkeitsniveau der Schlusstafel ab dem sechsten Versicherungsjahr von KLV beträgt mit 101% nur marginal mehr als das aller Tarife (Tabelle 2).

Tabelle 2: Sterblichkeitsniveaus KLV, nur Policen ab dem 6. Versicherungsjahr

Alter	Männer	Frauen
20-29	98%	101%
30-39	101%	100%
40-49	103%	102%
50-65	101%	100%

20-65	101%	101%
-------	------	------

Die Sterblichkeitsniveaus von Risikolebensversicherungen (RLV) fallen dagegen wesentlich niedriger aus, wie Tabelle 3 zeigt.

Tabelle 3: Sterblichkeitsniveaus RLV, nur Policen ab dem 6. Versicherungsjahr

Alter	Männer	Frauen
20-29	-	-
30-39	99%	109%
40-49	84%	90%
50-65	87%	87%
20-65	88%	91%

Es fällt auf, dass in jüngeren Altern keine deutlich niedrigeren Sterblichkeitsniveaus als bei KLV auftreten. Ab Alter 40 sind die Sterblichkeitsniveaus dann jedoch um 10% und mehr niedriger als bei KLV.

Gerade der Vergleich von KLV einerseits und RLV andererseits ist jedoch ein gutes Beispiel dafür, dass die in diesem Abschnitt dargestellten Sterblichkeitsniveaus nicht verallgemeinert und auf beliebige einzelne Unternehmen übertragen werden können. Die Marktanteile einzelner Unternehmen bei KLV bzw. RLV sind völlig verschieden. Unternehmen mit großen Marktanteilen in der RLV sind eher Spezialisten mit einem starken Fokus auf diesem Tarif. Dadurch sind die strukturellen Gegebenheiten im Bestand der RLV ganz andere als im Bestand von KLV. Dies wird auch daran deutlich, dass bei der RLV bei ca. 11% der Beobachtungsdaten eine Versicherungssumme von bis zu 10.000 € versichert ist, bei KLV aber bei ca. 41% der Daten.

Bei den einzelnen in den Beobachtungsdaten repräsentierten Unternehmen sind die Sterblichkeitsniveaus in der RLV sogar eher höher als bei KLV und FLV. Die Sterblichkeitsniveaus für die FLV sind in Tabelle 4 aufgeführt. Von den Unternehmen, bei denen im Untersuchungszeitraum je Geschlecht wenigstens 100 Tote zu beobachten waren, wiesen 64% (Männer) bzw. 57% (Frauen) bei der RLV höhere Sterblichkeitsniveaus als bei der KLV und FLV zusammen auf.

Tabelle 4: Sterblichkeitsniveaus FLV, nur Policen ab dem 6. Versicherungsjahr

Alter	Männer	Frauen
20-29	-	-
30-39	95%	84%
40-49	102%	98%
50-65	98%	90%
20-65	99%	91%

Im Vergleich zur KLV scheint das Sterblichkeitsniveau bei FLV für Frauen niedriger zu liegen und volatiler zu sein, dabei ist zu berücksichtigen, dass zum einen der Bestand an FLV jünger als der an KLV sein dürfte und zum anderen die Anzahl der FLV-Daten für jedes Geschlecht nur ungefähr 4% der entsprechenden KLV Daten ausmachen.

3.2 Versicherungsjahr

Die Beobachtungsdaten wurden auch auf Selektionseffekte hin untersucht. Eine Analyse der Sterblichkeit in den ersten zehn Versicherungsjahren ergab, dass über das fünfte Versicherungsjahr hinaus keine Selektionswirkung erkennbar ist.

Innerhalb der ersten fünf Versicherungsjahre deuten die Beobachtungsdaten dagegen auf Selektionseffekte hin (Tabelle 5).

Tabelle 5: Sterblichkeitsniveaus nach Versicherungsjahren, alle Tarife, Alter 20 bis 65 Jahre

Versicherungsjahr	Männer	Frauen
1	70%	54%
2	88%	75%
3	91%	82%
4	92%	83%

5	96%	85%
≥ 6	100%	100%

Insbesondere im ersten Versicherungsjahr wirkt sich die Selektion also erheblich aus, lässt dann aber in ihrer Wirkung zügig nach.

Die Selektionswirkung ist allerdings je nach Tarif sehr verschieden – und auch hier ist wieder davon auszugehen, dass nicht der Tarif allein als solcher maßgeblich ist, sondern weitere unternehmensindividuelle Gegebenheiten (Tabelle 6).

Tabelle 6: Sterblichkeitsniveaus nach Versicherungsjahren, getrennt nach Tarifen, Alter 20 bis 65 Jahre

Versicherungsjahr	KLV		FLV		RLV	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
1	79%	57%	76%	60%	54%	42%
2	97%	77%	90%	78%	71%	67%
3	100%	88%	95%	75%	75%	74%
4	97%	82%	96%	86%	82%	83%
5	102%	85%	92%	82%	85%	87%
≥ 6	101%	101%	99%	91%	88%	91%

Die Selektionseffekte scheinen bei Frauen stärker als bei Männern ausgeprägt zu sein. Bei KLV und bei FLV ist außerdem bei den Männern nur im ersten Jahr überhaupt ein Selektionseffekt feststellbar. In allen Tarifen und den verschiedenen betrachteten Summenbändern wurde außerdem im ersten Versicherungsjahr ein besonders starker Selektionseffekt beobachtet, wie es auch in den obigen Tabellen erkennbar ist. Dieser Effekt schwächt sich dann bereits ab dem zweiten Jahr erheblich ab.

3.3 Versicherungssumme

Bei der Auswertung nach Summenbändern wurde auf die Daten zu FLV verzichtet auf Grund der nicht einheitlichen Bezugsgrößen. Im Datenbestand werden z.B. Mindesttodesfallsumme, aktuelle Todesfallsumme, Beitragssumme gemeldet.

Die Versicherungssumme wird aber auch im Hinblick auf dynamische Anpassungen und die Berücksichtigung von Bonusbausteinen nicht immer einheitlich gefüllt. So ist die Datenlage heterogen, und die Überprüfbarkeit der von teilnehmenden Unternehmen gemeldeten Versicherungssumme ist nur eingeschränkt möglich. Daher kann mit den vorliegenden Versichertendaten keine summierte Sterbetafel hergeleitet werden. Zu Illustrationszwecken werden dennoch Sterblichkeitsniveaus für verschiedene Summenbänder und summierte Sterblichkeitsniveaus angegeben.

Die Auswertung nach Summenbändern zeigt einen inversen Zusammenhang zwischen Versicherungssumme und Sterblichkeitsniveaus an – je höher die Versicherungssumme ist, desto niedriger fällt die Sterblichkeit aus (Tabelle 7).

Tabelle 7: Sterblichkeitsniveaus in verschiedenen Summenbändern, Schlusstafel, Alter 20 bis 65 Jahre

Summenband	KLV		RLV	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen
bis 10.000 €	112%	106%	103%	92%
10.001 € - 100.000 €	93%	95%	89%	92%
100.001 € - 250.000 €	68%	89%	70%	80%
über 250.000 €	60%	-	57%	-

Die Abhängigkeit des Sterblichkeitsniveaus von der Versicherungssumme ist demnach bei Männern stärker ausgeprägt als bei Frauen. Dies ist konsistent mit dem bei Männern auch größeren Unterschied zwischen Bevölkerungs- und Versichertensterblichkeit (vgl. Abschnitt 2.3), der ebenfalls auf stärkere sozioökonomische Effekte bei Männern hinweist. Es ist daneben auffällig, dass der Unterschied zwischen den Sterblichkeitsniveaus von KLV und RLV im niedrigsten Summenband stärker ist als in den anderen Summenbändern. Die ermittelten summierten Sterblichkeitsniveaus sind in Tabelle 8 gesammelt.

Tabelle 8: Anzahl- und summiertes Sterblichkeitsniveaus, Schlussstafel, Alter 20 bis 65 Jahre

Gewichtung	KLV		RLV	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen
Anzahl	101%	101%	88%	91%
Versicherungssumme	85%	95%	77%	85%

3.4 Benchmarking

Die Sterblichkeitsniveaus bei den einzelnen im Datenmaterial repräsentierten Unternehmen stellen sich sehr heterogen dar. Die Tabelle 9 zeigt die Anzahl der Unternehmen, die in die aufgeführten Intervalle der Sterblichkeitsniveaus fallen⁵. In diese Übersicht gehen für Männer 46 und für Frauen 45 Unternehmen ein, wobei die einbezogenen Teilbestände jeweils mindestens 100 Tote enthalten.

Tabelle 9: Verteilung der Sterblichkeitsniveaus, alle Tarife, Schlussstafel, Alter 25 bis 69 Jahre

Intervall	Männer	Frauen
50% - 70%	2	2
70% - 90%	12	11
90% - 110%	23	27
> 110%	9	5

Das Maximum der unternehmensindividuellen Sterblichkeitsniveaus liegt sowohl bei Männern als auch bei Frauen bei 136%, die nächstkleineren Werte sind 128% (Männer) und 116% (Frauen).

⁵ Diese Analysen mussten aus Aufwandsgründen vor Fertigstellung der Sterbetafel DAV 2008 T durchgeführt werden. Daher wurde eine Vorversion der Tafel verwendet, die sich jedoch nicht substantiell von der endgültigen Version unterscheidet. Auf die in diesem Unterabschnitt dargestellten Auswertungsergebnisse hat dieser Umstand keinen nennenswerten Einfluss.

Die unternehmensindividuellen Sterblichkeitsniveaus werden durch eine Vielzahl von Faktoren beeinflusst: Unterschiedliche Produktschwerpunkte spielen genauso eine Rolle wie unterschiedliche Altersstrukturen der Bestände, verschiedene Vertriebswege, Zielgruppen, Vorgehensweisen in der Antragsprüfung und weitere Besonderheiten. Bei Frauen ist das oberste Intervall dünner belegt als bei den Männern, was nach den vorliegenden Analysen des Sterblichkeitsniveaus unter anderem auf einen dort abweichenden Produktmix zurückzuführen sein dürfte.

4 Sicherheitszuschläge und Tafel 1. Ordnung

Zur Konstruktion der Sterbetafel 1. Ordnung wird die in Kapitel 2 hergeleitete Sterbetafel 2. Ordnung mit Sicherheitszuschlägen versehen. Im Folgenden wird auf die Begründung und Ermittlung der Sicherheitszuschläge eingegangen. Berücksichtigt werden dabei insbesondere das statistische Schwankungsrisiko, das Irrtumsrisiko und das Änderungsrisiko.

4.1 Schwankungszuschlag

Der Bestimmung des statistischen Schwankungszuschlags wird ein Modellbestand von insgesamt 200.000 Versicherten im für Versicherungen mit Todesfallcharakter typischen Altersbereich von 20 bis 65 Jahren zugrunde gelegt, welcher sich gemäß den vorliegenden Versichertendaten in 125.044 Männer und 74.956 Frauen aufteilt.

Die Modellbestandsgröße orientiert sich am Median des jährlichen Exposures über die Teilbestände des vorhandenen Datenpools (258 Tsd. Versicherte). Der entsprechende Mittelwert im Datenpool liegt mit knapp 400 Tsd. Versicherten etwas höher als der Median, aber unter der mittleren für das Todesfallrisiko einschlägigen Bestandsgröße der von der GDV-Statistik 2006 (s. [GDV, 2007]) erfassten Versicherungsunternehmen (525 Tsd. Versicherte). Dabei wird durch die geringere Größe des Modellbestands sowohl der gemäß Beobachtung im Datenpool erwarteten gegenüber dem Mittelwert geringeren „typischen Bestandsgröße“ als auch dem Umstand Rechnung getragen, dass die mittleren Bestandsgrößen für Versicherungen mit Todesfallcharakter nach 2004 aufgrund veränderter Rahmenbedingungen bereits nicht mehr weiter wachsen und für die mittelfristige

Entwicklung entsprechender Bestandsgrößen vorsichtigerweise von einem deutlichen Rückgang ausgegangen werden sollte.

Für die Altersstruktur wird die Zusammensetzung des Datenpools nach anzahlgewichteten Verweildauern entsprechend der Verwendung bei der Herleitung der Tafel 2. Ordnung zugrundegelegt, d.h. es wird nur auf die Schlussbestände (6+) und -sterbewahrscheinlichkeiten abgestellt.

Mit dem Zuschlag auf die ermittelten Sterblichkeiten der Basistafeln soll dem Risiko statistischer Schwankungen bei der Anwendung der Sterbetafeln Rechnung getragen werden. Analog zum Vorgehen bei der Herleitung früherer DAV-Tafeln wird als Grundidee die Absicherung gegen den Eintritt eines gemäß vorgegebenem Sicherheitsniveau maximal zulässigen Schadens verfolgt (s. [Pannenberg, 1997], [Pannenberg, 1999]).

Analog zur Herleitung der Sterbetafel 2. Ordnung wird (aus denselben Gründen) auf anzahlgewichtete Daten zurückgegriffen, d.h. der Schaden wird als Anzahl der Toten gemessen. Der (dem Vorgehen bei der Herleitung der DAV 2004 R entsprechende) Ansatz unterteilt - insoweit abweichend z. B. von der Herleitung der DAV 1994 T und der DAV 1994 R - den Bestand nicht in Altersklassen, die jeweils zu einem reduzierten Sicherheitsniveau abgesichert werden. Das bedeutet, dass die Verteilung der Sicherheitszuschläge auf die einzelnen Alter nicht explizit auf die Altersstruktur des Modellbestandes zurückgreift.

Ein altersunabhängiger Schwankungszuschlag ist im Allgemeinen robuster gegen typische Abweichungen der Bestandsstruktur zwischen Herleitung und Anwendung und erleichtert zudem die Konstruktion von Tafelvarianten. Das realisierte Sicherheitsniveau ist zwar auch bei einem altersunabhängigen Vorgehen von der konkreten Struktur des zugrunde liegenden Bestandes abhängig. Die Sensitivitätsrechnungen belegen jedoch, dass Änderungen der Altersstruktur im für Todesfallrisiko typischen Altersbereich das Sicherheitsniveau nicht wesentlich verändern. Entsprechende strukturelle Abweichungen treten gleichermaßen zwischen Anwendungsbestand und Herleitungsbestand auf und werden durch den Zuschlag für Irrtumsrisiken erfasst.

Abweichend zur Herleitung der Schwankungsabschläge bei der DAV 2004 R (s. [DAV-Unterarbeitsgruppe Rentnersterblichkeit, 2005]) bzw. der Schwankungszuschläge bei der DAV 1994 T (s. [Loebus, 1994]) erfolgt die Festlegung des Schwankungszuschlags bei der DAV 2008 T nicht geschlechtsabhängig, vielmehr wird für den gesamten Modellbestand ein alters- und geschlechtsunabhängiger Schwankungszuschlag hergeleitet. Für den gesamten Modellbestand wird (analog zur Herleitung der DAV 2004 R) gefordert, dass die statistischen Schwankungszuschläge ein Sicherheitsniveau von 95% ergeben.

Für die Herleitung des Schwankungszuschlags wird der verwendete Modellbestand eingeschränkt auf ein für das Todesfallrisiko typisches Altersintervall von 20 bis 65 Jahren. In diesem Bereich wird in der Tafel 2. Ordnung direkt auf Versichertendaten und nicht auf Bevölkerungssterblichkeiten zurückgegriffen. Zudem sollen damit Effekte aus besonderen Bestandsstrukturen und damit verbundenen möglichen Sondersterblichkeiten (Sterbegeldversicherungen) ausgeschlossen werden.

Zur Erläuterung der Bestimmung eines alters- und geschlechtsunabhängigen Schwankungszuschlags werden in Ergänzung zum Kapitel 2 folgende Bezeichnungen verwendet:

$$I_x^{\text{Mod}} = 200.000 \cdot \frac{I_x}{\sum_x I_x + \sum_y I_y}$$

die lebenden Männer des Alters x des

Modellbestandes,

T_x

die binomialverteilte Zufallsvariable der im Alter x Gestorbenen im Modellbestand

Mit dem Index y werden wie üblich die analogen Größen für die Frauen bezeichnet. Die Summationen erstrecken sich hier und im folgenden immer über die Alter 20 bis 65 Jahre.

s^α sei der alters- und geschlechtsunabhängige prozentuale Schwankungszuschlag zum Sicherheitsniveau $1-\alpha$.

Die Anzahl der inklusive Schwankungszuschlag für den Modellbestand erwarteten Toten soll eine obere Grenze eines Prognoseintervalls zum Niveau $1-\alpha$ für die Zufallsvariable der Anzahl der Toten im Modellbestand sein. Es soll also gelten:

$$P\left(\sum_x T_x + \sum_y T_y \leq \sum_x I_x^{\text{Mod}} \cdot (1+s^\alpha) \cdot q_x^{2.\text{Ord.}} + \sum_y I_y^{\text{Mod}} \cdot (1+s^\alpha) \cdot q_y^{2.\text{Ord.}}\right) \geq 1-\alpha$$

Analog zur Herleitung der DAV 2004 R ergibt sich mit dem $(1-\alpha)$ -Standardnormalverteilungs-Quantil $u_{1-\alpha}$:

$$s^\alpha = \frac{\sqrt{\sum_x I_x^{\text{Mod}} \cdot q_x^{2.\text{Ord.}} \cdot (1-q_x^{2.\text{Ord.}}) + \sum_y I_y^{\text{Mod}} \cdot q_y^{2.\text{Ord.}} \cdot (1-q_y^{2.\text{Ord.}})}}{\sum_x I_x^{\text{Mod}} \cdot q_x^{2.\text{Ord.}} + \sum_y I_y^{\text{Mod}} \cdot q_y^{2.\text{Ord.}}} \cdot u_{1-\alpha}$$

Mit diesem Vorgehen und den zugrundeliegenden Annahmen ergibt sich ein Schwankungszuschlag in Höhe von 7,4%. Bezogen auf einen Modellbestand gleicher Größe aber auf alle Alter ausgedehnter Alterstruktur liegt das Sicherheitsniveau damit bei 99,3% statt der geforderten 95%, bei Altersstruktur entsprechend der Bevölkerung noch darüber.

Bei Beständen, die sich auf kleine Intervalle in niedrigen Altern beschränken, können z.T. niedrigere Sicherheitsniveaus auftreten. Beispielsweise zeigen Sensitivitätsanalysen für Bestände (100.000 Versicherte je Geschlecht) mit konstantem Exposure innerhalb von Altersintervallen über 10 Jahre die in Tabelle 10 enthaltenen Ergebnisse.

Tabelle 10: Sensitivitätsanalyse - erreichtes Sicherheitsniveau bei Beständen mit konstanter Verteilung der Versicherten in einem Altersbereich

Altersbereich	Sicherheitsniveau
20-29 Jahre	76%
30-39 Jahre	78%
40-49 Jahre	90%
50-59 Jahre	98%

4.2 Irrtumszuschlag

Der Irrtumszuschlag berücksichtigt die Parameterschätzunsicherheiten und das Modellrisiko. Er besteht aus zwei Komponenten. Die erste Komponente deckt folgende zumeist in Unterschieden zwischen Modellbestand und Anwendungsbestand liegende Risiken ab:

- Unterschiede in der Bestandsstruktur (Altersstruktur, Geschäftsmix) zwischen Herleitung und Anwendung einschließlich Veränderungen in Kundenverhalten und Risikoprüfung z.B. durch veränderte Rahmenbedingungen,
- Unterschiede im Sterblichkeitsgesamtniveau bei unterschiedlichen Unternehmen (u.a. abhängig von Vertriebs-/Kundenstruktur, Geschäftsmix, Summenabhängigkeit) und somit potenziell auch zwischen Herleitung und Anwendung,
- statistische Fluktuationen im Herleitungsbestand (Parameterschätzunsicherheit innerhalb des Modellbestands).

Zudem sind folgende Modellrisiken aus Näherungen in der Herleitung zu beachten:

- Die Summenabhängigkeit der Sterbewahrscheinlichkeiten wird nicht berücksichtigt. Bei höheren Summen könnte im Zweifelsfall höhere Finanzrationalität und damit ein mit der Selektion konkurrierender erhöhter Antiselektionseffekt unterstellt werden. Zudem wird durch Vernachlässigung der Varianz der Summenhöhenverteilung die Varianz der Gesamtschadenverteilung in der Formel für s^a unterschätzt. Entlastend weisen die Beobachtungsdaten in Kapitel 3 insgesamt ein fallendes Gesamtsterblichkeitsniveau bei steigenden Versicherungssummen aus
- Durch das Weglassen der Teilbestände in Selektion werden bei der Herleitung die relativen Schwankungszuschläge möglicherweise geringfügig unterschätzt; gleichzeitig ergeben sich durch Weglassen von Selektionsfaktoren in der Reservierungstafel aber implizite Sicherheitszuschläge zu Versicherungsbeginn, so dass die Wirkung beider Effekte zeitlich unterschiedlich verteilt ist.
- In den Auswertungen nicht mehr berücksichtigte nachgemeldete Tote führen beim Erlebensfallrisiko zu zusätzlichen impliziten Sicherheitsmargen, beim

Todesfallrisiko dagegen zu einem zu niedrigen Niveau der Tafel. Aufgrund der anderen Anreizstruktur beim Todesfallrisiko sowie dem mehrjährigen Abstand zwischen den Beobachtungsjahren 2001 und 2004 und dem Zeitpunkt der Herleitung ist allerdings davon auszugehen, dass das Sterblichkeitsniveau durch noch nicht gemeldete Todesfälle nur ganz geringfügig unterschätzt wird.

Diese erste Komponente des Zuschlags für das Irrtumsrisiko stellt den minimalen Zuschlag dar, den jedes Unternehmen für dieses Risiko verwenden sollte. Dieser Mindestzuschlag berücksichtigt die Irrtümer, die in der Anwendung der Tafel beispielsweise durch strukturelle Änderungen des Neugeschäfts entstehen können. Die erste Komponente des Irrtumszuschlags beträgt 10%.

Die zweite Komponente trägt der Tatsache Rechnung, dass in der Vergangenheit bei den einzelnen Unternehmen sehr unterschiedliche Sterblichkeitsniveaus beobachtet werden konnten und beim jeweiligen Unternehmen Abweichungen vom Herleitungsbestand der Tafel auftreten können. Die zweite Komponente des Irrtumszuschlags beträgt zusätzlich 15%. Dieser Zuschlag ist insbesondere dann in voller Höhe zu erheben, wenn ein Unternehmen keine ausreichend gesicherten Erkenntnisse zum Sterblichkeitsniveau im eigenen Bestand auf Basis eigener Sterblichkeitsuntersuchungen hat. Auf der Basis sorgfältiger Sterblichkeitsuntersuchungen, die einen Vergleich der beobachteten zu den erwarteten Toten einschließen und zu aktuariell gesicherten Erkenntnissen über den Bestand führen, kann auf diesen Teil des Irrtumszuschlages verzichtet werden.

4.3 Änderungszuschlag

Ein expliziter Ansatz eines Trends der Sterblichkeitsverbesserung erfolgt aufgrund der im Anhang dargestellten Ergebnisse von Trenduntersuchungen vorsichtigerweise nicht.

Auf einen expliziten Zuschlag für das Änderungsrisiko wird entsprechend verzichtet, weil im Kollektiv eine hinreichende implizite Absicherung durch den erwarteten Sterblichkeitstrend erfolgt.

4.4 Gesamtzuschlag

Der gesamte Zuschlag errechnet sich gemäß $(1+s^\alpha)(1+r)-1$, wobei $r = r_1 + r_2$ die Höhe des Irrtumszuschlags darstellt. Dabei ist die erste Komponente r_1 der minimale Irrtumszuschlag in Höhe von 10% sowie r_2 die zweite Komponente in Höhe von 15%, welche wie oben näher ausgeführt bei Fehlen ausreichend sicherer Erkenntnisse zum eigenen Bestand anzusetzen ist. Die Sterbewahrscheinlichkeiten q_x 1. Ordnung ergeben sich damit aus den Sterbewahrscheinlichkeiten $q_x^{2.Ord.}$ 2. Ordnung durch $q_x = q_x^{2.Ord.} \cdot (1+s^\alpha) \cdot (1+r_1+r_2)$.

Bei Verwendung des Irrtumszuschlags in voller Höhe ergibt sich insgesamt ein vom Alter und Geschlecht unabhängiger Sicherheitszuschlag in Höhe von 34%. Bei Verwendung nur der ersten Komponente des Irrtumszuschlags ergibt sich entsprechend ein Sicherheitszuschlag in Höhe von 18%. Dabei wurde jeweils auf ganze Prozent gerundet.

Die Sterblichkeiten 1. Ordnung q_x (für Männer) und q_y (für Frauen) ergeben sich also durch Multiplikation der Sterblichkeiten 2. Ordnung und der Zuschläge (und anschließender Rundung):

$$\text{bei Ansatz des vollen Irrtumszuschlags } r_1 + r_2 : \begin{aligned} q_x &= 1,34 \cdot q_x^{2.Ord.} \\ q_y &= 1,34 \cdot q_y^{2.Ord.} \end{aligned}$$

$$\text{bei Ansatz nur der ersten Komponente } r_1 \text{ des Irrtumszuschlags: } \begin{aligned} q_x &= 1,18 \cdot q_x^{2.Ord.} \\ q_y &= 1,18 \cdot q_y^{2.Ord.} \end{aligned}$$

Das Gesamtniveau bei Ansatz des vollen Irrtumszuschlags entspricht also Sterblichkeitsniveaus, die in deutschen Versichertenbeständen derzeit in aller Regel nicht überschritten werden, wie die Angaben zur Versichertensterblichkeit bei einzelnen Unternehmen in Abschnitt 3.4 zeigen. Die dort zu beobachtende Streuung der Sterblichkeitsniveaus über die Unternehmen hinweg ist zum Teil auch auf statistische Fluktuationen zurückzuführen, die bereits durch den Schwankungszuschlag erfasst sind.

Die Nichtberücksichtigung von möglichen Sterblichkeitsverbesserungen zwischen dem Basisjahr der Tafel und dem Anwendungsjahr wie auch die alleinige

Verwendung von Ausgangsdaten der Schlussphase bedeuten eine implizite weitere Sicherheitsmarge.

Effekte der VVG-Reform (insbesondere aus Anzeigepflichtverletzung) dürften sich aufgrund der Tatsache, dass bei Versicherungen mit Todesfallcharakter die versicherte Person nicht gleichzeitig Bezugsberechtigter ist und damit gegenüber der BU-Versicherung ein geringeres subjektives Risiko gegeben ist, unterhalb der Größenordnung bewegen, die bei Untersuchungen zum BU-Risiko ermittelt worden sind (s. [Pasdika et al., 2007]), und insoweit durch einen Sicherheitszuschlag in o.g. Höhe mit abgedeckt sein.

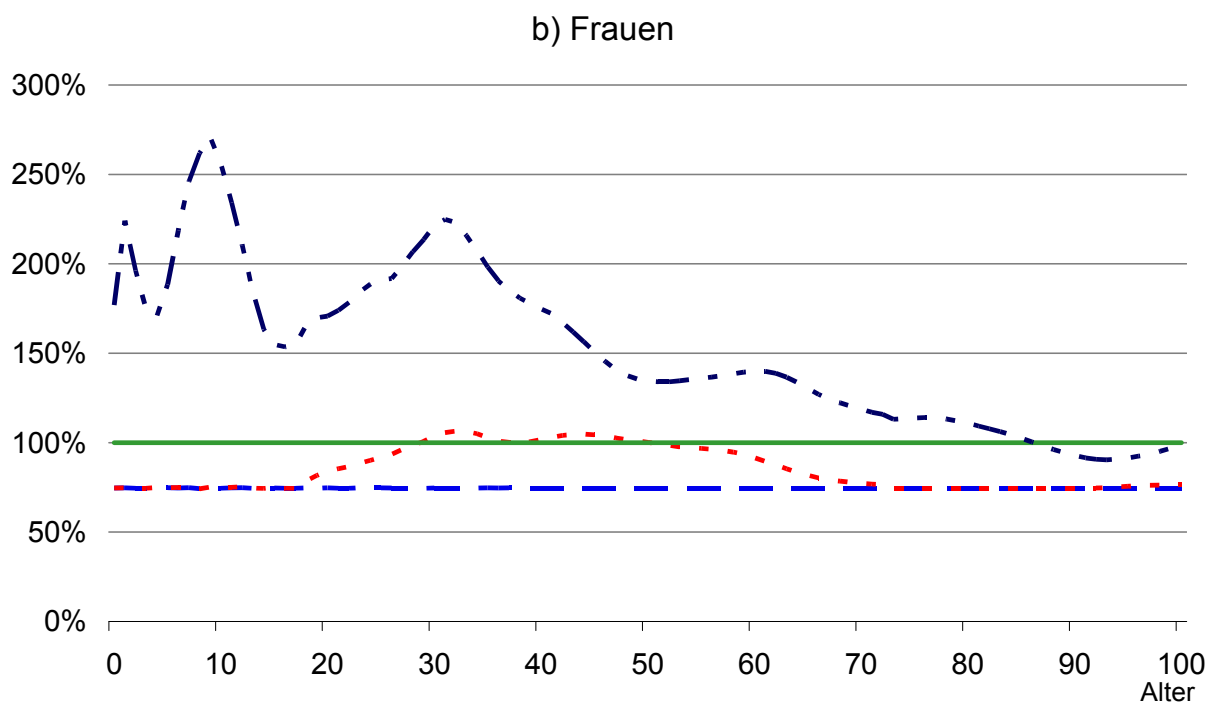
Zur Einordnung der aus den Sicherheitszuschlägen resultierenden Gesamtabsicherung werden abschließend noch Pandemien als Belastungsszenario betrachtet. Die Größenordnung des vorgesehenen Gesamtzuschlags für die Sterbetafel DAV 2008 T erscheint ausreichend bei Nichteintreten sonstiger durch die Sicherheitszuschläge abgedeckter Risiken auch ein Pandemieszenario kurzfristig zu verkraften (s. [von Escher, 2007]).

4.5 Monotonisierung

Auf eine Monotonisierung der Sterbewahrscheinlichkeiten 1. Ordnung wird verzichtet. Eine Monotonisierung (etwa analog zum im Anhang dargestellten Ansatz in Österreich) würde die Alter bis Anfang 30 (Frauen) bzw. Ende 30 (Männer) mit teilweise erheblichen impliziten Sicherheitsmargen ausstatten, die nicht zu rechtfertigen sind, da in diesen Altersbereichen bereits erhebliche Datenbestände vorliegen.

Dadurch ergibt sich das Problem negativer Nettodeckungsrückstellungen und mit steigendem Alter fallender Beiträge in jungen Altern. Da auf diesen Altersbereich weniger als 1,5% (Männer) bzw. 1,8% (Frauen) der beobachteten Verweildauern zwischen 18 und 65 und weniger als 0,4% (Männer) bzw. 0,3% (Frauen) der beobachteten Todesfälle zwischen 18 und 65 entfallen, kommt diesem Altersbereich in der Praxis allerdings im Allgemeinen nur eine untergeordnete Bedeutung zu. Insbesondere sind für typische Bestände mit hinreichend kleinem Versichertenanteil im potentiell von negativen Deckungsrückstellungen betroffenen Altern die

Sicherheitsmargen im Aggregat hinreichend groß, um auf eine Monotonisierung verzichten zu können⁶.



⁶ Ggf. können durch die fehlende Monotonie der DAV 2008 T in einzelnen Alter-/Laufzeitkombinationen negative Deckungsrückstellungen entstehen. Solche Effekte muss der Verantwortliche Aktuar auch in Verbindung mit dem Stornoverhalten auf seine Bestände prüfen. Sie können z.B. durch geeignete Tarifkonstruktion wie einer Abkürzung der Beitragszahlungsdauer gegenüber der Versicherungsdauer vermieden werden.

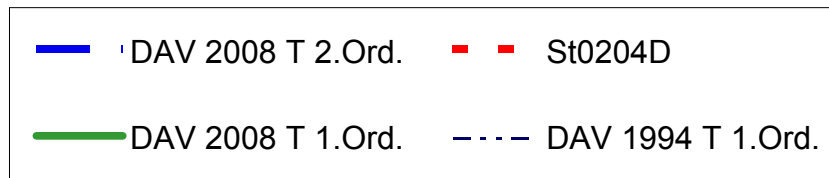


Abbildung 5: Relativer Vergleich der Tafeln 1. und 2. Ordnung / (a) Männer, (b) Frauen

5 Zusammenfassung

Statistische Basis für die Herleitung der Sterbetafel DAV 2008 T sind Bestandsdaten zu Versicherungen mit Todesfallcharakter sowie Daten der deutschen Bevölkerungsstatistik. Diese Ausarbeitung dokumentiert

- die ermittelten Sterbewahrscheinlichkeiten,
- die Sicherheitsmargen, mit denen in der Sterbetafel das statistische Schwankungsrisiko sowie die Änderungs- und Irrtumsrisiken berücksichtigt werden, die bei Herleitung und Anwendung der Sterbetafel auftreten können.

Die Sterbewahrscheinlichkeiten der Tafel werden in den zentralen Altersbereichen direkt aus Bestandsdaten ermittelt. Diese Bestandsdaten wurden für die Jahre 2001 bis 2004 bei der Gen Re, der Münchener Rück, der Swiss Re und dem Verband öffentlicherer Versicherer gesammelt und ausgewertet. Die Bestandsdaten erlauben eine Differenzierung der Versicherungen mit Todesfallcharakter nach zurückgelegter Versicherungsdauer. Dies wird in der Ermittlung der Tafel berücksichtigt, indem die Selektionseffekte, die in den ersten fünf Jahren der Versicherungsdauer zu beobachten sind, in der Sterbetafel ausgeschlossen wurden. Anschließend an den zentralen Altersbereich werden Bevölkerungsdaten benutzt, für die Extrapolation in sehr hohe Alter darüber hinaus das bereits bei der Herleitung der Sterbetafel DAV 2004 R verwendete logistische Modell.

In der Tafel 1. Ordnung sind explizite Sicherheitszuschläge für folgende Risiken berücksichtigt:

- das statistische Schwankungsrisiko bei Anwendung der Sterbetafel,
- die Irrtumsrisiken bei Herleitung und Anwendung der Tafel,
- das Änderungsrisiko durch den Ansatz eines Nulltrends.

Bei der Auswertung des Beobachtungsbestandes wurden erhebliche Sterblichkeitsunterschiede zwischen den Teilbeständen der beteiligten Unternehmen festgestellt. Gründe für diese Abweichungen könnten z.B. unterschiedliche sozioökonomische Bestandszusammensetzungen oder das unternehmensindividuelle Vorgehen bei der Gesundheitsprüfung sein. Diesem Umstand trägt eine Komponente des Irrtumszuschlags Rechnung. Ihr Ansatz kann unterbleiben, wenn aufgrund sorgfältiger Auswertungen gesicherte Informationen über die Sterblichkeit im jeweiligen Unternehmen vorliegen.

Das bei der Berechnung des statistischen Schwankungszuschlags realisierte Sicherheitsniveau hängt von der konkreten Größe und Struktur des betrachteten Bestandes ab. Die Berechnung basiert hierbei auf einem Modellbestand, dessen Größe einer kurzfristig zu erwartenden mittleren Bestandsgröße an Versicherungen mit Todesfallcharakter deutscher Lebensversicherungsunternehmen entspricht.

6 Literatur

American Academy of Actuaries (2001), Report of the American Academy of Actuaries' Commissioner's Standard Ordinary Task Force, 2001. www.actuary.org/pdf/life/cso2_june01.pdf, abgerufen am 22.3.2008

American Academy of Actuaries (2008), 2008 Valuation Basic Table, Report from the Preferred Valuation Basic Table Team. http://www.actuary.org/pdf/life/tables_march08.pdf, abgerufen am 09.06.2008

Aktuarvereinigung Österreichs (2006), Richtlinie 5.0/2005 der AVÖ, Empfehlung betreffend der „Modifikation der Sterbetafel 2000/2002 für Österreich“, Mitteilungen der Aktuarvereinigung Österreichs, Heft 13, April 2006, S. 23f.

Continuous Mortality Investigation Mortality sub-committee (2004), Working Paper 8: Considerations for the Graduation of the CMI 1999 – 2002 Mortality Experience, August 2004. <http://www.actuaries.org.uk/files/files/pdf/cmi/cmiwp8.pdf>, abgerufen am 22.3.2008.

Continuous Mortality Investigation Mortality Committee (2005), Working Paper 12: The graduation of the CMI 1999 – 2002 Mortality experience: 'Feedback on Working paper 8 and Proposed Assured Lives Graduation, April 2005. <http://www.actuaries.org.uk/files/pdf/cmi/wp12/wp12.pdf>, abgerufen am 22.3.2008.

Continuous Mortality Investigation Mortality Committee (2006), Working Paper 21: 'The graduation of the CMI 1999 – 2002 Mortality experience: Final "00" Series Mortality tables, Assured Lives, July 2006. <http://www.actuaries.org.uk/files/pdf/cmi/wp12/wp12.pdf>, abgerufen am 22.3.2008

DAV-Unterarbeitsgruppe Rentnersterblichkeit (2005), Herleitung der DAV-Sterbetafel 2004 R für Rentenversicherungen, Blätter der DGVM XXVII, 199-313.

von Escher, M. (2007), „Pandemien: (K)ein Problem für die globale Versicherungswirtschaft“, *Versicherungswirtschaft* 19/2007, Seite 1600ff.

Forfar, O., McCutcheon, J. & Wilkie, A. D. (1988), On Graduation by Mathematical Formula, *Journal of the Institute of Actuaries*, 115, Seite 1ff und *Transactions of the Faculty of Actuaries*, 41, Seite 97ff.

GDV (2007), Mitteilung des GDV zur Bestandsgröße bei Einzelversicherungen mit Todesfallrisiko ohne Restschuldversicherungen, private Kommunikation.

GDV (2008a), Ergebnisrundsreiben: Bestand an Hauptversicherungen zum 31.12.2007, Rundschreibenummer 0437/2008 vom 3.3.2008.

GDV (2008b), Ergebnisrundsreiben: Eingelöster Neuzugang und Abgang an Hauptversicherungen im Berichtsjahr 2007, Rundschreibenummer 0438/2008 vom 4.3.2008.

Gerontology Research Group, www.grg.org.

Human Mortality Database, Deutsche Bevölkerung am 1.1.2003: www.mortality.org, Sektion: Data by Country/Area – Germany – 3. Population size (January 1st) 1991-2005 1-year, abgerufen am 22.3.2008.

Kakies, P., Behrens, H.-G., Loebus, H., Oehlers-Vogel, B. & Zschoyan, B. (1985), Methodik von Sterblichkeitsuntersuchungen, Schriftenreihe Angewandte Versicherungsmathematik, Heft 15, Verlag Versicherungswirtschaft e.V., Karlsruhe.

Loebus, H. (1994), Bestimmung einer angemessenen Sterbetafel für Lebensversicherungen mit Todesfallcharakter, Blätter DGVM XXI, Seite 497ff.

Pannenberg, M. (1997), Statistische Schwankungszuschläge für biometrische Rechnungsgrundlagen in der Lebensversicherung, Blätter DGVM XXIII, Seite 35ff.

Pannenberg, M. (1999), Zu einer Standardtafel proportionale Rechnungsgrundlagen, Blätter DGVM XXIV, Seite 49ff.

Pasdika, U., Krüger, R. & Scheil, B. (2007), Auswirkungen der VVG-Reform auf die Rechnungsgrundlagen der Berufsunfähigkeitsversicherung, Der Aktuar 13, Seite 77ff.

Schweizerische Aktuarvereinigung (2000), Konkretisierung der Anforderungen an den Qualitätsstandard für die Einzelkapitalversicherung – Biometrische Rechnungsgrundlagen, Version 1.0, www.actuaries.ch/de/50_richtlinien/01_richtlinien.htm/Dokumente/bedeutung-biom-rg.pdf, abgerufen am 22.3.2008.

Society of Actuaries (1995), USA Basic Select and Ultimate Mortality Tables: 1990-95 Basic Select and Ultimate Mortality Tables. www.soa.org/research/individual-life/90-95-basic-select.aspx, abgerufen am 22.3.2008.

Statistik Austria, Österreichische Bevölkerungsterbetafel 2000/2002: www.statistik.at/web_de/statistiken/bevoelkerung/demographische_masszahlen/sterb

[etafeln/index.html](#), sterbetafeln_seit_1868_71_nach_geschlecht_022541.xls,
abgerufen am 22.3.2008.

Statistisches Bundesamt Deutschland (2008), Periodensterbetafeln für Deutschland:
Allgemeine und abgekürzte Sterbetafeln 1871/1881 bis 2004/2006, Statistisches
Bundesamt, Wiesbaden.

Anhang

Anhang 1: Tafeln 2. und 1. Ordnung⁷

Alter	Männer					Frauen				
	l_x durchlebte Bestandsjahre	t_x Tote	q_x^{roh} rohe Sterb- lichkeitswerte	$q_x^{2.Ord.}$ Sterblichkeit 2. Ordnung	q_x Sterblichkeit 1. Ordnung (Zuschlag 34%)	l_y durchlebte Bestandsjahre	t_y Tote	q_y^{roh} rohe Sterb- lichkeitswerte	$q_y^{2.Ord.}$ Sterblichkeit 2. Ordnung	q_y Sterblichkeit 1. Ordnung (Zuschlag 34%)
0				0,004562	0,006113				0,003797	0,005088
1				0,000316	0,000423				0,000289	0,000387
2				0,000256	0,000343				0,000237	0,000318
3				0,000205	0,000275				0,000190	0,000255
4				0,000164	0,000220				0,000151	0,000202
5				0,000136	0,000182				0,000122	0,000163
6	8.781	1	0,000114	0,000116	0,000155	8.521	1	0,000117	0,000100	0,000134
7	11.320	3	0,000265	0,000104	0,000139	10.796	1	0,000093	0,000086	0,000115
8	13.840	3	0,000217	0,000096	0,000129	13.237	2	0,000151	0,000078	0,000105
9	16.579	0	0,000000	0,000093	0,000125	15.950	1	0,000063	0,000074	0,000099
10	19.828	0	0,000000	0,000096	0,000129	18.905	6	0,000317	0,000076	0,000102
11	23.423	4	0,000171	0,000107	0,000143	22.599	2	0,000088	0,000083	0,000111
12	27.298	3	0,000110	0,000129	0,000173	26.286	6	0,000228	0,000095	0,000127
13	31.204	4	0,000128	0,000166	0,000222	29.690	4	0,000135	0,000114	0,000153

⁷ Die Tafelwerte (inkl. der Version für die Sterblichkeit 1. Ordnung mit einem Zuschlag von 18% - also ohne die zweite Komponente des Irrtumzuschlags) sind auf der DAV-Internetseite als Exceldatei verfügbar.

Alter	Männer					Frauen				
	l_x durchlebte Bestandsjahre	t_x Tote	q_x^{roh} rohe Sterb- lichkeitswerte	$q_x^{2.Ord.}$ Sterblichkeit 2. Ordnung	q_x Sterblichkeit 1. Ordnung (Zuschlag 34%)	l_y durchlebte Bestandsjahre	t_y Tote	q_y^{roh} rohe Sterb- lichkeitswerte	$q_y^{2.Ord.}$ Sterblichkeit 2. Ordnung	q_y Sterblichkeit 1. Ordnung (Zuschlag 34%)
14	33.700	9	0,000267	0,000226	0,000303	31.788	3	0,000094	0,000140	0,000188
15	35.163	7	0,000199	0,000311	0,000417	33.094	2	0,000060	0,000170	0,000228
16	35.471	11	0,000310	0,000416	0,000557	33.255	8	0,000241	0,000202	0,000271
17	36.430	15	0,000412	0,000529	0,000709	34.100	10	0,000293	0,000231	0,000310
18	36.158	31	0,000857	0,000634	0,000850	33.928	10	0,000295	0,000242	0,000324
19	36.500	28	0,000767	0,000711	0,000953	33.873	14	0,000413	0,000246	0,000330
20	43.193	37	0,000857	0,000755	0,001012	37.675	9	0,000239	0,000245	0,000328
21	64.534	64	0,000992	0,000763	0,001022	49.680	6	0,000121	0,000240	0,000322
22	100.268	74	0,000738	0,000749	0,001004	70.201	16	0,000228	0,000234	0,000314
23	142.584	110	0,000771	0,000719	0,000963	97.986	25	0,000255	0,000227	0,000304
24	181.447	121	0,000667	0,000680	0,000911	129.461	23	0,000178	0,000222	0,000297
25	217.863	134	0,000615	0,000639	0,000856	162.193	32	0,000197	0,000219	0,000293
26	258.343	145	0,000561	0,000603	0,000808	198.328	45	0,000227	0,000218	0,000292
27	302.439	146	0,000483	0,000576	0,000772	237.290	55	0,000232	0,000218	0,000292
28	353.370	204	0,000577	0,000561	0,000752	280.745	63	0,000224	0,000221	0,000296
29	420.868	236	0,000561	0,000556	0,000745	335.146	80	0,000239	0,000225	0,000302
30	506.240	296	0,000585	0,000561	0,000752	400.786	97	0,000242	0,000232	0,000311
31	608.762	344	0,000565	0,000573	0,000768	474.449	118	0,000249	0,000244	0,000327
32	732.753	456	0,000622	0,000590	0,000791	558.480	140	0,000251	0,000262	0,000351
33	862.074	487	0,000565	0,000612	0,000820	640.146	184	0,000287	0,000288	0,000386
34	993.262	669	0,000674	0,000638	0,000855	716.590	191	0,000267	0,000323	0,000433
35	1.128.503	774	0,000686	0,000668	0,000895	790.369	334	0,000423	0,000366	0,000490
36	1.250.035	862	0,000690	0,000705	0,000945	849.598	341	0,000401	0,000414	0,000555
37	1.355.052	1.011	0,000746	0,000750	0,001005	894.532	426	0,000476	0,000466	0,000624
38	1.439.003	1.124	0,000781	0,000808	0,001083	924.644	470	0,000508	0,000523	0,000701
39	1.493.170	1.359	0,000910	0,000881	0,001181	936.959	568	0,000606	0,000584	0,000783
40	1.520.922	1.478	0,000972	0,000971	0,001301	932.927	599	0,000642	0,000651	0,000872

Alter	Männer					Frauen				
	l_x durchlebte Bestandsjahre	t_x Tote	q_x^{roh} rohe Sterb- lichkeitswerte	$q_x^{2.Ord.}$ Sterblichkeit 2. Ordnung	q_x Sterblichkeit 1. Ordnung (Zuschlag 34%)	l_y durchlebte Bestandsjahre	t_y Tote	q_y^{roh} rohe Sterb- lichkeitswerte	$q_y^{2.Ord.}$ Sterblichkeit 2. Ordnung	q_y Sterblichkeit 1. Ordnung (Zuschlag 34%)
41	1.519.312	1.663	0,001095	0,001080	0,001447	915.592	670	0,000732	0,000725	0,000972
42	1.502.918	1.846	0,001228	0,001211	0,001623	890.071	699	0,000785	0,000809	0,001084
43	1.475.279	2.011	0,001363	0,001368	0,001833	859.828	801	0,000932	0,000905	0,001213
44	1.445.341	2.065	0,001429	0,001554	0,002082	830.402	850	0,001024	0,001014	0,001359
45	1.406.240	2.490	0,001771	0,001764	0,002364	799.457	860	0,001076	0,001137	0,001524
46	1.364.464	2.779	0,002037	0,001992	0,002669	771.502	985	0,001277	0,001273	0,001706
47	1.332.156	3.058	0,002296	0,002226	0,002983	752.178	1.097	0,001458	0,001420	0,001903
48	1.303.175	3.282	0,002518	0,002464	0,003302	733.604	1.104	0,001505	0,001574	0,002109
49	1.281.818	3.465	0,002703	0,002709	0,003630	718.928	1.368	0,001903	0,001734	0,002324
50	1.255.488	3.699	0,002946	0,002971	0,003981	698.133	1.291	0,001849	0,001900	0,002546
51	1.242.608	3.960	0,003187	0,003262	0,004371	683.484	1.352	0,001978	0,002076	0,002782
52	1.230.733	4.347	0,003532	0,003591	0,004812	669.074	1.480	0,002212	0,002265	0,003035
53	1.196.250	4.824	0,004033	0,003961	0,005308	642.453	1.644	0,002559	0,002467	0,003306
54	1.144.897	5.017	0,004382	0,004371	0,005857	608.242	1.717	0,002823	0,002681	0,003593
55	1.019.357	4.910	0,004817	0,004821	0,006460	537.532	1.454	0,002705	0,002909	0,003898
56	922.542	4.795	0,005198	0,005311	0,007117	487.906	1.510	0,003095	0,003155	0,004228
57	912.877	5.385	0,005899	0,005844	0,007831	482.112	1.668	0,003460	0,003422	0,004585
58	901.936	5.749	0,006374	0,006421	0,008604	476.216	1.797	0,003773	0,003712	0,004974
59	940.999	6.733	0,007155	0,007055	0,009454	492.234	2.079	0,004224	0,004031	0,005402
60	834.034	6.609	0,007924	0,007764	0,010404	417.404	1.804	0,004322	0,004391	0,005884
61	759.007	6.610	0,008709	0,008585	0,011504	369.855	1.737	0,004696	0,004813	0,006449
62	761.722	7.398	0,009712	0,009566	0,012818	368.764	1.940	0,005261	0,005318	0,007126
63	712.783	7.605	0,010669	0,010768	0,014429	347.236	2.075	0,005976	0,005922	0,007935
64	631.257	7.404	0,011729	0,012250	0,016415	317.577	2.047	0,006446	0,006640	0,008898
65	345.666	4.736	0,013701	0,014054	0,018832	239.063	1.762	0,007370	0,007481	0,010025
66	198.665	3.278	0,016500	0,016197	0,021704	196.327	1.711	0,008715	0,008450	0,011323
67	176.015	3.294	0,018714	0,018669	0,025016	185.249	1.829	0,009873	0,009550	0,012797

Alter	Männer					Frauen				
	l_x durchlebte Bestandsjahre	t_x Tote	q_x^{roh} rohe Sterb- lichkeitswerte	$q_x^{2.Ord.}$ Sterblichkeit 2. Ordnung	q_x Sterblichkeit 1. Ordnung (Zuschlag 34%)	l_y durchlebte Bestandsjahre	t_y Tote	q_y^{roh} rohe Sterb- lichkeitswerte	$q_y^{2.Ord.}$ Sterblichkeit 2. Ordnung	q_y Sterblichkeit 1. Ordnung (Zuschlag 34%)
68	160.552	3.444	0,021451	0,021446	0,028738	174.912	1.887	0,010788	0,010791	0,014460
69	147.769	3.664	0,024795	0,024494	0,032822	164.797	2.015	0,012227	0,012188	0,016332
70	140.184	3.892	0,027764	0,027775	0,037219	157.508	2.209	0,014025	0,013761	0,018440
71	137.036	4.386	0,032006	0,031254	0,041880	157.125	2.374	0,015109	0,015532	0,020813
72	135.565	4.732	0,034906	0,034774	0,046597	159.308	2.698	0,016936	0,017519	0,023475
73	133.342	5.225	0,039185	0,038195	0,051181	160.386	3.193	0,019908	0,020175	0,027035
74	125.542	5.341	0,042544	0,041873	0,056110	157.043	3.538	0,022529	0,022696	0,030413
75	112.636	5.185	0,046033	0,045878	0,061477	150.343	3.733	0,024830	0,025587	0,034287
76	99.049	4.901	0,049480	0,050323	0,067433	145.456	4.084	0,028077	0,028917	0,038749
77	84.675	4.702	0,055530	0,055343	0,074160	139.920	4.527	0,032354	0,032789	0,043937
78	74.214	4.413	0,059463	0,061049	0,081806	135.153	4.878	0,036092	0,037308	0,049993
79	66.962	4.483	0,066948	0,067521	0,090478	131.193	5.480	0,041770	0,042555	0,057024
80	60.322	4.468	0,074069	0,074822	0,100261	126.288	5.873	0,046505	0,048592	0,065113
81	55.241	4.461	0,080756	0,082980	0,111193	122.245	6.552	0,053597	0,055439	0,074288
82	46.578	4.076	0,087510	0,092002	0,123283	107.225	6.346	0,059184	0,063127	0,084590
83	36.270	3.551	0,097906	0,101864	0,136498	87.226	5.847	0,067032	0,071713	0,096095
84	24.563	2.632	0,107152	0,112602	0,150887	61.225	4.715	0,077010	0,081364	0,109028
85	12.110	1.323	0,109248	0,124254	0,166500	30.498	2.608	0,085514	0,092247	0,123611
86	9.229	1.063	0,115182	0,136824	0,183344	23.039	2.068	0,089762	0,104494	0,140022
87	10.036	1.224	0,121964	0,150241	0,201323	24.413	2.400	0,098309	0,118102	0,158257
88	10.220	1.367	0,133757	0,164391	0,220284	24.846	2.703	0,108791	0,132974	0,178185
89	9.855	1.401	0,142166	0,179159	0,240073	24.159	2.803	0,116021	0,149007	0,199669
90	8.347	1.077	0,129032	0,194445	0,260556	21.387	2.644	0,123625	0,166048	0,222504
91	6.754	893	0,132216	0,210151	0,281602	17.632	2.303	0,130616	0,183920	0,246453
92	5.400	769	0,142402	0,226178	0,303079	14.264	1.914	0,134188	0,202384	0,271195
93	4.273	461	0,107881	0,242442	0,324872	11.732	1.682	0,143365	0,220585	0,295584
94	3.608	423	0,117234	0,258871	0,346887	9.537	1.275	0,133693	0,238330	0,319362

Alter	Männer					Frauen				
	l_x durchlebte Bestandsjahre	t_x Tote	q_x^{roh} rohe Sterb- lichkeitswerte	$q_x^{2.Ord.}$ Sterblichkeit 2. Ordnung	q_x Sterblichkeit 1. Ordnung (Zuschlag 34%)	l_y durchlebte Bestandsjahre	t_y Tote	q_y^{roh} rohe Sterb- lichkeitswerte	$q_y^{2.Ord.}$ Sterblichkeit 2. Ordnung	q_y Sterblichkeit 1. Ordnung (Zuschlag 34%)
95	3.097	298	0,096218	0,275411	0,369051	7.789	1.043	0,133905	0,256299	0,343441
96	2.707	197	0,072766	0,292019	0,391305	6.367	774	0,121560	0,274491	0,367818
97	2.413	146	0,060497	0,308909	0,413938	5.191	576	0,110971	0,292905	0,392493
98	2.325	383	0,164722	0,326353	0,437313	4.507	905	0,200804	0,311537	0,417460
99	1.488	120	0,080646	0,344105	0,461101	2.723	419	0,153865	0,330385	0,442716
100	663	321	0,484477	0,362167	0,485304	1.063	565	0,531600	0,349446	0,468258
101				0,380540	0,509924				0,368713	0,494075
102				0,399222	0,534957				0,388182	0,520164
103				0,418214	0,560407				0,407846	0,546514
104				0,437511	0,586265				0,427697	0,573114
105				0,457111	0,612529				0,447726	0,599953
106				0,477006	0,639188				0,467921	0,627014
107				0,497189	0,666233				0,488271	0,654283
108				0,517650	0,693651				0,508762	0,681741
109				0,538377	0,721425				0,529376	0,709364
110				0,559353	0,749533				0,550097	0,737130
111				0,580560	0,777950				0,570904	0,765011
112				0,601975	0,806647				0,591772	0,792974
113				0,623571	0,835585				0,612677	0,820987
114				0,645315	0,864722				0,633589	0,849009
115				0,667170	0,894008				0,654476	0,876998
116				0,689091	0,923382				0,675302	0,904905
117				0,711028	0,952778				0,696026	0,932675
118				0,732920	0,982113				0,716604	0,960249
119				0,754701	1,000000				0,736988	0,987564
120				0,776292	1,000000				0,757123	1,000000
121				1,000000	1,000000				1,000000	1,000000

Anhang 2: Jährlicher Nettobeitrag für eine gemischte Kapitalversicherung der Höhe 1000 (Zinssatz: 2,25%; Zuschlag 34%)

End- alter	Eintritts- alter	Sterbetafel DAV 2008 T		Sterbetafel DAV 1994 T		DAV 2008 T / DAV 1994 T	
		Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
70	15	10,29	9,77	11,05	10,09	93%	97%
	25	14,20	13,60	15,23	14,02	93%	97%
	35	20,72	19,91	22,17	20,47	93%	97%
	45	32,91	31,55	35,13	32,28	94%	98%
	55	61,03	58,61	64,54	59,73	95%	98%
	65	196,11	191,70	199,47	192,98	98%	99%
60	15	13,51	13,15	14,03	13,39	96%	98%
	25	19,51	19,14	20,21	19,46	97%	98%
	35	30,76	30,32	31,71	30,72	97%	99%
	45	57,53	56,79	58,96	57,27	98%	99%
	55	189,93	188,73	192,10	189,37	99%	100%
50	15	19,20	18,90	19,57	19,09	98%	99%
	25	30,11	29,85	30,60	30,09	98%	99%
	35	56,23	55,98	56,85	56,29	99%	99%
	45	188,09	187,69	188,86	188,01	100%	100%
40	15	30,02	29,75	30,31	29,89	99%	100%
	25	55,95	55,71	56,32	55,89	99%	100%
	35	187,38	187,22	187,76	187,43	100%	100%
30	15	55,94	55,69	56,15	55,80	100%	100%
	25	187,33	187,11	187,60	187,23	100%	100%

Anhang 3: Jährlicher Nettobeitrag für eine Risikoversicherung der Höhe 1000
(Zinssatz: 2,25%, Zuschlag 34%)

End- alter	Eintritts- alter	Sterbetafel DAV 2008 T		Sterbetafel DAV 1994 T		DAV 2008 T / DAV 1994 T	
		Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
70	15	3,28	1,84	4,93	2,55	67%	72%
	25	4,29	2,47	6,51	3,39	66%	73%
	35	6,01	3,49	9,05	4,70	66%	74%
	45	8,97	5,12	13,37	6,73	67%	76%
	55	13,99	7,65	20,50	10,01	68%	76%
	65	24,55	12,60	31,73	15,65	77%	80%
60	15	1,80	1,02	3,07	1,54	59%	66%
	25	2,27	1,36	3,97	2,03	57%	67%
	35	3,18	1,97	5,51	2,84	58%	69%
	45	4,89	3,00	8,34	4,12	59%	73%
	55	7,68	4,50	13,22	6,19	58%	73%
50	15	1,12	0,58	1,93	0,98	58%	60%
	25	1,30	0,75	2,37	1,26	55%	60%
	35	1,76	1,13	3,18	1,79	55%	63%
	45	2,91	1,86	4,90	2,63	59%	71%
40	15	0,83	0,35	1,42	0,66	58%	53%
	25	0,84	0,41	1,62	0,81	52%	50%
	35	1,00	0,61	1,98	1,14	50%	54%
30	15	0,80	0,29	1,28	0,52	63%	56%
	25	0,77	0,29	1,44	0,58	53%	50%

Anhang 4: Nettodeckungsrückstellung für eine gemischte Kapitalversicherung der Höhe 1000 (Eintrittsalter: 35; Endalter: 60; Zinssatz: 2,25%; Zuschlag 34%)

abgelaufene Dauer	Sterbetafel DAV 2008 T		Sterbetafel DAV 1994 T		DAV 2008 T / DAV 1994 T	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
5	159,67	159,20	160,04	158,82	100%	100%
10	336,66	335,91	336,58	334,86	100%	100%
15	532,34	532,20	531,54	530,91	100%	100%
20	751,05	751,70	749,13	750,55	100%	100%
25	1000,00	1000,00	1000,00	1000,00	100%	100%

Anhang 5: Nettodeckungsrückstellung für eine Risikoversicherung der Höhe 1000 (Eintrittsalter: 35; Endalter: 60; Zinssatz: 2,25%; Zuschlag 34%)

abgelaufene Dauer	Sterbetafel DAV 2008 T		Sterbetafel DAV 1994 T		DAV 2008 T / DAV 1994 T	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
5	11,69	7,29	19,02	9,15	61%	80%
10	21,59	13,03	34,96	16,08	62%	81%
15	25,93	15,31	43,36	19,36	60%	79%
20	21,24	11,97	36,02	15,83	59%	76%
25	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Anhang 6: Internationale Vergleiche

Untersucht werden die Methoden, die in der Schweiz, in Österreich, in Großbritannien und in den USA zur Erstellung von Sterbetafeln für das Todesfallrisiko verwendet werden. Dabei werden die Ermittlung der rohen Sterbewahrscheinlichkeiten, die verwendeten Ausgleichsverfahren, eine ggf. durchgeführte Extrapolation der Tafel und die Bestimmung von Sicherheitszuschlägen beschrieben.

Im internationalen Vergleich zeigt sich, dass bis auf die österreichische Tafel alle Sterbetafeln wie die Sterbetafel DAV 2008 T zumindest im zentralen Altersbereich auf Versichertendaten beruhen und mit dem Alter 120 bzw. 121 enden. Unterschiede gibt es bei der Glättung der rohen Sterbewahrscheinlichkeiten, bei der Bestimmung von Sicherheitszuschlägen und bei der Berücksichtigung von Selektionseffekten. Außerdem sind bei den britischen Tafeln die Sterbeintensitäten Basis für die Berechnung der q_x . Der Vergleich mit internationalen Tafeln zeigt keine Erkenntnisse, die dafür sprechen, dass für die Herleitung der Sterbetafel DAV 2008 T grundsätzlich andere methodische Ansätze angemessen wären.

6.1 Österreich

In Österreich kann für die Kalkulation von Prämien und Deckungsrückstellungen von Kapital- und Risikoversicherungen auf die von der Statistik Austria (s. [Statistik Austria]) veröffentlichte Bevölkerungssterbetafel 2000/2002 zurückgegriffen werden. In der Richtlinie 5.0/2005 (s. [Aktuarvereinigung Österreichs, 2006]) empfiehlt die Aktuarvereinigung Österreichs (AVÖ) jedoch, diese Tafel im Altersbereich 21 bis 33 Jahre für Männer bzw. 20 bis 30 Jahre für Frauen so zu modifizieren, dass die Sterblichkeiten ab dem Alter 11 monoton steigen. Konkret bedeutet dies, dass für Männer

$$q_x = q_{20} \text{ für } 21 \leq x \leq 33$$

und für Frauen

$$q_y = q_{19} \text{ für } 20 \leq y \leq 30$$

gesetzt wird. Diese Modifikation wird neben vertrieblichen Aspekten u. a. damit begründet, dass die sonst fallenden Sterblichkeiten bei reinen Risikoversicherungen negative Deckungsrückstellungen zur Folge haben würden.

Als Endalter ergibt sich aufgrund der Verwendung der Bevölkerungssterbetafeln der Statistik Austria das Alter 100.

Über die Notwendigkeit und die Höhe von Sicherheitszuschlägen wird in der genannten Richtlinie keine Aussage getroffen.

6.2 Schweiz

Für die Schweiz hat die Schweizerische Aktuarvereinigung SAV die Tafeln EKM/EKF 1995 (s. [Schweizerische Aktuarvereinigung, 2000]) als Rechnungsgrundlage für das Todesfallrisiko in der Kapital- und Risikolebensversicherung erstellt.

Als Datenbasis dienen Versichertenbestände der Mitgliedsunternehmen im Schweizerischen Versicherungsverband SVV. Aus diesen werden die geschlechtsspezifischen und altersabhängigen rohen Sterbewahrscheinlichkeiten q_x^{roh} geschätzt.

Das Endalter der Tafel wurde auf das Alter 121 festgelegt.

Die rohen Sterbewahrscheinlichkeiten q_x^{roh} werden unter Verwendung von Splines zu den Sterbewahrscheinlichkeiten $q_x^{2.\text{Ord}}$ geglättet.

Als Sicherheitszuschlag wird ein alters- und geschlechtsabhängiger statistischer Schwankungszuschlag s_x erhoben, der folgenden Anforderungen genügt:

1. Der Überschaden der Gesamtheit der Todesfälle für den Modellbestand soll kleiner als 1% sein, d.h.

$$P\left(\sum_x T_x \leq \sum_x L_x \cdot (q_x^{2.\text{Ord}} + s_x)\right) \geq 99\%$$

2. Der Überschaden der Todesfälle pro Alter x soll kleiner als 38% sein, d.h.

$$P(T_x \leq L_x (q_x^{2.\text{Ord}} + s_x)) \geq 62\%$$

Zusätzlich wird ein Sicherheitszuschlag für das Änderungsrisiko berücksichtigt gemäß

$$q_x = t_x \cdot (q_x^{2.\text{Ord}} + s_x) \text{ mit}$$

$$t_x = \begin{cases} 1,20 & x \leq 23 \\ 1,20 - 0,01 \cdot (x - 23) & 23 \leq x \leq 36 \\ 1,07 & x > 36 \end{cases} .$$

6.3 Großbritannien

In Großbritannien werden Versichertensterblichkeiten vom Continuous Mortality Investigation (CMI) Bureau untersucht, das auch die Rechnungsgrundlagen für Versicherungen mit Todesfallcharakter hergeleitet hat (s. [Continuous Mortality Investigation Mortality Committee, 2005 und 2006] und [Continuous Mortality Investigation Mortality sub-committee, 2004]).

Dabei wird bei der Absicherung des Todesfallrisikos zwischen Kapitallebensversicherung und Whole Life einerseits und Risikolebensversicherung andererseits unterschieden.

Als Datenbasis dienen Versichertendaten des Continuous Mortality Investigation Bureau CMI der Jahre 1999 – 2002. Es werden jeweils Aggregat-, Raucher- und Nicht-Rauchertafeln erstellt.

Für die resultierenden Schlusstafeln werden nur Versichertenpolicen außerhalb der Selektionsphase von 2 Jahren für Whole Life bzw. 5 Jahren für Term Life berücksichtigt. Neben den Schlusstafeln gibt es für beide Produktarten Selektionstafeln entsprechend der jeweiligen Selektionsphase. Die resultierenden Tafeln heißen AMC/AFC00 bzw. TMC/TFC00.

Aus den Versichertendaten werden zunächst Sterbeintensitäten μ_x geschätzt (vgl. Forfar et al, 1988]). An diese werden Gompertz-Makeham-Polynome $GM(r,s)(x)$ der Ordnungen r, s angepasst. Die Modell-Parameter werden mit der Maximum-Likelihood-Methode geschätzt, zusätzlich wird eine Altersskalierung mit Chebycheff-Polynomen vorgenommen.

Bei der Modellanpassung werden zusätzlich folgende Restriktionen beachtet:

$$\mu_x^{\text{NR}} \leq \mu_x \leq \mu_x^{\text{R}}$$

mit Aggregatsterbeintensität μ_x , Nichtraucher-Sterbeintensität μ_x^{NR} und Raucher-Sterbeintensität μ_x^R , jeweils im Alter x .

Die Sterbewahrscheinlichkeiten q_x berechnen sich aus der Sterbeintensität μ_x :

$$q_x = 1 - \exp\left(-\int_0^1 \mu_{x+t} dt\right)$$

Dabei wird das Integral approximiert:

$$\int_0^1 \mu_{x+t} dt \approx (7\mu_x + 32\mu_{x+0,25} + 12\mu_{x+0,5} + 32\mu_{x+0,75} + 7\mu_{x+1}) / 90$$

Die Tafeln sind Best-Estimate-Tafeln, d.h. sie enthalten keine Zuschläge und berücksichtigen keinen Trend.

Für Alter $x > 100$ werden die Sterbeintensitäten aus den angepassten Polynomen unter Verwendung eines frei gewählten Endalters, z.B. 120, extrapoliert:

Unter Verwendung von $q_{120} = 1$ und $\mu_{120} = 1$ und einem noch durch die Polynome GM bestimmten Wert von μ_x , z.B. $x=100$, berechnet man μ_x für $100 < x < 120$ gemäß:

$$\mu_x = \frac{(120 - x)^{1,25}}{(120 - 100)^{1,25}} \cdot \mu_{100} + \left(1 - \frac{(120 - x)^{1,25}}{(120 - 100)^{1,25}}\right) \cdot \mu_{120}$$

6.4 USA

In den USA wurde von der Society of Actuaries (SOA) und der American Academy of Actuaries (AAA) gemeinsam die 2008 Valuation Basic Table, kurz 2008 VBT, hergeleitet.

Dabei werden ausgehend von Versichertendaten aus den Jahren 2002 bis 2004 Sterbewahrscheinlichkeiten für zwei Aggregattafeln hergeleitet, die vom Geschlecht, vom Alter und (wegen der Selektionswirkung) von der abgelaufenen Vertragsdauer abhängen. Die eine Tafel ist die sogenannte „Primary Table“, die in einem zweiten Schritt in Untertafeln zerlegt wird, die die Bandbreite der Sterbewahrscheinlichkeiten

für verschiedene Risikogruppen darstellt. Die „Limited Underwriting Table“ ist als zweite Aggregattafel dagegen für Tarife mit eingeschränkter Risikoprüfung gedacht.

Bei der Herleitung der Primary Table werden zunächst die Ultimate-Werte für Nichtraucher hergeleitet. Die Rauchertafeln werden dann aus diesen Werten abgeleitet. Die Rohdaten werden für Männer bis zum Alter 84 mit dem Whittaker-Henderson-Verfahren ausgeglichen. Die Daten für Männer des Alters 85-93 werden aus einer Kombination des Whittaker-Henderson-Verfahrens und der Projection Pursuit Regression modelliert. Die Frauendaten werden vollständig mit dem Whittaker-Henderson-Verfahren geglättet. Für die Alter ab 85 Jahre wird auf Grund der zu geringen Datenbasis auch auf andere Datenquellen (z.B. Bevölkerungsdaten) zurückgegriffen. Schließlich werden noch einige Sterbewahrscheinlichkeiten auf Grund von Plausibilitäts- und internen Konsistenzüberlegungen angepasst, wobei insbesondere die Sterbewahrscheinlichkeit ab dem Alter 110 bis zum Ende konstant auf 0,45 gesetzt wird, d. h. die Tafel schließt nicht mit dem Wert 1 ab.

Durch eine Projektion dieser Sterbewahrscheinlichkeiten in das Jahr 2008 wird die Sterblichkeitsverbesserung zwischen Beobachtungszeitpunkt (Zentraljahr 2003). Von der Berücksichtigung zukünftiger Sterblichkeitsverbesserungen jenseits des Jahres 2008 wird jedoch abgesehen.

Für die Herleitung der Limited Underwriting Table wird auf Basis der zugehörigen Rohdaten der gleiche Ansatz verwendet, wie für die Primary Table. Primary Table und Limited Underwriting Table bilden zusammen die Valuation Basic Table 2008, kurz VBT2008, genannt (s. [American Academy of Actuaries, 2008]). Sie beinhaltet Tafeln für Raucher/Nichtraucher sowie Aggregattafeln mit Sterbewahrscheinlichkeiten für Eintrittsalter von 0 bis 90. Berücksichtigt wird eine 25-jährige Selektionsdauer und die Tafeln enden bei einem Höchstalter von 115 bzw. 120.

Die hergeleitete Tafel ist im Jahr 2008 erschienen und nach derzeitigem Stand noch keine Reservierungstafel. Die aktuelle Reservierungstafel ist die CSO2001, die durch den Einbezug von Sicherheitszuschlägen aus der Vorgängertafel VBT2001 hergeleitet wird (s. [American Academy of Actuaries, 2001]).

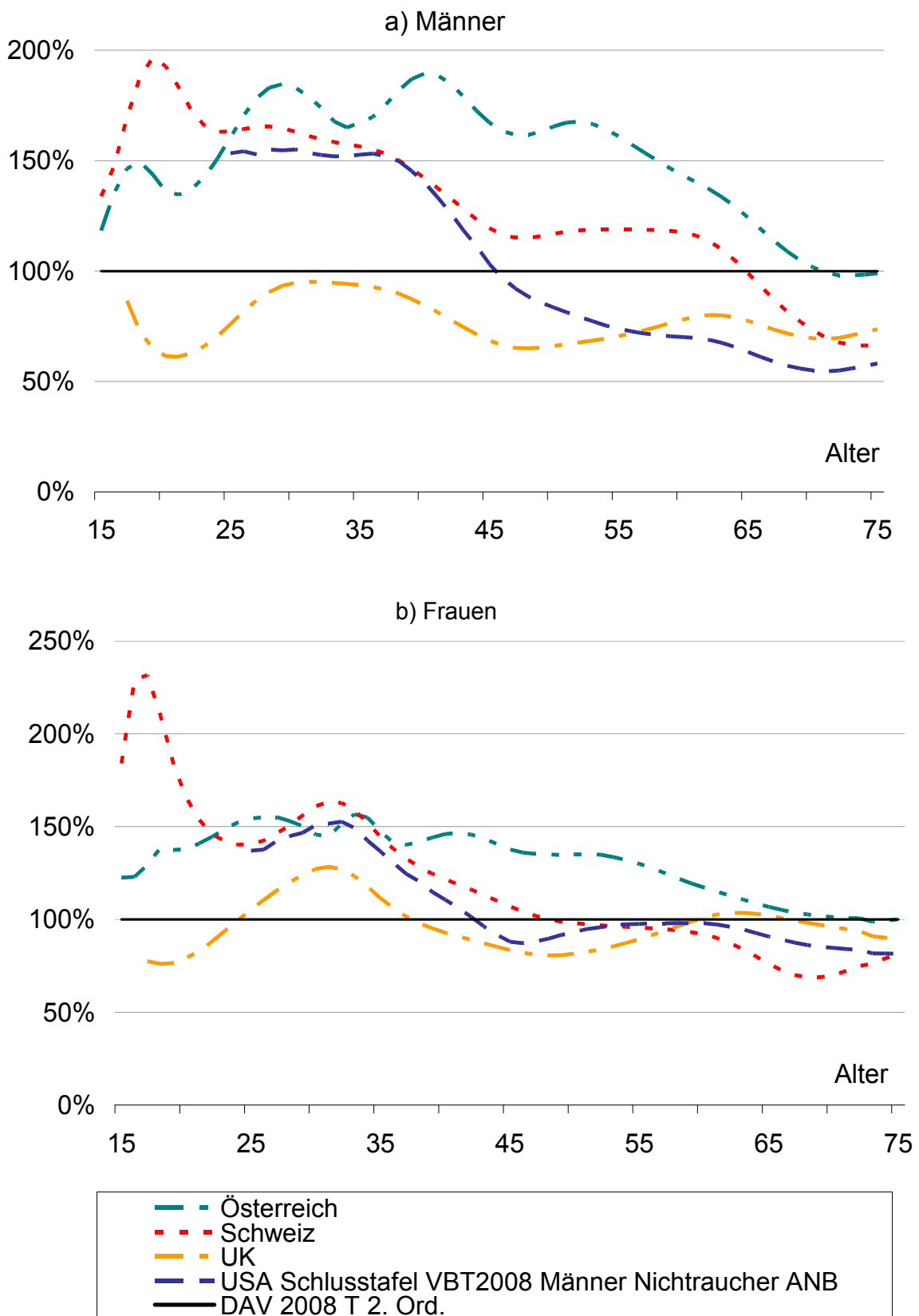


Abbildung 6: Vergleich internationaler Schlussstafeln mit der Sterbetafel DAV 2008 T 2. Ordnung / (a) Männer, (b) Frauen

Dabei wird für die Sicherheitszuschläge ein Ansatz gewählt, der mit zunehmendem Alter zwar absolut zu steigenden, relativ jedoch zu sinkenden Zuschlägen führt. Dies gelingt durch die folgende Funktion in Abhängigkeit von der ferneren Lebenserwartung e_x , berechnet anhand der Tafel VBT2001:

$$\text{Zuschlag} = \frac{0,0056 - 0,00016x - 0,000008x^2}{e_x}$$

Natürlich führt diese Formel zu altersabhängigen Sicherheitszuschlägen; als durchschnittlichen Zuschlag gibt die AAA jedoch ca. 15% an.

6.5 Quantitativer Vergleich

Um die international gebräuchlichen Tafeln auch quantitativ mit der DAV 2008 T vergleichen zu können, werden in der Abbildung 6 die Sterblichkeiten der Schlusstafeln ohne Sicherheitszuschläge im Vergleich zur Sterblichkeit der DAV 2008 T 2. Ordnung abgetragen.

Die DAV 2008 T 2. Ordnung liegt im Vergleich recht niedrig. Nur die Tafel des UK weist im zentralen Altersbereich geringere Sterblichkeiten 2. Ordnung auf. Für höhere Alter nimmt der Unterschied ab und die DAV 2008 T 2.Ordnung zeigt sogar die höchsten Sterblichkeiten.

Anhang 7: Analysen zur Sicherheitsmarge im Sterblichkeitstrend

In der DAV 2008 T erfolgt (analog zum bisherigen Vorgehen in der DAV 1994 T) kein expliziter Ansatz eines Trends zukünftiger Sterblichkeitsverbesserungen, d.h. es wird ein Nulltrend zugrundegelegt. Im Folgenden wird untersucht, ob dieser Ansatz hinreichend vorsichtig ist und sich durch den so implizierten Sicherheitsabschlag im Sterblichkeitstrend angemessene Sicherheitsmargen für das Modellrisiko beim Ansatz eines Nulltrends (Prognoseunsicherheit der zukünftigen Sterblichkeitsentwicklung) ergeben.

Für die quantitative Analyse von kurz- und mittelfristigen Schwankungen in der Zeitentwicklung der altersabhängigen Sterbewahrscheinlichkeiten eignet sich (analog zum Vorgehen bei anderen DAV-Sterbetafeln, beispielsweise der DAV 2004 R

(s. [DAV-Unterarbeitsgruppe Rentnersterblichkeit, 2005]) als Basismodell (aufgrund der Größe dieses Kollektivs und des entsprechend geringen relativen Effekts von Zufallsschwankungen) in besonderer Weise die Bevölkerung. Zudem sei darauf hingewiesen, dass die relativen Unterschiede zwischen DAV 1994 T 1. Ordnung und DAV 2008 T 1. Ordnung inklusive aller Sicherheitszuschläge, insbesondere auch beider Teile des Irrtumszuschlages, im Wesentlichen der kumulierten Sterblichkeitsentwicklung der Bevölkerungstafeln von ADSt 1986/88 bis heute entsprechen, bei Glättung durch Mittelung über größere Zeiträume die Entwicklung der Versichertensterblichkeit in diesem Zeitraum also primär durch die Entwicklung der Bevölkerungsterblichkeit bestimmt wurde.

Durch logarithmische Regression aller über verschiedene Intervalle bis zur St 2004/06 W vorliegenden deutschen Sterbetafeln für Westdeutschland analog zur Herleitung der DAV 2004 R ergeben sich die in Abbildung 8 dargestellten aktuellen Bevölkerungstrends (jährliche Sterblichkeitsverbesserungen). Zusätzlich sind in Abbildung 7 analog ermittelte rollierende Kurzfristtrends der letzten 30 Jahre bis zur aktuellen deutschen Sterbetafel St 2004/06 W für Westdeutschland dargestellt. Dabei sind in den für Todesfallrisiken relevanten Altersbereichen in der kritischen Richtung lokal kurzfristig (Abbildung 7) sowie bei Frauen (mit unter 0,5%) auch mittelfristig (Abb. 8b) deutlich niedrigere Sterblichkeitsverbesserungstrends feststellbar, die um weniger als den Trendzuschlag⁸ der DAV 2004 R vom Nulltrend abweichen.

Vor dem Hintergrund dieser Entwicklung der Sterblichkeitsverbesserung in der Bevölkerung kann ein zukünftiger nachhaltiger Rückgang der jährlichen Sterblichkeitsverbesserungen auch für Versicherte jedenfalls nicht ausgeschlossen werden und wird z.B. bei der Konstruktion der DAV 2004 R (s. [DAV-Unterarbeitsgruppe Rentnersterblichkeit, 2005]) und der AVÖ 2005 R (s. [Aktuarvereinigung Österreichs, 2006]) bereits explizit angenommen. Entsprechend ist als Sicherheitsmarge für das Modellrisiko (analog zum Verzicht auf den Ansatz

⁸ Bei der Einschätzung dieser Marge ist auch ein Vergleich mit dem Trendzuschlag der DAV 2004 R sinnvoll. Dort liegt der absolute gesamte Sicherheitszuschlag (Verzicht auf Trenddämpfung und Absicherung gegen Trendschocks) im Trend 1. Ordnung gegenüber dem nach Abschluss der Trenddämpfung erreichten Sterblichkeitstrend für Versicherte (Zieltrend) bei der DAV 2004 R zwischen etwa 0,75%pt und 1%pt.

einer Trenddämpfung in der 1. Ordnung der DAV 2004 R für neugeschäftsoffene Tarife) beim Todesfallrisiko die Annahme eines sofortigen allgemeinen Rückgangs auf die Untergrenze eines realistischen Trendkorridors, mindestens jedoch auf das schon jetzt lokal nachhaltig beobachtbare Niveau⁹ (unter 0,5% als mittelfristige Beobachtung bei Frauen in für versicherte Todesfallrisiken relevanten Altern) sinnvoll. Ein möglicher weiterer Rückgang des Sterblichkeitstrends – langfristig etwa aufgrund der möglicherweise zunehmenden Bedeutung negativer Einflüsse auf die Sterblichkeitsentwicklung (z.B. Fettleibigkeit, Diabetes, Umwelteinflüsse, usw.) oder in Form temporärer „Trendschocks“ (z.B. Pandemien) in einer zur DAV 2004 R vergleichbaren Größenordnung – machen zusätzliche Sicherheitsmargen erforderlich.

Zudem sind sowohl im Vergleich von Todesfallrisiken zu Erlebensfallrisiken (höhere Sensitivität der Leistungsbarwerte gegen Variation der Sterbewahrscheinlichkeiten¹⁰) als auch im Vergleich von Versicherten zur Bevölkerung (Unsicherheit im Versichertentrend, u.a. je nach Produkten und Risikoprüfung ggf. systematisch bedingte Trendunterschiede sowie zufällige Trendschwankungen) jeweils höhere Sicherheitsmargen im Trend angemessen.

Insgesamt erscheint insoweit für Todesfallrisiken ein Festhalten am Ansatz eines Nulltrends als angemessen.

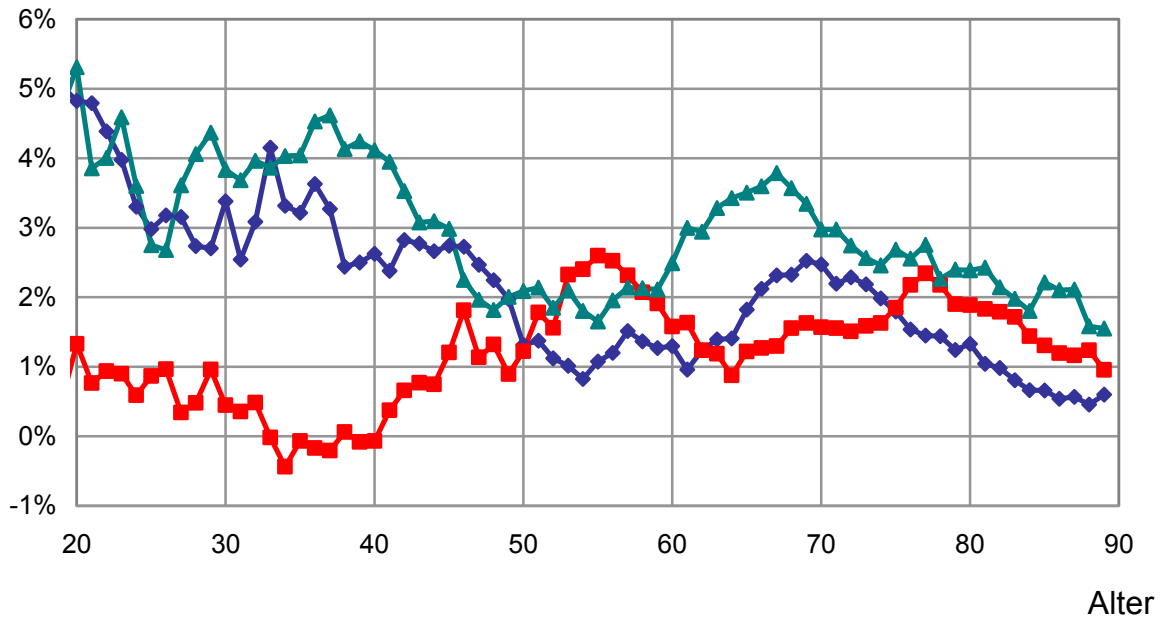
Der Ansatz eines sogar negativen Versichertentrends erscheint hingegen nicht erforderlich, denn negative Sterblichkeitsverbesserungen sind in den untersuchten Bevölkerungsdaten bislang (über jährliche Schwankungen hinausgehend) nur sporadisch auf kleine Altersgruppen und kurze Zeitintervalle beschränkt beobachtbar

⁹ Die konkreten Ursachen für diesen in der Vergangenheit beobachteten Extremwert und potentielle Einschlägigkeit über die betroffene Kohorte hinaus wurden von der Unterarbeitsgruppe nicht genauer untersucht. Ungeachtet dessen könnten durch andere Ursachen (vgl. z.B. Argumente für eine erhöhte Versicherten-Trendmarge bei Todesfallrisiken im nachfolgenden Absatz) ähnliche Effekte in der zukünftigen Sterblichkeitsentwicklung auftreten.

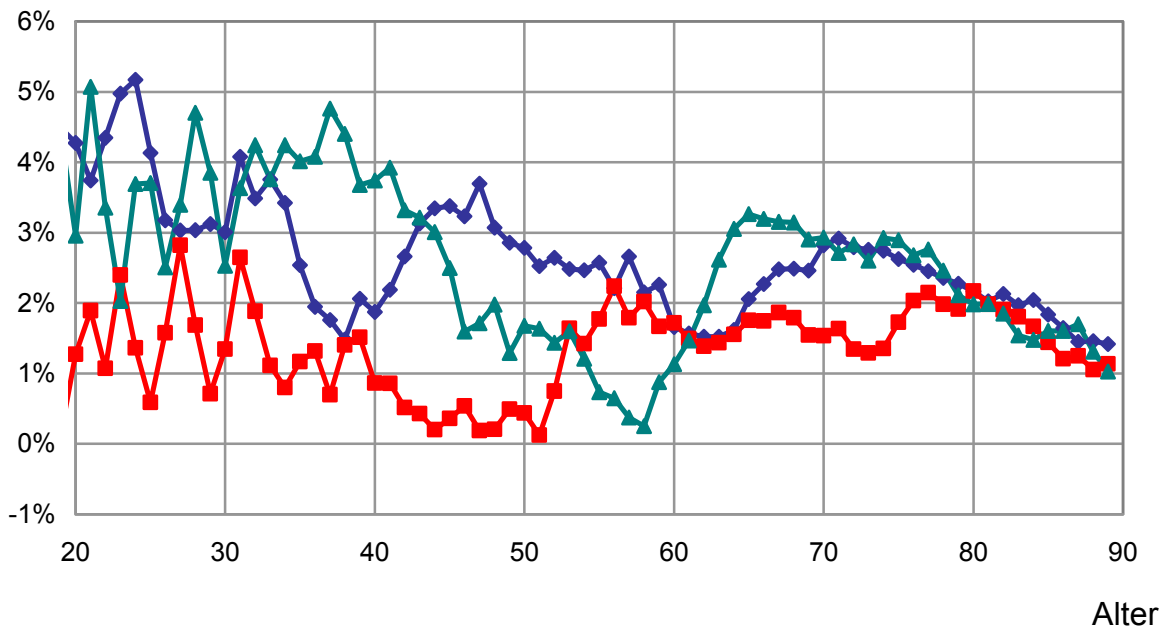
¹⁰ Beispielsweise erhöht sich derzeit der Rentenbarwert (mit Rechnungszins 2,25%) einer Sofortrente mit Beginnalter 65 um etwa 0,25%, wenn die Sterbewahrscheinlichkeiten um 1% reduziert werden. Dagegen sinken Barwerte von Risikoversicherungen (fast) in gleichem Maße wie die Sterbewahrscheinlichkeiten.

(ggf. aus Migrationseffekten Anfang der 1990er Jahre) und können im Kollektiv ausgeglichen werden.

a) Männer



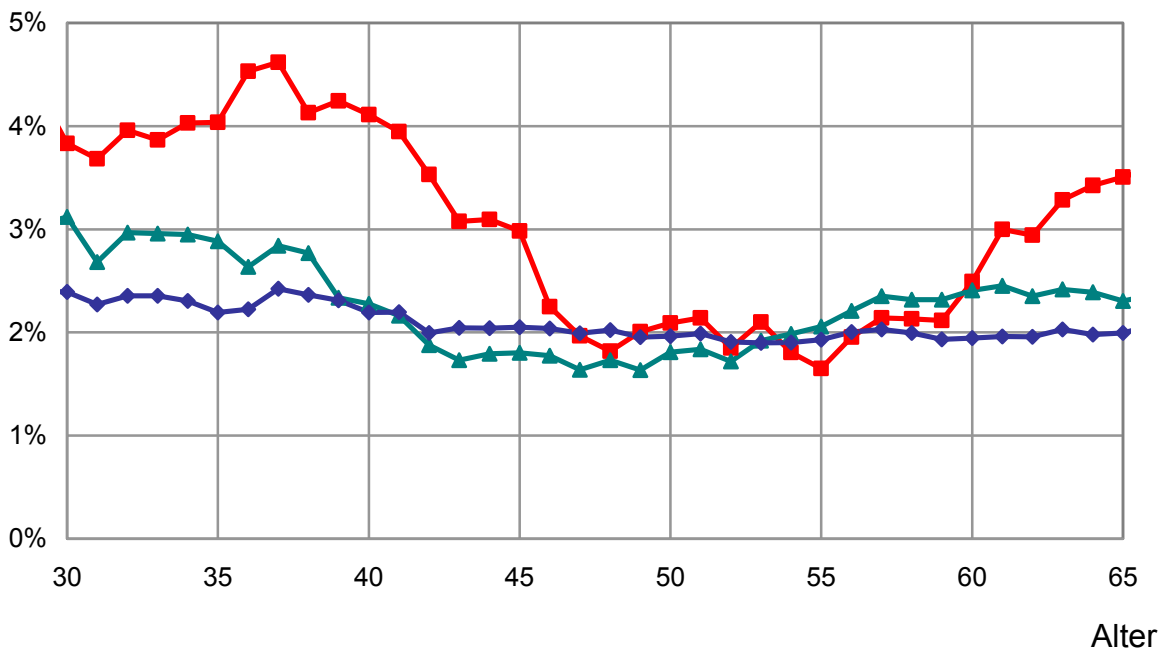
b) Frauen



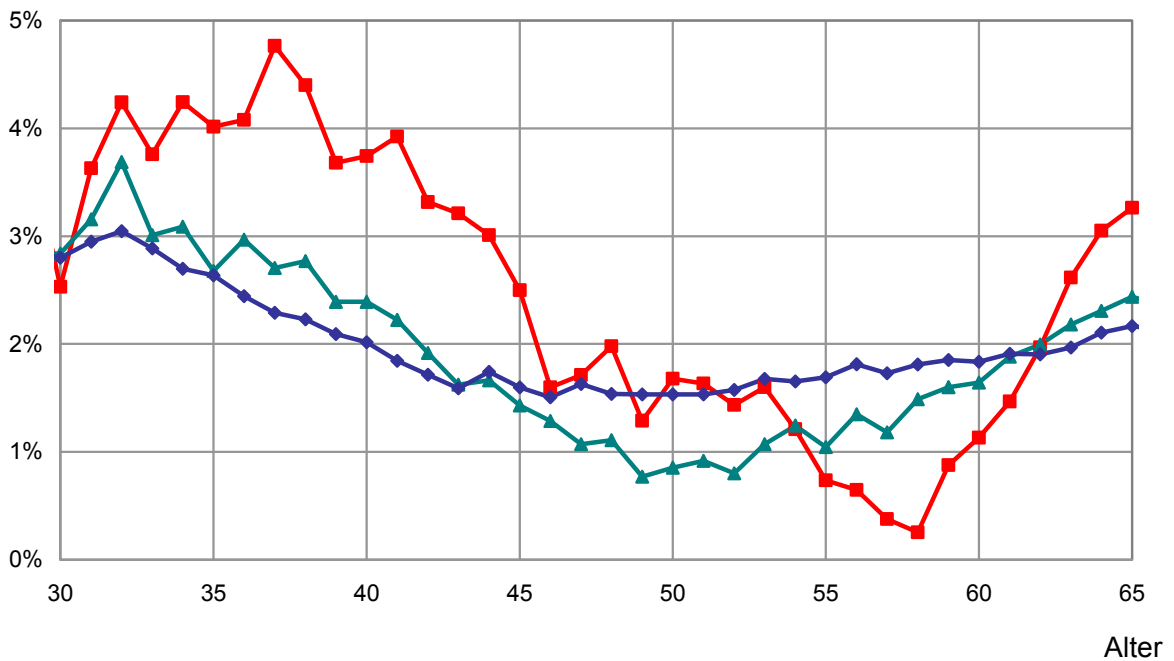
◆ St1975/77W-St1984/86W
 ■ St1985/87W-St1994/96W
 ▲ St1995/97W-St2004/06W

Abbildung 7: Kurzfristtrend (jährliche Sterblichkeitsverbesserung) Bevölkerung Westdeutschland / (a) Männer, (b) Frauen

a) Männer



b) Frauen



■ St1995/97W-St2004/06W
 ▲ St1985/87W-St2004/06W
 ◆ St1975/77W-St2004/06W

Abbildung 8: Jährliche Sterblichkeitsverbesserung (kurz- & mittelfristig) D/West bis St 2004-06 W / (a) Männer, (b) Frauen